العلاقة بين جدول تباين الانحدار وجدول تحليل التباين في التجارب العاملية الكاملة

أ. د. عواد كاظم الخالدي رواء نوري حسين الشيخلي*

المستخلص:

سلط هذا البحث الضوء على العلاقة بين جدولي تحليل التباين في تحليل الانحدار وفي التجارب العاملية الكاملة ، ولما تعنيه هذه العلاقة من تحديد درجة متعدد الحدود الملائم لبناء معادلة انحدار بدرجة معينه يمكن عن طريقها تحديد مجال معين للمتغيرات التوضيحية للوصول الى النقاط الامثلية للاستجابة .

المقدمة

يُعد تصميم وتحليل التجارب من الموضوعات المهمة في علم الإحصاء . والتجريب ، وسيلة الطريقة العلمية ، اِذ تستعمل التجربة لاختبار الفرضيات واستكشاف العلاقات بين المتغيرات .

ومن الملاحظ أن الكثير من التجارب المنفذة لدراسة تأثير عامل واحد أو عدة عوامل تنتهي في التحليل الإحصائي إلى حد إجراء المقارنات بين المتوسطات للمستويات المختلفة للعامل المدروس ، اِذ أشار العديد من المهتمين بموضوع تصميم وتحليل التجارب ضمن مؤلفاتهم إلى موضوع تصميم التجارب العاملية ذلك أن التجربة العاملية هي تجربة تكون فيها المعالجات عبارة عن مجموعة من التوافيق بين عدة مستويات (Levels) لعدة عوامل (Factors) [1] يعرف العامل بأنه نوع من المعالجة التي تحتوي على تقسيمات متعددة تسمى بالمستويات . ولدراسة تأثير كل هذه العوامل قد يقوم الباحث بتجربة كل عامل على حدة اِذ يجرى تجربة بمستويات عامل واحد مع تثبيت باقي العوامل وينفذ تجربة أخرى بعامل آخر ... الخ . وتسمى مثل هذه التجارب بالتجارب ذات العامل الواحد (One factor experiment) ، وقد تكون التفاعلات بين العوامل ذات أهمية كبيرة في التجربة بحيث لا يمكن تجاهلها . ومن هنا فمن الأفضل تضمين كل العوامل في تجربة واحدة . وبهذا تتضح الاهداف الرئيسة للتجارب العاملية ؛ وهي تحديد أهم العوامل وأفضل مستوياتها ، واكتشاف ما إذا كان هناك تفاعلات بينها ذات تأثير معنوي[1] .تعرف التجارب العاملية بعدد العوامل الداخلة فيها وعدد مستويات كل عامل ، فالتجربة العاملية التي تحتوي على ثلاثة عوامل C , B , A بالمستويات $a = 3$ و $b = 3$ و $c = 4$ هي تجربة عاملية يرمز لها $4 * 3 * 3$ أو 4×3^2 [1] .

مشكلة البحث

تتمثل مشكلة البحث بإيجاد علاقة بين جدول تحليل تباين الانحدار وجدول تحليل التباين في التجارب العاملية الكاملة .(اذ ان وجود مثل هذه العلاقة سيسهم في تحديد درجة متعدد الحدود الملائم لتمثيل العلاقة بين المتغير المعتمد ومجموعة المتغيرات التوضيحية . ذلك ان من اهم عيوب الانموذجات هو احتوائها على عدد كبير من الحدود بغية الحصول على تقديرات مقاربة للقيم الحقيقية).

---

* بحث مستل من رسالة ماجستير

فرضية البحث

يفترض البحث عدم وجود علاقة بين جدول تحليل تباين الانحدار وجدول تحليل التباين في التجارب العاملية الكاملة .

هدف البحث

يرمي البحث الى ايجاد علاقة نظرية بين جدول تحليل تباين الانحدار وجدول تحليل التباين في التجارب العاملية الكاملة عن طريق المقارنة بين عناصر جدول تحليل التباين في الحالتين التجربة نفسها ، بهدف الافادة من النتائج التي نحصل عليها من اختبار المركبات (المقارنات) التي يتكون منها مجموع مربعات التأثير للعامل (او العوامل) واختيار المركبات ذات التأثير المعنوي لبناء معادلة الانحدار التقديرية .

أهمية البحث

يستمد هذا البحث اهميته من اهمية الموضوع الذي يناقشه لأنه يسلط الضوء على العلاقة بين جدولي تحليل التباين في تحليل الانحدار وفي التجارب العاملية الكاملة ، ولما تعنيه هذه العلاقة من تحديد درجة متعدد الحدود الملائم لبناء معادلة انحدار بدرجة معينه يمكن عن طريقها تحديد مجال معين للمتغيرات التوضيحية لتحديد مستويات المعالجات التي تؤدي الى افضل الاستجابة .

تحليل التباين

يقصد بتحليل التباين ، تجزئة مجموع مربعات انحرافات القيم التقديرية عن القيم الحقيقية الى مصادرها المعروفة ، وما يتبقى منها يسمى البواقي Residuals . وبناءً على ذلك يتم تحديد اي من مصادر التباين كان ذا اثرا معنويا من الناحية الاحصائية .

الانحدار

تحليل الانحدار هو طريقة إحصائية يتم فيها التنبؤ بمتوسط متغير عشوائي أو عدة متغيرات عشوائية اعتمادا على قيم وقياسات لمتغيرات عشوائية أخرى، له عدة أنواع مثل : الانحدار الخطي ، والانحدار اللوجستي ، وانحدار بواسون ، الخ .

اِذ يتضمن تحليل الانحدار اختيار المنحنى الأكثر ملائمة للعلاقة بين المتغير التابع ومجموعة من المتغيرات التوضيحية المتغيرات المستقلة او المتنبئات .

تتحدد درجة معادلة الانحدار بعدد القيم في العينة . ولا يمكن بناء معادلة الانحدار عندما يكون عدد القيم في العينة اقل او يساوي عدد المتغيرات (عدد مستويات العامل في التجربة العاملية) ، اذ يمكن تقدير معادلة انحدار من الدرجة k كحد اعلى (k تساوي عدد القيم −1 (او عدد مستويات العامل −1)) ، فالعامل الذي يمتلك أربع معاملات كمية يسمح لنا بتقدير أنموذج من **الدرجة الثالثة** ، وفي حالة التداخل فان أكبر درجة للمعادلة هي : (عدد مستويات العامل الأول −1) × (عدد مستويات العامل الثاني −1) وهكذا ، ففي حالة عامل منفرد يمكن تقدير أنموذج المجتمع الذي يمثل العلاقة بين المتغير التابع والمتغير التوضيحي كما في المعادلة (1) [3] :

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{m-1} \beta_j X_i^j + e_i, \quad i = 1,2,\dots,n \qquad (1)$$

اِذ :

Y_i : تمثل متغير الاستجابة

X_i^j : تمثل المتغير التوضيحي (المقارنة او درجة المعادلة)

β_0 ، β_j : ثوابت أو معلمات الانحدار Regression Parameters

β_0 : يمثل الحد الرقمي في النموذج ويسمى Intercept وهي عبارة عن القيمة المتوقعة لـ Y عندما تكون قيم X_i^j تساوي صفراً وهو موقع تقاطع خط الانحدار مع المحور الصادي Y .

