

التقدير اللامعلمي لمصفوفة الاحتمالات الانتقالية باستخدام التحليل العنقودي

أ.د. احسان كاظم القرشي
جامعة القادسية

م. ماجد جاسب عبدالله
هيئة التعليم التقني

الملخص

التحليل العنقودي او العنقدة (Clustering Analysis) يعد واحدا من الاساليب الاحصائية التي تهتم بتقسيم وتصنيف عناصر بيانات المتغيرات الى عدة مجموعات جزئية تكون متجانسة داخل المجموعة الواحدة (العنقود الواحد) وتكون متباينة ومختلفة مع المجاميع الأخرى (العناقيد الأخرى). وتعرف العمليات التصادفية بأنها عبارة عن مجموعة من المتغيرات العشوائية $\{x_t, t \geq 0\}$ مؤشرة بدلالة الزمن او اي مؤشر اخر، و سلاسل ماركوف من الانواع الشائعة الاستخدام من العمليات التصادفية. فكرة البحث تعتمد على الربط بين التحليل العنقودي والعمليات التصادفية (سلاسل ماركوف) لتقدير مصفوفة الاحتمالات الانتقالية بطريقة لامعلمية. الجانب التطبيقي تمثل بالحاكاة باستخدام برنامج (Matlab-7.10) لتوليد البيانات واجراء التحليل العنقودي وتقدير مصفوفة الاحتمالات الانتقالية.

المقدمة

التحليل العنقودي او العنقدة (Clustering Analysis) يعد واحدا من التحليلات الاحصائية التي تهتم بتقسيم وتصنيف عناصر بيانات المتغيرات الى عدة مجموعات جزئية تكون متجانسة داخل المجموعة الواحدة (العنقود الواحد) وتكون متباينة ومختلفة مع المجاميع الأخرى (العناقيد الأخرى) وبسبب هذه الخاصية التي يمتلكها التحليل العنقودي . اما العمليات التصادفية فتعرف بأنها عبارة عن مجموعة من المتغيرات العشوائية $\{x_t, t \geq 0\}$ مؤشرة بدلالة الزمن او اي مؤشر اخر، و سلاسل ماركوف تعد من الانواع الشائعة الاستخدام من العمليات التصادفية.

تعتمد فكرة البحث على الربط بين التحليل العنقودي والعمليات التصادفية لتقدير مصفوفة الاحتمالات الانتقالية بطريقة لامعلمية بالاعتماد على التغير في تصنيف المشاهدات في التحليل العنقودي ، فالمشاهدة يمكن ان تصنف من مجموعه معينه (عنقود) لكن بعد مده من الزمن تصنف ضمن مجموعه اخرى (عنقود اخر) نتيجة التغيرات التي تطرأ على الظاهره المدروسه ، وهذا السلوك يكون مشابه لسلوك العمليات التصادفية (سلسلة ماركوف) التي تتغير مع الزمن من خلال عد العناقيد في التحليل العنقودي كحالات لفضاء الحاله وانتقال المشاهدات بين العناقيد هي انتقالات بين حالات النظام وبذلك يمكن تقدير مصفوفة الاحتمالات الانتقالية لسلسلة ماركوف.

هدف البحث

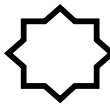
يهدف البحث الى تقدير مصفوفة الاحتمالات الانتقالية من خلال الربط بين اسلوبين من الاساليب الاحصائية هما:

١ - التحليل العنقودي.

٢ - سلاسل ماركوف.

التحليل العنقودي [3],[4] The Cluster Analysis

إن التحليل العنقودي أو العنقدة احد الاساليب الاحصائية وهي طريقة أنموذجية لتجميع البيانات (العناصر) ضمن مجموعات. فيتم تقسيم مجموعة من البيانات الى عدد من المجاميع الجزئية أو العناقيد بالاعتماد على تشابه العناصر ، حيث تملك العناصر داخل العنقود الواحد درجة عالية من التشابه بينما تملك العناصر المنتمية الى عناقيد أخرى ومختلفة درجة عالية من عدم التشابه ، فمثلاً إذا توفرت لدينا مجموعة من البيانات $[X = (x_1, \dots, x_n)]$ فإن الهدف هو تجزئة أو تحديد المجاميع الجزئية أو العناقيد من العناصر المتشابهه . فالتحليل العنقودي اسلوب يستخدم التصنيف البيانات في مجاميع فرعية و لا يستند الى العلاقة بين متغيرات معتمدة ومستقلة.



