حساب عامل التراكم للحزمة المخروطية من أشعة كاما باستخدام طريقة مونتي كارلو

أنور احمد محمد السامرائي[١] و علاء باقر كاظم[٢]

[١] كلية التربية /سامراء، جامعة تكريت، سامراء، جمهورية العراق

[٢] دائرة الفيزياء، وزارة العلوم والتكنلوجيا، جمهورية العراق

الملخص :

استخدمت طريقة مونتي كارلو لحساب عامل التراكم العددي للحزمة المخروطية من مصدر لأشعة كاما لمواد الألمنيوم والحديد والرصاص . صمم برنامج بلغة الفورتران لحساب العامل أعلاه عن طريق صياغة أنموذج رياضي يصف تفاعل الفوتون وانتقاله معتمداً على الأبعاد الهندسية للمنظومة إضافة إلى نوع الشرائح المستخدمة . أطلق على هذا البرنامج اسم (GRBF) وهو اختصار لـ(Gamma Ray Buildup Factor) ، وقد حسب عامل التراكم تبعاً لتغير المسافة بين الكاشف والشريحة ضمن المدى (20cm-60cm) ، فيما تراوحت زوايا تسديد الحزمة خلال الفترة (10^0–58^0) ، كذلك تغير المسافة بين الشريحة والمصدر ضمن المدى(9.5cm-25cm) ، علاوة على تغير العدد الذري وسمك الشرائح المستخدمة . وقد توافقت القيم المحسوبة من البرنامج مع القيم العملية عندما يكون سمك الشريحة اصغر او يساوي $4\mu x$ بشكل ملحوظ وبمعدل انحراف 7.8% للقياسات كافة فيما ارتفعت نسبة الانحراف عندما يكون السمك اكبر $4\mu x$ عن القيم السابقة.

المقدمة:

تعد أشعة كاما إحدى أنواع الأشعة الكهرمغناطيسية وهي ذات منشأ نووي وطول موجي قصير .تتفاعل أشعة كاما مع المادة بعدة طرق أهمها التأثير الكهرضوئي واستطارة كومبتن وإنتاج الزوج ، إن تعدد طرق تفاعل أشعة كاما مع المادة يؤدي إلى العلاقة الآسية المتناقصة للتوهين:

$$I = I_0 \exp(-\mu x) \qquad (1)$$

حيث أن I_0 :شدة الأشعة الساقطة على السمك X ، I شدة الأشعة النافذة من السمك X ، $\mu(m^{-1})$ معامل التوهين الخطي للمادة ، $x(m)$ سمك المادة.

إن المعادلة المذكورة في أعلاه تصح فقط للحزمة الضيقة(Narrow beam) والتي تكون مسددة بزاوية صغيرة[1] بحيث أن الفوتونات الواصلة إلى الكاشف هي فقط الفوتونات غير المتفاعلة كما في الشكل(1–أ) أما في الحزمة العريضة (Wide beam) فان قسماً من الفوتونات المتفاعلة قد تصل إلى الكاشف مسببة بذلك زيادة في معدل العد كما في الشكل (1–ب)، إن نسبة الزيادة تدعى بعامل التراكم(Build up factor). لو كانت I_u

تمثل الحزمة غير المتفاعلة الواصلة إلى الكاشف و I_s تمثل الحزمة المتفاعلة الواصلة إلى الكاشف فأن[2]:

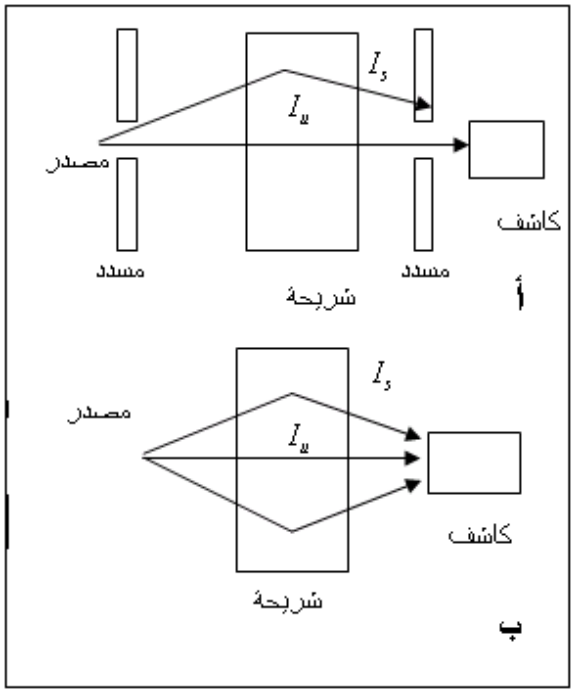
$$I_{tot} = I_S + I_u \qquad (2)$$

حيث I_{tot} الحزمة الكلية الواصلة إلى الكاشف والتي تساوي:

$$I_{tot} = BI_u \qquad (3)$$

حيث إن B يمثل عامل التراكم والذي يمكن وصفه من المعادلة السابقة :

$$B = 1 + \frac{I_S}{I_u} \qquad (4)$$



شكل(١):(أ)الحزمة الضيقة، (ب) الحزمة العريضة

من هنا يمكن إعطاء تعريف لعامل التراكم بأنه النسبة بين الكمية التي تؤثر في نقطة بموجب العدد الكلي للفوتونات إلى الكمية التي تؤثر في النقطة ذاتها بموجب عدد الفوتونات غير المتفاعلة فقط.

إن الكمية المؤثرة قد تعني عدد الفوتونات أو طاقة ساقطة أو جرعة ممتصة، ففي حالة عدد الفوتونات يسمى عامل تراكم عددي (Number Buildup factor)والذي يعطى بالمعادلة[3]:

$$B_N = \frac{\int_0^{E_0} N_0 dE}{\int_0^{E_0} N_0^0 dE} \qquad (5)$$

حيث N_0 عدد الفوتونات الكلية الواصلة إلى الكاشف ، أما N_0^0 فهي عدد الفوتونات غير المتفاعلة الواصلة إلى الكاشف ، وهي دوال للطاقة والاتجاه، E_0 طاقة المصدر ، وعامل التراكم العددي هو النوع المحسوب في هذا البحث. يعتمد عامل التراكم على العوامل الآتية[4]:

١–طاقة المصدر المشع.

٢–سمك الشريحة المستخدمة .

٣–نوع مادة الشريحة .

٤-الترتيب الهندسي للمنظومة .