β_j : معامل الانحدار الجزئي Partial Regression Coefficient لـ Y على X_i وكل منها يبين قوة واتجاه العلاقة بين المتغير التوضيحي الخاص بها ومتغير الاستجابة عندما تكون المتغيرات التوضيحية الأخرى ثابتة [3] .

m : تمثل عدد مستويات العامل

n : تمثل عدد مشاهدات التجربة

يتم تقدير معلمات الانحدار للمعادلة (1) بإحدى الطرائق الإحصائية ، والطريقة التي تعطي صفات مرغوب فيها هي طريقة المربعات الصغرى Ordinary Least Squares (OLS) .

وبشكل عام فان تقدير معلمات الانحدار بطريقة المربعات الصغرى هو ،

$$\underline{\hat{\beta}} = (X^t X)^{-1} X^t \underline{Y} \qquad (2)$$

وان مجموع المربعات العائدة لمعادلة الانحدار التقديرية هو ،

$$SS_{Reg} = \underline{\hat{\beta}}^t X^t \underline{Y} = \underline{Y}^t X (X^t X)^{-1} X^t \underline{Y} \qquad (3)$$

اِذ ؛

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_1 & X_1^2 & \dots & X_1^{n-1} \\ 1 & X_2 & X_2^2 & \dots & X_2^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_n & X_n^2 & \dots & X_n^{n-1} \end{bmatrix} \qquad (4)$$

المقارنات المتعامدة :

يقال للدالتين Z_1 , Z_2 ،

$$Z_1 = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n \qquad (5)$$

$$Z_2 = b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_n X_n \qquad (6)$$

بأنهما دالتين متعامدتين طبيعيا ، اذا وفقط اذا كان

a. $\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n} b_i = 0$

b. $\sum_{i=1}^{n} a_i b_i = 0$

c. $\sum_{i=1}^{n} a_i^2 = 1, \sum_{i=1}^{n} b_i^2 = 1$

اذ يمثل الشرط a شرط المقارنة ، والشرط b شرط التعامد ، والشرط c شرط الطبيعية (طول المتجه يساوي 1) .

يتم حساب قيم المتجهات المتعامدة طبيعيا – والتي تستعمل في تكوين المركبات المتعامدة طبيعيا – بالاعتماد على الصيغة (7) التي وضعها الخالدي 1993 .

$$Q_j(\underline{X}) = a_j[\left(\underline{X}^j - \overline{\underline{X}}^j\right) - \sum_i \frac{\underline{X}^{j^T} Q_i(\underline{X})}{Q_i^T(\underline{X}) Q_i(X)} Q_i(X)] \qquad (7)$$

$$i = 1,3,5, \dots, j-2, \qquad n\ odd$$
$$i = 2,4,6, \dots, j-2, \qquad n\ even$$
$$j = 1,2,3, \dots, n-1,$$

اكتب المعادلة هنا.

تستعمل المقارنات المتعامدة لتجزئة مجموع المربعات العائدة لعامل معين الى مركبات التأثير التي يتكون منها هذا المجموع في جدول تحليل التباين . وكذلك تجزئة مجموع المربعات العائد لتأثير تفاعل عاملين الى المركبات التي يتكون منها تأثير التفاعل .

تحليل تباين الانحدار في التجارب العاملية الكاملة

تتميز التجارب العاملية الكاملة باستعمال المقارنات المتعامدة لتحليل التباين ، من اجل تحديد اي من المستويات كان ذا اثرا معنويا ، وهو ما يعطي انطباعا اوليا لشكل الاستجابة .
ومن اجل تسهيل العمليات الحسابية يمكن استبدال X_i^j في المعادلة (1) بما يقابلها من المقارنات المتعامدة X_{ij} أي ان $X_{ij} = X_i^j$ ، اذ تمثل X_{ij} المقارنة من الدرجة i وهو ما يضمن ان تكون معادلة الانحدار من الدرجة k ، وبذلك يكون شكل معادلة الانحدار كما في (8) .

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_{m-1} X_{m-1i} + e_i \qquad (8)$$

إذ ؛

$$\underline{X}_k^T \underline{X}_l = \sum_{i=1}^{n} X_{ki} X_{li} = 0$$

وباستعمال طريقة المربعات الصغرى ، فان تقدير $\underline{\hat{\beta}}$ في المعادلة (8) سيكون كما في المعادلتين (9) و (10)

$$\hat{\beta}_0 = \overline{Y} \qquad (9)$$

$$\hat{\beta}_j = \sum_{i=1}^{n} Y_i X_{ji} = S_{YX_j} \quad ,j = 1,2,\dots,m-1 \qquad (10)$$

فان كررت التجربة r من المرات فإن :

$$\hat{\beta}_j = \frac{\sum_{k=1}^{r}\sum_{i=1}^{n} Y_{ki} X_{jki}}{r} = \frac{S_{YX_j}}{r} \quad ,j = 1,2,\dots,m-1 \qquad (11)$$

غالبا ما يتم استعمال القاسم في تحليل التباين في التجارب العاملية الكاملة ، وتكون المعادلة (10) كما في (12) والمعادلة (11) كما في المعادلة (13) والسبب في ذلك هو التخلص من الكسور وما يتبعها من تضخم الأخطاء التدويرية المرتبطة بالعمليات الحسابية .

$$\hat{\beta}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i X_{ji}}{\sum_{i=1}^{n} X_{ji}^2} \quad ,j = 1,2,\dots,m-1 \qquad (12)$$

$$\hat{\beta}_j = \frac{\sum_{k=1}^{r}\sum_{i=1}^{n} Y_{ki} X_{jki}}{r.\sum_{i=1}^{n} X_{ji}^2} \quad ,j = 1,2,\dots,m-1 \qquad (13)$$

اذ يمثل $\sum_{i=1}^{n} X_{ji}^2$ القاسم عندما تؤخذ قيم المقارنة بغض النظر عن تحقق الشرط c (طول المتجه يساوي 1 اي شرط الطبيعية) في حين يشترط ان تكون $\underline{X}_j$ تمثل مقارنة طبيعية كشرط لتجزئة مجموع المربعات الى مركباتها الاساسية .

مع ملاحظة ان المعادلتين (12) و (13) اكثر استعمالاً في تحليل تباين التجارب العاملية الكاملة ، بغية التخلص من التقريب وتسهيل العمليات الحسابية .