يعرف العنقود بأنه مجموعة من العناصر القريبة أو الأكثر تشابهاً مع بعضها داخل العنقود الواحد والبعيدة أو أقل تشابهاً مع عناصر العناقيد الأخرى. علماً أن هناك تعاريف أخرى استناداً إلى المركز أو الجوار أو الكثافة. ومن مقاييس التشابه وعدم التشابه (الاختلاف) مايلي:

المسافة الإقليدية Euclidean Distance

يعد للمقياس الإقليدي أكثر المقاييس شيوعاً وإستخداماً لحساب المسافات بين العناصر في فضاء متعدد

$$d_E(x_i, x_j) = \|x_i - x_j\| = \sqrt{\sum_{d=1}^p (x_{id} - x_{jd})^2}$$

الأبعاد . ويتم حساب هذه المسافة على النحو الآتي :

لكل $i, j \in n$ إذ أن x_j, x_i يمثلان العنصرين i th و j th في البعد (P) .

٢. معامل الارتباط Correlation Confection

$$r_{xy} = \frac{\sum_{d=1}^p (x_i - \bar{x}) (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{d=1}^p (x_i - \bar{x})^2 \sum_{d=1}^p (y_i - \bar{y})^2}}$$

ويستخدم هذا المقياس لقياس التشابه بين العناصر في فضاء متعدد الأبعاد

$\forall i, j \in n$

علماً أن مقياس عدم التشابه هو $1 - |r_{x,y}|$ or $1 - r^2_{x,y}$ ، علماً أن هناك مقاييس أخرى للتشابه والاختلاف بين العناصر في التحليل العنقودي منها ((المسافة الإقليدية المربعة Squared Euclidean Distance - مسافة مهلولوس Mahalanobis Distance - مسافة Chebychev (Maximum Distance) - مسافة القوة Power Distance - مسافة مانهاتن - Manhattan (City-Block) Distance - مسافات مقياس L-S العامة (Minkowski Distance) ((

طرائق التحليل العنقودي [4],[8] Cluster Analysis Methods

طرائق التحليل العنقودي بصورة عامة على نوعين متداخلة وغير متداخلة وكل منها تحتوي على عدة طرائق ، فالعنقدة المتداخلة تهدف إلى الحصول على الشكل الهرمي للعناقيد المسماة بالمخطط الشجري (Dendrogram) الذي يبين عملية إرتباط العناقيد بعضها مع بعض من خلال سلسلة متداخلة من التجزئات بإدماج البيانات في العناقيد الصغيرة بصورة متكررة إلى عنقيد أكبر (فتسمى طرائق التجميع) أو بفصل عنقيد كبير إلى عنقيد أصغر (فتسمى طرائق التقسيم) . على الرغم من أن معظم الأساليب المتداخلة تتضمن إرتباط عنقودين أو فصل عنقود إلى عنقودين ، فإن بعض الأساليب المتداخلة تربط أكثر من عنقودين في خطوة واحدة أو تفصل عنقود إلى أكثر من عنقودين جزئيين وهناك أسلوبان أساسيان لإنشاء العنقدة المتداخلة هما :

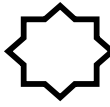
1- طرائق العنقدة المتداخلة التجميعية أو قوانين الربط (Bottom-Up) Linkage Rules - Agglomerative

٢ - طريقة العنقدة المتداخلة التقسيمية Divisive (top-down)

أما طرائق العنقدة غير المتداخلة Nonhierarchical Clustering Methods

والتي تسمى بـ (العنقدة التجزئية) (Partitional Clustering) فتتم العنقدة غير المتداخلة بتجزئة مجموعة البيانات إلى مجاميع جزئية وذلك بتحديد فئة من المجاميع غير المتداخلة التي تحتوي على علاقات غير متداخلة فيما بينها ولا تملك طرائق العنقدة غير المتداخلة أشكال تشبه الشجرة (Tree) حيث تتشكل العناقيد بإتباع أسلوب العنقدة التجزئية (Partitional Clustering) للحصول على تجزئة مفردة لمجموعة من العناصر إلى عنقيد بالإعتماد على التوافق بين عناصر البيانات وعملية تجزئتها .