٢-الأنموذج لمفترض لـ (GRBF):

إن أهمية عامل التراكم تبرز من خلال توفيره معلومات حول الأشعة النافذة من خلال الدروع المستخدمة وعن كمية الجرعة الواصلة إلى العامل في هذا الحقل اعتماداً على العوامل السابقة ، لذلك اجريت العديد من البحوث في هذا المجال منذ بداية القرن العشرين وباستخدام عدة تقانات، واخرها استخدام طريقة (Angular Eigenvalue) [5,6,7] حيث حُسب عامل تراكم التعرض للحديد والماء والرصاص لعمق اختراق 60mfp ولمدى طاقة (10 MeV-0.1MeV) ، وقورنت النتائج التي حصل عليها الباحثون مع النتائج النظرية الأخرى وكانت متوافقة تماماً . في بحثنا الحالي استخدم أسلوب المحاكاة في التعامل مع الحدث ، إن مصطلح المحاكاة (Simulation) يشير إلى تشكيل عملية دينمية (Dynamic Process) واستخدام هذا التشكيل لدراسة تلك العملية وقد يتضمن هذا النموذج (Model) معادلة أو مجموعة معادلات تصف هذه العملية ، وفيما يخص عامل التراكم فأن الفوتون يمثل الجزء المتحرك عن طريق وصف العملية الدينمية له تبعاً لطرق تفاعل الفوتون مع المادة وتشبيه أي تصرف عشوائي متوقع للفوتون بالأرقام العشوائية . وعليه فأن النموذج المفترض اهتم بمعالجة تفاعل الفوتون مع المادة والموقع الهندسي للتفاعل في الفضاء لغرض معرفة اتجاه الفوتون النهائي بعد التفاعل ، ولغرض توضيح الأنموذج سوف يقسم إلى ثلاث فقرات الأولى خاصة بتفاعل الفوتون مع المادة والثانية خاصة بالمنظومة المفترضة وحساب تغير المواقع في فضائها والثالثة بمعالجة طريقة مونتي كارلو والبرنامج المعد للحساب وكما يلي:

٣-١ تفاعل الفوتون مع المادة:

إن عملية تفاعل الفوتون مع المادة عملية غير مستمرة خلافاً لما هو الحال عليه مع الجسيمات المشحونة حيث أن الفوتون المتفاعل يسقط من الحزمة حال تفاعله. في البحث الحالي استخدم نظير السيزيوم ^{137}Cs بطاقة قدرها 0.662Mev ، لذلك فأن التفاعلات التي تكون متوقعة هي التفاعلات الآتية :

٣-١-١ التفاعل الكهروضوئي:

تمثل الظاهرة الكهرضوئية تفاعلاً بين الفوتون و إلكترون ذري . ينتج عن هذا التفاعل انطلاق إلكترون ضوئي بطاقة حركية مساوية إلى فرق الطاقة بين طاقة الفوتون الساقط وطاقة ربط الإلكترون[2] .لن تتم متابعة الفوتون المتفاعل بهذه الطريقة في البرنامج لكونه قد امتص كلياً وكذلك لا يتابع البرنامج حركة الإلكترون المتحرر لان فوتونات الكبح المتحررة من مسار الإلكترون داخل المادة والإشعاعات الثانوية الأخرى المرافقة للعملية تهمل لقلة طاقتها لذلك فان الفوتون المتفاعل كهروضوئياً يترك وينتقل البرنامج لمتابعة فوتون أخر.

٣-١-٢استطارة رايلي(Rayleigh Scattering):

تسمى أحياناً بالاستطارة المتشاكهة (Coherent scattering) وهي انحراف حاصل في مسار الفوتون نتيجة لتأثير الإلكترونات الذرية عليه ، ولكن بدون أي نقصان في طاقته [8] ، تحدث استطارة رايلي بصورة عامة بزاوية صغيرة وقد بين (Franz) [8] أن اكثر من ثلاث أرباع الاستطارة تحدث بزوايا اصغر من θ_c (Characteristic angle) والتي تعرف بـ:

$$\theta_c = 2\times\sin^{-1}(2.6\times10^{-2}Z^{1/3}(0.511/E)) \qquad (6)$$

حيثZ العدد الذري للمادة ،E طاقة الفوتون الساقط بوحدات (MeV) ،لقد استخدمت المعادلة (6) في البرنامج لإيجاد θ_c لمعالجة استطارة رايلي.

٣-١-٣استطارة كومبتن(Compton Scattering):

في هذه الظاهرة يفقد الفوتون جزءاً من طاقته إلى الكترون مداري من المدارات الخارجية مع تغير في اتجاه الفوتون الساقط ، يكون الفوتون والإلكترون منظومة تحافظ على قانوني حفظ الزخم والطاقة حيث يكتسب الإلكترون طاقة حركية مساوية إلى فرق الطاقة بين طاقة الفوتون الساقط و طاقة الفوتون المستطار إذا ما أهملت طاقة ربط الإلكترون [2]:

$$E_e = E - E' \qquad (7)$$

E_e الطاقة الحركية للإلكترون ، E' طاقة الفوتون المستطار ،E طاقة الفوتون الساقط

وباستخدام قانون حفظ الزخم يمكن إيجاد E' كدالة لزاوية الاستطارة θ من خلال العلاقة [9] :

$$E' = \frac{E}{[1+\frac{E}{m_0c^2}(1-\cos\theta)]} \qquad (8)$$

أما المقطع العرضي الكلي للاستطارة فبعطى بـ [8] :

$$\sigma_{com}(\frac{m^2}{elec}) = \pi r_0^2\{[2\varepsilon^2(1+\varepsilon-\varepsilon\cos\theta)^2]^{-1}[4+10\varepsilon+8\varepsilon^2+\varepsilon^3-(4+16\varepsilon+16\varepsilon^2+2\varepsilon^3)\cos\theta+(6\varepsilon+10\varepsilon^2+\varepsilon^3)\cos^2\theta-2\varepsilon^2\cos^3\theta]+\varepsilon^{-3}(\varepsilon^2-2\varepsilon-2)\ln(1+\varepsilon-\varepsilon\cos\theta\} \qquad (9)$$

حيث أن:

$$\varepsilon = E/m_0c^2$$

و E طاقة الفوتون بوحدات (MeV) .

$$r_0 = 2.82\times10^{-15}(m)$$

توفر المعادلة (9) إمكانية الحصول على زاوية الاستطارة بالاعتماد على الأرقام العشوائية، وقد استخدمت هذه الإمكانية في البحث الحالي وكما سوف يوضح لاحقاً. تعد استطارة كومبتن من أهم طرق تفاعل الفوتون مع المادة وخاصةً في حساب ودراسة عامل التراكم لكونها الأساس للفوتونات الواصلة إلى الكاشف في الحزمة العريضة ولكون هذه الظاهرة الأكثر هيمنة لمدى واسع من الطاقات ولاعداد ذرية معينة .

إن مجموع احتماليات التفاعلات السابقة يدعى بمعامل التوهين الخطي(Linear attenuation coefficient) وبالوحدة القياسية $\mu(m^{-1})$ ويساوي[10] :

$$\mu(m^{-1}) = \sigma_{Ph} + \sigma_{Com} + \sigma_{Ry} \qquad (10)$$

حيث: σ_{Ph} احتمالية التفاعل الكهروضوئي، σ_{Com} احتمالية استطارة كومبتن، σ_{Ry} احتمالية استطارةرايلي

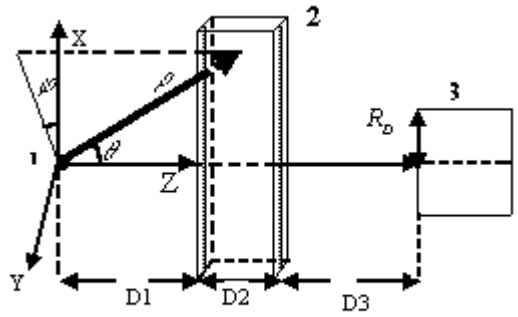
ويسمى بمعامل التوهين الكتلي(Mass attenuation coefficient) عندما تكون وحداته (m^2/kg) ويرتبط المعاملان من خلال العلاقة [2]:

$$\mu_m(m^2/kg)=\frac{\mu(m^{-1})}{\rho(kg/m^3)} \qquad (11)$$

حيث $\rho(kg/m^3)$ تمثل كثافة المادة الموهنة للحزمة.

