اشتقاق خطة المعاينة المفردة للمتغير الذي يتبع توزيع RAYLEIGH

احمد نعيم فليح* رحيم جبار ظاهر الحمزاوي**

الخلاصة

فـي هـذا البحـث قـام الباحثـان بتحديـد الصـيغ الخاصـة بخطـط المعاينـة المفـردة المسـتندة لتوزيـع Rayleigh . بالاعتماد على حد المواصفات الاعلـى L_2 مرة وعلـى حد المواصفات الادنـى L_1 مرة اخرى فضلا عن ذلك قام الباحثـان باعداد جداول خاصة يتم من خلالها تحديد معالم خطـة المعاينة المفردة . حيث تم اعدادها اعتمادا علـى كتابة برنـامج خـاص لـذلك بلغـة Q-Basic ، مـع اعطـاء مثـال عددي يوضـح كيفيـة استخدام هذه الجداول فـي تحديد معـالم خطـة المعاينـة وتحديد منطقة الرفض.

المقدمة

تعتبر خطط المعاينة من الأساليب العلمية المستخدمة في موضوع السيطرةالاحصائية على نوعية المنتجات ، فقد يواجه المختصين والعاملين في مجال السيطرة الاحصائية على النوعية في المنشات الصناعية إن إحدى الصفات المميزة لمنتج معين هي متغير يتبع توزيع Rayleigh وهذا غير مستبعد كتطبيق لهذا التوزيع في مجال السيطرة الاحصائية على النوعية وذلك لان هذا النموذج (Rayleigh model) هو حالة خاصة من توزيع Weibull حيث من المعلوم ان من اهم تطبيقات توزيع Weibull هو في مجال السيطرة على النوعية ، في هذا البحث تم اشتقاق خطط المعايتة المفردة المستندة على توزيع Rayleigh بتوفر حد المواصفات الاعلى L_2 حيث عادة ما يرغب المنتج بان يكون الحد الاعلى للمواصفات غير محدد وهذا هو المرغوب به من وجهة نظره لكن يرى Guenther [2] ان بعض المنتجات التي تدوم فترة زمنية اطول يمكن اعتبارها منتجات معيبه حيث ان بعض المستهلكين يرون ان المنتج يعمل على جعل منتوجاته تدوم اطول مما يعني ان المنتجات البديلة ستباع بكميات قليلة.

وقد اشار كل من (Thomas , Erwind and Darwin) [5] الى تحديد طريقة لكيفية تصميم خطط معاينة القبول بالاعتماد على توزيع Hyper geometric , Binomial , Poisson. كما اشار فليح[1] الى تحديد خطة المعايتة المفردة بالاعتماد على توزيع Weibull . كما اوضح Shaw [4] بعض المصطلحات والتعاريف المهمه في مجال السيطرة على النوعية ، لذلك قام الباحثان بتحديد صيغ لخطة المعايتة المفرده استنادا على توزيع

* مدرس الاحصاء في كلية الادارة والاقتصاد جامعة القادسية
** مدرس الاحصاء في كلية الادارة والاقتصاد جامعة القادسية

Rayleigh بتوفر حد المواصفات الاعلى L_2 ، فضلا عن اشتقاق صيغ خطة المعاينة المفردة المستنده على توزيع Rayleigh بتوفر حد المواصفات الادنى L_1 .

تحديد خطة المعاينة المفردة اعتمادا على توزيع Rayleigh

عادة ما يتم استخدام توزيع Weibull كنموذج للمتغيرالذي يعبر عن خاصية طول العمر لبعض المنتجات ، ومن خلال اطلاعنا على مجموعة غير قليلة من البحوث والكتب الخاصة بموضوع السيطرة الاحصائية على النوعية لم نلاحظ في أي منها تحديد معادلات ومتباينات خاصة بتوزيع Rayleigh وتهدف لايجاد خطة المعاينة المفردة لذلك قام الباحثان بالمحاولة لتحديد معالم هذه الخطة من خلال اشتقاق لبعض المعادلات والمتباينات التي تعتمد على توزيع Rayleigh بافتراض انه حاله خاصة من توزيع Weibull .