تعتمد طرائق التجزئة التي تستخدم مربع الخطأ (squared error) إلى تحديد عدد العناقيد (K) وتمثيل كل عنقود بنموذج أولي (Prototype) ومن ثم العمل على تصغير دالة الهدف التي تمثل مجموع كل عناصر البيانات لمربع المسافة بين العنصر والنموذج الأولي للعنقود المحدد لها . وغالباً ما تمثل النماذج الأولية هذه مراكز العناقيد (cluster centers) كما في (K-Means) ، و (K-Medoid) .



ومن طرائق العنقدة غير المتداخلة طريقة K من المتوسطات وطريقة النماذج الأولية K- وطريقة التوزيعات المختلطة وطريقة كثافة التقدير وقد تم استخدام الطريقة الأولى في الجانب التطبيقي لذلك سنتطرق لها بشيء من التفصيل .

طريقة عنقدة K من المتوسطات K-Means Clustering Method

حيث تبدأ الطريقة مع K من العناقيد العشوائية ومن ثم تحريك (نقل) العناصر بين هذه العناقيد مع العمل على تصغير الاختلافات داخل العناقيد وتعظيم الاختلافات بين العناقيد ، بتحديد عدد ثابت من العناقيد واختيار مراكز العناقيد الأولية عشوائياً. من ثم يتم تعيين كل البيانات الى أقرب مركز عنقودي بدرجة عضوية مساوية الى (١) وعضوية (٠) الى العناقيد الأخرى ، بعد ذلك يتم اختيار مقياس المسافة الملائم . وتُعد هذه الطريقة من الطرائق اللامعلمية كثيرة الاستعمال ، ويمكن تلخيص خطوات خوارزمية هذه الطريقة على النحو الآتي :

بفرض أن $X = (x_{1p}, x_{2p}, \dots, x_{np})$ تمثل مصفوفة مجموعة من البيانات ذات ابعاد $(n \times p)$ التي يتم تصنيفها الى k من العناقيد وتمثل هذه العناقيد موجهات $(n \times 1)$ يمكن اختيارها عشوائياً من عناصر البيانات الكلية أو تمثل أول العينات k أو تمثل العينات المستندة على بعض المعلومات السابقة . ويتم تثبيت معيار التوقف $\in$ (termination tolerance) لطريقة العنقدة مثلاً ٠.٠٠١ و ٠.٠٠١ وهكذا .

توليد مصفوفة التجزئة $U = [u_{ij}]$ لكل $(i = 1, 2, \dots, k, j = 1, \dots, n)$ توليداً قياسياً منتظماً .

إختيار مراكز العناقيد $(C_1, C_2, \dots, C_k)$ حيث :

يحدد كل عنقود بواسطة المركز المتوسط (Centroid) .

تكون عدد المراكز مساوية الى عدد العناقيد النهائية .

تعيين كل عناصر البيانات الى أقرب مركز متوسط (أقرب جوار) باستخدام مقياس المسافة الملائم ، مثلاً في حالة استخدام المسافة الأقليدية فإن عناصر x_j للعنقود c_i تحدد على أساس أن :

$$|x_j - c_r| < |x_j - c_i| \quad \text{for all } i, r = 1, 2, \dots, k$$

$$j = 1, 2, \dots, n ; r \neq i$$

إعادة حساب المراكز لكل عنقود ، حيث يتم تحديد مراكز العناقيد الجديدة بحساب معدل عناصر البيانات

في كل عنقود .

إعادة تحديد أعضاء العنقود $U = [u_{ij}]$ لتصغير مربع الخطأ بين عناصر البيانات ومراكز العناقيد الحالية

إعادة تكرار الخطوات السابقة حتى الوصول الى التقارب المتمثل بحالة عدم التغير في مراكز العناقيد

$$C_i^{(l+1)} = C_i^{(l)} \quad ; \quad \forall i = 1, \dots, k$$

بمعنى إذا تحقق :

أو أن الخوارزمية تتوقف في حالة أن التغيرات في مصفوفة التجزئة تكون قليلة جداً أي عندما :

$$\prod_{j=1}^n \max \|U^{(l)} - U^{(l-1)}\| < \epsilon$$

حيث أن l تمثل عدد التكرارات ويمثل ϵ معيار التوقف

مقياس صحة العنقدة الظلي [3],[4] Silhouette Validity Measure

هناك عدة مقاييس لصحة العنقدة تعتمد اساليب مختلفة منها (إجراء التحليل باستخدام مقياس مسافة مختلف

او باستخدام طريقة عنقدة مختلفة او تجزئة البيانات عشوائياً الى نصفين وتحليل كل نصف كحالة منفصلة) .

