مجلة كلية التربية الاساسية
كلية التربية الاساسية – الجامعة المستنصرية
Journal of the College of Basic Education Vol.30 (NO. 128) 2024, pp. 196-210

مقارنة بعض طرائق تقدير أنموذج انحدار (COM-Poisson) باستخدام المحاكاة

سعد عبدالغفور جاسم أ.م.اسيل عبدالرزاق رشيد
الجامعة المستنصرية - كلية الإدارة والاقتصاد - قسم الاحصاء
saad.jasim@uomustansiriyah.edu.iq
aseelstat@uomustansiriyah.edu.iq

مستخلص البحث:

يمتاز أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) بالمرونة العالية بسبب قدرته للتكيف مع حالات تشتت البيانات المختلفة المتزايدة والمنخفضة لوجود ثابت التسوية ومعلمة التشتت ضمن دالة توزيع (COMP)، وهذا ما يجعله مناسب لنمذجة الظواهر الاقتصادية والصحية وحوادث المرور وغيرها ذات التشتت المتفاوت. في هذا البحث تم تقدير انموذج انحدار (COMPR) في حالة وجود البيانات ذات التشتت المتزايد والمنخفض، حيث تم اجراء دراسة محاكاة مونت كارلو، للمقارنة بين مقدر الإمكان الأعظم (MLE) وبين مقدر الإمكان الأعظم الموزونة (WMLE) وبين مقدر شبه الامكان (QLE)، حيث أظهرت نتائج المحاكاة بالاعتماد على معايير المفاضلة (R^2) (MSE) ولحجوم عينات (50، 100، 150) ومتغيرات توضيحية (6) ولحالتي: انخفاض التشتت عند قيم معلمة تشتت (0.5، 0.85)، وزيادة التشتت عند قيم معلمة تشتت (3، 9)، ان مقدر الإمكان الأعظم الموزونة (WMLE) أكثر كفاءة من مقدر الإمكان الأعظم (MLE) ومقدر شبه الإمكان (QLE) في تقدير أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون لجميع حجوم العينات ولحالتي التشتت المتزايد والمنخفض.

الكلمات المفتاحية: أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون، طريقة الإمكان الأعظم، طريقة الإمكان الأعظم الموزونة، طريقة شبه الامكان، تقنية نيوتن رافسون.

(1) المقدمة

يعتبر أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) هو حالة خاصة من النماذج المعممة، أذ يعد أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) هو احد صيغ نماذج الانحدار غير الخطية والذي يستخدم في نمذجة العلاقة بين متغير الاستجابة (Response variable) ذو القيم المعدودة (Countable data) وعدة متغيرات توضيحية (Explanatory variables)، ويمتاز أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) بالمرونة العالية ويعمل على الربط بين متغير استجابة العد والمتغيرات التوضيحية (التفسيرية)، وبذلك يطلق عليه بالنموذج المرن بسبب قدرته العالية للتكيف مع حالات تشتت البيانات المختلفة المتزايدة والمنخفضة لوجود ثابت التسوية ومعلمة التشتت ضمن دالة توزيع (COMP)، وعلى الرغم من المرونة العالية لنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) لم يتم استخدامه بشكل واسع وذلك لوجود مشكلة كيفية حساب قيمة ثابت التسوية وعدم وضوح أنموذج الانحدار ودلالته بسبب وجود معلمة التشتت في قيمة التوقع لتوزيع (COMP) قياساً بوضوح أنموذج انحدار بواسون وبواسون المعمم وانموذج ثنائي الحدين السالب من حيث التوقع أدى ذلك الى محدودية استخدامه في البحوث التطبيقية والبحوث المنهجية في الاحصاء وغيرها من المجالات الاقتصادية والطبية والظواهر الطبيعية مثل نمذجة اعداد الإصابات بالأمراض المختلفة ، وغيرها من المتغيرات ذات القيم المعدودة، حيث يهدف البحث الى تقدير أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون بالاعتماد على بعض الطرائق المعلمية وهي طريقة الإمكان الأعظم

وطريقة الإمكان الأعظم الموزونة وطريقة شبه الإمكان وحل مشكلة عدم اعتماد صيغة ثابتة لثابت التسوية.

