استخدام المحاكاة في المقارنة بين أربعة طرائق لتقدير معلمة الشكل لتوزيع باريتو المفرد

م.م ازهار عزيز عبداللطيف جاسم

المعهد التقني –العمارة

الخلاصة:

في هذا البحث تم التركيز على توزيع باريتو ذو المعلمتين معلمة الشكل ومعلمة القياس لغرض المقارنة بين اسلوب بيز والطرق التقليدية. وتم اشتقاق صيغة المقدر بطريقة العزوم والامكان الاعظم والمقدر غير المتحيز ذي اصغر تباين وطريقة التقلص ومن ثم المقارنة بينها بواسطة المحاكاة واعتماد مقياسين هما متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE) بافتراض قيم مختلفة للعينات والمعلمات وعرضت النتائج وتحاليلها في الجداول المرفقة بالبحث.

المقدمة:

يستخدم توزيع باريتو بشكل واسع في تطبيقات نظرية المعولية لأنه احد توزيعات الفشل لنماذج الإجهاد والمتانة في الهندسة الميكانيكية كذلك يستخدم في وصف توزيع الدخول ووصف السلوك المتطرف لقيمة الخسارة في المجال الاقتصادي، ويضم توزيع باريتو المفرد معلمتين هما معلمة القياس (C: Scale parameter) ومعلمة الشكل (shape parameter: α)وتعرف α بانها ثابت باريتو او معلمة الشكل.

وينسب هذا التوزيع إلى عالم الاقتصاد الايطالي الجنسية Fleverdu Pareto، عندما حاول وضع قانون شمولي للتعامل مع توزيع الدخل، لمجتمع معين ومن الفكرة ($N = Ax^{-\alpha}$) انطلق في نظريته واشتق صيغة التوزيع وقد أنجزت العديد من البحوث وطورت العديد من الطرائق لتقدير معلمات هذا التوزيع.

ثم تقدمت البحوث لتشمل توزيع باريتو الثنائي Biraviate Pareto وتوزيع باريتو العام والشرطي، وسوف يتضمن بحثنا المقارنة بين أربعة طرائق لتقدير معلمة الشكل لتوزيع باريتو المفرد بواسطة المحاكاة.

وسوف يتم اشتقاق صيغة المقدر بطريقة العزوم والإمكان الأعظم والمقدر غير المتحيز ذي اصغر تباين ومقدر بيز ثم المقارنة بين المقدرات الأربعة باستخدام مقياسين هما متوسط الخطأ النسبي المطلق MAPE ومتوسط مربعات الخطأ MSE وذلك بتوليد مجموعة كبيرة من البيانات من خلال أسلوب المحاكاة بكتابة برنامج بذلك.

ISSN - 1994 - 697X misanjournal@yahoo.com

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

هدف البحث:

يهدف البحث إلى اشتقاق أربعة مقدرات لمعلمة الشكل في توزيع باريتو المفرد وهي مقدر العزوم ومقدر الإمكان الأعظم و UMVUE ومقدر بيز القياسي، وباعتماد MSE (متوسط مربعات الخطأ) وكذلك متوسط الخطأ النسبي المطلق MAPE في المقارنة بين المقدرات الأربعة باستخدام برنامج المحاكاة.

الجانب النظري:

ينتمي توزيع باريتو إلى عائلة التوزيعات الآسية التي لها دالة كثافة احتمالية ومعرفة بالمعادلة :

$$F(X) = C(\theta)\exp(\sum_{L=1}^{k} Qi(\theta)ti(x))h(x) \qquad \text{Eq.(1)}$$

وبعد التعويض عن

$$\theta = \alpha$$

$$C(\theta) = \alpha C^{\alpha}$$

ti(x)=Ln(x)

Qi(θ)= - (α +1)

h(x)=1

نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع باريتو

$$F(x,c,\alpha) = \begin{cases} \dfrac{\alpha C^{\alpha}}{x^{\alpha+1}} & \\ 0 & \text{o/w} \end{cases} \qquad x > c > 0 \qquad \text{Eq.(2)}$$

وهي دالة ذات معلمتين هما معلمة القياس (scale parameter c) ومعلمة الشكـــــل(α Shape) parameter اما دالة الاحتمالية التراكمية C.D.F فهي:

$$Fx(x) = 1 - \left(\frac{C}{C+X}\right)^{\alpha} \qquad X>0 \qquad \text{Fq.(3)}$$

وهناك صيغ اخرى لتوزيع باريتو مثل توزيع باريتو الامريكي ايضا ذي المعلمتين $(C.\alpha)$ ولكن نحصل عليه بابدال Xi بـــ Xi+c وتكون الدالة التراكمية هي :

$$F_X(x) = 1 - \left(\frac{K+d}{K+X}\right)^{\alpha} \qquad X>d>0 \qquad \text{Eq.(4)}$$

K,α معلمات مجهولة

واذا كانت لدينا عينة عشوائية X_n----------X_1,X_2 من توزيع بايتو بالمعلمتين(C,α) وان احصاءات العينة مرتبة تصاعدياً

$X_{(1)}<X_{(2)}$.....$<X_{(n)}$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

وبافتراض ان $Y_1 = X_{(1)} = \min (x_1,x_2.....x_n)$

فان Y_1 يمثل متغير عشوائي يتوزع توزيع باريتو ولكن بمعلمة قياس C ومعلمة شكل جديدة هي $n\alpha$ والمعرفة بالمعادلة (5)

$$h(y_1) = \begin{cases} \dfrac{n\alpha C^{n\alpha}}{Y_1^{n\alpha+1}} & \\ 0 \quad \text{o/w} & y_1 > c \end{cases} \qquad \text{Eq.(5)}$$