وبشكل عام تكون معادلة الانحدار التقديرية كما في المعادلة (14)

$$\hat{Y}_i = \overline{Y} + \sum_{j=1}^{n-1} \hat{\beta}_j X_{ji} \qquad (14)$$

وبتعويض قيم $\underline{\hat{\beta}}$ (من المعادلتين (9) و (11) في المعادلة (14) نحصل على المعادلة (15)

$$\hat{Y}_i = \overline{Y} + \left(\frac{S_{YX_1}}{r}\right) X_{1i} + \left(\frac{S_{YX_2}}{r}\right) X_{2i} + \cdots + \left(\frac{S_{YX_{m-1}}}{r}\right) X_{m-1i} \qquad (15)$$

ويكون مجموع المربعات العائد لمعادلة الانحدار التقديرية كما في المعادلة (16)

$$SS_{Reg} = \underline{\hat{\beta}}^t X^t \underline{Y} = \underline{Y}^t X (X^t X)^{-1} X^t \underline{Y} = \underline{\hat{\beta}}^t X^t \underline{Y} = \underline{Y}^t X X^t \underline{Y} \qquad 20 \quad (16)$$

$$SS_{Reg} = \frac{1}{r} [S_{YX_1} \quad S_{YX_2} \quad \dots \quad S_{YX_{k-1}}][S_{YX_1} \quad S_{YX_2} \quad \dots \quad S_{YX_{k-1}}]^T \qquad (17)$$

والتي يمكن حسابها بالطريقة الاعتيادية ، اي حساب مجموع المربعات العائدة لخط الانحدار (المعادلة (14) او المعادلة (15)) كما في المعادلة (18)

$$SS_{Reg} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{i=1}^{n} (\hat{Y}_{ik} - \overline{Y})^2 = \sum_{k=1}^{r} \sum_{i=1}^{n} \left[\sum_{j=1}^{n-1} \hat{\beta}_j \mathrm{X}_{ji} \right]^2 \qquad (18)$$

ومن المعادلة (18) نحصل على المعادلة (19) او (20) ، كما يأتي

$$SS_{Reg} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{i=1}^{n} \left[\sum_{j=1}^{n-1} \left(\hat{\beta}_j \mathrm{X}_{ji} \right)^2 \right] + \sum_{k=1}^{r} \sum_{i=1}^{n} \left[\sum_{l<j=1}^{n-1} \left(\hat{\beta}_j \hat{\beta}_l X_{li} \mathrm{X}_{ji} \right) \right]$$

$$SS_{Reg} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{j=1}^{n-1} \hat{\beta}_j^2 \left[\sum_{i=1}^{n} X_{ji}^2 \right] + \sum_{k=1}^{r} \sum_{l<j=1}^{n-1} \hat{\beta}_j \hat{\beta}_l \left[\sum_{l<j=1}^{n-1} X_{li} X_{ji} \right]$$

$$SS_{Reg} = \sum_{k=1}^{r} \sum_{j=1}^{n-1} \hat{\beta}_j^2 = r \sum_{j=1}^{n-1} \hat{\beta}_j^2 \qquad (19)$$

و إذ أن

$$\hat{\beta}_j = \frac{\sum_{k=1}^{r} \sum_{i=1}^{n} Y_{ki} \mathrm{X}_{jki}}{r} = \frac{\mathrm{S_{YX_j}}}{\mathrm{r}}, \quad \mathrm{j} = 1, 2, \dots, n-1$$

$$SS_{Reg} = \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{n-1} S_{YX_j}^2 = \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{n-1} SS_{YX_j} \qquad (20)$$

وفي الحالة التي يكون فيها عاملان في التجربة العاملية الكاملة ، مثل X_1 وله n من المستويات و X_2 وله m من المستويات فان عدد المعالجات الكلية في التجربة هو $n \times m$ ومنها يمكن الحصول على $n \times m - 1$ من المركبات (في تحليل الانحدار تمثل الحدود) ، تشكل $n - 1$ من هذه المركبات مركبات العامل X_1 ، فيما تشكل $m - 1$ من هذه المركبات مركبات العامل X_2 ، وتشكل بقية المركبات وعددها $(n-1) \times (m-1) = n \times m - n - m + 1$ المركبات العائدة لتفاعل العاملين X_1 و X_2 .

من اجل عدم التداخل بين رموز المركبات العائدة لكل من المتغيرين X_1 و X_2 ، سيتم استبدال المركبات المتعامدة لكل من العاملين X_1 و X_2 بالرمز ψ والرمز ϕ على الترتيب .

وبذلك فان معادلة الانحدار التي تمثل العلاقة بين المتغير المعتمد Y والمتغيرين التوضيحيين ψ و ϕ يمكن كتابتها كما في المعادلة (21)

$$Y_{ijk} = \mu + \beta_1\psi_{1i} + \cdots + \beta_{n-1}\psi_{n-1i} + \lambda_1\phi_{ij} + \cdots + \lambda_{m-1}\phi_{m-1j} + \alpha_{11}\rho_{11ij} + \cdots + \alpha_{(n-1)(m-1)}\rho_{(n-1)(m-1)ij} + e_{ijk} \qquad 25 \quad (21)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n \;, \qquad j = 1, 2, \ldots, m \;, \qquad k = 1, 2, \ldots, r$$

إذ تمثل

ρ_{ij} القيمة ij الناتجة عن حاصل ضرب القيمة i من المركبة ψ بالقيمة j من المركبة ϕ .

ψ_i المركبة i للعامل X_1

ϕ_j المركبة j للعامل X_2

β_i معلمة المركبة i العائدة للعامل X_1

λ_j معلمة المركبة j العائدة للعامل X_2

α_{ij} معلمة تفاعل المركبتين i, j العائدة لتأثير تفاعل العاملين X_1, X_2

وباستعمال طريقة المربعات الصغرى ، يمكن البرهنة على أن

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}}{n.m.r} = \bar{Y} \qquad (22)$$

$$\hat{\beta}_l = \frac{\sum_{i=1}^{n} \psi_{li} \left[\sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}\right]}{m.r} = \frac{S_{Y\psi_l}}{m.r} \quad , l = i, 2, \dots, n-1 \qquad (23)$$

$$\hat{\lambda}_t = \frac{\sum_{j=1}^{m} \phi_{tj} \left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}\right]}{n.r} = \frac{S_{Y\phi_t}}{n.r} \quad , t = 1, 2, \dots, m-1 \qquad (24)$$

$$\hat{\alpha}_{lt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \rho_{lt,ij} \left[\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}\right]}{r} = \frac{S_{Y\rho_{lt}}}{r} , \qquad (25)$$

بناءً على ذلك فان معادلة الانحدار التقديرية ستكون كما في المعادلة (26)

$$\hat{Y}_{ijk} = \overline{Y} + \sum_{l=1}^{n-1} \hat{\beta}_l \psi_{li} + \sum_{t=1}^{m-1} \hat{\lambda}_t \phi_{tj} + \cdots + \sum_{l=1}^{n-1} \sum_{t=1}^{m-1} \hat{\alpha}_{lt} \rho_{ij} \qquad (26)$$