لنفرض الان ان لدينا خاصية طول العمر لمنتج معين والمعبر عنها بالمتغير (x) ولنفرض ايضا اننا كنا بصدد تحديد خطة المعاينة المفردة فان هذا يتوجب اولا اختبار حسن مطابقة المتغير (x) لتحديد نوع النموذج (دالة التوزيع) الذي نعتمد عليه في بناء خطة المعاينة . لنفرض ان المتغير (x) قد يتبع توزيع Weibull وانه قد تم تقدير معلمة القياس β ومعلمة الشكل α ووجد ان القيمة المقدرة لمعلمة الشكل α هي $(\alpha = 2)$

ان قيمة $(\alpha = 2)$تثير تساؤل مهم وهو انه عندما تكون قيمة معلمة الشكل (α) في توزيع weibull تساوي $(\alpha = 2)$ فهذا يعني ان هذا التوزيع قد تحول الى نموذج جديد[3] هو نموذج Rayleigh او توزيع Rayleigh حيث نلاحظ ان دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع Weibull هي: [1]

$$f(x;\alpha,\beta) = \alpha\beta^{-\alpha} x^{\alpha-1}\ e^{\frac{-x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}}} \qquad ;\ x \ge 0\ ,\ \alpha > 0\ \ ,\ \beta > 0 \qquad ....(1)$$

وعندما نجعل قيمة معلمة الشكل Shape parameter تساوي (2) أي انه $(\alpha = 2)$فان الدالة رقم (1) تصبح بالشكل الأتي:

$$f(x;\beta) = \frac{x}{\beta^2}\ e^{\frac{-x^2}{2\beta^2}} \qquad ;\ x \ge 0\ ,\beta > 0 \qquad ...(2)$$

وبهذا يمكننا ان نقول ان الدالة رقم (2) تمثل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع Rayleigh وبمعلمة قياس (β) أي ان

$$X \approx Rayleigh\ (\beta)$$

علما ان مقدر الامكان الاعظم لمعلمة القياس (β) هو

$$\hat{\beta} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2} \qquad ...(3)$$

هدفنا الان هو اشتقاق المتباينات الخاصة بخطة المعاينة المفردة المستندة على توزيع Rayleigh وسيتم ذلك بالشكل الاتي:

1- خطة المعاينة المفردة بتوفر حد المواصفات الاعلى (L_2)

لنفرض ان x متغير عشوائي له توزيع Weibull بالمعلمتين (α, β) اذا وفقط اذا كان المتغير x^{α} يمتلك التوزيع الاسي بالمعلمة β^{α} وعندما نفرض $(\alpha = 2)$ فهذا يعني اننا حصلنا على توزيع جديد للمتغير x هو توزيع Rayleigh وبهذا يمكن ان نفرض ان :

$$y_2 = \frac{2x^2}{\beta^2} \qquad ...(4)$$

$$y_{2n} = \frac{2n\bar{x}}{\beta^2} \qquad ...(5)$$

حيث ان

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}$$

وان المتغيرين y_2 , y_{2n} يتبعان توزيع مربع كاي وبدرجة حرية 2 , $2n$ على التوالي :

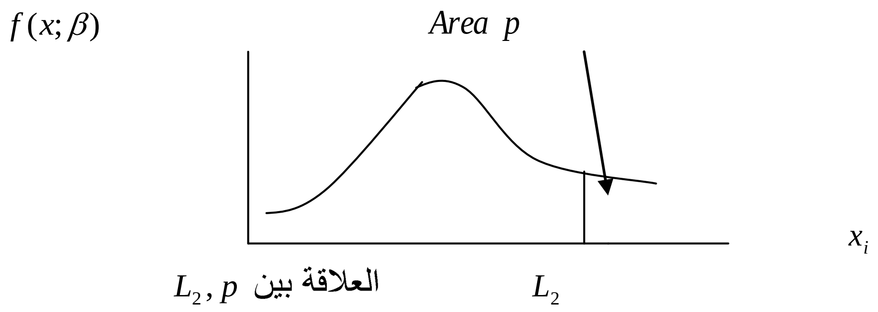
وكما تعلم بان نسبة الوحدات المعيبة في العينه المفحوصة (p) تمثل الاحتمال الاتي :

$$P = \Pr(x > L_2)$$

حيث ان L_2 هو الحد الاعلى للمواصفات

ويمكننا وصف [2] العلاقة بين النسبة (p) وحد المواصفات الاعلى (L_2) بالشكل الاتي:

شكل (1)



العلاقة بين L_2, p

من المعادلة رقم (4) نجد ان

$$\chi^2_{2;1-P} = \frac{2L_2^2}{\beta^2} \qquad ...(6)$$

وكما نعلم ان الهدف من خطة المعاينة هو تحديد فيما اذا كانت الدفعة الانتاجية (الفرضية الاحصائية) مقبولة ام لا وهذا يعني ان نحدد الفرضية الاتية:

$H_0 : \beta = \beta_0$

$H_1 : \beta = \beta_1$

حيث ان $\beta = \beta_0$ تقابل $p = p_0$ وان $\beta = \beta_1$ تقابل $p = p_1$

وعادة مايرغب متخذ القرار بقبول الفرضية H_0 لانها تفرض بوجود نسب قليلة من الوحدات المعيبة (P_0 وتقابلها β_0)

من المعادلة (5) نجد ان :

$$y_{2n} = \frac{2n\bar{x}}{\beta^2} = \frac{2\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{\beta^2} = \frac{n\bar{x}\chi^2_{2;1-p}}{L_2^2} \qquad ...(7)$$

وبهذا ترفض الفرضية H_0 عندما يكون

$$y_{2n} > \chi^2_{2n;1-\alpha_0} \qquad ...(8)$$

حيث ان α_0 تمثل مخاطرة المنتج وهي احتمال الخطا من النوع الاول .

أي ان المتباينه (8) هي بمثابة المنطقة الحرجة critical region والتي من خلالها يمكن اتخاذ قرار بشان قبول او رفض (الدفعة الانتاجية او الفرضية الاحصائية) حيث يمكننا اعادة كتابة المتباينه (8) بالشكل الاتي:

$$k_1\bar{x}^2 > L_2^2 \qquad ...(9)$$

حيث ان :

$$k_1 = \frac{n\chi^2_{2;1-p_0}}{\chi^2_{2n;1-\alpha_0}} \qquad ....(10)$$

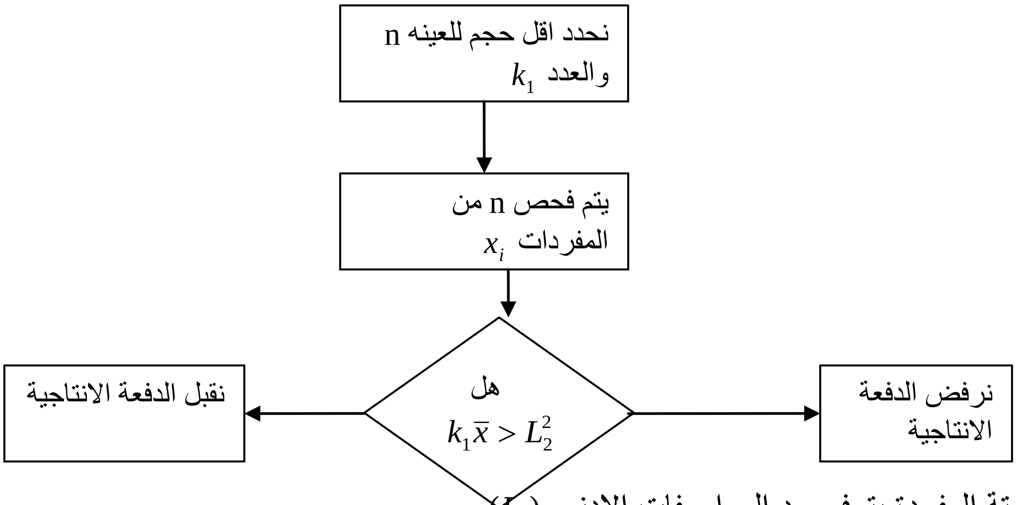
وبهذا فان احتمال رفض H_0 عندما تكون H_1 صحيحة (قوة الاختبار) هي :

$$\text{Power of the test} = \Pr\left(y_{2n} > \frac{\chi^2_{2;1-p}}{\chi_{2;1-p_0}} . \chi^2_{2n;1-\alpha_0}\right) \qquad ...(11)$$