(2) أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون

Conway Maxwell Poisson Regression Model (COMPR)

ان انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) يمتاز بالمرونة العالية ويعمل على الربط بين متغير استجابة العد المنفصل والمتغيرات التوضيحية (التفسيرية)، ويعد أداة للتغلب على خاصية تساوي التشتت للبيانات، ، حيث غالباً ما تُظهر بيانات العد زيادة في التشتت ويعني هذا ان التباين اكبر من التوقع الرياضي والعكس صحيح، اذ يعد توزيع (COMP) انموذج مطور من توزيع بواسون حيث قدم كونواي وماكسويل عام (1962) ما يشار إليه الآن بتوزيع Conway-Maxwell-Poisson والمختصر بـ COM-Poisson أو (COMP) في الأدبيات كنموذج انتظار أكثر مرونة للسماح بمعدلات الخدمة المعتمدة على النظام، وفي حين أن هذه مساهمة كبيرة في مجال توزيعات العد، إلا أنها لم تكتسب سمعة قوية في مجتمع الإحصاء حتى قدم shmueli et al (2005) دراسة للخصائص الاحتمالية والاحصائية لهذا التوزيع، والذي يعمم توزيع بواسون عن طريق إضافة معلمة التشتت الزائد والتشتت المنخفض، وهو عضو في العائلة الاسية، ويحتوي على حالات خاصة لتوزيع بواسون والتوزيع الهندسي وتوزيع برنولي كحالة محدودة وقد تم استخدام توزيع (COMP) في الكثير من تطبيقات بيانات العد. حيث اشتق كل من كونواي وماكسويل عام (1962) الدالة الاحتمالية لهذا التوزيع وهي دالة احتمالية تجميعية توصف على النحو الاتي [12]:

$$p(Y=y_i)=f(y_i;\mu_i,v)=\frac{{\mu_i}^{y_i}}{(y_i!)^v}\frac{1}{Z(\mu_i,v)} \quad y_i=0,1,\dots\dots\infty\,; \qquad \dots(1)$$

$$i=1,2,\dots,n \quad v\geq 0\,,\mu_i>0$$

ويرمز لهُ اختصاراً $Y\sim CMP(\mu_i,v)$

وأن ثابت التسوية (*normalizing constant*) يكون كما يلي:

حيث تم اشتقاق وتبسيط صيغة لثابت التسوية $Z(\mu_i,v)$ من قبل Shmueli et al (2005) تكون كالاتي[12]:

$$Z(\mu_i,v)=\frac{\exp\left(v{\mu_i}^{\frac{1}{v}}\right)}{\mu_i^{\frac{v-1}{2v}}(2\pi)^{\frac{v-1}{2}}\sqrt{v}} \qquad \dots(2)$$

حيث عندما تكون $(v=1)$ فأن $Z(\mu_i,v)=\exp(\mu_i)$ وبالتالي يقترب توزيع (COMP) من توزيع بواسون العادي، وعندما $(v\approx\infty)$ فأن $Z(\mu_i,v)\to 1+\mu_i$ يقترب توزيع (COMP) من توزيع برنولي، وعندما $(v=0)$ و $0<\mu<1$ يقترب توزيع (COMP) من توزيع الهندسي، في حالة التشتت الزائد تكون معلمة التشتت $(v<1)$، وفي حالة التشتت المنخفض تكون المعلمة $(v>1)$ [12].

حيث يتم إعادة صياغة الدالة الاحتمالية لتوزيع (COMP) بتعويض المعادلة (2) في المعادلة (1) ليتم الحصول على:

$$p(Y=y_i)=\frac{{\mu_i}^{y_i}\mu_i^{\frac{v-1}{2v}}(2\pi)^{\frac{v-1}{2}}\sqrt{v}}{(y_i\,!)^v\exp\left(v{\mu_i}^{\frac{1}{v}}\right)}\qquad y_i=0,1,\dots\dots\infty \qquad \dots(3)$$

$$i=1,2,\dots n \qquad v\ge 0,\ \ \mu_i>0$$

ويكون التوقع والتباين بعد اخذ Ln لثابت التسوية $Z(\mu_i,v)$ في المعادلة (3) ومن ثم الاشتقاق فنحصل على الاتي [12]:

$$E(Y_i)=\mu_i\frac{\partial \ln Z(\mu_i,v)}{\partial \mu_i}=\ \ {\mu_i}^{\frac{1}{v}}-\frac{v-1}{2v} \qquad \dots(4)$$

$$Var(Y_i)=\mu_i\frac{\partial^2 \ln Z(\mu_i,v)}{\partial {\mu_i}^2}\ =\ \frac{{\mu_i}^{\frac{1}{v}}}{v} \qquad \dots(5)$$

تم تقديم أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) لأول مرة من قبل Guikema et al(2008) كنموذج خطي عام اقترح فيه إعادة صياغة توزيع (COMP) حسب معلمة تمركز جديدة، و Jowaheer et al(2009) قدم أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) معمم يعتمد معلمة التوزيع (μ_i) و قدم Sellers et al(2010) اقتراحاً لنموذج انحدار يعتمد على توزيع (COMP) مع إبقاء الدالة الاحتمالية لتوزيع (COMP) على خصائصها كما تم تقديمها من قبل Shmueli et al (2005) ، ويكون أنموذج الانحدار العام لتوزيع COMP وفقاً للمعادلات المعادة الصياغة أعلاه (3) و(4) و (5) للحصول على نموذج خطي عام ثنائي الارتباط حيث يعتمد كل من المتوسط والتباين على المتغيرات المشتركة ودوال الارتباط ويكون بالشكل الاتي[5] [8] [11] [12]:

$$\ln(\mu_i)==x_i{}^T\beta \qquad\qquad \to \mu_i=e^{x_i{}^T\beta} \qquad \dots(6)$$