وإذ أن

$$SS_{Reg} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{r} (\hat{Y}_{ijk} - \overline{Y})^2 \qquad (27)$$

وبتعويض قيم المعادلات (22) الى (25) في المعادلة (27) وتبسيط العمليات الحسابية نحصل على المعادلة (28)

$$SS_{Reg} = r.m. \sum_{l=1}^{n-1} \hat{\beta}_i^2 + r.n. \sum_{t=1}^{m-1} \hat{\lambda}_j^2 + r. \sum_{l=1}^{n-1} \sum_{t=1}^{m-1} \hat{\alpha}_{ij}^2 \qquad (28)$$

وبتعويض المعادلات (23) و (24) و (25) في المعادلة (28) نحصل على المعادلة (29)

$$SS_{Reg} = \sum_{l=1}^{n-1} \frac{\left[S_{Y\psi_l}\right]^2}{r.m} + \sum_{t=1}^{m-1} \frac{\left[S_{Y\phi_t}\right]^2}{r.n} + \sum_{l=1}^{n-1} \sum_{t=1}^{m-1} \frac{\left[S_{Y\rho_{lt}}\right]^2}{r} \qquad (29)$$

اي ان

$$SS_{Reg.} = \sum_{l=1}^{n-1} SS_{Y\psi_l} + \sum_{t=1}^{m-1} SS_{Y\phi_t} + \sum_{l=1}^{n-1} \sum_{t=1}^{m-1} SS_{Y\psi_l\phi_t} \quad , \qquad (30)$$

اذ ان

$$SS_{Reg\ due\ to\ X_1} = \sum_{l=1}^{n-1} SS_{Y\psi_l}$$

$$SS_{Reg\ due\ to\ X_2} = \sum_{t=1}^{m-1} SS_{Y\phi_t}$$

$$SS_{Reg\ due\ to\ X_1,X_2} = \sum_{l=1}^{n-1}\sum_{t=1}^{m-1} SS_{Y\psi_l\phi_t}$$

التجارب العاملية الكاملة

هي تلك التجارب التي يدخل فيها العامل (المعالجة) الى التجربة بتراكيزه (مستوياته) كافة . فاذا كان لدينا اكثر من عامل واحد ؛ فان عدد المعالجات الكلية التي يجري عليها التجريب يكون مساوياً لحاصل ضرب عدد مستويات العوامل الداخلة في التجربة . إذ يهتم هذا البحث بدراسة التجارب العاملية ذات العامل الواحد او التجارب ذات العاملين والتي يكون فيها المدى بين اي تركيز والتركيز الذي يليه متساوياً .

التجربة العاملية ذات العاملين :

تتميز هذه التجارب بوجود عاملين (معالجتين) ذات مستويات (تراكيز) متعددة لكل عامل ، يرغب الباحث بدراسة افضل تركيز لهاتين المعالجتين في آن واحد ، يعطي قيمة امثليه للاستجابة .

اذا افترضنا ان العامل A له n من التراكيز ، والعامل B له m من التراكيز فيمكن تجزئة مجموع المربعات العائد للعامل A الى $1 - n$ من المركبات المتعامدة ، وتجزئة مجموع المربعات العائد للعامل B الى $1 - m$ من المركبات المتعامدة ، وتجزئة مجموع المربعات العائد لتفاعل العامل A والعامل B الى $(n-1)\times(m-1)$ من المركبات المتعامدة .

يتكون مجموع المربعات العائد للمعالجات من مجموع المربعات العائد للعامل A والعامل B وتفاعل العاملين A و B .

فاذا رمزنا الى مجموع المربعات العائد للعامل B بالرمز SS_B ومجموع المربعات العائد لمركبات العامل B بالرموز $SS_{b_1}, SS_{b_2}, SS_{b_3}, \dots, SS_{a_{m-1}}$ ولتفاعل العاملين A و B بالرمز SS_{AB} ولتفاعل مركبات العاملين A و B بالرموز $SS_{a_1b_1}$ ، $SS_{a_1b_2}$ ، $SS_{a_2b_1}$ ، $SS_{a_2b_2}$ ، … ، $SS_{a_{n-1}b_{m-1}}$ فان

$$SS_B = SS_{b_1} + SS_{b_2} + SS_{b_3} + \dots + SS_{b_{m-1}} \qquad (31)$$

$$SS_{AB} = SS_{a_1b_1} + SS_{a_1b_2} + SS_{a_2b_1} + SS_{a_2b_2} + \dots + SS_{a_{n-1}b_{m-1}} \qquad 42\ (32)$$

$$SS_{Treat} = SS_A + SS_B + SS_{AB} \qquad (33)$$

يمكن تبسيط العمليات الحسابية عن طريق إدراج المقارنات المتعامدة للعاملين مع الجدول وتبيان شكل الجدول الذي يسمح بحساب مجموع المربعات العائد لكل مركبة لعامل معين او تفاعل مركبتين كل واحدة من عامل ، كما في الجدول 1

الجدول 1

الجدول الموسع الذي يتضمن المركبات المتعامدة للعاملين ومجموع التأثير العائد لكل مركبة

	Z_1	Z_2	Z_3	…	Z_m	sum X	ψ_1	ψ_2	ψ_3	…	ψ_{n-1}
X_1	$Y_{11.}$	$Y_{21.}$	$Y_{31.}$	…	$Y_{m1.}$	$Y_{.1.}$	ψ_{11}	ψ_{21}	ψ_{31}	…	$\psi_{n-1,1}$
X_2	$Y_{12.}$	$Y_{22.}$	$Y_{32.}$	…	$Y_{m2.}$	$Y_{.2.}$	ψ_{12}	ψ_{22}	ψ_{32}	…	$\psi_{n-1,2}$
X_3	$Y_{13.}$	$Y_{23.}$	$Y_{33.}$	…	$Y_{m3.}$	$Y_{.3.}$	ψ_{13}	ψ_{23}	ψ_{33}	…	$\psi_{n-1,3}$
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
X_n	$Y_{1n.}$	$Y_{2n.}$	$Y_{3n.}$	…	$Y_{mn.}$	$Y_{.n.}$	ψ_{1n}	ψ_{2n}	ψ_{3n}	…	$\psi_{n-1,n}$
sum Z	$Y_{1..}$	$Y_{2..}$	$Y_{3..}$	…	$Y_{m..}$	$Y_{...}$	$S_{Y\psi 1}$	$S_{Y\psi 2}$	$S_{Y\psi 3}$	…	$S_{y\psi n-1}$
ϕ_1	ϕ_{11}	ϕ_{12}	ϕ_{13}	…	ϕ_{1m}	$S_{Y\phi 1}$	$S_{Y\phi 1\psi 1}$	$S_{Y\phi 1\psi 2}$	$S_{Y\phi 1\psi 3}$	…	$S_{Y\phi 1\psi n-1}$
ϕ_2	ϕ_{21}	ϕ_{22}	ϕ_{23}	…	ϕ_{2m}	$S_{Y\phi 2}$	$S_{Y\phi 2\psi 1}$	$S_{Y\phi 2\psi 2}$	$S_{Y\phi 2\psi 3}$	…	$S_{Y\phi 2\psi n-1}$
ϕ_3	ϕ_{31}	ϕ_{32}	ϕ_{33}	…	ϕ_{3m}	$S_{Y\phi 3}$	$S_{Y\phi 3\psi 1}$	$S_{Y\phi 3\psi 2}$	$S_{Y\phi 3\psi 3}$	…	$S_{Y\phi 3\psi n-1}$
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
ϕ_{m-1}	$\phi_{m-1,1}$	$\phi_{m-1,2}$	$\phi_{m-1,3}$	…	$\phi_{m-1,n}$	$S_{y\phi m-1}$	$S_{y\phi m-1\psi 1}$	$S_{y\phi m-1\psi 2}$	$S_{y\phi m-1\psi 3}$	…	$S_{y\phi m-1\psi n}$