ولكي تكون قو الاختبار اصغر من او تساوي $1-\beta^*$ عندما $(1-p = 1-p_1)$ يجب ان تتحقق المتباينة الاتية:

$$\frac{\chi^2_{2;1-p_1}}{\chi^2_{2;1-p_0}}\chi^2_{2n;1-\alpha_0} \leq \chi^2_{2n;1-\beta^*} \qquad ...(12)$$

حيث ان β^* تمثل احتمال حدوث الخطأ من النوع الثاني وتمثل في موضوع السيطرة النوعية احتمال قبول الدفعة الانتاجية غير الجيدة. ان المعادلة (12) يمكن الاعتماد عليها في تحديد احد معالم خطة المعاينة المفردة المتمثل بحجم العينه الامثل n اي اقل حجم للعينه المطلوب فحصها بهدف اتخاذ القرار المناسب بشأن قبول او رفض (الدفعة الانتاجية او الفرضية الاحصائية). وبهذا فان المخطط الانسيابي Flow chart لخطة المعاينة المفردة بتوفر حد المواصفات الاعلى L_2 يكون بالشكل الاتي :



خطة المعاينة المفردة بتوفر حد المواصفات الادنى (L_1)

لو كان الهدف ايجاد خطة المعاينة المفردة المستندة على توزيع Rayleigh عندما تتوفر معلومات فقط عن حد المواصفات الادنى (L_1)فان خطة المعاينة المفردة يمكن وصفها من تحديد المتباينة التي يتم من خلالها تحديد اقل حجم للعينه الواجب فحصها n وبالتالي تحديد المنطقة الحرجة بهدف اتخاذ القرار بشأن نوعية المنتوج وكما موضح بالاتي:

$$y_2 = \frac{2x^2}{\beta^2} \qquad ...(13)$$

$$y_{2n} = \frac{2n\bar{x}}{\beta^2} \qquad (14)$$

حيث ان

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}$$

حيث ان y_{2n}, y_2 متغيران عشوائيان يتبعان توزيع مربع كاي بدرجة حرية $2n, 2$ على التوالي ومن المعادلة(13) نجد ان :

$$\frac{2L_1^2}{\beta^2} = \chi^2_{2;p} \qquad ...(15)$$

ومن المعادلة (14) نجد ان :

$$y_{2n} = \frac{2n\bar{x}}{\beta} = \frac{n\chi^2_{2;p}\,\bar{x}}{L_1^2}$$

وبالتالي رفض فرضية العدم H_0 عندما

$$y_{2n} < \chi^2_{2n;\alpha_0} \qquad .....(16)$$

ان المتباينه (16) هي المنطقة الحرجة والتي يمكن اعادة كتابتها بالشكل الاتي:

$$k_2\bar{x} < L_1^2 \qquad ...(17)$$

حيث ان :

$$k_2 = \frac{n\chi^2_{2;p_0}}{\chi^2_{2n;\alpha_0}} \qquad ...(18)$$

ان قوة الاختبار لاية قيمة من قيم p يمكن كتابتها بالشكل الاتي

$$\text{Power of the test} = \Pr\left(\frac{n\chi_{2;p_0}\,\bar{x}}{L_1^2} < \chi^2_{2n;\alpha_0}\right) \qquad ...(19)$$

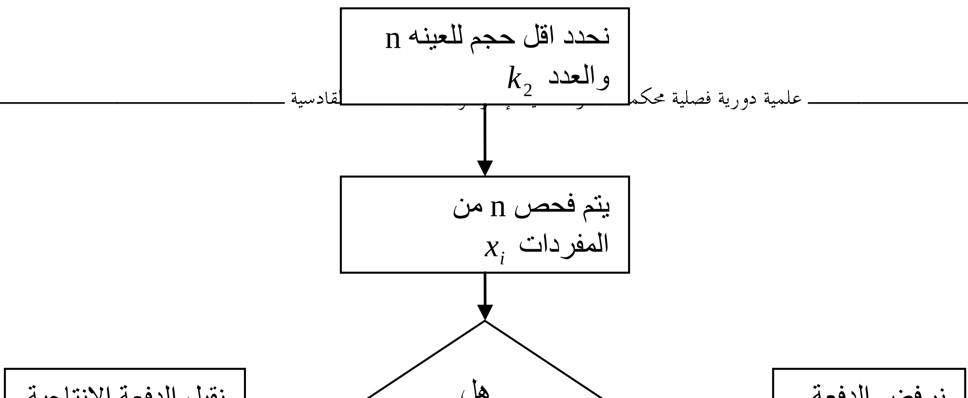
ولكي تكون قيمة قوة الاختبار اكبر من او تساوي $1-\beta^*$ يجب ان تتحقق المتباينه الاتية:

$$\frac{\chi^2_{2;p_1}}{\chi^2_{2;p_0}}\chi^2_{2n;\alpha_0} \geq \chi^2_{2n;1-\beta^*} \qquad ...(20)$$

ان المتباينه(20) يمكن اعادة كتابتها بالشكل الاتي:

$$\frac{\chi_{2n;1-\beta^*}}{\chi^2_{2n;\alpha_0}} \leq \frac{\chi^2_{2;p_1}}{\chi^2_{2;p_0}} \qquad ...(21)$$

ان المتباينه (21) يمكن من خلالها الحصول على اقل حجم للعينه الواجب فحصها بهدف اتخاذ القرار المناسب بشأن نوعية الدفعة الانتاجية.وبهذا يمكننا وصف المخطط الانسيابي Flowchart لخطة المعاينة المفردة بتوفر حد المواصفات الادنى (L_1) كالاتي :



الجانب العملي

قام الباحثان بكتابة برنامج بلغة Q-Basic بهدف تحديد معالم خطة المعاينة المفردة المستنده لتوزيع Rayleigh والمتضمنة تحديد الحجم الامثل للعينه الواجب فحصها(n) اضافة الى تحديد العدد k_2, k_1 اللازمان لتحديد منطقة الرفض(Critical Region) والمتمثلة بالمتباينات $k_2\bar{x} < L_1^2$, $k_1\bar{x} > L_2^2$. حيث تم الاعتماد على المتباينات (12) و (21) في تحديد حجم العينه الامثل والمعادلتين (10) و(18) في تحديد قيمة k_2, k_1 . حيث تم وضع جداول تحتوي على قيم مختلفة لنسب المعيب في الظروف الطبيعية p_0 والظروف غير الطبيعية p_1 اضافة لقيم مختلفة لمخاطرة المنتج α_0ومخاطرة المستهلك β_1 . ولاستخدام هذه الجداول لابد للباحث من التاكد اولا من ان المتغير المدروس يتبع توزيع Rayleigh وذلك من خلال استخدام أي من الاختبارات اللازمة لحسن المطابقة.

جدول رقم (1)

p_0	p_1	$\alpha_0 = 0.05$ $\beta^* = 0.10$	$\alpha_0 = 0.05$ $\beta^* = 0.05$	$\alpha_0 = 0.05$ $\beta^* = 0.01$	$\alpha_0 = 0.01$ $\beta^* = 0.10$	$\alpha_0 = 0.01$ $\beta^* = 0.05$	$\alpha_0 = 0.01$ $\beta^* = 0.01$
0.025	0.10	$n = 18$ $k_1 = 0.521$	$n = 20$ $k_1 = 0.0768$	$n = 17$ $k_1 = 0.0861$	$n = 19$ $k_1 = 0.7781$	$n = 17$ $k_1 = 0.0917$	$n = 18$ $k_1 = 0.0731$
0.05	0.10	$n = 28$ $k_1 = 0.981$	$n = 30$ $k_1 = 0.899$	$n = 29$ $k_1 = 0.817$	$n = 25$ $k_1 = 0.791$	$n = 23$ $k_1 = 0.814$	$n = 20$ $k_1 = 0.921$

0.10	0.20	$n=31$ $k_1=0.881$	$n=33$ $k_1=0.891$	$n=26$ $k_1=0.991$	$n=24$ $k_1=1.02$	$n=21$ $k_1=0.981$	$n=22$ $k_1=0.993$

