التحليل الإحصائي للتصميم المضلع عند فقدان احد قطاعات التجربة

رحيم جبار ظاهر / مدرس /كلية الإدارة والاقتصاد /جامعة القادسية

1- المقدمة

تستعمل تصاميم القطاعات غير الكاملة عند تطبيق تجارب تحتوي على عدد كبير من المعالجات في الوقت الذي يكون فيه الحجم العملي للقطاع المتوفر صغير بحيث لايمكن ان يضم جميع المعالجات المرغوب مقارنتها[1]. ويمثل التصميم المضلع (Polygonal designs) حالة خاصة من تصاميم القطاعات غير الكاملة المتزنة جزئيا وحالة عامة الى تصاميم القطاعات غير الكاملة المتزنة. في التصميم المضلع قد يفقد احد القطاعات باكمله او قد يتعرض القطاع الى التلف ولمثل هذه الحالات ولغرض اجراء التحليل الاحصائي يتطلب الامر تقدير تاثير المعالجات التي تظهر في القطاع المفقود وفي بقية القطاعات وفي هذا البحث قام الباحث بايجاد صيغ مقدرة تستخدم لتقدير تاثير المعالجات التي تظهر في القطاع المفقود وفي بقية القطاع عن طريق استخدام صيغ رياضية مشتقة بحيث انها لا تضيف الى الخطأ شيأ[2].

2-التصميم المضلع Polygonal designs [6]

لتكن $\Gamma = (T, R)$ تمثل شكل مضلع يحتوي على t من الرؤس (معالجات) و t من الاضلاع حيث ان

$$T = \{a_1, a_2, ..., a_t\}$$

$$R = \{\{a_1, a_2\}, \{a_2, a_3\}, ..., \{a_t, a_1\}\}$$

ولتكن $\delta(a_i, a_j)$ تمثل اصغر مسار يربط الرأس a_i مع الرأس a_j في Γ أي ان:[1]

$$\delta(a_i, a_j) = \min\{|i-j|, t-|i-j|\}$$

$$\delta(a_{i+h}, a_{j+h}) = \delta(a_i, a_j)$$

$$0 \le \delta(a_{i+h}, a_{j+h}) \le d \quad where \quad d := [\frac{t}{2}]$$

يعرف التصميم المضلع بأصغر فترة m على انه تصميم قطاعات غيركاملة يحقق الشروط الاتية :

1- كل عنصر (معالجة) في T يظهر في r من القطاعات .
2- كل عنصرين في T بمسافة $m+1$ او اكثر في Γ يظهران معا بالضبط في λ قطاع بينما

لا تظهر بقية الازواج في أي قطاع من قطاعات التجربة . وتتحدد قيمة λ من المعادلة

$$\lambda = \frac{r(k-1)}{t-2m-1}$$

$$bk = tr \quad -3$$

$$n_{m+1} + n_{m+2} + ... + n_{d-1} + n_d = t - 2m - 1 \quad -4$$

علما بان:

$$n_0 = 1,\ n_1 = n_2 = n_3 = ... = n_{d-1} = 2,\ \ and\ \ n_d = \begin{cases} 2 & if\ \ t = 2d+1 \\ 1 & if\ \ t = 2d \end{cases}$$

حيث ان :

t : تمثل عدد المعالجات .

r : تمثل عدد مرات تكرار كل معالجة .

k : تمثل عدد القطع التجريبية داخل كل قطاع .

b : تمثل عدد قطاعات التجربة.

n_i : تمثل عدد الرؤس في Γ التي تكون بمسافة i من a .

ويمثل التصميم المضلع حالة عامة الى تصاميم القطاعات غير الكاملة المتزنة وحالة خاصة من تصاميم القطاعات غير الكاملة المتزنة جزئيا ، وهذا يعني ان تصميم القطاعات غير الكاملة المتزنة هو عبارة عن تصميم مضلع عندما $m = 0$ [4] .ويسمى التصميم المضلع بتصميم $BSEC(t,k,\lambda)$ عندما $m = 1$ [4]. ويرمز للتصميم المضلع (Polygonal designs) باصغر فترة m بالرمز PD ($t, k, \lambda; m$).

1-2 النموذج الرياضي .

ذكرنا سابقا ان التصميم المضلع هو حالة عامة لتصاميم القطاعات غير الكاملة المتزنة وحالة خاصة من تصاميم القطاعات غير الكاملة المتزنة جزئيا ، وعلى ذلك فان قيمة أي مشاهدة في تجربة ما طبقت باستخدام التصميم المضلع من الممكن تمثيلها بالمعادلة الرياضية الاتية:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + b_j + e_{ij}$$

حيث ان :[3]

y_{ij} هي قيمة المشاهدة الخاصة بالوحدة التجريبية التي اخذت المعالجة i وموجودة في القطاع j .