لكن سوف يتم اختيار مقياس صحة العنقدة الظلي لتوفره في البرنامج الذي تم استعماله في التطبيق فهو

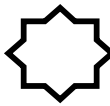
يحسب العرض الظلي (Silhouette Width) لكل عنصر ، ومعدل العرض الظلي لكل عنقود والمعدل الكلي

للعرض الظلي لمجاميع البيانات . يستخدم هذا المقياس لحساب صحة أو قانونية العنقدة ولمقارنة العدد الأمثل

من العناقيد المختارة من خلال تمثيل كل عنقود بما يسمى بالظلية التي تعتمد على مقارنة إدماج وفصل العناقيد

والذي يمثل مؤشر أو دليل ثقة لعضوية العنصر jth في العنقود المحدد S_i .

يمكن حساب مقياس العرض الظلي $SR(j)$ للعنصر jth في العنقود ith حسب الصيغة الآتية :



$$SR(j) = \frac{b(j) - a(i)}{\max[a(j), b(j)]}$$

حيث أن $a(j)$ تمثل معدل المسافة بين العنصر j th وجميع العناصر الأخرى في العنقود s_i ، وتمثل $b(j)$ أصغر معدل مسافة بين العنصر j th وكل العناصر الأخرى المعنقدة في $(i \neq r; r = 1, \dots, k) s_r$.

وأن قيمة $SR(j)$ تكون بين +1 و -1؛ $(-1 \leq S(j) \leq +1)$ ففي حالة إقتراب قيمة $S(j)$ من (+1) فيستنتج من هذا أن العناصر تكون معنقدة جيداً وأنها معينة إلى العنقود الملائم. وعندما تقترب قيمة $SR(j)$ من (0) فيعني هذا أن العنصر يقع إلى حد ما بين عنقودين ومن الممكن تعيينه إلى أقرب عنقود. أما في حالة إقتراب قيمة $SR(j)$ من (-1) فيعني هذا أن العنصر غير مصنف جيداً (Misclassified). وتدل القيم الكبيرة لمقياس $SR(j)$ على العنقدة الجيدة وعلى وجود عدد مثالي من العناقيد.

العمليات التصادفية [2],[5] Stochastic Processes

تعرف العملية التصادفية بأنها عبارة عن ظاهرة تتغير بتغير دليل معين (كالزمن أو السُمك أو أي دليل آخر) والتي لا يمكن إيجاد قيمها النظرية بدقة تامة، بل لها مدى معين من القيم الممكنة والمتعلقة بتوزيع احتمالي يصف قيمتها عند كل قيمة من الدليل. وتعرف كذلك بأنها عبارة عن مجموعة من المتغيرات العشوائية $\{x_t, t \geq 0\}$ مؤشرة بدلالة الزمن (أو أي دليل آخر)، كما يمكن تعريفها بأنها عبارة عن متسلسلات من المتغيرات العشوائية تولدت بواسطة القوانين الاحتمالية. يرمز للعملية التصادفية بالرمز (x_n) ، حيث (n) تشير إلى الزمن المتقطع $(n = 0, 1, \dots)$ ، أو يرمز لها بـ (x_t) عندما يكون الزمن مستمراً $(t \geq 0)$.

وعليه فإن العملية (x_t) تسمى العملية التصادفية والقيم التي تقتض بواسطة العملية تسمى الحالات (States)، ومجموعة القيم الممكنة تسمى فضاء الحالة (State Space)، وإن مجموعة القيم الممكنة للمعلمة (T) المؤشرة (Index Parameter) تسمى فضاء المعلمة (Parameter Space) والتي يمكن أن تكون مستمرة أو متقطعة، وتدل المعلمة (T) عادة على الزمن. وبسط مثال هو عدد الحوادث المرورية والذي يعد متغير عشوائي لكن عند قياسه بدلالة دليل مثل الزمن أو طول الطريق عند ذلك يصبح لدينا عملية تصادفية تمثل عدد الحوادث بدلالة الزمن أو طول الطريق.