٣-٢ المنظومة المفترضة في الحساب:

يوضح الشكل (٢) المنظومة المفترضة لحساب عامل التراكم والتي تكون مشابهة للمنظومات المعدة لقياس العامل وتحتوي هذه المنظومة على: (١) المصدر النقطي و(2)الشريحة و(3) الكاشف . أما θ فتمثل زاوية انبعاث الفوتون و D1 بعد الشريحة عن المصدر و D2 سمك الشريحة ،D3 بعد الشريحة عن الكاشف و R_D نصف قطر الكاشف المستخدم . ولغرض متابعة مسار الفوتون بصورة صحيحة فلابد من استخدام نظامي محاور ،



الشكل (2) المنظومة المفترضة

الأول هو نظام المحاور الكروي والمعرف بالإحداثيات (ρ,θ,φ) ، أما الثاني فهو النظام الديكارتي والمعرف بالإحداثيات (X,Y,Z) ، ذلك أن النظام الكروي يستخدم لوصف حالة الانبعاث ومن ثم الانتقال داخل الشريحة ، أما النظام الثاني (الديكارتي) فيستخدم لمعرفة الأبعاد الناتجة عن كل حالة ويرتبط النظامان من خلال العلاقات الآتية :

$$Z=\rho\cos\theta \qquad (a-١٢)$$

$$X=\rho\sin\theta\cos\varphi \qquad (b-١٢)$$

$$Y=\rho\sin\theta\sin\varphi \qquad (c-١٢)$$

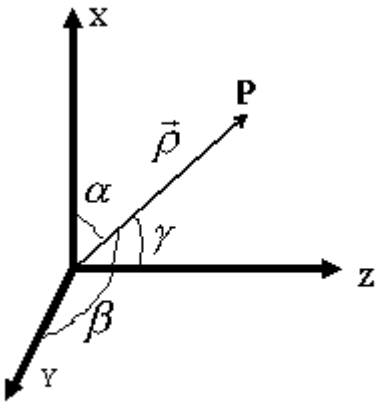
إن عملية الاستطارة تؤدي إلى تغير اتجاه الفوتون عن الاتجاه الأصلي وبذلك فان الحالة المتوقعة هي دوران محاور إحداثيات موقع الفوتون المتابع ، ولغرض مواصلة المتابعة الصحيحة للموقع اعتماداً على المحاور الأولية (X,Y,Z) فسوف نستخدم زوايا الاتجاه (α,β,γ) لمسار الفوتون لتحديد أي نقطة يصلها في الفضاء المفترض حيث تعطى إحداثيات النقطة (P) بدلالة جيوب تمام زوايا الاتجاه[11] بـ:

$$x_p=\rho\cos\alpha \qquad (a-١٣)$$

$$y_p=\rho\cos\beta \qquad (b-١٣)$$

$$z_p=\rho\cos\gamma \qquad (c-١٣)$$

حيث يمثل ρ المسافة بين النقطة P ونقطة الأصل(الشكل (3)). فلو افترض أن النقطة P تمثل موقع استطارة الفوتون ، فبعد الاستطارة بزاوية (θ,φ) سوف تنتج زوايا اتجاه جديدة تعتمد هذه الزوايا على كل من (α,β,γ)الأولية و (θ,φ) الحاصلة من خلال العلاقات الآتية[11,12]:



الشكل (3) زوايا الاتجاه (α,β,γ) للمتجه $\vec{\rho}$

١- $|\cos\gamma|\neq 1$

$$\cos\alpha'=\cos\alpha\cos\theta+(\cos\gamma\cos\alpha\sin\theta\cos\varphi-\cos\beta\sin\theta\sin\varphi)/(1-\cos^2\gamma)^{1/2} \qquad (a-١٤)$$

$$\cos\beta'=\cos\beta\cos\theta+(\cos\gamma\cos\beta\sin\theta\cos\varphi+\cos\alpha\sin\theta\sin\varphi)/(1-\cos^2\gamma)^{1/2} \qquad (b-١٤)$$

$$\cos\gamma'=\cos\gamma\cos\theta-(1-\cos^2\gamma)^{1/2}\sin\theta\cos\varphi \qquad (c-١٤)$$

2- $|\cos\gamma|=1$

$$\cos\alpha'=\sin\theta\cos\varphi \qquad (a-١٥)$$

$$\cos\beta'=\sin\theta\sin\varphi \qquad (b-١٥)$$

$$\cos\gamma'=\cos\gamma\cos\varphi \qquad (c-١٥)$$

وبذلك يمكن معرفة الموقع الجديد للفوتون بعد أن يسير مسافة مقدارها λ بالاتجاه (α',β',γ') عن طريق :

$$X=x_p+\lambda\cos\alpha' \qquad (a-١٦)$$

$$Y=y_p+\lambda\cos\beta' \qquad (b-١٦)$$

$$Z=z_p+\lambda\cos\gamma' \qquad (c-١٦)$$

ومن خلال (X,Y,Z) يمكن معرفة هل أن الموقع الجديد للتفاعل يقع خارج الشريحة أم داخلها و بالتالي تحديد هل هناك تفاعل آخر أم لا؟ كذلك تحدد (α',β',γ') هل أن الفوتون سقط على الكاشف ام لا بعد خروجه من الشريحة ؟ إن الجواب على السؤال الأول يكمن في مقارنة الإحداثيات (X,Y,Z) مع أبعاد الشريحة ،أما الجواب على السؤال الثاني فيكون كما يأتي:في الشكل (4) نلاحظ أن الفوتون قد استطار بزاوية (α',β',γ') ،يمكن إيجاد قيمة ρ' لكي يصل الفوتون إلى الكاشف من خلال :

$$\rho' = \frac{D1 + D2 + D3 - Z_p}{\cos\gamma} \qquad (١٧)$$

حيث تمثل Z_p بعد النقطة P عن المصدر (نقطة الأصل) على المحور Z فقط ، إذن لكي يصل الفوتون إلى الكاشف فأنه يسير مسافة قدرها ρ' وباتجاه $(\alpha', \beta', \gamma')$ لذلك سوف تضاف إحداثيات مقدارها حيث (x', y', z') إلى (X,Y,Z) (الإحداثيات الأصلية) تعطى الإحداثيات الجديدة بالعلاقة:

$$x' = \rho' \cos\alpha' \qquad (a-١٨)$$
$$y' = \rho' \cos\beta' \qquad (b-١٨)$$
$$z' = \rho' \cos\gamma' \qquad (c-١٨)$$

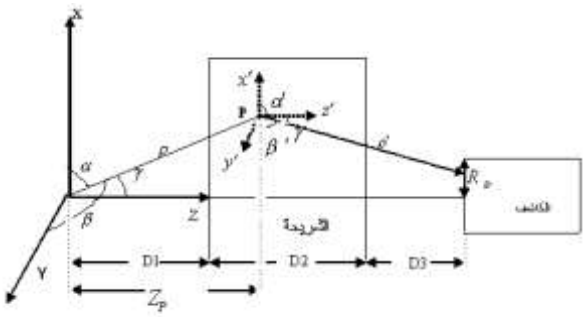
أي أن الإحداثيات الكلية التي يصل بها الفوتون إلى وجه الكاشف هي:

$$X(tot) = X + x' \qquad (a-١٩)$$
$$Y(tot) = Y + y' \qquad (b-١٩)$$
$$Z(tot) = Z + z' \qquad (c-١٩)$$

وبهذا سوف يصل الفوتون على محيط دائرة نصف قطرها يعطى بـ :

$$R_{cir} = (X^2(tot) + Y^2(tot))^{1/2} \qquad (٢٠)$$

ومن خلال المعادلة السابقة يمكن معرفة فيما إذا سقط الفوتون على الكاشف ام لا ، حيث يسقط الفوتون على الكاشف عندما يكون R_{cir} اصغر أو يساوي R_D، أما عندما يكون R_{cir} اكبر من R_D فهذا يعني أن الفوتون لن يمر بالكاشف .