μ وهي قيمة متوسط المجتمع (مجتمع المشاهدات) .

τ_i هي قيمة التاثير الحقيقي للمعالجة i .

b_j وهي قيمة التاثير الحقيقي للقطاع j .
e_{ij} وهي قيمة التاثير الحقيقي للخطأ التجريبي الخاص بتلك المشاهدة التي اخذت المعالجة i وكانت ضمن القطاع j .

2-2 المعادلات العامة وجدول تحليل التباين

يمثل التصميم المضلع حالة خاصة من تصميم القطاعات غير الكاملة المتزنة جزئيا وحالة عامة الى تصميم القطاعات الكاملة المتزنة فعندما $m=0$ فان التصميم المضلع يمثل تصميم قطاعات غير كاملة متزنة وعندما $m=1$ فان التصميم المضلع يسمى بتصميم خطط المعاينة المتزنة باستثناء الوحدات المجاورة .وفي هذا البحث نحاول ايجاد صيغ لتقدير تاثير المعالجات في التصميم المضلع عند فقدان احد قطاعات التجربة. اذا فرضنا ان القطاع الذي تظهر فبه المعالجات $t_1,t_2,...,t_k$ يمثل قطاع مفقود وان Q_i تمثل المجموع المصحح للمعالجة i علما بان :

$$Q_i = T_i - \frac{V_i}{k} \qquad ...(1)$$

حيث ان :
T_i تمثل مجموع نتائج المعالجة i .
V_i تمثل مجموع مجاميع القطاعات التي تظهر فيها المعالجة i .

فان المعادلات العامة في تصميم $PD(t,k,\lambda;m)$ يمكن كتابتها بالشكل التالي :

$$\lambda(t-2m-1)\hat{t}_i - \lambda S_1(\hat{t}_i) = kQ_i \qquad \text{for} \qquad i>k \qquad ...(2)$$

$$\lambda(t-2m-1)\hat{t}_i - \lambda S_1(\hat{t}_i) = kQ_i + k\hat{t}_i - \sum_{j=1}^{k}\hat{t}_i \qquad \text{for} \qquad i\le k \qquad ...(3)$$

علما ان

$$\lambda = \frac{r(k-1)}{t-2m-1} \qquad ...(4)$$

وتمثل $S_1(\hat{t}_i)$ مجموع $\hat{t}$ للمعالجات التي تظهر مع المعالجة t_i في قطاعات التجربة و $S_2(\hat{t}_i)$ تمثل مجموع $\hat{t}$ للمعالجات التي لاتظهر مع المعالجة t_i في قطاعات التجربة . وعند جمع المعادلة (2) بالنسبة لجميع المعالجات التي لاتظهر مع المعالجة t_i في قطاعات التجربة نحصل على :

$$-\lambda\hat{t}_i - \lambda S_1(\hat{t}_i) + [\lambda(t-2m-1)-\lambda]S_2(\hat{t}_i) = kS_2(Q_i) \qquad ...(5)$$

وعند جمع المعادلة (3) بالنسبة لجميع المعالجات التي تظهر مع المعالجة t_i في قطاعات التجربة نحصل على:

$$-\lambda n\hat{t}_i + [\lambda(t-2m-1)-\lambda]S_1(\hat{t}_i) - \lambda S_2(\hat{t}_i) = kS_1(Q_i) + kS_1'(\hat{t}_i) - n\sum_{j=1}^{k}\hat{t}_j \qquad ...(6)$$

حيث ان :

$S_1(Q_i)$ تمثل مجموع قيم Q للمعالجات التي تظهر مع المعالجة t_i في قطاعات التجربة .

$S_2(Q_i)$ تمثل مجموع قيم Q للمعالجات التي لاتظهر مع المعالجة t_i في قطاعات التجربة .علما بان

$$Q_i + S_1(Q_i) + S_2(Q_i) = 0 \qquad ...(7)$$

$S_1'(\hat{t}_i)$ تمثل مجموع $\hat{t}$ للمعالجات التي تظهر مع المعالجة t_i في القطاع المفقود .

n تمثل عدد المعالجات التي تظهر مع المعالجة t_i في القطاع المفقود .