ومن الخصائص المهمة الاخرى لتوزيع باريتو، هو امكانية الحصول على مقدر المعلمة α اذا كانت C معلومة او مقدرة باحدى الطرائق مثلاً كانت

$$C = \min Xi = X_{(1)}$$

بتطبيق الوسيط حيث ان

$$F(x) = \Pr(X \le x) = 0.5$$

$$\Rightarrow \int_1^{ms} f(X, C, \alpha)\, dX = 0.5$$

$$\int_1^{ms} \frac{\alpha}{X^{\alpha+1}} dX = 0.5 \Rightarrow ms^{-\hat{\alpha}} = 0.5$$

$$\Rightarrow -\hat{\alpha} Logms = -Log\ 2$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\log 2}{\log ms} \qquad \text{Eq.(6)}$$

وباعتبار $C = \min Xi = X_{(1)}$ فان

$$\hat{\alpha} = \frac{\log 2}{\log(\frac{ms}{x_{(1)}})} \qquad \text{Eq.(7)}$$

واضافة لما سبق ان تقدير دالة المعولية لتوزيع باريتو اهمية كبيرة في مجالات العلوم الهندسية والعلوم الاقتصادية والاتصالات. فاذا افترضنا ان X_1, X_2 متغيران مستقلان لكل منهما توزيع باريتو بالمعلمات (C_1,α_1)، (C_2,α_2) أي ان:

$$fi(x) = \frac{\alpha i Ci^{\alpha i}}{X_i^{\alpha i+1}} \qquad i = 1,2 \qquad \text{Eq.(8)}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

$$fi(x) = 1 - (\frac{Ci}{Xi})^{\alpha i} \qquad \begin{matrix} \alpha i > 0 \\ Ci > 0 \\ Xi \geq Ci \end{matrix} \qquad \text{Eq.(9)}$$

$$\because R = \int_{\max\{C_1, C_2)}^{\alpha} \{1 - (\frac{C_2}{x})^{\alpha 2}\} \frac{\alpha_1 C_1^{\alpha 1}}{X^{\alpha_1 + 1}} dx \qquad \text{Eq.(10)}$$

$$= 1 - \frac{\alpha 1}{\alpha 1 + \alpha 2} \left(\frac{C_2}{\max(C_1, C_2)} \right)^{x_2} \left(\frac{C_1}{\max(C_1, C_2)} \right)^{x_1}$$

وعندما $C_1=C_2$ فان قيمة دالة المعولية R ستكون

$$R = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

وفيما يلي طرائق تقدير معلمة الشكل (α) باعتبار ان الحد الادنى لمعلمة القياس (C) يكون معلوم في التطبيقات العملية كما يمكن تقديرها من بيانات العينة المشاهدة، ومن طرائق تقدير معلمة الشكل نتناول:

أولاً: طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood estimator method (MLE):

يتميز مقدر الإمكان الأعظم بالثبات والاتساق. وهو المقدرالذي يجعل دالة الامكان في نهايتها العظمى واذا اعتبرنا ان مقدرالامكان لمعلمة القياس (C) هو

$$\hat{C} = \min(Xi)$$

فان مقدر α (بطريقة MLE) هو

$$L(X_1, X_2 \ldots\ldots\ldots\ldots X_n, C, \alpha) = \frac{\alpha^n c^{n\alpha}}{\prod_{I=1}^{n} X_I^{\alpha+1}} \qquad \text{Eq.(11)}$$

$$LogL = nLog\alpha + n\alpha \log C - (\alpha + 1) \sum_{i=1}^{n} \log X_i$$

ومن ثم نشتق دالة الامكان ونساويها مع الصفر

$$\frac{\partial LogL}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} + n \log C - \sum_{i=1}^{n} \log xi$$

$$\hat{\alpha}_{ml} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{\hat{}} \log x_i - n \log X_{(1)}} \qquad \text{Eq.(12)}$$

$$\because E(\hat{\alpha}_{ml}) = \frac{n}{n-1}\alpha$$

فهو مقدر متحيز.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ويمكن أيجاد مقدر غير متحيز α^* حيث

$$\alpha^* = \frac{n-1}{T} \quad , \quad T = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} Ln\left(\frac{Xi}{X_{(1)}}\right)}$$

$$E(\alpha^*) = E\left(\frac{n-1}{n}, \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} Ln \frac{Xi}{X_{(1)}}}\right)$$

$$= \frac{n-1}{n} E(\hat{\alpha}_{ml}) = \alpha$$

اما تباين المقدر

$$V(\alpha^*) = Var\left(\frac{n-1}{n}\hat{\alpha}\right)$$

$$= \frac{\alpha^2}{n-2}$$

ويوجد مقدر منتظم غير متحيز بأصغر تباين ويعتبر مقدر ثاني للمعلمة α وسوف نرمز له $\overline{\alpha}$ وان صيغة هذا المقدر هي :

$$\overline{\alpha} = \frac{n-2}{\sum_{i=1}^{n} Ln\left(X_i \middle| X_{(1)}\right)} \qquad \text{Eq.(13)}$$

وان تباين هذا المقدر هو

$$Var_{\alpha}(\overline{\alpha}) = Var\left(\frac{n-2}{n}\alpha\right)$$

$$= \frac{(n-2)^2}{n^2} Var(\alpha)$$

$$Var(\overline{\alpha}) < Var(\alpha^*)$$

ثانياً: مقدر العزوم Moment Estimator

ان مقدر العزوم (α°) للمعلمة α. نحصل عليه من مساواة عزم العينة مع عزم المجتمع.