الشكل (٤)

٣-٣المعالجة باستخدام طريقة مونتي كارلو والبرنامج المعد للحساب :

إن محاكاة العمليات الإحصائية تستند بالأساس إلى الأعداد العشوائية(Random Numbers) والتي تتوزع بانتظام في الفترة [1,0] أي $(0 \le u \le 1)$ ومن خلال هذه الأعداد يمكن الحصول على المتغير العشوائي (x) اعتماداً على توزيع الاحتمالية (Probability Distribution) *F(x)* باستخدام العلاقة [12] :

$$u = \frac{\int_{-\infty}^{x} F(x)dx}{\int_{-\infty}^{\infty} F(x)dx} \qquad (٢١)$$

حيث أن :$x = \infty \Rightarrow u = 1$

$$x = -\infty \Rightarrow u = 0$$

وقد استخدمت المعادلة في أعلاه لإيجاد العديد من المتغيرات العشوائية في البرنامج الحالي وسوف نتعرف في الفقرات القادمة على طريقة استخدامها .

استخدمت لغة فورتران لكتابة البرنامج الذي احتوى علاوة على البرنامج الرئيس (Main program) عدة برامج فرعية (Subroutine programs) يؤدي كل واحد منها وظيفة خاصة في حساب عمليات انتقال الفوتون حيث تستدعى هذه البرامج عند الحاجة إليها أثناء سير البرنامج ، لقد احتوى الأنموذج على عدة فقرات مختلفة تنقسم هذه الفقرات بدورها إلى ثلاثة أنواع هي :

١- فقرات خاصة بمعالجة تفاعل الفوتون .

٢- فقرات خاصة بمعالجة الانتقالات والتغيرات الهندسية .

٣- العدادات الخاصة بحساب عامل التراكم .

ولغرض توضيح خطوات عمل البرنامج فسوف يقسم إلى مراحل ، يوصف في كل مرحلة الحسابات الخاصة بها وكما يأتي :

المرحلة الأولى : تتألف هذه المرحلة من :

١- المدخلات : لكي يبدأ البرنامج بالعمل فلابد من إدخال قيم معينة ، هذه القيم تمثل ثوابت يعتمد عليها البرنامج أثناء سيره و تنقسم هذه الثوابت إلى نوعين :

ا-ثوابت هندسية :وتشتمل على أبعاد المنظومة وهي بعد المصدر عن الشريحة D1(cm) ، سمك الشريحة بوحدات D2 (mfp) (حيث يتم تحويل هذه الوحدة داخل البرنامج إلى وحدات (cm)) ، بعد الشريحة عن الكاشف D3(cm) ، نصف قطر الكاشف (R_D)، أبعاد الشريحة (A,B) ، زاوية تسديد الحزمة (θ_0) .

ب-**ثوابت فيزيائية :** وتشمل كل المعلومات المتعلقة بالشريحة من معرفة عددها الذري (Z) ، كثافتها (ρ) ،الوزن الذري (Aw) وطاقة القشرة K (E_B)، علاوة على إدخال طاقة المصدر المستخدم (E) .

٢-الحسابات الابتدائية : وتشمل :

ا- **حساب زاوية السقوط على الكاشف :** وهي الزاوية التي إذا ما انبعث الفوتون بقيمة مساوية لها أو اقل منها ولم يتفاعل دخل الكاشف المستخدم، هذه الزاوية تعطى بالمعادلة :

$$\theta_D = \tan^{-1}(R_D/(D1 + D2 + D3)) \qquad (٢٢)$$

ب-**حساب عدد الفوتونات الساقطة على الكاشف من الحزمة :**وتتم هذه العملية بفرض أن المنظومة مكونة من كاشف ومصدر فقط ، المسافة بينهما مقدارها (D1+D2+D3) ثم ينبعث فوتون بزاوية θ_e $(0 \le \theta_e \le \theta_0)$ و$\varphi_e (0 \le \varphi_e \le 360)$ تحدد قيم θ_e من خلال استخدام المعادلة (21) ودالة توزيع الاحتمالية $(\sin\theta)$ [12] وبأجراء التكامل نحصل على :

$$\theta_e = \cos^{-1}[1 + u1(\cos\theta_0 - 1)] \qquad (٢٣)$$

يمثل $(u1)$ رقم عشوائي ، θ_0 زاوية تسديد الحزمة . أما φ_e فتحدد من خلال :

$$\varphi_e = u2 \times 360 \qquad (٢٤)$$

يمثل (u2) رقماً عشوائياً اخر .تعاد هذه العملية لجميع الفوتونات المنبعثة من المصدر المفترض ، حيث تفيد هذه الخطوة في معرفة عدد الفوتونات الساقطة على الكاشف من الحزمة الكلية والمسددة بزاوية (θ_0) عند البعد (D1+D2+D3) ومن خلال هذا العدد (N_e) يمكن تحديد عدد الفوتونات غير المتفاعلة الواصلة فعلياً إلى الكاشف بوجود الشريحة (N_{D1}) باستخدام المعادلة :

$$N_{D1} = N_e \exp(-\mu D2) \qquad (٢٥)$$

حيث $\mu(cm^{-1})$ معامل االتوهين الخطي

المرحلة الثانية : ويتم فيها :

١-تحديد نوع التفاعل للفوتون :

في هذه المرحلة يتم تحديد عدد الفوتونات المشاركة في كل تفاعل ممكن للفوتون وبالتالي تحديد التفاعل الأول للفوتون المتابع ، يتم ذلك بواسطة حساب عدد الفوتونات لكل تفاعل متوقع من خلال [9] :

$$N_i = (\sigma_i / \mu_m) \times N_{ph} \qquad (٢٦)$$

يمثل N_i عدد الفوتونات المشاركة في التفاعل i

$\sigma_i(m^2/kg)$ معامل التفاعل i عند الطاقة(E) والعدد الذري (Z)

N_{ph} عدد الفوتونات الكلية للحزمة

$\mu_m(m^2/kg)$ معامل التوهين الكتلي لمادة الشريحة عند الطاقة (E) .