جدول رقم (٢)

p_0	p_1	$\alpha_0=0.05$ $\beta^*=0.10$	$\alpha_0=0.05$ $\beta^*=0.05$	$\alpha_0=0.05$ $\beta^*=0.01$	$\alpha_0=0.01$ $\beta^*=0.10$	$\alpha_0=0.01$ $\beta^*=0.05$	$\alpha_0=0.01$ $\beta^*=0.01$
0.025	0.05	$n=14$ $k_1=0.780$	$n=18$ $k_1=0.971$	$n=20$ $k_1=0.881$	$n=17$ $k_1=0.890$	$n=16$ $k_1=0.715$	$n=21$ $k_1=0.734$
0.05	0.20	$n=22$ $k_1=0.674$	$n=19$ $k_1=0.672$	$n=23$ $k_1=0.914$	$n=11$ $k_1=0.701$	$n=14$ $k_1=0.607$	$n=12$ $k_1=0.509$
0.10	0.25	$n=28$ $k_1=0.890$	$n=23$ $k_1=0.910$	$n=44$ $k_1=0.730$	$n=12$ $k_1=0.790$	$n=28$ $k_1=0.940$	$n=31$ $k_1=0.883$

جدول رقم (3)

p_0	p_1	$\alpha_0=0.05$ $\beta^*=0.10$	$\alpha_0=0.05$ $\beta^*=0.05$	$\alpha_0=0.05$ $\beta^*=0.01$	$\alpha_0=0.01$ $\beta^*=0.10$	$\alpha_0=0.01$ $\beta^*=0.05$	$\alpha_0=0.01$ $\beta^*=0.01$
0.025	0.10	$n=31$ $k_2=1.234$	$n=32$ $k_2=1.233$	$n=34$ $k_2=1.007$	$n=41$ $k_2=1.023$	$n=42$ $k_2=1.321$	$n=45$ $k_2=1.003$
0.05	0.10	$n=34$ $k_2=1.811$	$n=37$ $k_2=1.732$	$n=40$ $k_2=1.721$	$n=38$ $k_2=1.034$	$n=40$ $k_2=1.081$	$n=44$ $k_2=1.32$
0.10	0.20	$n=29$ $k_2=1.236$	$n=33$ $k_2=2.114$	$n=37$ $k_2=2.321$	$n=38$ $k_2=1.823$	$n=44$ $k_2=1.768$	$n=49$ $k_2=1.938$

جدول رقم (4)

p_0	p_1	$\alpha_0 = 0.05$ $\beta^* = 0.10$	$\alpha_0 = 0.05$ $\beta^* = 0.05$	$\alpha_0 = 0.05$ $\beta^* = 0.01$	$\alpha_0 = 0.01$ $\beta^* = 0.10$	$\alpha_0 = 0.01$ $\beta^* = 0.05$	$\alpha_0 = 0.01$ $\beta^* = 0.01$
0.025	0.05	$n = 28$ $k_2 = 0.761$	$n = 32$ $k_2 = 0.542$	$n = 35$ $k_2 = 0.930$	$n = 34$ $k_2 = 0.890$	$n = 39$ $k_2 = 0.740$	$n = 45$ $k_2 = 0.920$
0.05	0.10	$n = 53$ $k_2 = 0.710$	$n = 59$ $k_2 = 0.730$	$n = 60$ $k_2 = 0.650$	$n = 44$ $k_2 = 0.580$	$n = 48$ $k_2 = 0.660$	$n = 54$ $k_2 = 0.670$
0.10	0.20	$n = 48$ $k_2 = 0.701$	$n = 53$ $k_2 = 0.721$	$n = 56$ $k_2 = 0.731$	$n = 46$ $k_2 = 0.742$	$n = 48$ $k_2 = 0.921$	$n = 55$ $k_2 = 0.734$

مثال عددي

لغرض توضيح كيفية استخدام الجداول (1) ، (2) ، (3) ، (4) نفرض ان لدينا المتغير x والموضحة قيمه في الجدول ادناه والذي يمثل اوقات الفشل (failure times) لمنتج معين. واننا بصدد ايجاد خطة المعايتة المفردة المستندة على توزيع Rayleigh عند توفر المعلومات

$L_1 = 1.2\ ,\ \ p_0 = 0.05,\ p_1 = 0.10\ \ ,\ \alpha_0 = 0.01\ \ ,\ \beta^* = 0.05$

جدول رقم (5)