وبحل المعادلات اعلاه يقدر تاثير المعالجة التي لاتظهر في القطاع المفقود بالشكل الاتي:

$$\hat{t}_i = \frac{1}{\lambda(t-2m-1)}[kQ_i + c_1S_1(Q_i) + c_2S_2(Q_i) - [\frac{(k-1)c_1}{k}]\sum_{j=1}^{k}\hat{t}_j] \quad \text{for} \quad i > k \qquad ...(8)$$

ويقدر تاثير المعالجات التي تظهر في القطاع المفقود بالشكل الاتي :

$$[\lambda(t-2m-1)-k]\hat{t}_i = kQ_i + c_1S_1(Q_i) + c_2S_2(Q_i) + c_1S_1'(\hat{t}_i) - [\frac{k+(k-1)c_1}{k}]\sum_{j=1}^{k}\hat{t}_j \quad for\ i \le k$$

...(9)

علما بان :

$$c_1 = \frac{k}{t-2m}$$

$$c_2 = \frac{k}{(t-2m)(t-2m-1)}$$

وبالتعويض عن قيمة $S_1'(\hat{t}_i)$ بما يساويها في المعادلة (9) حيث ان

$$S_1'(\hat{t}_i) = \sum_{j=1}^{k} \hat{t}_j - \hat{t}_i \qquad ...(10)$$

نحصل على صيغة لتقدير تاثير المعالجات داخل القطاع المفقود وهي :

$$\hat{t}_i = \frac{1}{\lambda(t-2m-1)-k}\{kQ_i + c_1 S_1(Q_i) + c_2 S_2(Q_i)\}$$
$$-\frac{(k-c_1)}{[\lambda(t-2m-1)-k][\lambda\ (t-2m-1)]k}\{\ k\sum_{j=1}^{k} Q_j + c_1\sum_{j=1}^{k} S_1(Q_j) + c_2\sum_{j=1}^{k} S_2(Q_j)\} \quad ...(11)$$

والصيغة الاخيرة يمكن كتابتها بالشكل الاتي :

$$\hat{t}_i = \frac{1}{\lambda(t-2m-1)-k}\{(k-c_1)Q_i + (c_2-c_1)S_2(Q_i) - \frac{(k-c_1)}{\lambda k(t-2m-1)}[$$
$$(k-c_1)\sum_{j=1}^{k} Q_j + (c_2-c_1)\sum_{j=1}^{k} S_2(Q_j)]\} \qquad ...(12)$$

ويتم حساب مجاميع المربعات في جدول تحليل التباين كما هو موضح في الجدول الاتي :

جدول رقم (1)

جدول تحليل التباين (داخل القطاعات) لتصميم
$PD(t,k,\lambda;m)$ في حالة فقدان احد قطاعات التجربة

Source of variation	Degrees of freedom	Sum of square	Mean square
Treatments (adjusted)	$t-1$	$S_t^2 = \sum_{i=1}^{t} \hat{t}_i Q_i$	$\frac{S_t^2}{t-1}$
Blocks (unadjusted)	$b-2$	$S_b^2 = \frac{1}{k}\sum_{j=1}^{b-1} B_j^2 - \frac{G^2}{tb-k}$	$\frac{S_b^2}{b-2}$
Error	$tr-t-b-k+2$	S_e^2 (بالطرح)	$\frac{S_e^2}{tb-t-b-k+2}$
Total	$tr-k-1$	$\sum y_{ij}^2 - \frac{G^2}{tb-k}$	

3-الجانب التطبيقي :

إن البيانات المستخدمة في هذه الدراسة هي عبارة عن تجربة زراعية مقامة باحد تصاميم القطاعات غير الكاملة (التصميم المضلع) لدراسة تاثير التسميد النيتروجيني على حاصل البروتين الخام لنبات الشعير واستخدمت لذلك تسع مستويات (معالجات) وهي :

a وتعني بدون تسميد .
b وتعني 20كغم نيتروجين لكل دِونم .
c وتعني 40كغم نيتروجين لكل دونم .
d وتعني 60كغم نيتروجين لكل دونم .
e وتعني 80كغم نيتروجين لكل دونم.
f وتعني 100كغم نيتروجين لكل دونم .
g وتعني 120كغم نيتروجين لكل دونم .
h وتعني 140كغم نيتروجين لكل دونم .
i وتعني 160كغم نيتروجين لكل دونم .

والجدول رقم (2)يوضح رمز المعالجة وحاصل البروتين الخام (طن/دونم)في الحبوب بافتراض ان القطاع الاول في التجربة يمثل قطاع مفقود .