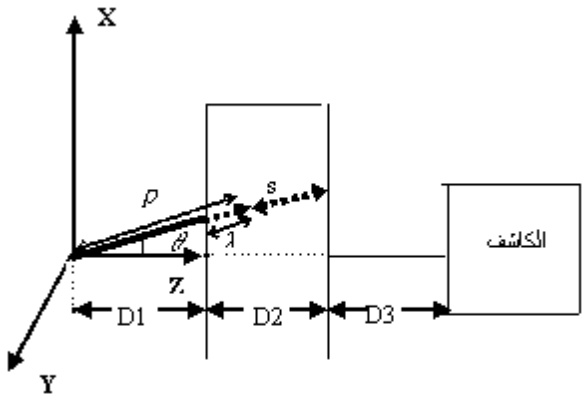
٢- تحديد نقطة التفاعل :

تحدد نقطة تفاعل الفوتون داخل الشريحة بالاعتماد على الإحداثيات الكروية (ρ,θ,φ) حيث تحدد θ باستخدام المعادلة(23) $(\theta = \theta_e)$ و φ من المعادلة(24) $(\varphi = \varphi_e)$، اما ρ فيمثل المسار الخطي الذي يقطعه الفوتون قبل تفاعله الأول و تحسب قيمة هذا المسار من المعادلة :

$$\rho = \frac{D1}{\cos\theta_e} + \lambda \qquad (٢٧)$$

حيث يمثل λ طول المسار الحر للفوتون داخل الشريحة ويحسب باستخدام المعادلة(٢٨)[2]، يوضح الشكل (٥) طريقة الحساب السابقة .

$$\lambda(m) = \frac{\int_0^\infty x\exp(-\mu x)dx}{\int_0^\infty \exp(-\mu x)dx} = \frac{1}{\mu(m^{-1})} \qquad (٢٨)$$



الشكل (5)

من خلال ما تقدم اصبح لدينا الان فوتون موجود في نقطة معرفة بالإحداثيات الكروية (ρ,θ,φ) ، إذن يمكن إيجاد الإحداثيات الديكارتية (X,Y,Z) لنقطة التفاعل نسبة إلى نقطة الأصل باستخدام المعادلات (a,b,c-12) ، كذلك تحسب جيوب تمام الاتجاه α,β,γ .

المرحلة الثالثة :

١-الاحتمالات والعدادات الخاصة بحساب العامل

في هذه المرحلة تحسب احتمالية هروب الفوتون من الشريحة عند النقطة (X,Y,Z) ،هذه الاحتمالية تعطى[2] بـ:

$$w_1 = \exp(-\mu s) \qquad (29)$$

يحسب s(والموضح في الشكل(3)) من المعادلة :

$$s = \frac{D1 + D2 - Z}{\cos\gamma} \qquad (30)$$

اما احتمالية بقاء الفوتون فهي :

$$w_2 = 1 - w_1 \qquad (31)$$

بعد حساب احتمالية الهروب (w_1) بطاقة (E) تقارن زاوية الانبعاث (θ_e) مع زاوية الكاشف (θ_D) لمعرفة كون الفوتون قد سقط على الكاشف ام لا ، ففي حالة السقوط على الكاشف $(\theta_e \le \theta_D)$ تضاف الاحتمالية(w_1) إلى عداد خاص (N_{D2}) ويستمر البرنامج بعد ذلك بحساب الانتقالات إلى (w_2) ، أما في حالة عدم دخول الفوتون إلى الكاشف $(\theta_e > \theta_D)$ فأن البرنامج ينتقل مباشرة إلى حساب انتقالات (w_2) .

بعد انتهاء عد الفوتونات المنبعثة من المصدر N_{ph} يحسب عامل التراكم B_N من المعادلة :

$$B_N = \frac{N_{D2} + N_{D3}}{N_{D1}} \qquad (32)$$

حيث:

$$N_{D2} = \sum_{j=1}^{N_{ph}} w_{1j} \qquad (33)$$

$$N_{D3} = \sum_{1}^{3} N_{pi} \qquad (34)$$

تمثل N_{pi} مجموع الاحتماليات للتفاعل (i) الواصلة إلى الكاشف ، أما N_{D1} فقد عرفت بالمعادلة (41) .

١- معالجة تفاعل الفوتون :

تستخدم ثلاثة برامج فرعية لحساب التغيرات الحاصلة لطاقة الفوتون واتجاهه من خلال استطارة كومبتن واستطارة رايلي .

أ- استطارة رايلي :

يحصل في هذا التفاعل وكما بين سابقاً تغير في اتجاه الفوتون فقط ، ولكي يحدد الاتجاه الجديد لابد من تحديد زاوية الاستطارة والتي تكون إما $(\theta < \theta_c)$أو $(\theta \geq \theta_c)$ حيث θ_c تمثل الزاوية المعرفة بالمعادلة (6) .إن احتمالية التفاعل الأول تشكل 0.75 من مجموع الاحتمالية الكلية للتفاعل ، أما الثاني فيشكل 0.25 فقط ، يتم الاستعانة ببرنامجين فرعيين لحساب انتقالات الفوتون باستطارة رايلي ففي البرنامج الاول تحسب زاوية الاستطارة من :

$$\theta = u6 \times \theta_c \qquad \text{(a-35)}$$

$$\varphi = u7 \times 360 \qquad \text{(b-35)}$$

أما في الثاني فتكون $(\theta_c < \theta \leq 180)$لذلك تحسب من خلال :

$$\theta = u8 \times (180 - \theta_c) + \theta_c \qquad \text{(a-36)}$$

$$\varphi = u9 \times 360 \qquad \text{(b-36)}$$

$u6, u7, u8, u9$ أرقام عشوائية

إن الفوتون المستطار يمكن أن تحدث له استطارة ثانية لذلك يحسب مدى الفوتون في المادة (طول المسار الحر) وبالاتجاهات الجديدة للاستطارة الأولى وتحسب إحداثيات نقطة التفاعل لتحديد كونها خارج الشريحة أم داخلها ، فإذا كانت داخل الشريحة تعاد الاستطارة مرة ثانية وبزوايا استطارة جديدة وهكذا ، تتغير مع دوام الاستطارة زوايا الاتجاه (α, β, γ) ، أما إذا كانت نقطة التفاعل خارج الشريحة فتطرح الإضافات الأخيرة ومن ثم يحدد كون الفوتون قد سقط على الكاشف أم لا .

ب- استطارة كومبتن:

في هذا التفاعل يحصل تغير في اتجاه الفوتون وطاقته لذلك يجب أن يحسب بعد كل تفاعل احتمالية الامتصاص والهروب واستطارة رايلي ومن ثم استمرار استطارة كومبتن تحدد زاوية الاستطارة باستخدام برنامج فرعي وفيه تحسب زوايا استطارة كومبتن اعتماداً على الرقم العشوائي وطاقة الفوتون الساقط وباستخدام معادلة كلاين- نيشينا ، حيث استخدمت σ_{Com}من المعادلة (9) وعوضت في المعادلة (٢١) وتم حساب u (والتي تمثل الرقم العشوائي) من المعادلة لقيم زوايا من $\theta = 0$ إلى $\theta = 180$ ، بعد ذلك رسمت θ كدالة لـu و أخذت انسب معادلة تصف سلوكu مع θ بواسطة الحاسوب وكانت معادلة المواءمة من نوع (Polynomial) من الدرجة السابعة ، والغاية المبتغاة من ذلك هو الحصول على زاوية الاستطارة عند إدخال الرقم العشوائي ، وبما أن معادلة كلاين – نيشينا تعتمد على طاقة الفوتون لذلك أجريت هذه العملية لمدى الطاقات من 0.08 MeV إلى 2 MeV ووضعت داخل البرنامج في ملف (File) يستدعى عن طريق البرنامج الفرعي ، أما φ فتحدد عشوائياً (كما في المعادلة (38) مثلاً)، بعد الاستطارة تحسب طاقة الفوتون الجديد من المعادلة (8) اعتماداً على زاوية الاستطارة ثم تحسب إحداثيات نقطة التفاعل اللاحقة بالاعتماد على زوايا الاتجاه (α, β, γ) ، فإذا كانت داخل الشريحة تحسب احتمالية الهروب بالاعتماد على العلاقة (29) ويحدد اتجاه الجزء الهارب كونه باتجاه الكاشف أم لا ، أما الجزء المتبقي فيقسم إلى ثلاث احتماليات : الأولى خاصة باستطارة كومبتن ، الثانية باستطارة رايلي والثالثة تفترض إن الفوتون قد امتص داخل الوسط عن طريق الظاهرة الكهرضوئية ، ينتقل البرنامج لحساب استطارة رايلي باحتماليتها المحسوبة ومن ثم يعود للاستمرار بمتابعة احتمالية استطارة كومبتن ، تحسب الاحتماليات السابقة من خلال:

$$P_{Jcom} = \frac{\sigma_{com}(E_J)}{\mu_m(E_J)} PI \qquad \text{(a-37)}$$

$$P_{JRi} = \frac{\sigma_{Ry}(E_J)}{\mu_m(E_J)} PI \qquad \text{(b-37)}$$

حيث تمثل :(PI) احتمالية بقاء الفوتون داخل الشريحة

$\sigma_{com}, \sigma_{Ry}$ معاملات استطارة رايلي واستطارة كومبتن على التوالي بوحدات (m^2/kg) عند الطاقة E_J و P_{Jcom}, P_{JRi} احتمالية تفاعل الفوتون عند الطاقة السابقة ، $\mu_m(m^2/kg)$ معامل التوهين الكتلي عند E_J للمادة . تعاد العمليات أعلاه مرة ثانية في حالة وجود إمكانية أخرى للاستطارة ، أما إذا لم توجد هذه الإمكانية فأن البرنامج يطرح الإضافات الأخيرة وكما مر في استطارة رايلي .

لكي تستمر متابعة الفوتون لابد من توفر الشروط الآتية :

١- أن تكون طاقة الفوتون أكبر من ربط الإلكترون بالقشرة(K) للمادة المستخدمة E_B ، واحتمالية بقائه داخل الشريحة اكبر من 0.001.

٢- أن تكون نقطة التفاعل الجديدة داخل الشريحة .

٣- أن يكون عدد الاستطارات للفوتون الواحد أقل من ضعف سمك الشريحة بوحدات (mfp) .

٤-حسابات البرنامج والنتائج:

نستعرض في هذا البند قيم عامل التراكم المحسوبة اعتماداً على منظومات متعددة الأبعاد والمواد ولمصدر السيزيوم ^{137}Cs بطاقة (0.662 MeV) ، ومن خلال النتائج المستحصلة سوف يناقش سلوك عامل التراكم تبعاً لتغير :

١-الأبعاد الهندسية وسمك الشريحة .

٢-نوع مادة الشريحة (تأثير العدد الذري).

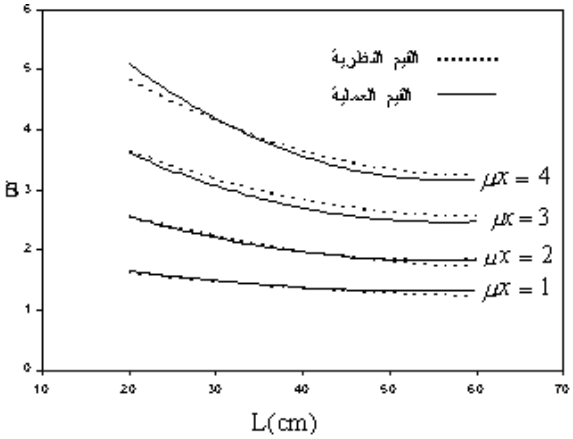
مع مقارنة نتائج البحث الحالي مع النتائج التجريبية للبحثين [13,14] .

٤-١ الأبعاد الهندسية :

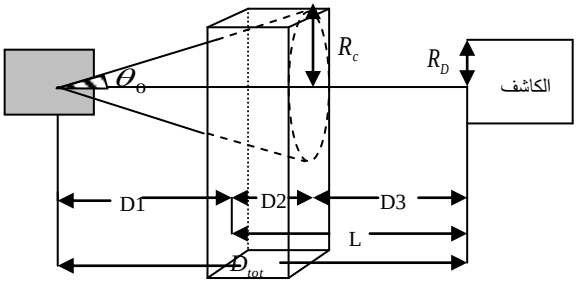
٤-١-١ تغير المسافة بين الشريحة والكاشف :

يوضح الشكل (6) قيم عامل التراكم المحسوبة من البرنامج والقيم العملية للبحث [13] وللمنظومة الموضحة أبعادها لاحقاً ، من خلال القيم المحسوبة والشكل (6) يمكن ملاحظة النقص الحاصل في قيم عامل

التراكم نتيجة لزيادة البعد L (L=D1+D2) ، علاوة على ذلك زيادة القيم بزيادة سمك الشريحة . إن زيادة السمك تعني احتمالية اكبر لتفاعل الفوتون مع المادة وهذا يؤدي إلى قلة عدد الفوتونات غير المتفاعلة الواصلة إلى الكاشف اعتماداً على معادلة التوهين للحزمة (1) ، فيما يقل عدد الفوتونات المتفاعلة الواصلة إلى الكاشف أيضاً ولكن بنسبة اقل من الحزمة الأخرى حيث أن زيادة عدد الأستطارات يؤدي إلى زيادة في احتمالية الوصول إلى الكاشف ، ومن خلال التفاوت في السلوك الحاصل لكلا الحزمتين (المتفاعلة وغير المتفاعلة) فأن الشيء المتوقع هو زيادة قيم عامل التراكم . أما ما يخص التغير الحاصل نتيجة لزيادة البعد (L) فأن ذلك يمكن تفسيره وفقاً لفرضية وجود مصدرين في المنظومة [4]الأول المصدر النقطي أحادي الطاقة والمصدر الثاني الشريحة والتي يمكن عدها مصدر دائري الشكل وبطاقات متعددة (الشكل (7))، تنبعث الحزمة غير متفاعلة من المصدر الأول ، فيما تنبعث الحزمة المتفاعلة من المصدر الثاني،فعند ثبوت السمك D2 وتغير D3 يؤدي ذلك إلى تغير الزاوية الصلدة(Solid angle) أو ما يسمى العامل الهندسي (Geometry factor) (والتي تعرف بأنها عدد الفوتونات الواصلة إلى الكاشف من المصدر لكل ثانية إلى عدد الفوتونات المنبعثة من المصدر للزمن نفسه) لكلا المصدرين ولكن بنسب مختلفة تبعاً لشكل المصدر ، ذلك أن التأثير الحاصل للمصدر النقطي (الحقيقي) يكون أقل من التأثير الحاصل للمصدر الدائري (الخيالي) ، بمعنى أخر تقل الحزمة المتفاعلة الواصلة إلى الكاشف بنسبة أكبر من الحزمة غير المتفاعلة وهذا ما يؤدي بالتأكيد إلى نقصان قيم عامل التراكم عند زيادة البعد D3 .