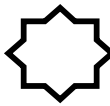
عمليات ماركوف (Markov Processes)

يقال للعملية التصادفية ذات المعلمة المتقطعة $\{X_t; t=0,1,2,\dots\}$ أو ذات المعلمة المستمرة $\{X(t), t \geq 0\}$ بأنها عملية ماركوف إذا حققت الخاصية الآتية:

$$P\{X_{(t+1)} = j | X_{(t)} = i, X_{(t-1)} = i_{t-1}, X_{(t-2)} = i_{t-2}, \dots, X_{(t_0)} = i_0\} = P\{X_{(t+1)} = j | X_{(t)} = i\}$$

عند دراستنا لأية ظاهرة أو نظام فأننا نسعى غالباً إلى استنتاج ومعرفة حالة النظام عند نقطة زمنية معطاة، ولتكن t_1 ، عن طريق معرفتنا بحالة هذا النظام عند أية نقطة زمنية مبكرة سابقة لها t_0 ولا يعتمد على جميع تاريخ النظام (System History) قبل النقطة الزمنية t_0 . وبعبارة أخرى فإن حالة النظام عند النقطة الزمنية الحالية t_1 تكون مستقلة (Independent) عن جميع حالات النظام الأخرى قبل النقطة الزمنية t_0 ، بل تعتمد فقط على حالة النظام السابقة لها، أي عند النقطة الزمنية t_0 . فالعمليات التصادفية التي تحقق هذا الشرط تسمى بعمليات ماركوف (Markov Processes).

أي أن التوزيع الشرطي (Conditional Distribution) للمتغير $X(t+1)$ معطى جميع قيمه الماضية الحاضرة تعتمد فقط على القيمة الحالية منه $X(t)$ ولا تعتمد على أية قيمة أخرى من الماضي. وتعرف هذه الخاصية بخاصية ماركوف (Markov Property). وكما هو واضح فإن هذه الخاصية تتضمن السببية



الاحتمالية (Probabilistic Causality) وتصنف عمليات ماركوف تبعاً لفضاء الحالة (متقطع-مستمر) وفضاء المعلمة (متقطع-مستمر).

سلسلة ماركوف (Markov Chain)

تسمى عملية ماركوف ذات فضاء الحالة المتقطع سلسلة ماركوف (Markov Chain) بغض النظر عن وصف فضاء المعلمة إن كان متقطعاً أم مستمراً، وغالباً ما تستخدم مجموعة الأعداد الصحيحة $S = \{0, 1, 2, \dots\}$ كفضاء حالة لتمثيل سلاسل ماركوف. وقد عرفت سلسلة ماركوف بأنها عملية عشوائية متقطعة الزمن يتميز كل متغير عشوائي (X_t) فيها بارتباطه بالمتغير السابق له مباشرة (X_{t-1}) وبتأثيره على المتغير اللاحق (X_{t+1}) فقط، ومن هنا أطلق على هذه العملية اسم "سلسلة" لتعلق كل متغير بجواره المباشر فقط.

ويرمز لسلسلة ماركوف اختصاراً (MC)، وهي عبارة عن سلسلة من المتغيرات العشوائية (Sequence of Random Variables) $\{X_t; t=0, 1, 2, \dots\}$ تحقق خاصية ماركوف وان الانظمة التي تمتلك تلك الخاصية تسمى بسلاسل ماركوف.

الاحتمالات الانتقالية (Transition Probabilities)

من المعروف أن سلسلة ماركوف (MC) بنيت أساساً على انتقال الظاهرة من حالة إلى أخرى ضمن فضاء الحالة تحكمها في ذلك قوانين احتمالية، وتسمى الاحتمالات التي تصف الانتقال لسلسلة ماركوف من حالة إلى أخرى خلال فترة زمنية معينة، بالاحتمالات الانتقالية (Transition Probabilities)، ويرمز للاحتمال الانتقال من الحالة i عند أية لحظة زمنية t بغض النظر عن الحالة السابقة للحالة i (التاريخ المسبق) إلى الحالة j عند الزمن $t+1$ (بعد خطوة واحدة) بالرمز P_{ij} المتمثل بالصيغة الآتية:

$$P_{ij} = P\{X_{t+1}=j | X_t=i\}$$

ولجميع قيم $i, j \in I$ حيث أن I هي مجموعة الأعداد الصحيحة (Integer Numbers). وهذا الوصف يلائم فضاء معلمة سلسلة ماركوف المتقطع الذي يمكن تمثيله بالأعداد الصحيحة $\{0, 1, 2, \dots\}$ ، وفي حالة كون فضاء المعلمة لسلسلة ماركوف مستمراً يصبح الانتقال بين الحالات عبر الكثافات الانتقالية (Transition Densities) بدلاً من الاحتمالات الانتقالية. وبناءً على ذلك توضع الاحتمالات الانتقالية في مصفوفة تربيعية أبعادها $n \times n$ تسمى بالمصفوفة الاحتمالات الانتقالية، ويشترط في هذه المصفوفة تحقيق الشرطين الآتيين: إن كل عنصر من عناصر هذه المصفوفة يجب أن لا يكون سالباً، أي $P_{ij} > 0$.