إذ

$$S_{Y\psi_l} = \sum_{i=1}^{n} Y_{.i.}\psi_{li} \qquad (34)$$

$$S_{Y\Phi_t} = \sum_{j=1}^{n} Y_{j..}\Phi_{tj} \qquad (35)$$

$$S_{Y\psi_l\Phi_t} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \psi_{li} Y_{ij.}\Phi_{jt} \qquad (36)$$

$$SS_{Y\psi_l} = \frac{\left[S_{Y\psi_l}\right]^2}{m.r} = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} Y_{.i.}\psi_{li}\right]^2}{m.r} \qquad (37)$$

$$SS_{Y\phi_t} = \frac{\left[S_{Y\phi_t}\right]^2}{n.r} = \frac{\left[\sum_{j=1}^{m} Y_{j..}\psi_{jt}\right]^2}{n.r} \qquad (38)$$

$$SS_{Y\psi_l\phi_t} = \frac{\left[S_{Y\psi_l\phi_t}\right]^2}{r} = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \psi_{li}Y_{ij.}\phi_{jt}\right]^2}{r} \qquad (39)$$

$$SS_A = \sum_{l=1}^{n-1} SS_{Y\psi_l} \qquad (40)$$

$$SS_B = \sum_{t=1}^{m-1} SS_{Y\phi_t} \qquad (41)$$

$$SS_{AB} = \sum_{l=1}^{n-1}\sum_{t=1}^{m-1} SS_{Y\psi_l\phi_t} \qquad (42)$$

$$SS_{Treat} = SS_A + SS_B + SS_{AB} \qquad (43)$$

$$SS_{Treat} = \sum_{l=1}^{n-1} SS_{Y\psi_l} + \sum_{t=1}^{m-1} SS_{Y\phi_t} + \sum_{l=1}^{n-1}\sum_{t=1}^{m-1} SS_{Y\psi_l\phi_t} \qquad (44)$$

ومن مقارنة المعادلتين (30) و (44) نجد أن

$$SS_{Treat} = SS_{Reg} \qquad (45)$$

وإذ أن مجموع المربعات الكلية هو نفسه في حالتي تحليل تباين الانحدار وتحليل تباين التجارب العاملية الكاملة ، فان مجموع المربعات العائد للخطأ متساوي في الحالتين ، لكونه يمثل الفرق بين مجموع المربعات الكلية ومجموع المربعات العائد لخط

الانحدار من جهة ، والفرق بين مجموع المربعات الكلية ومجموع المربعات العائد للمعالجات من الجهة الاخرى . والجدول 6 يمثل المقارنة بين الحالتين .

الجدول 2

المقارنة بين تحليل الانحدار وتحليل التجارب العاملية الكاملة

Regression			Factorial design		
S.V	SS	DF	S.V	SS	DF
Reg.	$SS_{Y\psi l} + SS_{Y\phi t} + SS_{Y\psi l\phi t}$		Treat	$SS_{Y\psi l} + SS_{Y\phi t} + SS_{Y\psi l\phi t}$	
X_1	$SS_{Y\psi l}$	$n-1$	A	$SS_{Y\psi l}$	$n-1$
ψ_1	$SS_{Y\psi 1}$	1	ψ_1	$SS_{Y\psi 1}$	1
ψ_2	$SS_{Y\psi 2}$	1	ψ_2	$SS_{Y\psi 2}$	1
…	…	…	…	…	…
ψ_{n-1}	$SS_{Y\psi n-1}$	1	ψ_{n-1}	$SS_{Y\psi n-1}$	1
X_2	$SS_{Y\phi t}$	$m-1$	B	$SS_{Y\phi t}$	$m-1$
ϕ_1	$SS_{Y\phi 1}$	1	ϕ_1	$SS_{Y\phi 1}$	1
ϕ_2	$SS_{Y\phi 2}$	1	ϕ_2	$SS_{Y\phi 2}$	1
	…	…		…	…
ϕ_{m-1}	$SS_{Y\phi m-1}$	1	ϕ_{m-1}	$SS_{Y\phi m-1}$	1
X_1X_2	$SS_{Y\psi l\phi t}$	$Nm-n-m+1$	AB	$SS_{Y\psi l\phi t}$	$Nm-n-m+1$
$\psi_1\phi_1$	$SS_{Y\psi 1\phi 1}$	1	$\psi_1\phi_1$	$SS_{Y\psi 1\phi 1}$	1
$\psi_1\phi_2$	$SS_{Y\psi 1\phi 2}$	1	$\psi_1\phi_2$	$SS_{Y\psi 1\phi 2}$	1
		…			…
$\psi_{n-1}\phi_{m-1}$	$SS_{Y\psi n-1\phi m-1}$	1	$\psi_{n-1}\phi_{m-1}$	$SS_{Y\psi n-1\phi m-1}$	1
Error	$SS_{Total} - SS_{Reg.}$	$n.m.(r-1)$	Error	$SS_{Total} - SS_{Treat}$	$n.m.(r-1)$
Total	SS_{Total}	$r.n.m-1$	Total	SS_{Total}	$r.n.m-1$

والسؤال المهم الذي في هذا الموضوع هو مدى الافادة من هذه المقارنة بعد إن ثبت أن مجموع المربعات العائد للمعالجات وذلك العائد للانحدار متساوي ؟ لاسيما وأن مجموع المربعات العائد للمقارنات المتعامدة في حالتي الانحدار والتصميم متساوي ايضا .
تتجلى اهمية هذه المقارنة بالنقاط الآتية :

1 – من ملاحظة المعادلات (19) و (20) ، وكذلك المعادلات (23) ، (24) و (25) نجد أن هنالك علاقة تامة بين الموضوعين، ففي حالة المتغير (العامل) الواحد فان

$$\hat{\beta}_j = \frac{\sum_{k=1}^{r}\sum_{i=1}^{n} Y_{ki}X_{jki}}{r} = \frac{S_{YX_j}}{r}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$