$$\mu = E(x) = \frac{\alpha c}{\alpha - 1}$$

$$\because \overline{X} = \frac{\alpha^\circ_{\min} X_{(1)}}{\alpha^\circ_{\min} - 1}$$

$$\therefore \alpha^\circ \overline{X} - \overline{X} = \alpha^\circ X_{(1)}$$

$$\Rightarrow \alpha^\circ = \frac{\overline{X}}{\overline{X} - X_{(1)}} \qquad \text{Eq.(14)}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ثالثاً: مقدر بيز القياسي Standard Bayes estimator

ان مقدر بيز القياسي لمعلمة الشكل لتوزيع باريتو Standard estimater for shape parameter حسب معلومات جيفري يمكننا ان نفترض توزيعاً مشتركاً للمعلمتين (C,α)وهو

$$g(C,\alpha)\alpha \frac{1}{\alpha^{s} C^{r}} \qquad \alpha > 0 \qquad C > 0$$

وطبقاً لتعريف التوزيع اللاحق للمعلمتين (C,α)يكون

$$h(C,\alpha|x_1,x_2 \ldots\ldots x_n) = \frac{f(x_1,x_2 \ldots\ldots x_n|C,\alpha)g(C,\alpha)}{\int_0^{\infty}\int_0^{x_1} f(x_1,x_2 \ldots.. x_n|C,\alpha)g(C,\alpha)dCd\alpha} \qquad \text{Eq.(15)}$$

وبافتراض r =1 فان التوزيع اللاحق سيكون

$$h(c,\alpha|x) = \frac{n\alpha^{n-s}e^{n\alpha-1}e^{-(\alpha+1)\sum_{i=1}^{n} Lnxi}}{e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln xi}\int_0^{\infty}\alpha^{n+s-1}e^{-\alpha\sum_{i=1}^{n}\ln xi - n\ln xi}d\alpha} \qquad \text{Eq.(16)}$$

$$h(c,\alpha|x) = \frac{n\alpha^{n-s}e^{-\alpha\sum_{i=1}^{n} Lnxi}}{\Gamma(n-s)[\sum_{i=1}^{n}\ln xi - n\ln x_{(1)}]^{n-s}} \qquad \text{Eq.(17)}$$

ومنه نجد ان التوزيع اللاحق لمعلمة الشكل αهو

$$M(\alpha|x_1,x_2 \ldots\ldots x_n) = \int_c h(c,\alpha|x)dc$$

$$= \frac{\alpha^{n-s-1}e^{-\alpha\sum_{i=1}^{n} Ln(xi|x_{(1)})}}{\Gamma(n-s)[\sum_{i=1}^{n}\ln(xi)|x_{(1)}]^{n-s}} \qquad \text{Eq.(18)}$$

وفي حالة وجود دالة خسارة تربيعية فان مقدر بيز القياسي لمعلمة الشكل α لتوزيع باريتو هو متوسط التوزيع اللاحق Mean of posterior dist

$$\hat{\alpha}_{SB} = E(\alpha|X) = \frac{n-s}{\sum_{i=1}^{n} Ln(xi|x_{(1)})} \qquad \text{Eq.(19)}$$

وعندما S=0 فان مقدر بيز القياسي يؤول الى مقدر الامكان الاعظم $\hat{\alpha}$وعندما S=2 فان مقدر بيز هو المقدر المنتظم غير المتحيز وله اصغر تباين للمعلمة α(وهو المقدر الوارد في المعادلة 13)

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

$$\overline{\alpha} = \frac{n-2}{\sum_{i=1}^{n} Ln\ (x_i | x_{(1)})}$$

رابعاً المقدر المقلص Shrinkage Estimator

تعتمد مقدرات التقلص بدرجة كبيرة على سلوك دالة التقلص K وعلى المجال R حيث يتم من خلالهما تحديد شكل مقدر التقلص، وان أي تحسين في تلك المقدرات يعود الى احد هذين العاملين او كلاهما والمقصود بدالة التقلص مقدار ثقة الباحث بالمعلومات الاولية المتوفرة حـــــــول المعلمات او حول حالات الطبيعة (State of nature) والتي تمتلك توزيع إحصائي معين ونظراً لعدم وجود قاعدة موحدة لاختيار قيمة K. نعتمد اسلوب Thompson في استخدام معلومات اولية ($\alpha\circ$) لمعلمة الشكل حسب ما ورد في مصدرها الاصلي ثم نقترح الدالة التالية:

$$\hat{\alpha}_{sh} = K\alpha^{*} + (1-K)\alpha\circ \qquad \text{Eq.(20)}$$

حيث ان α^{*} هو مقدر اولي عير متحيز للمعلمة α ويساوي

$$\alpha^{*} = \frac{n-1}{T} \quad , \quad T = \sum_{L=1}^{n} Ln\ (x_i | x_{(1)})$$

و K ثابت $0 < K < 1$ ولابد من اختيار قيمة K التي تجعل متوسط مربعات خطأ المقدر $\hat{\alpha}_{sh}$ اقل ما يمكن أي

$$MSE\ (\hat{\alpha}_{SB}) = E(\hat{\alpha}_{Sh} - \alpha)^2 \qquad \text{Eq.(21)}$$

وباضافة وطرح المقدار $K\alpha$ نحصل على

$$MSE\ (\hat{\alpha}_{SB}) = E[K\alpha^{*} + (1-K)\alpha_{\circ} - \alpha + K\alpha - K\alpha]^2$$
$$= E[K(\alpha^{*} - \alpha) + (1-K)(\alpha_{\circ} - \alpha)]^2$$
$$= K^2 MSE\ (\alpha^{*}) + (1-K)^2(\alpha_{\circ} - \alpha)^2$$