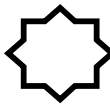
$$\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1$$

إن مجموع عناصر كل صف فيها يجب أن يساوي الواحد الصحيح، أي
والتمثيل الآتي هو لمصفوفة الاحتمالات الانتقالية (Transfer Matrix) أبعادها $n \times n$.

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1j} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2j} & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nj} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix}$$

وكل عنصر من عناصر (P_{ij}) يُعبر عن احتمال انتقال الظاهرة من الحالة i إلى الحالة j خلال وحدة زمنية واحدة (خطوة واحدة). ويمكن تعميم هذه الحالة، فعند إيجاد انتقال الظاهرة من الحالة i إلى الحالة j بعدد من الخطوات أو الوحدات الزمنية، لتكن k ، فإن رمز مصفوفة الانتقال هو $P(k)$ ، ويمكن البرهنة على أن $P(k) = P^k$. وتعد مصفوفة الانتقال إحدى المكونات الرئيسة لنموذج ماركوف.

أن الاحتمالات الانتقالية تمثل معلومات لذا يستوجب تقديرها، فتستخدم طريقة الإمكان الأعظم لتقدير الاحتمالات الانتقالية (p_{ij}) للسلسلة الزمنية الجزئية (القصيرة) (Micro Data) حيث يكون انتقال الظاهرة لهذا النوع من السلاسل معلوم (ملاحظ) أو يمكن القول هي نوع من البيانات التي يمكن معرفة كيفية الانتقال (الانتقال المعلوم) من الحالة (i) في الوقت (t) إلى الحالة (j) في الوقت $(t+1)$ ، أما عندما يكون الانتقال من حالة إلى أخرى في السلسلة الزمنية مجهول يتم استخدام طرق أخرى للتقدير مثل طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS). أو طريقة المربعات الصغرى العامة (GLS).



وعلى افتراض أن هناك عينة مكونة من المشاهدات على شكل سلاسل ماركوف في حالة الثبوتية (ergodic)، وعلى فرض أن العدد $nI(0)$ يمثل العناصر المشاهدة في الحالة (i) عند الوقت $(t = 0)$ ، حيث تشير العناصر المشاهدة إلى سلسلة من الحالات عند الوقت $(t = 0, 1, 2, \dots, T)$ ، وعليه فإن عملية ماركوف في حالة الاستقرار تعطى بالشكل الآتي:

$$p_r(x_0, x_1, \dots, x_T) = p_r(x_0) \prod_t p_r(x_t / x_{t-1})$$

ليكن $n_{ij}(t)$ تمثل عدد العناصر المشاهدة لكل $(x_t = s_j, x_{t-1} = s_i)$ ، وإن:

$$n_{ij} = \sum_t n_{ij}(t)$$

$$\hat{p}_{ij} = \frac{n_{ij}}{\sum_j n_{ij}} \geq 0$$

إذ $\hat{p}_{ij}$ يمثل تقدير الإمكان الأعظم عندما تكون الاحتمالات الانتقالية مستقرة، أما عندما تكون الاحتمالات الانتقالية غير مستقرة فننتبع الصيغة التالية:

$$\hat{p}_{ij}(t) = \frac{\sum_{t=1}^T n_{ij}(t)}{\sum_t \sum_j n_{ij}(t)}$$

الجانب التجريبي (المحاكاة): [1] [6] [7]

تعرف المحاكاة بأنها عملية تمثيل أو تقليد للواقع الحقيقي باستخدام نماذج معينة، وكثيراً ما نجد في الواقع الحقيقي أن هناك عمليات تكون معقدة الفهم والتحليل لذلك فمن الأفضل أن نوصف هذه العمليات بصورة مشابهة للصور الحقيقية بنماذج معينة، ففهم النموذج يحقق لنا قدراً من الإدراك للعملية الأصلية أو الواقع الحقيقي من خلال محاكاة النموذج، لقد تعددت أساليب المحاكاة ولاسيما بعد التطور السريع الذي حصل في استخدام الحاسبة الالكترونية ولكونها الأسلوب الفعال الذي يمكننا من إدارته بشكل تطبيقي واسع ذي مديات تفوق الإمكانيات المعقولة في التطبيق العملي.