وان مجموع المربعات العائد للمركبة j هو

$$SS_{due\ to\ X_j} = \frac{SS_{YX_j}}{r} = \frac{\left[S_{YX_j}\right]^2}{r} = r.\hat{\beta}_j^2$$

وفي حالة المتغيرين (العاملين) فان

$$\hat{\beta}_l = \frac{\sum_{i=1}^{n}\psi_{li}\left[\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}\right]}{m.r} = \frac{S_{Y\psi_l}}{m.r} \quad ,l = i, 2, \dots, n-1$$

وان مجموع المربعات العائد للمركبة l العائدة للعامل A هو

$$SS_{due\ to\ \psi_l} = \frac{SS_{YX\psi_l}}{r.m} = \frac{\left[S_{Y\psi_l}\right]^2}{r.m} = r.m.\hat{\beta}_l^2$$

وان

$$\hat{\lambda}_t = \frac{\sum_{j=1}^{m}\Phi_{tj}\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}\right]}{n.r} = \frac{S_{Y\Phi_t}}{n.r} \quad ,t = 1, 2, \dots, m-1$$

وان مجموع المربعات العائد للمركبة t العائدة للعامل B هو

$$SS_{due\ to\ B_t} = \frac{SS_{Y\Phi_t}}{r.m} = \frac{\left[S_{Y\Phi_t}\right]^2}{r.m} = r.n.\hat{\lambda}_t^2$$

وان

$$\hat{\alpha}_{lt} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\rho_{lt,ij}\left[\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}\right]}{r} = \frac{S_{Y\rho_{lt}}}{r},$$

وان مجموع المربعات العائد لتفاعل المركبة l من العامل A والمركبة t العائدة للعامل B هو

$$SS_{due\ to\ A_l\ B_t} = \frac{SS_{Y\psi_l\Phi_t}}{r} = \frac{\left[S_{Y\psi_l\Phi_t}\right]^2}{r} = r.\hat{\alpha}_{lt}^2$$

2 – ان اختبار معنوية المركبات الرئيسة للعامل وتفاعل مركبات العاملين يعطي مؤشرا واضحا عن شكل معادلة الانحدار التقديرية التي تمثل العلاقة بين مستويات العاملين والاستجابة . اذ ان عدم معنوية تأثير اي مركبة رئيسة او تفاعل لمركبتين يشير الى عدم ادخال هذه الحدود في معادلة الانحدار

3 – ونظراً لكون جميع المركبات الرئيسة والتفاعلات متعامدة طبيعيا ، بذلك يمكن اهمال مجموع المربعات العائد لأي مركبة رئيسة او تفاعل لم يجتز اختبار المعنوية دون الحاجة الى اعادة تقدير معادلة الانحدار من جديد .

4 – في حالة عدم معنوية بعض المركبات او التفاعلات ، فان ذلك لا يعني اهمال بعض الحدود من الانموذج بقدر ما يمثل ذلك اعطاء وزناً مختلفاً لتلك المركبة او التفاعل .

الجانب التطبيقي

يهتم هذا الفصل بتطبيق العلاقات التي تم التوصل اليها في الفصل النظري ، من اجل تطبيقها ومقارنة النتائج ومدى الافادة من هذه العلاقات في بناء انموذج الانحدار المطلوب .

تمت الاستعانة بالحزمة البرامجية $RANDBETWEEN(5;30)$ في نظام $EXCEL$ لتوليد قيم الاستجابة لتجربة عاملية كاملة فيها عاملان هما العامل A وله اربع مستويات والعامل B وله اربع مستويات ايضا ، كررت التجربة ثلاث مرات إذ تم الحصول على النتائج كما في الجدول 3.

الجدول 3القيم التي تم توليدها للتجربة العاملية

	A1	A2	A3	A4
B1	9	16	15	10
B2	16	23	20	14
B3	8	11	17	15
B4	7	7	12	8
	A1	A2	A3	A4
B1	7	12	19	12
B2	17	29	23	15
B3	11	10	19	13
B4	8	16	14	12
	A1	A2	A3	A4
B1	14	16	17	11
B2	10	29	21	18
B3	8	30	20	10
B4	5	12	15	5

اولاً : تحليل التباين للتجربة العاملية الكاملة للجانب التطبيقي

بعد جمع المكررات في جدول واحد واضافة قيم المقارنات المتعامدة الى الجدول وحساب مجموع التأثيرات للمركبات الرئيسة وتفاعلاتها ، حصلنا على الجدول 4 .

الجدول 4مجموع التأثيرات للمركبات الرئيسة وتفاعلاتها

	A1	A2	A3	A4	SUM B	$\phi 1$	$\phi 2$	$\phi 3$
B1	30	44	51	33	158	−0.671	0.5	0.224
B2	43	81	64	47	235	−0.224	−0.5	−0.671
B3	27	51	56	38	172	0.224	−0.5	0.671
B4	20	35	41	25	121	0.671	0.5	−0.224
SUM A	120	211	212	143	686	−38.939	−64	−33.985
$\psi 1$	−0.671	−0.224	0.224	0.671	15.657	2.906178	0.4515	6.207943
$\psi 2$	0.5	−0.5	−0.5	0.5	−80	1.7915	8.5	4.2495
$\psi 3$	0.224	−0.671	0.671	−0.224	−4.481	2.204607	9.1715	9.10383

ومن الجدول 8 ، فان ؛

1. مجموع المربعات العائد للعامل A ومركبات التعامد الطبيعي التابعة له هي الاتي

$$SS_{Y\psi_1} = \frac{[15.657]^2}{3.4} = 20.428$$

$$SS_{Y\psi_2} = \frac{[-80]^2}{3.4} = 533.33$$

$$SS_{Y\psi_3} = \frac{[-4.481]^2}{3.4} = 1.673$$

ومنها فان

$$SS_A = 20.428 + 533.33 + 1.673 = 555.435$$

2. وان مجموع المربعات العائد للعامل B ومركبات التعامد الطبيعي التابعة له هي الاتي

$$SS_{Y\phi_1} = \frac{[-38.939]^2}{3.4} = 126.35$$

$$SS_{Y\phi_2} = \frac{[-64]^2}{3.4} = 341.333$$

$$SS_{Y\phi_3} = \frac{[-33.985]^2}{3.4} = 96.248$$

ومنها فان

$$SS_B = 126.35 + 341.333 + 96.248 = 563.9355$$

3. وان مجموع المربعات العائد لتفاعل مركبات التعامد الطبيعي للعامل A مع مركبات التعامد الطبيعي للعامل B هي الاتي

$$SS_{Y\psi_1\phi_1} = \frac{[2.906]^2}{3} = 2.81529$$

$$SS_{Y\psi_1\phi_2} = \frac{[0.4515]^2}{3} = 0.06795$$

$$SS_{Y\psi_1\phi_3} = \frac{[6.2079]^2}{3} = 12.846$$

$$SS_{Y\psi_2\phi_1} = \frac{[1.7915]^2}{3} = 1.0698$$

$$SS_{Y\psi_2\phi_2} = \frac{[8.5]^2}{3} = 24.083$$
$$SS_{Y\psi_2\phi_3} = \frac{[4.2495]^2}{3} = 6.019$$
$$SS_{Y\psi_3\phi_1} = \frac{[2.2046]^2}{3} = 1.62$$
$$SS_{Y\psi_3\phi_2} = \frac{[9.1715]^2}{3} = 28.0388$$
$$SS_{Y\psi_3\phi_3} = \frac{[9.1038]^2}{3} = 27.62657$$

ومنها فان

$$SS_{AB} = 104.18747$$

وبهذا يكون جدول تحليل التباين للتجربة العاملية الكاملة كما في الجدول 5 .