والجدول رقم (2)

يوضح رمز المعالجة وحاصل البروتين الخام (طن/دونم) في الحبوب بافتراض أن القطاع الأول في التجربة يمثل قطاع مفقود

..... a	..... d	..... f
$2.88\,b$	$3.31\,e$	$3.25\,g$
$3.23\,c$	$4.21\,f$	$3.33\,h$
$3.73\,d$	$3.25\,g$	$2.87\,i$
$4.11\,e$	$3.21\,h$	$3.52\,a$
$3.32\,f$	$3.84\,i$	$4.11\,b$
$3.61\,g$	$4.15\,a$	$4.60\,c$
$3.87\,h$	$2.89\,b$	$3.22\,d$
$3.92\,i$	$3.11\,c$	$4.92\,e$

في هذه التجربة نجد ان :

$t=9$; $b=9$; $r=3$; $k=3$; $m=1$; $\lambda=1$

$$c_1=\frac{3}{7} \quad ; \quad c_2=\frac{1}{14} \quad ;$$

$$\sum Q_j = Q_a + Q_d + Q_f = (-0.063)+(0.340)+(0.183)=0.46$$

ان تقدير تاثير المعالجات التي تظهر في القطاع المفقود يكون بالشكل الاتي :

$$\hat{t}_i=\frac{1}{3}\{\frac{18}{7}Q_i-\frac{5}{14}S_2(Q_i)-\frac{1}{7}[\frac{18}{7}\sum_{j=1}^{3}Q_j-\frac{5}{14}\sum_{j=1}^{3}S_2(Q_j)]\}$$

ان تقدير تاثير المعالجات التي لاتظهر في القطاع المفقود يكون بالشكل الاتي :

$$\hat{t}_i=\frac{1}{6}\{3Q_i+\frac{3}{7}S_1(Q_i)+\frac{1}{14}S_2(Q_i)-\frac{6}{21}\sum\hat{t}_j\}$$

ويوضح جدول رقم (3) نتائج قيم Q , $S_2(Q_i)$, $S_1(Q_i)$, $\hat{t}_i$, $\hat{t}_iQ_i$

جدول رقم (3)

يوضح نتائج قيم Q , $S_2(Q_i)$, $S_1(Q_i)$, $\hat{t}_i$, $\hat{t}_i Q_i$

المعالجات	المجموع العام للمعالجة	Q	$S_2(Q_i)$	$S_1(Q_i)$	$\hat{t}_i$	$\hat{t}_i Q_i$
a	7.67	-0.063	-0.743	0.806	0.034	-0.002
b	9.88	-0.350	-0.816	1.166	-0.110	0.039
c	10.94	-0.753	-0.010	0.763	-0.330	0.248
d	6.95	0.340	0.844	-1.184	0.155	0.053
e	12.34	1.597	0.523	-2.120	0.644	1.028
f	7.53	0.183	1.157	-1.340	-0.016	-0.003
g	10.11	-0.440	0.063	0.377	-0.201	0.088
h	10.41	-0.120	-0.833	0.953	-0.010	0.001
i	10.63	-0.393	-0.183	0.576	-0.166	0.065

ويوضح جدول رقم (4) جدول تحليل التباين للتجربة.

جدول رقم (4)
جدول تحليل التباين للتجربة

Source of variation	Degrees of freedom	Sum of square	Mean square	F
Treatments (adjusted)	8	1.517	0.190	0.521
Blocks (unadjusted)	7	2.468	0.353	0.967
Error	8	2.918	0.365	
Total	23	6.903		

المصادر

1- الحمزاوي ، رحيم جبار ظاهر.دراسة في تصاميم القطاعات غير الكاملة المتزنة جزئيا مع تطبيق عملي، رسالة ماجستير مقدمة الى كلية الادارة والاقتصاد بجامعة بغداد ، (1998).
2-الحمزاوي ، رحيم جبار ظاهر . تقدير القيمة المفقودة في تصاميم PBIB بمجموعتي اقتران.مجلة القادسية للعلوم الادارية والاقتصادية لسنة 2001 المجلد 4 العدد 1-2.
3- الراوي ، د. خاشع محمود و خلف الله ، د. عبد العزيز محمد ، " تصميم وتحليل التجارب الزراعية" ، مطبعة جامعة الموصل ، 1980 .
[4] Hedayat, A.S., Rao, C.R., And Stufken, J. (1988). A sampling plan excluding contiguous units. J. Stat. plann. Infer. 19, 159-170.
[5] See, K., Song, S. Y., and Stufken, J. (1997). on a class of partially balanced incomplete block designs with application in survey sampling. Statist.-theory meth., 26(1),1-13.
[6] Stufken, J., Song, S. Y., See, K., and Driessel, K.R. (1998). **Polygonal designs : some existence and non existence results. J. Stat . plann. Infer-77 ,155-166**