Number	Date	Time	Subgroup	Characteristic 1	Disabled	Cause Code	Action Code	Comment
1			1	1.8				
2			2	1.6				
3			3	1.5				
4			4	1.2				
5			5	1.1				
6			6	1.2				
7			7	1.5				
8			8	1.2				
9			9	5.0				
10			10	1.6				

11			11	1.5				
12			12	1.2				
13			13	1.4				
14			14	1.8				
15			15	1.5				
16			16	1.01				
17			17	1.0				
18			18	1.2				
19			19	1.0				
20			20	1.0				
21			21	1.0				
22			22	1.2				
23			23	1.0				
24			24	1.0				
25			25	1.2				
26			26	1.2				
27			27	1.2				
28			28	1.0				
29			29	1.4				
30			30	1.2				

يجب التاكد اولا ان المتغير x_i يتبع توزيع Rayleigh ويتم ذلك بأستخدام اختبار χ^2 لحسن المطابقة وباستخدام البرنامج الجاهز (QSB) تم الحصول على النتائج الموضحة في الجدول ادناه.

جدول رقم (6)

من الجدول نلاحظ ان المتغير x_i يتبع توزيع Rayleigh وذلك لانه في نفس الوقت ان المتغير يتبع توزيع weibull بالمعلمتين $(\alpha = 2),(\beta = 1)$ وكما وضحنا عندما $(\alpha = 2)$ فهذا يعني ان المتغير x_i يتبع توزيع Rayleigh وكما موضح في الجدول رقم (6) .

x_i *Rayleigh* $(\beta = 1\ \ )$

وبعد التاكد من ان المتغير x_i يتبع توزيع Rayleigh فانه يمكننا استخدام الجداول من 1 الى4 لتحديد المنطقة الحرجة بالاعتماد المعلومات الاتيه :

$\beta^* = 0.05 \quad , \alpha_0 = 0.01 \quad , p_1 = 0.10 \quad , p_0 = 0.05 \quad , L_1 = 1.2$

حيث نلاحظ ان المنطقة الحرجة هي $k_2\bar{x} < L_1^2$

ويتم اولا تحديد حجم العينه الامثل (n) من الجدول رقم (3) لتطابق المعلومات مع معطيات هذا الجدول ومن ثم تحديد قيمة k_2 من الجدول نفسه حيث نجد ان:

$n = 40 \quad , \quad k_2 = 1.081$

وقد وجدنا ان

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i^2}{n} = 2.437$$

وبهذا فان:

$$k_2\bar{x} = (1.081)(2.437) = 2.634$$

وان:

$$L_1^2 = (1.2)^2 = 1.44$$

وبالتالي فان:

$$k_2\bar{x} > L_1^2 \Leftrightarrow (2.634) > 1.44$$

وهذا يعني قبول الدفعة الانتاجية ، وبنفس الطريقة اعلاه يمكن تحديد المنطقة الحرجة عند توفر معلومات مع L_2 .

الاستنتاجات

في بحثنا هذا وضحنا كيفية تحديد الصيغ الخاصة بتقدير معالم خطة المعاينة المفردة المستندة لتوزيع Rayleigh والتي تضم تحديد حجم العينه الامثل والعددين k_2, k_1 عند استخدام الحد الادنى للمواصفات والحد الاعلى للمواصفات ضمن جداول تضم قيم مختلفة للمعالم β^* , α_0 , p_1 , p_0 . حيث وضحنا كيفية تحديد المنطقة الحرجة عند توفر المعلومات اللازمة من خلال اعطائنا لمثال عددي افتراضي.

المصادر

1- النعيمي ، محمد عبد لعال وفليح ، احمد نعيم (2002) . استخدام توزيع weibull لايجاد خطة المعاينة المفردة مع تطبيق عملي بحث مقبول للنشر في مجلة العلوم الادارية والاقتصادية – جامعة القادسية

2- Guenther, W.C.(1976).Sampling Inspection in statistical Quality control. Macmilan newyork.
3- Law, A.M. and Kelton ,W.D. (1991)Simulation modeling and analysis, 2^{nd}
Edition. McGraw-Hill.
4- Shaw, Simon. (2004). Quality control e-book.
5- Thomas p. mcwilliams, Erwin M. Saniga and Darwin J.Davis. (2001).one the sampling design of singal sample accepting plans. Economic quality control vol.16, No. 2 pp.193-198.