الجدول 5تحليل التباين للتجربة العاملية الكاملة

SV		SS	DF	MS	F	P
Treat		1223.56	15	81.57	5.62	0.00002
A		563.94	3	187.98	12.96	0.00001
	a1	126.35	1	126.35	8.71	0.00589
	a2	341.33	1	341.33	23.52	0.00003
	a3	96.25	1	96.25	6.63	0.01483
B		555.44	3	185.15	12.76	0.00001
	b1	20.43	1	15.66	1.08	0.24412
	b2	533.33	1	−80.00	−5.51	0.00000
	b3	1.67	1	−4.48	−0.31	0.73664
AB		104.19	9	11.58	0.80	0.62083
	AB11	2.82	1	2.82	0.19	0.66229
	AB12	0.07	1	0.07	0.00	0.94506
	AB13	12.85	1	12.85	0.89	0.35372
	AB21	1.07	1	1.07	0.07	0.78771
	AB22	24.08	1	24.08	1.66	0.20690
	AB23	6.02	1	6.02	0.41	0.52409
	AB31	1.62	1	1.62	0.11	0.74046

	AB32	28.04	1	28.04	1.93	0.17408
	AB33	27.63	1	27.63	1.90	0.17717
Error		464.36	32	14.51		
Total		1687.92	47			

يظهر في الجدول 5 معنويات المركبات الرئيسة للعامل A (الاولى والثانية والثالثة) بينما كانت المركبة الرئيسة الاولى والثالثة للعامل B غير معنوية . في الوقت الذي كان لتفاعل مركبات العاملين تأثير غير معنوي في . وهذا يعني ان المركبات التي ستدخل في معادلة الانحدار التقديرية هي :

- المركبات الرئيسة للعامل A
- والمركبة الثانية للعامل B

4. كما يمكن ايجاد قيم معلمات الانحدار من الجدول 8 كما يأتي

أ- المتوسط العام

$$\overline{Y} = \frac{686}{3*4*4} = 14.29$$

ب- معلمات الانحدار التابعة لمركبات العامل A

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{Y\psi_1}}{m*r} = \frac{15.66}{3*4} = 1.30$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{S_{Y\psi_2}}{m*r} = \frac{-80.00}{3*4} = -6.67$$

$$\hat{\beta}_3 = \frac{S_{Y\psi_3}}{m*r} = \frac{-4.48}{3*4} = -0.37$$

ت- معلمات الانحدار التابعة لمركبات العامل B

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{S_{Y\phi_1}}{m.r} = \frac{-38.94}{3*4} = -3.24$$

$$\hat{\lambda}_2 = \frac{S_{Y\phi_2}}{m.r} = \frac{-64.00}{3*4} = -5.33$$

$$\hat{\lambda}_3 = \frac{S_{Y\phi_3}}{m.r} = \frac{-33.99}{3*4} = -2.83$$

ث- معلمات الانحدار التابعة لتفاعل مركبات العامل A ومركبات العامل B

$$\hat{\alpha}_{11} = \frac{S_{Y\rho_{11}}}{r} = \frac{2.91}{3} = 0.97$$
$$\hat{\alpha}_{12} = \frac{S_{Y\rho_{12}}}{r} = \frac{0.45}{3} = 0.15$$
$$\hat{\alpha}_{13} = \frac{S_{Y\rho_{13}}}{r} = \frac{6.21}{3} = 2.07$$
$$\hat{\alpha}_{21} = \frac{S_{Y\rho_{21}}}{r} = \frac{1.79}{3} = 0.60$$
$$\hat{\alpha}_{22} = \frac{S_{Y\rho_{22}}}{r} = \frac{8.50}{3} = 2.83$$
$$\hat{\alpha}_{23} = \frac{S_{Y\rho_{23}}}{r} = \frac{4.25}{3} = 1.42$$
$$\hat{\alpha}_{31} = \frac{S_{Y\rho_{31}}}{r} = \frac{2.20}{3} = 0.73$$
$$\hat{\alpha}_{32} = \frac{S_{Y\rho_{32}}}{r} = \frac{9.17}{3} = 3.06$$
$$\hat{\alpha}_{33} = \frac{S_{Y\rho_{33}}}{r} = \frac{9.10}{3} = 3.03$$

وبذلك تكون معادلة الانحدار التقديرية

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{ijk} = 14.29 &+ 1.30\psi_1 - 6.67\psi_2 - 0.37\psi_3 \\ &-3.24\phi_1 - 5.33\phi_2 - 2.83\phi_3 \\ &+0.97\psi_1\phi_1 + 0.15\psi_1\phi_2 + 2.07\psi_1\phi_3 \\ &+0.60\psi_2\phi_1 + 2.83\psi_2\phi_2 + 1.42\psi_2\phi_3 \\ &+0.73\psi_3\phi_1 + 3.06\psi_3\phi_2 + 3.03\psi_3\phi_3 \qquad 46\end{aligned}$$

مع الملاحظة ان المعادلة (28) تعطي مجموع المربعات العائد للانحدار نفسها .

ثانياً : تحليل الانحدار للتجربة العاملية الكاملة

يمكن اعادة ترتيب البيانات بما ينسجم وعملية تحليل الانحدار ضمن الحزم البرامجية المتاحة ، إذ تم استعمال حزمة تحليل البيانات – الانحدار في نظام $EXCELE$ وعليه وضعت البيانات كما في الجدول 1 الملحق .

وقد حصلنا على النتائج الأتية :

1. جدول تحليل التباين

يمثل الجدول (6) جدول تحليل تباين الانحدار للتجربة العاملية الكاملة، وهو يماثل جدول تحليل التباين الخاص بالتجربة العاملية الكاملة فيما يتعلق بالمعالجات والخطأ .

الجدول 6تحليل التباين لمعادلة الانحدار التقديرية

ANOVA					
	SS	*df*	*MS*	*F*	*P-VALUE*
Regression	1223.25	15	81.55	5.62	2.13837E-05
Residual	464.67	32	14.52		
Total	1687.92	47			

2. تقدير معلمات الانحدار

يمثل الجدول (7) القيم التقديرية لمعلمات معادلة الانحدار للتجربة العاملية الكاملة ، وهو يماثل القيم التي حصلنا عليها سابقا (النقطة 4 من اولا) .