وسوف نتوصل الى قيمة K التي تجعل متوسط مربعات الخطأ $MSE(\hat{\alpha}_{SB})$ اقل ما يمكن من اشتاق المقدر ومساواة المشتقة مع الصفر وكالاتي:

$$\frac{\partial MSE\ (\hat{\alpha}_{SB})}{\partial K} = 2KMSE\ (\alpha^{*}) - 2(1-K)(\alpha_{\circ} - \alpha)^2$$

تقسيم 2 ينتج

$$K\left((MSE\ (\alpha^{*}) + (\alpha_{\circ} - \alpha)^2\right) = (\alpha_{\circ} - \alpha)^2$$
$$\therefore K = (\alpha_{\circ} - \alpha)^2 \left| [MSE\ (\alpha^{*}) + (\alpha_{\circ} - \alpha)^2] \right. \qquad \text{Eq.(22)}$$

وبعد استخراج قيمةK تكون صيغة مقدر التقلص لمعلمة الشكل لتوزيع باريتو هي الصيغة الواردة في المعادلة (20) فهي صيغة متحيزة ومقدار التحيز فيها:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

$$Bias \quad \hat{\alpha}_{sh} = E(\hat{\alpha}_{sh}) - \alpha$$
$$= K\,E(\alpha^{*}) + (1-K)\alpha_{\circ} - \alpha$$
$$= K\alpha + (1-K)\alpha_{\circ} - \alpha$$

وان صيغة التحيز هي غير مهمة مقارنة بمتوسط مربعات الخطأ

الجانب التجريبي:

بعد ان تم اشتقاق المقدرات الخمس لمعلمة الشكل لتوزيع باريتو سنقوم باستخدام المحاكاة لتوليد البيانات واعتماد مقياس متوسط مربعات الخطأ MSE ومقياس متوسط الخطأ النسبي المطلق MAPE للمقارنة بين طرائق التقدير.

وتتضمن مراحل بناء تجارب المحاكاة اربع مراحل مهمة هي:

1. (مرحلة تعيين القيم الافتراضية) وتعد من المراحل المهمة التي تعتمد على المراحل اللاحقة، ويتم تعيين القيم الافتراضية لمعلمة القياس (c) وتحديد حجوم العينات مثلاً نختار (n=10,25) للعينات الصغيرة و (n=50) كعينة متوسطة و (n=100) للعينة الكبيرة.
2. مرحلة توليد البيانات.

وهي حسب البرنامج الذي سيكتب لهذا الهدف وبالاعتماد على الدالة التراكمية التجميعية هنا لتوزيع باريتو نكتب فيها القيم الافتراضية

n=10,25,50,100
c=3,4
α =A=2.4 To 3.6 step 0.4
أي انها 2.4,2.8,3.2,3.6

3. تقدير معلمة الشكل α حسب طرائق التقدير لحجوم العينات المبينة مسبقاً وتكرار التجربة.
4. المفاضلة بين المقدرات باستخدام MSE والمقياس الاخر MAPE وتعرض النتائج لكل نموذج في جداول خاصة تتضمن قيم المقدر α ومتوسط مربعات الخطأ ومتوسط الخطأ النسبي المطلق للمقدرات.

والجدول رقم (1) يوضح تقديرات معلمة الشكل α.والجدول رقم (2) يوضح متوسط مربعات الخطأ MSE لتقديرات معلمة الشكل α والجدول رقم (3) يوضح متوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE) لتقديرات معلمة الشكل α.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

جدول (1): تقديرات معلمة الشكل α

MODEL	SIZE	MOM	MLE	SB	STB	UMVUE	BEST
1	10	3.07118	3.98870	2.83927	3.09209	2.39096	UMVUE
	25	2.70152	2.65233	2.59929	2.33405	2.44015	UMVUE
	50	2.55777	2.52617	2.50091	2.37460	2.42512	UMVUE
	100	2.46470	2.43738	2.42520	2.36426	2.38863	SB
2	10	3.97195	3.61632	3.43551	2.35061	2.89306	SB
	25	3.07075	3.03100	2.97038	2.66728	2.78852	STB
	50	2.91948	2.89362	2.84681	2.72000	2.77787	STB
	100	2.85588	2.84999	2.83574	2.76449	2.79299	STB
3	10	3.95488	3.90461	3.70938	2.73323	3.12369	STB
	25	3.49414	3.44862	3.37964	3.03478	3.17273	STB
	50	3.33219	3.31686	3.28369	3.11785	3.18418	STB
	100	3.28014	3.27182	3.25546	3.17367	3.20639	STB
4	10	3.10086	3.01044	2.85992	2.10731	2.40836	SB
	25	2.69786	2.65284	2.59978	2.33450	2.44061	MOM
	50	2.51186	2.47904	2.45425	2.33029	2.37987	MOM
	100	2.49258	2.60852	2.45618	2.39447	2.41915	MLE
5	10	3.60234	3.53055	3.35402	2.47139	2.82444	SB
	25	3.11928	3.07053	3.00912	2.70907	2.82489	MOM
	50	2.92360	2.88596	2.85710	2.71280	2.77052	MOM
	100	2.88438	2.86686	2.85252	2.78085	2.80952	MOM
6	10	4.07520	4.00812	3.80771	2.80568	3.20649	UMVUE
	25	3.51232	3.48798	3.34399	3.06942	3.20894	UMVUE
	50	3.32259	3.30885	3.27577	3.21032	3.17650	STB
	100	3.28750	3.27163	3.25527	3.17348	3.20619	UMVUE