شكل (6)عامل التراكم كدالة للبعد L لعدة أسماك من الشريحة
، L=D1+D2، D1=10cmE=0.662MeV
A=B=20 cm ، $\theta_0 = 28°$ اوية تسديد الحزمة

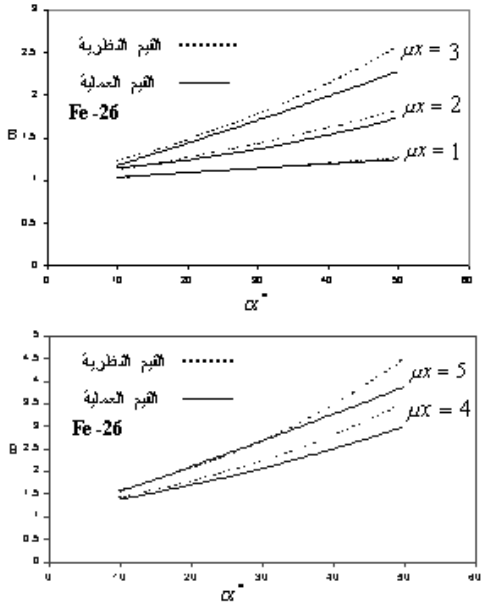


الشكل (7) المصدر الحقيقي والمصدر الخيالي

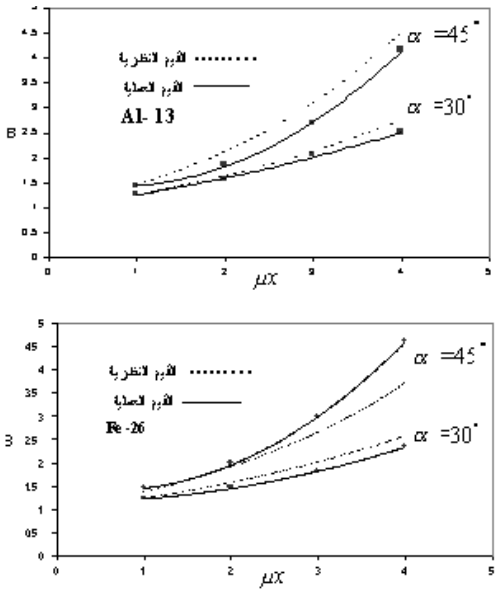
فضلاً عما تقدم قد يتبادر إلى الذهن السؤال حول تأثير عمود الهواء بين الكاشف والشريحة أو الكاشف و المصدر والإجابة على هذا السؤال تقتضي حساب طول المسار الحر للفوتون في هذا الوسط لمعرفة التأثير المتوقع منه ، فلو افترض أن اقل طاقة يمكن أن يخرج بها الفوتون من الشريحة هي 0.1MeV فأن طول المسار الحر للفوتون في الهواء لهذه الطاقة عند درجة حرارة 20 مئوية وضغط Hg 76cm [8] يقارب 166.64cm وتزداد هذه القيمة بزيادة الطاقة ، ومن ذلك نستنتج أن تأثير عمود الهواء يكاد أن يكون معدوم تقريباً في المسافات المستخدمة في البحث الحالي حيث بلغت نسبة الانحراف بين القيم العملية والنظرية تقريباً 3.8% للأسماك كافة .

٤-١-٢ تغير زاوية تسديد الحزمة :

توضح الأشكال (8) ، (9) قيم عامل التراكم المحسوبة في البرنامج والقيم العملية للبحثين [13,14] ولمواد الحديد (العدد الذري 26) و الألمنيوم (العدد الذري 13) وللمنظومات المستخدمة في البحثين السابقين ،والملاحظ من الأشكال الزيادة الحاصلة للقيم بزيادة زاوية تسديد الحزمة . إن زيادة زاوية تسديد الحزمة يؤدي إلى زيادة عدد الفوتونات المنبعثة من المصدر بزاوية اكبر من θ_D والمعرفة بالمعادلة (22) وهذا ما يؤدي إلى زيادة عدد الفوتونات المتفاعلة والواصلة إلى الكاشف في حين تبقى الحزمة غير المتفاعلة على حالها وهذا ما يفسر ارتفاع قيم عامل التراكم بزيادة زاوية التسديد . بلغ معدل نسبة الانحراف للقيم المحسوبة من البرنامج مع القيم العملية للبحث [13] تقريباً 9.9% للأسماك كافة ، فيما بلغت هذه النسبة9.25% للبحث [14] لمادة الحديد و 8.87% لمادة الألمنيوم .



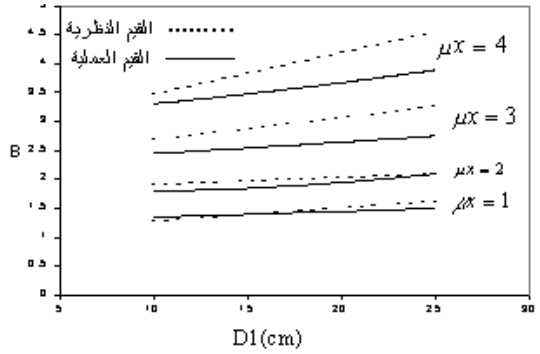
الشكل (8) عامل التراكم كدالة لزاوية تسديد الحزمة عند السمك $\mu x = 1,2,3,4,5$
مع القيم العملية الواردة في البحث [13]
،L=50cm ، D1=10cm ، $R_D = 3.8cm$
A=B=20cm،E=0.662MeV $\alpha = 2\theta_0$



الشكل (9) عامل التراكم لدرع تسمك الشريحة مع القيم العملية لبحث [14]
$A=B=7cm$ ، $E=0.662\ MeV$ ، $L=28.1cm$ ، $D1=9.5cm$ ، $R_D = 3.8cm$

٤-١-٣ تغير البعد بين الشريحة والمصدر D1 :

اعتماداً على القيم العملية للبحث [13] يوضح الشكل (10) الزيادة الحاصلة في قيم عامل التراكم بزيادة البعد D1 لمادة الحديد ولمصدر Cs^{137} ولأسماك متعددة ، تفسر هذه الزيادة تبعاً لتغير الزاوية الصلدة للمصدرين حيث تقل للمصدر النقطي نتيجة لزيادة D_{tot} ، بالمقابل تقل الزاوية الصلدة للمصدر الدائري نتيجة لزيادة نصف قطره ولكن بنسبة اقل من المصدر الأول أي أن العملية عكس ما يجري في البند (٤-١-١) ، بلغ معدل نسبة الانحراف للقيم النظرية المحسوبة من البرنامج مع النتائج العملية تقريباً 7.2% لجميع الأسماك المستخدمة.



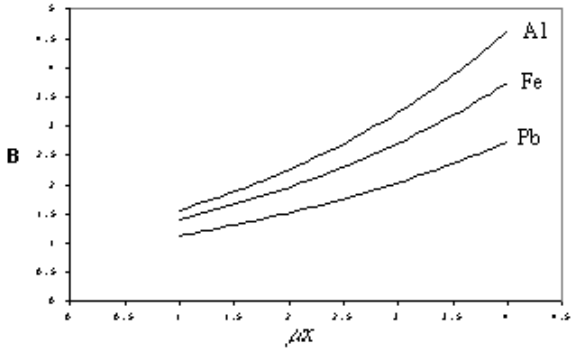
الشكل (10) قيم عامل التراكم لدرع تسمك D1 مع القيم العملية لبحث [13]
$R_D = 3.8cm$ ، Fe-26 ، E=0.662 MeV ،
$\alpha = 56°$ L=50 cm ،A=B=20cm

٤-٢ تأثير العدد الذري لمادة الشريحة :