الجدول (7)القيم التقديرية لمعلمات معادلة الانحدار للتجربة العاملية الكاملة

	Coef.	*Sd*	*P-value*
Intercept	14.29	0.55	4.41985E-23
x1	-3.24	1.10	0.00592014
x2	-5.33	1.10	3.08645E-05
x3	-2.83	1.10	0.014905856
z1	1.30	1.10	0.244506719
z2	-6.67	1.10	9.11352E-07
z3	-0.37	1.10	0.736586695
X1Z1	0.97	2.20	0.662930472
X1Z2	0.60	2.20	0.787668902
X1Z3	0.73	2.20	0.741211035
X2Z1	0.15	2.20	0.945909732
X2Z2	2.83	2.20	0.207036741
X2Z3	3.05	2.20	0.17442372
X3Z1	2.06	2.20	0.354678681
X3Z2	1.42	2.20	0.524435759
X3Z3	3.03	2.20	0.177708844

3. فضلا عن ذلك تم تقدير معادلة الانحدار لكل مركبة من مركبات العامل A على انفراد ، وكذا الحال بالنسبة للعامل B وكذلك لتفاعلات مركبات العاملين ، وكانت النتائج هي نفسها بالنسبة للقيم التقديرية للمعلمات ، ومجموع المربعات العائد لكل مركبة او تفاعل ، وكذلك قيمة احتمال الخطأ من النوع الاول الخاص برفض معنوية المعلمة التقديرية في معادلة الانحدار او معنوية مساهمة مجموع المربعات العائد للمركبة او التفاعل في مجموع المربعات العائد للمعالجات .

4. إذ أن مركبات العامل A متعامدة فيما بينها ، وكذلك الحال بالنسبة للعامل B وتفاعل مركبات العاملين ، عليه يمكن استبعاد اي مركبة غير معنوية في جدول تحليل التباين للتجربة العاملية الكاملة ، ودمج مجموع المربعات العائدة له مع مجموع المربعات العائد للخطأ ، للافادة من درجة الحرية، اي لزيادة درجة حرية الخطأ .

5. ان استبعاد المركبات ذات الدرجة الاقل من انموذج الانحدار ، لا يعني رفض درجة المتغير الاصلي ، ذلك لان كل مركبة لها درجة اكبر من درجة المركبة الاخرى ، تتضمن جزءا من المركبة الاقل منها درجة اعتمادا على المعادلة التي يتم بموجبها حساب معاملات المقارنات المتعامدة .

الاستنتاجات :

عن طريق ما تقدم يمكن ان نستنتج الاتي :

1- يؤدي تحليل تباين التجارب العاملية الكاملة الى تحديد معنوية او عدم معنوية المركبات الرئيسة العائدة للعوامل الداخلة في التجربة وتفاعلاتها ما يساعد بشكل اساس في تحديد درجة معادلة الانحدار التقديرية .

2- ان المركبات العائدة لكل عامل في التجربة العاملية الكاملة تكون متعامدة ومن ثمَ فأن مجموع المربعات العائد لكل عامل هو مجموع المربعات العائدة لكل مركبات ذلك العامل وكذلك الحال بالنسبة لتفاعل مركبات جميع العوامل الداخلة في التجربة . عليه فأن استبعاد تأثير اي مركبة او تفاعلات مركبتين او اكثر يقابله استبعاد درجة مددة من معادلة الانحدار التقديرية .

3- ان مجموع المربعات العائدة لمركبة معينة او تفاعل مركبتين او اكثر في تحليل تباين الانحدار في التجارب العاملية الكاملة يساوي مجموع المركبات المقابلة لها المتمثلة بدرجة معينة او تفاعل بين درجتين او اكثر للمتغيرات الداخلة في تقدير معادلة الانحدار .

4- يمكن تقدير معلمات معادلة الانحدار مباشرة عن طريق جدول حساب مجموع التأثيرات العائد لكل مركبة او تفاعل .

5- اظهر التحليل الاحصائي لبيانات افتراضية تطابق نتائج تحليل التباين في الطريقتين الامر الذي يؤكد بأن المقدرات يمكن الاعتماد عليها في التطبيقات العملية والنظرية .

التوصيات :

بناءً على ما تقدم توصي الرسالة بما يلي

1. استعمال جدول تحليل التباين في التجارب العاملية قبل الشروع باستعمال جدول تحليل التباين في تحليل الانحدار (لأنه يسهم بتقليل عدد المركبات) ومن ثم (تقليل درجة متعدد المتغيرات) وهو ما يؤدي الى زيادة درجة حرية الخطأ ، اما استخدام جدول تحليل التباين في تحليل الانحدار فهو يرتبط بدراسة الاعتمادية لمتغير معين (يسمى المتغير المعتمد) ، على متغير (أو متغيرات أخرى) تسمى (المتغيرات التوضيحية) بهدف الحصول على تقديرات المعلمات لإمكان الاستدلال على أهمية وقوة

العلاقة بين المتغيرات ، والتنبؤ بمتوسط المجتمع للمتغير المعتمد بدلالة قيم معلومة (ثابتة) للمتغير (أو متغيرات) التوضيحية بتكرار العينة ، ولتحليل البيانات التي تحتوي على متغيرين فأكثر عندما يكون الهدف هو اكتشاف طبيعة هذه العلاقة ، وهو أكثر الطرق استعمالاً في مختلف العلوم لأنه يصف العلاقة بين المتغيرات على هيأة معادلة ، ويمكن السيطرة على قيم المتغير المعتمد وذلك بتغير قيم المتغيرات التوضيحية .

2. إذا أريد معرفة تأثير عاملين أو أكثر في إحدى الظواهر أو في صفة محددة مدروسة فيمكن للمجرب أو الباحث أن يجري أو ينفذ تجربة بسيطة (Simple) لكل عامل ، وواضح أن هذا الإجراء يكلف جهداً ووقتاً ومالاً ومواد تجريبية ، ولابد من أن تكون العوامل مستقلة . إن هذه الحالة يمكن التغلب عليها بإجراء تجربة عاملية كاملة واحدة لجميع العوامل مرة واحدة ، إذ يمكن التخلص من صعوبات ومشاكل تكرار التجربة البسيطة لكل عامل على انفراد ، وتقليل الكلفة والجهد والوقت والمواد التجريبية .

المصادر

1. الامام ، محمد محمد الطاهر ، 2007 ، " **تصميم وتحليل التجارب** " ، ط2 ، دار المريخ للنشر بالقاهرة .

2. الخالدي ، عواد كاظم شعلان ، 1993 ، "**سطوح الاستجابة وبناء النماذج** " ، اطروحة دكتوراه فلسفة في الاحصاء ، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد .

3. الكاتب ، محمد أسامة أحمد ، 2004 ، " **تحليل الاتجاهات في التجارب العاملية** " ، رسالة ماجستير علوم في الاحصاء ، كلية علوم الحاسبات والرياضيات ، جامعة الموصل .