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

جدول (2): متوسط مربعات الخطأ MSE لتقديرات معلمة الشكل α

MODEL	SIZE	MOM	MLE	SB	STB	UMVUE	BEST
1	10	1.49898	1.08745	1.16210	0.63421	0.69641	STB
	25	0.41135	0.30552	0.72195	0.19920	0.26057	STB
	50	0.18218	0.15079	0.53770	0.10032	0.12511	STB
	100	0.07950	0.06413	0.08603	0.04970	0.06054	STB
2	10	2.41093	2.34083	0.58521	0.76122	1.15384	SB
	25	0.57388	0.52753	0.73188	0.30308	0.38483	STB
	50	0.20319	0.16610	0.14677	0.15020	0.14600	UMVUE
	100	0.09792	0.08037	0.09012	0.07600	0.07542	UMVUE
3	10	2.77464	2.66413	0.66603	0.89227	0.32658	UMVUE
	25	0.58430	0.54624	0.73656	0.33158	0.41339	STB
	50	0.29378	0.25966	0.64920	0.19059	0.22635	STB
	100	0.13422	0.11565	0.28915	0.09125	0.10604	STB
4	10	2.12632	2.03603	0.50901	0.66618	1.03689	SB
	25	0.18883	0.34207	0.96521	0.19034	0.24775	MOM
	50	0.16530	0.13684	0.03421	0.09527	0.11831	SB
	100	0.08446	0.07434	0.07858	0.05556	0.06770	STB
5	10	2.12852	2.03714	0.90924	0.70686	1.07672	STB
	25	0.58505	0.52997	0.61249	0.59414	0.57547	MLE
	50	0.20077	0.18038	0.45106	0.19879	0.19588	MLE
	100	0.10201	0.08546	0.02136	0.66687	0.07917	SB
6	10	2.98975	2.93802	0.73451	0.95931	1.42679	SB
	25	0.66398	0.62537	1.15634	0.36878	0.45870	STB
	50	0.29671	0.28039	1.07010	0.20137	0.23909	STB
	100	0.13314	0.11605	1.02901	0.09405	0.10951	STB

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

جدول (3): متوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE) لتقديرات معلمة الشكل α

MODEL	SIZE	MOM	MLE	SB	STB	UMVUE	BEST
1	10	0.70441	0.59738	0.38389	0.61779	0.37958	UMVUE
	25	0.25240	0.22939	0.19432	0.22390	0.19501	SB
	50	0.14828	0.14036	0.13286	0.12200	0.13425	STB
	100	0.09217	0.09093	0.09135	0.09856	0.09411	MLE
2	10	0.90857	0.80655	0.43333	0.35751	0.37022	STB
	25	0.27645	0.25344	0.20769	0.19608	0.20351	STB
	50	0.13161	0.12768	0.12412	0.14385	0.12947	SB
	100	0.08815	0.08747	0.08690	0.09365	0.08906	MLE
3	10	0.94696	0.87119	0.44992	0.66994	0.36754	UMVUE
	25	0.24006	0.22158	0.18503	0.14263	0.18919	STB
	50	0.14346	0.13033	0.13048	0.14512	0.13197	MLE
	100	0.09249	0.09122	0.08828	0.09192	0.08867	SB
4	10	0.82201	0.70505	0.42734	0.58913	0.38976	UMVUE
	25	0.23728	0.22011	0.19185	0.22709	0.19511	SB
	50	0.13852	0.13149	0.12890	0.12755	0.13386	STB
	100	0.09200	0.09314	0.09220	0.09616	0.09310	MOM
5	10	0.70604	0.63585	0.38778	0.27415	0.37415	STB
	25	0.28770	0.25700	0.20007	0.22368	0.19421	UMVUE
	50	0.13845	0.12999	0.12476	0.12333	0.12808	STB
	100	0.08976	0.08741	0.08662	0.09243	0.08834	SB
6	10	1.04104	0.97981	0.47920	0.63221	0.37124	UMVUE
	25	0.26413	0.25068	0.19452	0.23019	0.18827	UMVUE
	50	0.14604	0.14194	0.14005	0.13130	0.13016	STB
	100	0.09066	0.08928	0.08821	0.08753	0.06029	STB

تحليل النتائج

1. اظهرت طريقة بيز القياسية تفوقها على طريقة الإمكان الأعظم وطريقة التقلص وطريقة العزوم وطريقة المقدر المنتظم غير المتحيز ذي اصغر تباين.

   من خلال اعطاؤها مقدرات تقترب من القيم الافتراضية مما يجعل الخطأ التجريبي صغيراً جداً والجدول رقم (4)، يلخص الافضلية بين الطرائق.

2. وجد انه لكل النماذج المفترضة واحجام العينات فان مقدر بيز القياسي للمعلمة α افضل من طريقة التقلص والطرق الاخرى لان المعلومات الاولية تساهم في الحصول على مقدر تقترب فيه التقديرات من القيم الافتراضية.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3. لجميع النماذج ولكافة احجام العينات ظهرت تقديرات المعلمة α بطريقة المقدر المنتظم غير المتحيز باصغر تباين افضلية من الطرائق التقليدية وطريقة التقلص وهذا واضح من قيم متوسط مربعات الخطأ لتقدير المعلمة α والجدول رقم (5) يوضح الطرائق مرتبة حسب الافضلية باستخدام MSE لتقدير معلمة الشكل.