إن أول مراحل استخدام أسلوب المحاكاة هو توليد المتغيرات العشوائية قيد الدراسة، كما أن أي تجربة محاكاة ماهي إلى عبارة عن نوع معين من أنواع المعاينة إذ تسحب هذه العينة من المجتمع الافتراضي الممثل للظاهرة المدروسة بأحجام مختلفة من العينات ويتكرره بعدد كبير من المرات بدلاً من أن تسحب من المجتمع الحقيقي. وبذلك فإن أسلوب المحاكاة يمكن أن يحقق للباحثين حلولاً تحليلية وكذلك يؤمن قاعدة تجريبية تكون دليلاً لهم مع القاعدة النظرية لاختيار الأسلوب الملائم أو الطريقة الملائمة لتحليل ودراسة بيانات الظواهر التي يدرسونها من خلال مطابقة خصائصها مع الأنواع التي طبقت المحاكاة عليها. وصف تجربة المحاكاة الخاصة بالبحث:

١- برنامج المحاكاة كتب باستخدام البرنامج (Matlab-7.10) لتوليد المتغيرات العشوائية باستخدام الدالة

10 2

(normrnd) والتي تولد متعدد متغيرات طبيعي بمتوسط (50 50) ومصفوفة تباين (10 2) لتمثل بيانات ظاهرة معينة ولمدتين زمنيتين.

٢- إجراء التحليل العنقودي وتصنيف بيانات المدتين وتم اختيار التصنيف بثلاث عناقيد.

٣- بناء مصفوفة الانتقالات (Fij) بأبعاد (3*3) لتمثل الانتقالات بين حالات التصنيف (الثلاث) خلال المدتين.

٤- بناء مصفوفة الاحتمالات الانتقالية (Pij).

بناء أنموذج ماركوف يتم أولاً بإيجاد عدد تكرارات الانتقال بين حالات العملية من خلال حساب عدد الانتقالات من الحالة (i) إلى الحالة (j) في خطوة واحدة إذ يتم بناء مصفوفة الانتقالات ذات الخطوة الواحدة:



$$F_{ij} = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{pmatrix}$$

ومن مصفوفة الانتقالات F يمكن تقدير مصفوفة الاحتمالات الانتقالية P ولكل صف بقسمة كل عنصر في الصف على مجموع الصف :

$$P_{ij} = \begin{cases} F_{ij} / \sum_{i=1}^m F_{ij} & \text{if } \sum_{i=1}^m F_{ij} > 0 \\ 0 & \text{if } \sum_{i=1}^m F_{ij} = 0 \end{cases}$$

$$P_{ij} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix}$$

فتصبح لدينا مصفوفة الاحتمالات الانتقالية التالية:

نتائج البرنامج:

البيانات التي تم توليدها باستخدام المحاكاة كانت عبارة عن متجه ذو ابعاد (٢*١٥) تمثل متعدد متغيرات طبيعي، وكان تصنيف التحليل العنقودي بأختيار ثلاث عناقيد لهذه البيانات كما يلي:

2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 1 1 1 1
1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3

وكانت معدلات مقياس صحة العنقدة الظلي للعناقيد كالاتي: $SR(1)=0.62$, $SR(2)=0.43$, $SR(3)=0.48$

ورسم البياني المرفق يبين مقياس صحة العنقدة الظلي. مما يدل على صحة عملية العنقدة بصورة مقبولة. فتكون مصفوفة الانتقالات كما يلي:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

ومنها يتم بناء مصفوفة الاحتمالات الانتقالية فتكون كما يلي :

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0.83 & 0.17 & 0 \\ 0. & 0.8 & 0.2 \end{bmatrix}$$

الاستنتاجات

- ١- امكانية استعمال وتوظيف طرائق التحليل العنقودي في تقدير الاحتمالات الانتقالية لسلاسل ماركوف.
- ٢- امكانية الربط بين اساليب تحليل متعدد المتغيرات واساليب العمليات التصادفية في التقدير.
- ٣- المحاكاة اسلوب يوفر بيانات تجريبية للباحثين بتوزيعات ومعلومات مختلفة تمكهنهم من تصوير الواقع بشكل تقريبي.

التوصيات

- ١- استعمال طرائق اخرى من طرائق التحليل العنقودي في تقدير الاحتمالات الانتقالية لسلاسل ماركوف .
- ٢- استعمال اساليب اخرى لمتعدد المتغيرات في تقدير الاحتمالات الانتقالية لسلاسل ماركوف او انواع اخرى من العمليات التصادفية .