يعد هذا العامل من أهم العوامل المدروسة في حسابات وقياسات عامل التراكم نتيجةً لاعتماد معامل التوهين على العدد الذري عند طاقة معينة ، تشير الدراسات النظرية [3,4] والعملية [15,16] إلى أن العامل يقل بزيادة العدد الذري لمادة الشريحة وهذا يتضح أيضاً من خلال القيم المحسوبة من البرنامج(الشكل١١) لمواد الرصاص (العدد الذري 82) ،والألمنيوم (العدد الذري 13) ولعدة اسماك من الشريحة باستخدام منظومة البحث [14] .
يمكن تفسير سلوك عامل التراكم مع تغير العدد الذري تبعاً لسببين :

الأول : نتيجة لتغير معاملات التفاعل للفوتون من خلال زيادة احتمالية الظاهرة الكهرضوئية بزيادة العدد الذري وبالتالي احتمالية امتصاص أكبر وتحديد أسرع لعمر الفوتون المتابع ، وكمثال على ذلك فأن معامل الظاهرة الكهرضوئية لمادة الرصاص عند طاقة مقدارها (0.6 MeV) يبلغ $0.054\ cm^2/g$) في حين تبلغ قيمته لمادة الألمنيوم عند نفس الطاقة تقريباً $(0.00008\ cm^2/g)$ [10] وهذا ما يؤثر بصورة مباشرة في تحديد تاريخ (History) الفوتون داخل الشريحة.

الثاني : أن زيادة العدد الذري للمادة تؤدي إلى نقصان طول المسار الحر للفوتون داخلها وبالتالي فأن المادة ذات العدد الذري الأقل سوف تكون بسمك اكبر بوحدة الطول من الشريحة ذات العدد الذري الأعلى عند اخذ الشريحتين بنفس السمك بوحدات (μx) وهذا الاختلاف يجعل من الشريحة ذات العدد الذري الأقل أقرب إلى الكاشف من الأخرى عند ثبوت بعد الوجه المقابل للمصدر عن الكاشف (L) ، والنتيجة احتمالية كشف اكبر للفوتونات الخارجة من الشريحة الأقرب وبالتالي زيادة في قيم عامل التراكم .



الشكل (11) عامل التراكم لدرع تسمك لمواد الألمنيوم ، الحديد والرصاص

٤-٣ الاستنتاجات :

يمكن استنتاج المعلومات الآتية من البحث الحالي :

١- فيما يخص عامل التراكم فقد بين البحث اعتماد عامل التراكم على العامل الهندسي بصورة مباشرة من حيث :

ا- يقل عامل التراكم بزيادة البعد بين الكاشف والشريحة خلافاً لما تم إثباته في البحث [14] .

ب- زيادة عامل التراكم بزيادة البعد بين الشريحة والمصدر .

ج- زيادة عامل التراكم بزيادة زاوية تسديد الحزمة .

د- علاوة على ذلك زيادة عامل التراكم بنقصان العدد الذري

٢- مرونة طريقة مونتي كارلو في التعامل مع النماذج الرياضية المعقدة منها والبسيطة وهذا ما وفر إمكانية حساب عامل التراكم للمنظومات متعددة الأبعاد والمواد. أما ما يؤخذ على هذه الطريقة فهو تأثرها بالجانب الإحصائي بصورة مباشرة والقيم المستحصلة هي قيم تقريبية .

٣- إمكانية التعامل مع الفوتون كجسيم مستقل ينتقل عبر أجزاء المنظومة بدلاً من التعامل مع الحزمة الكلية كما هو الحال في البرامج المخصصة لحساب عامل التراكم فضلاً عن نجاح الحساب بالاعتماد

على احتمالات التفاعل عوضاً عن تقنية الرفض المستخدمة مع طريقة مونتي كارلو لمعالجة انتقالات الأشعة

٤- تأثير استطارة رايلي والتي لم تؤخذ في الحسبان في العديد من البحوث ، خاصة في المسافات البعيدة بين الكاشف و الشريحة وللأسماك الكبيرة منها ، حيث بلغت نسبة مشاركتها عندما L=60 cm و $\mu x = 4$ تقريباً 24.6% من عدد الفوتونات الواصلة إلى الكاشف .

٥- أظهرت النتائج الحالية إمكانية استخدام معاملات التفاعل النظرية كمدخلات إلى برامج حسابات تفاعل أشعة كاما بدلاً من المعاملات التجريبية التي تستخدم عادة في حساب عامل التراكم حيث استخدمت بينات المصدر [10] لهذا الغرض.

المصادر:

1- R.D.Evans; **"**The Atomic Nucleus **";** McGraw HILL New York (1955)

2- N.Tsoulfanais; **"** Measurement and Detection of Radiation **"** McGraw HILL New York (1983) .

3- H.Goldstein and J.E.Wilkins, **"** Calculation of The Penetration of Gamma Ray **"**, NDA-AEC Report Nyo-3075 (1954).

4- L . Musilek, T.Ceciiak and J.Seda ; Nucl. Inst . Meth., 174(1980) 565 .

5- H.Kadotani and A.Shimizu; J. Nucl. Sci. Tech., 35 (1998) 584.

6- A.Shimzu; J. Nucl. Sci. Tech., 37 (2000) 15.

7- A.Shimizu; J. Nucl. Sci. Tech., supplement 1(2000) 454.

8- K.Siegbhan; **"** Alpha-Beta-and Gamma Ray Spectroscopy **"**, North. Holland, New York (1979).

9- B.Lal and K.V.Iyengar; Nucl. Inst. Meth., 79(1970) 19

10- E.Storm and H.I.Israel; Nucl. Data Tables, A7 (1970) 565**.**

11- G.B.Beam, L.Wielopolski, R.P.Gardner and K.Verghese; Nucl. Inst. Meth., 154(1978)501.

12- B.Grosswchdt and E.Waibel; Nucl. Inst. Meth., 131(1975)134.

13- L . Musilek, T.Ceciiak and J.Seda ; International Journal of Applied Radiation and Isotopes, Vol. 31, (1980) pp.633 .

14- L.A.A.Al-Ani; M.Sc.Thesis, Baghdad University, 1989.

15- C.Garrett and G. N.Whyte; Phys. Rev., 95(1954) 889 .

16- W. Reed and D.H. Risher; Nucl. Sci. Eng., 43 (1971)32 .

Calculation of Gamma Ray Build up Factor for the Conical Beam Using Monte Carlo Method

A.A.M.Al-Samarrai[1] and Dr.A.B.Kazim[2]

[1]College of Education/Samarra, University of Tikrit, Samarra, Iraq

[2]Physics office, Ministry of Sciences and Technology, Iraq

Abstract:

The number build up factor for conical beam of gamma rays from ^{137}Cs is calculated by using Monte Carlo method for three different metals, Al, Fe & Pb. Fortran-77 language has been employed to write program which estimate the number build up factor by suggestion model describe the interaction and movement of the photons. This model mainly depends on the geometrical dimensions of the system and the slab type.

The build up factor of ^{137}Cs Gamma source was calculated by changing the distance between the detector and slab in the range (20-60)cm, changing the distance between the source and the slab in the range (10-25)cm, changing the collimated angles in the range (10°-58°), and changing the type and the thickness of the used slabs.

A good agreement between the experimental and theoretical data calculation can see a for the slab thickness $\leq 4\mu\chi$, with an average percentage Deviation of 7.8, but for for slab thickness $> 4\mu\chi$, the percentage Deviation increase from the above value.