الاستنتاجات:

بعد تقدير معلمة الشكل بالطرائق الخمسة وتطبيق تجارب المحاكاة اتضح لنا مايلي:

1. لوحظ افضلية اسلوب بيز في التقدير على الطرائق الاخرى من خلال مقارنة المعيارين (MSE)(MAPE) ولحجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة، ولكافة النماذج كما موضح في الجدول رقم (5).
2. اظهر مقياس (MAPE) افضلية لمقدر بيز القياسي لمعلمة الشكل مقارنة بالمقدرات الاخرى ولجميع حجوم العينات ولكافة النماذج كما هو واضح في الجدول رقم (4).
3. عند مقارنة قيم المقدر المنتظم غير المتحيز وباصغر تباين لجميع الطرائق فان هذا المقدر احتل المرتبة الثانية باعتماد (MSE) ولكافة حجوم العينات واحتل هذا المقدر المرتبة الاولى باستخدام المعيار MAPE مقارنة بالطرائق التقليدية الاخرى.
4. كانت قيم MAPE,MSE متقاربة لجميع الطرائق وتتناقص عند زيادة حجم العينة مما يتلائم ذلك مع النظرية الاحصائية.

جدول رقم (4): عدد مرات افضلية التقدير لمعلمة الشكل α

طريقة التقدير	عدد مرات الافضلية
Standard Bays	10
UMVUE	8
Moment	7
Shrinkage bays	6
MLE	3

جدول (5): عدد مرات الافضلية لكل طريقة من الطرائق

طريقة التقدير	عدد مرات الافضلية
Standard Bays	15
Shrinkage bays	6
UMVUE	5
MLE	3
Moment	2

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

التوصيات:

1. نوصي باستخدام اسلوب بيز لتقدير معلمتي الشكل والقياس لتوزيع باريتو لان المعلومات الاولية المتمثلة في التوزيع الاولي تساهم في زيادة دقة المقدرات.
2. نوصي باستخدام طرائق تقليدية اخرى مثل طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) وطريقة الوسيط وطريقة وايت المطورة بهدف المقارنة.
3. نوصي باجراء تقدير لدالة المعولية لتوزيع باريتو العام لأهمية المعولية في التطبيقات الهندسية.

Reference:

1. Beirlant, J., Vynckier, P. and teugels,J.L (1996). **TaiL index estimation, pareto quantile plots, and Regression diagnostics** JASA,191,.(1659-1667).
2. El-Gohary,A.and Sarhan, A. (2003) **Estimations of parameters in pareto reliability modeL in the presence of masked dula, Reliability Engineering and system safety**, 82 pp.75-83.
3. Linyu. Penj,Huafei sun and line jiu (2007) **the geometric structure of the pareto distribution, Boletin mathematis volxiv**, No.1.
4. Sak sena, S.,K. F Johnson, A.M.(1984) **Best unbiased estimators for the parameters of a two – parameter pareto distribution. Biometrika** 31,77-83.
5. singh,V.P. and H.GUO,1995.**parameter estimation for 3-parameter generalized pareto distribution by the principle of Maximum entropy** (POME) Hy drol.SCI 40:165-181.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Appendix الملاحق

أ. برنامج محاكاة لايجاد تقدير معلمة الشكل α باستخدام الطرائق الاتية:

الامكان الاعظم والعزوم والمقدر المنتظم غير المتحيز باصغر تباين ومقدر بيز القياسي والتقلص.

```
10 R=500:K1=5
20 DIM U 150),X(150),AMO(R) ,AMX(R),ASB(R),AEB(R),F(150)
30 DIM AA(150),BB(150)
40 N(1)=10:N(2)=25:N(3)=50:N(4)=100
45 PRINT"ESTIMATION OF THE PARAMETER":PRINT
46 PRINT "----------------------------------------------------------":
PRINT
50 PRINT"MODEL SIZE  MOM MLE SB. STB. UMVUE best"
60 PRINT "-----------  -----  ------- -------  ---- ------ ----------- -----":
70 FOR C = 3 TO 4
80 FOR A =2.4 TO 3.6 STEP .4
90 VI =VI+1
100 FOR W =1 TO 4 110 N=N(W)
120 SUM1 =0:SUM3=0:SUM4=0:SUM5=0:SUM6=0
130 FOR L =1 TO R 140 FOR 1=1 TO N+1 150 U(1) =RND(1)
160 X(1) =C/((1-U(I))"(1/A))
170 NEXT I
180 MIN =X(1)
190 FOR I =2 TO N
200 IF MIN <=X(1) THEN 220
210 MIN =X(I)
220 NEXT I
230 CH =MIN
240 REM "MOMENT EST ."
250 SI =0
260 FOR I =1 TO N 270 SI=SI+X(1)
280 NEXT I:XB =SI/N 290 AMO(L)=XB/(XB-CH)
300 SUMI =SUM1+AMO(L)
310 REM "MAXIMUM LIKLIHOOD EST."
320 S2 =0
330 FOR I =1 TO N
340 S2 =S2+LOG(X(1)/CH)
350  NEXT I
360 AMX(L) =N/S2
370 SUM3 =SUM3+AMX(L)
371 REM "MAX.LIK.EST."
```


Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

```
372 S2 =0
373 FOR I =1TO N
374 S2 =S2+LOG(X(1)/CH)
375 NEXT I
376 AMX(F) =(N-1)/S2
377 SUM6 =SUM6+AMX(F) 380 REM"SB-ESTIMATION"
390 ASB(L) =KI*AMX(F)+(I-KI)*AMX(L)
400 SUM4 =SUM4+ASB(L)
410 REM "STANDER BAYES ESTIMATION WHEN S=3"
411 REM "STANDER BAYES ESTIMATION WHEN S=4"
412 REM "UNIFORMLY MINIMUM VAREANCE UNBIASED ESTIMUTION"
420 S3 =0
430 FOR I =1 TO N
440 S3 =S3+LOG(X(1)/CH)
450 NEXT I
460 AEB(L) =(N-3)/S3 470 SUM5=SUM5+AEB(L) 510 NEXT L
520 ME=SUM1/R 530 ME3=SUM3/R 540  ME4=SUM4/R 550 ME5=SUM5/R
560 BI(1) =ABS(ME1-A)
565 BI(2) =ABS(ME3-A)
570 BI(3) =ABS(ME4-A)
580 BI(4) =ABS(ME5-A)
590 SR1 =0:SR3=0:SR4=0:SR5=0 600 FOR L=1TO R
610 SR1 =SR1+(AMO(L)-ME1)"2 620 SR3=SR3+(AMX(L)-ME3)"2
630 SR4 =SR4+(ASB(L)-ME4)"2 640 SR5=SR5+(AEB(L)-ME5)"2 650 NEXT L
660 VAR1 = SR1/R
670 VAR3 = SR3/R
680 VAR4 = SR4/R
690 VAR5 = SR5/R
700 MSE1 =VAR1+(B1(1))"2 710 MSE3=VAR3+(B1(2))"2
720 MSE4 =VAR4+(B1(3))"2
730 MSE5 =VAR5+(B1(4))"2
731 MI =B(1)
732 FOR Y=1 TO 4
733 IF MI <=BI(Y) THEN 735
734 MI =BI(Y)
735 NEXT Y
736 IF MI =BI(1) THEN MI=1
737 IF MI =BI(2) THEN MI=2
738 IF MI =BI(3) THEN MI=3
739 IF MI =BI(4) THEN MI=4
740 PRINT USING"###.#####";VI,N,ME1,ME3,ME4,ME5,MI
760 NEXT W
```


Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

```
770 PRINT “
780 NEXT A
790 NEXT C
800 END
```

ب. برنامج محاكاة لايجاد متوسط مربعات الخطا (MSE) باستخدام الطرائق الاتية:

الامكان الاعظم والعزوم والمقدر المنتظم غير المتحيز باصغر تباين ومقدر بيز القياسي و التقلص.

```
10 R=500:K1=5
15 RESTORE
20 DIM U (150),X(150),AMO(R) ,AMX(R),ASB(R),AEB(R),F(150)
30 DIM AA(150),BB(150)
40 N(1) =10:N(2) =25:N(3) =50:N(4) =100
41 PRINT”ESTIMATION OF MEAN SQUARE ERROR”
42 PRINT ”          “:PRINT
50 PRINT ”MODEL SIZE  MOM MLE SB. STB. UMVUE best”
60 PRINT ”----------  -----  ------- -------  ---- ------ ----------- -----“:
70 FOR C = 3 TO 4
80 FOR A =2.4 TO 3.6 STEP .4
90 VI =VI+1
100 FOR W=1 TO 4 110 N =N(W)
120 SUM1 =0: SUM3=0: SUM4=0: SUM5=0: SUM6=0
130 FOR L=1 TO R 140 FOR 1=1 TO N 150 U(1) =RND(1)
160 X(1) =C/((1-U(I))”(1/A))
170 NEXT I
180 MIN =X(1)
190 FOR I =2 TO N
200 IF MIN <=X(1) THEN 220
210 MIN =X(I)
220 NEXT I
230 CH =MIN
240 REM “MOMENT EST.”
250 SI =0
260 FOR I =1 TO N 270 SI=SI+X(1)
280 NEXT I:XB =SI/N 290 AMO(L) =XB/(XB-CH)
300 SUMI =SUM1+AMO(L)
310 REM ”MAXIMUM LIKLIHOOD EST.”
320 S2 =0
330 FOR I =1 TO N
340 S2 =S2+LOG(X(1)/CH)
350  NEXT I
```


Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

```
360 AMX(L)=N/S2
370 SUM3 =SUM3+AMX(L)
371 REM ”MAX.LIK.EST.”
372 S2=0
373 FOR I=1TO N
375 S2=S2+LOG(X(1)/CH)
37ti NEXT I
377 AMX(F)=(N-1)/S2
378 SUM6=SUM6+AMX(F) 380 REM”SB-ESTIMATION”
390 ASB(L)=KI*AMX(F)+(I-KI)*AMX(L)
400 SUM4=SUM4+ASB(L)
410 REM “STANDER BAYES ESTIMATION WHEN S=3”
411 REM “STANDER BAYES ESTIMATION WHEN S=4”
412REM”UNIFORMLY MINIMUM VAREANCE UNBIASED ESTIMUTION”
420 S3=0
430 FOR I=1 TO N
440 S3=S3+LOG(X(1)/CH)
450 NEXT I
460 AEB(L) =(N-3)/S3 470 SUM5=SUM5+AEB(L) 510 NEXT L
520 ME1=SUM1/R 530 ME3=SUM3/R
540 ME4=SUM4/R
550 ME5=SUM5/R
560 BII=ABS(ME1-A)
570 BI4=ABS(ME4-A)
580 BI5=ABS(ME5-A)
590 SR1=0:SR3=0:SR4=0:SR5=0 600 FOR L=1TO R
610 SR1=SR1+(AMO(L)-ME1)”2 620 SR3=SR3+(AMX(L)-ME3)”2
630 SR4=SR4+(ASB(L)-ME4)”4 640 SR5=SR5+(AEB(L)-ME5)^2 650 NEXT L
660 VAR1= SR1/R
670 VAR3= SR3/R
680 VAR4= SR4/R
690 VAR5= SR5/R
700 MSE(1)=VAR1+(B11)^2 710 MSE(2)=VAR3+(B13)^2
720 MSE(3)=VAR4+(B14)^2
730 MSE(4)=VAR5+(B15)^2
731 MI=MSE(1)
732 FOR Y=1 TO 4
733 IF MI<=MSE(Y) THEN 735
734 MI=MSE(Y)
735 NEXT Y
736 IF MI=MSE(1) THEN MI=1
737 IF MI= MSE (2) THEN MI=2
```


Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

```
738 IF MI= MSE (3) THEN MI=3
739 IF MI= MSE (4) THEN MI=4
740 PRINT USING"###.#####";VI,N, MSE (1), MSE (2), MSE (3), MSE (4),MI
760 NEXT W
770 PRINT "
780 NEXT A
790 NEXT C
800 END
```

ج. برنامج محاكاة لايجاد متوسط الخطأ النسبي المطلق ا (MAPE) باستخدام الطرائق الاتية:

الامكان الاعظم والعزوم والمقدر المنتظم غير المتحيز باصغر تباين ومقدر بيز القياسي و التقلص.

```
10 R=500:K1=5
15 RESTORE
20 DIM U (150),X(150),AMO(R) ,AMX(R),ASB(R),AEB(R),F(150)
30 DIM AA(150),BB(150)
40 N(1)=10:N(2)=25:N(3)=50:N(4)=100
41 PRINT"ESTIMATION OF MEAN ABSOLUT SQUARE ERROR"
42 PRINT"          ":PRINT
50 PRINT"MODEL SIZE  MOM MLE SB. STB. UMVUE best"
60 PRINT"----------  -----  ------- -------  ---- ------ ----------- -----":
70 FOR C= 3 TO 4
80 FOR A=2.4 TO 3.6 STEP .4
90 VI=VI+1
100 FOR W=1 TO 4 110 N=N(W)
120 SUM1=0:SUM3=0:SUM4=0:SUM5=0:SUM6=0
130 FOR L=1 TO R 140 FOR 1=1 TO N 150 U(1) =RND(1)
160 X(1) =C/((1-U(I))-(1/A))
170 NEXT I
180 MIN=X(1)
190 FOR I=2 TO N
200 IF MIN<=X(1) THEN 220
210 MIN=X(I)
220 NEXT I
230 CH=MIN
240 REM "MOMENT EST."
250 SI=0
260 FOR I=1 TO N 270 SI=SI+X(1)
280 NEXT I:XB=SI/N 290 AMO(L)=XB/(XB-CH)
300 SUMI=SUM1+AMO(L)
310 REM"MAXIMUM LIKLIHOOD EST."
```


Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

```
320 S2=0
330 FOR I=1 TO N
340 S2=S2+LOG(X(1)/CH)
350  NEXT I
360 AMX(L)=N/S2
370 SUM3=SUM3+AMX(L)
371 REM"MAX.LIK.EST."
372 S2=0
373 FOR I=1TO N
374 S2=S2+LOG(X(1)/CH)
375 NEXT I
376 AMX(F)=(N-1)/S2
377 SUM6=SUM6+AMX(F)
380 REM"SB-ESTIMATION"
390 ASB(L)=KI*AMX(F)+(I-KI)*AMX(L)
400 SUM4=SUM4+ASB(L)
410 REM "STANDER BAYES ESTIMATION WHEN S=3"
411 REM "STANDER BAYES ESTIMATION WHEN S=4"
412 REM"UNIFORMLY MINIMUM VAREANCE UNBIASED
ESTIMUTION"
420 S3=0
430 FOR I=1 TO N
440 S3=S3+LOG(X(1)/CH)
450 NEXT I
460 AEB(L) =(N-3)/S3 470 SUM5=SUM5+AEB(L) 510 NEXT L
520 ME1=SUM1/R 530 ME3=SUM3/R 540 ME4=SUM4/R 550
ME5=SUM5/R
560 BI(1)=ABS(ME1-A) 565 B13=ABS(ME3-A) 570 B14=ABS(ME4-A)
580 BI5=ABS(ME5-A)
590 SR1=0:SR3=0:SR4=0:SR5=0
600 FOR L=1TO R
610 SR1=SR1+(AMO(L)-ME1)/ME1)
620 SR3=SR3+(AMX(L)-ME3)/ME3)
630 SR4=SR4+(ASB(L)-ME4)/ME4)
640 SR5=SR5+(AE18(L)-ME5)/ME5)
650 NEXT L
660 VAR1= SR1/(R )670 VAR3=SR3(R) 680 VAR4=SR4/(R)
690  VAR5= SR5/R
700 MSE(1)=VAR1+(B11)^2
710 MSE(2)=VAR3+(B13)-2
720 MSE(3)=VAR4+(B14)"2
730 MSE(4)=VAR5+(B15)^2
```


Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

```
731 MI=MSE(1)
732 FOR Y=1 TO 4
733 IF MI<=MSE(Y) THEN 735
734 MI=MSE(Y)
735 NEXT Y
736 IF MI=MSE(1) THEN MI=1
737 IF MI= MSE (2) THEN MI=2
738 IF MI= MSE (3) THEN MI=3
739 IF MI= MSE (4) THEN MI=4
740 PRINT USING"###.#####";VI,N, MSE (1), MSE (2), MSE (3), MSE (4),MI
760 NEXT W
770 PRINT "
780 NEXT A
790 NEXT C
800 END
```

Abstract

In this research certain properties for pare to distribution with two parameters had been proved, to achieve the main propose of research, which is the comparison between Bays method and classical methods to estimate the shape parameter using simulation.

Monte-carlo methods for different models the comparison between standard Bays estimator and other estimators have been done using MSE (Mean square error) and MAPE (Mean absolute percentage error) assuming different values for sample size and for scale parameter is known.

The experimental aspect and results of simulation experiments and analysis of the results are explained in tables.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)