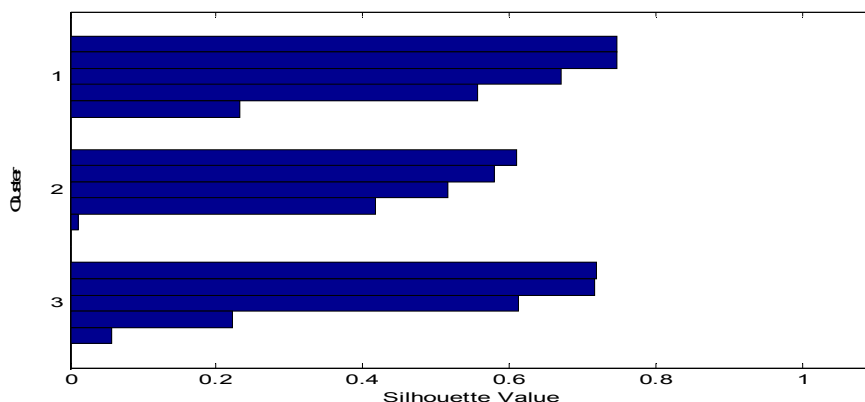


٣- المساهمة بنشر الوعي والادراك للتحليل التصادفي من خلال استعمال العمليات التصادفية في الجوانب التطبيقية نظرا لقلة استعمالها قياسا لمواضيع الاحصاء الاخرى.

المصادر

- ١- بقجه جي صباح الدين واخرون -١٩٩٨- بحوث العمليات - المركز العربي للتعريب والترجمة والتأليف والنشر - دمشق- سوريا.
- ٢ - الربيعي ، فاضل محسن وعبد ، صلاح حمزة -٢٠٠٠- مقدمة في العمليات التصادفية - مديرية دار الكتب للطباعة والنشر ، بغداد .
- ٣- الشيخ، وفاء سيد حسنين-٢٠٠٦-إستخدام التحليل العنقودي في عمليات التصنيف مع تطبيق عملي- اطروحة دكتوراه في الاحصاء- كلية الادارة والاقتصاد - الجامعة المستنصرية.
- ٤ - Everitt, B.S. and Dunn, G.- 2001-Applied multivariate data analysis- Oxford university press Inc., New York-Usa .
- ٥ -Ching W.-K.Michael K. N. -2006- Markov Chains: Models, Algorithms and Applications -Springer Science+Business Media, Inc-Usa.
- ٦ -Introduction to operations research/ ٢٠٠١- Hillier, F. S, Lieberman G. J. -7th ed. New York -Usa.
- ٧ - Matlab (7.10.0)-2010 -The Language of Technical Computing-The MathWorks,Inc- Usa.
- 8-Rencher ,A. C...-2002-Methods of Multivariate Analysis -2nd ed - John Wiley & Sons, Inc.-Usa.

ملحق ١-الرسم البياني



الملحق ٢-البرنامج

المخطط البياني لمقياس صحة العنقدة الظلي

```
clc
clear
a=[50 50];
m=[10 2;2 10];
for j=1:2;
15); t=mvnrand(a,m,
if j==2 ,t=sort(t,'descend');
end
t= sort(t);
```



```
idx=kmeans(t,3);
a=idx;
silhouette(t,a,'Euclidean');
if j==1 , a1=a;
end
if j==2 , a2=a;
end
[t a];
end
[a1,a2]
x=zeros(3,3)
5; for j1=1:
x(a1(j1),a2(j1))=x(a1(j1),a2(j1))+1;
end
x
s1=sum(x,2);
for j2=1:3
for j3=1:3;
x(j2,j3)=x(j2,j3)/s1(j2);
end
end
x
```

The Non-parametric Estimation of Transitions Probability Matrix by using Clustering Analysis

Ihsan K.SH.AL-Querashy
Al-Qadiseua University

Majed CH.A.AL-Equaly
Amarah Tech.Institute

Abstract

The aim of cluster analysis (clustering) is to classify a collection of data objects into clusters, such that objects within a cluster are more similar to each other than the objects in the other clusters. The change that happen on the state of the system with time become as behavior of Stochastic Process (Markov Chains) that changing with time, we can represent the state of the system like Markov Chains and we can estimate the transitions probability matrix. We use the simulation to generating the data and apply the cluster analysis and estimate the transitions probability matrix.