تمثل الصيغة أعلاه دالة الربط (Link function) ويمثل $\ln(\mu_i)=x_i{}^T\beta\to\mu_i=e^{x_i{}^T\beta}$ كمتنبئ خطي (linear predictor) مع link-ln حيث أن:

β : تمثل متجه من معاملات الانحدار ذو الدرجة ((P+1)*1) المطلوب تقديرها.

x_i : يمثل متجه المتغيرات التفسيرية ذو الدرجة ((P+1)*1) بما في ذلك الحد الثابت.

X: تمثل مصفوفة المتغيرات المفسرة ذات الدرجة (**n***(P+1))

ومن المعادلة (7) تكون صيغة تقدير أنموذج انحدار (COMPR) كالاتي [5]:

$$\hat{Y}=e^{(\beta_0+\beta_1X_{1i}+\beta_2X_{2i}+\cdots..+\beta_pX_{pi})}\ ,i=1,2,\dots n \qquad \dots(7)$$

(3) اختبار وجود زيادة ونقصان التشتت

يحدث فرط التشتت (التشتت الزائد) في مجموعات البيانات بسبب القيم المتطرفة أو في حالة نماذج الانحدار عندما لا يتضمن الأنموذج متغيرات توضيحية مهمة، اما نقص التشتت للبيانات فيشير الباحثون الى حدوثه بسبب قيم العينات الصغيرة او خلال عملية النمذجة عند الافراط في ملائمة النموذج. وبالتالي ينتج عن ذلك مقدرات متحيزة ولمعرفة هل أن البيانات قيد الدراسة تعاني من زيادة او تساوي او نقصان التشتت يتم استخدام بعض الاختبارات لبيانات العينة (الظاهرة) ومن هذه الاختبارات اختبار معيار الاختلاف Deviance حيث يعرف رياضيا كالاتي [6] [10]:

$$D(y,\hat{\mu}) = 2\sum_{i=1}^{n}\left[y_i \ln\left(\frac{y_i}{\hat{\mu}_i}\right) - (y_i - \hat{\mu}_i)\right] \quad \rightarrow \quad \hat{\mu}_i = e^{x_i^T\beta} \qquad \dots(8)$$

وبقسمة هذا المعيار على درجة الحرية (n-p) يكون القرار بأن البيانات تعاني من زيادة التشتت اذا كان ناتج القسمة اكبر من واحد والعكس صحيح، n حجم العينة وp عدد المعلمات حيث [1]:

$$H_0: \frac{D(y,\hat{\mu})}{(\mathrm{n}-\mathrm{p})} > 1 = \text{زيادة التشتت} \leftrightarrow H_1: \frac{D(y,\hat{\mu})}{(\mathrm{n}-\mathrm{p}))} < 1 = \text{نقصان التشتت}$$

(4) طرائق التقدير

وهي تقنيات إحصائية تُعتمد لتقدير معالم أنموذج الانحدار ومنها طريقة تقدير الإمكان الأعظم، طريقة تقدير الإمكان الأعظم الموزونة وطريقة شبه الامكان.

(1-4) طريقة الإمكان الأعظم

Maximum Likelihood Estimation Method (MLE)

تعد طريقة الإمكان الأعظم (MLE) من أكثر الطرائق ملائمةً لنماذج انحدار توزيعات العد المتقطعة مثل بواسون وثنائي الحد وكذلك كونواي ماكسويل بواسون، حيث تمثل دالة الإمكان الأعظم حاصل ضرب دوال الكتلة الاحتمالية لكل مشاهدة من مشاهدات متغير الاستجابة Yوالتي تتبع توزيع (COMP)كما في الصيغة (3) كالاتي [1] [8]:

$$p(Y = y_i) = \frac{{\mu_i}^{y_i} {\mu_i}^{\frac{v-1}{2v}} (2\pi)^{\frac{v-1}{2}} \sqrt{v}}{(y_i\,!)^v \exp\left(v{\mu_i}^{\frac{1}{v}}\right)} \qquad y_i = 0,1, \dots\dots\infty\,;\ i = 1,2, \dots n\,; v \geq 0,\ \ \mu_i > 0$$

ومن خلال تعظيم المشاهدات لتوزيع المتغير المعتمد (y_i) في الصيغة أعلاه تكون دالة الإمكان الأعظم وبأخذ لـ Ln لدالة الإمكان الأعظم للمشاهدات نحصل على:

$$= \sum_{i=1}^{n}\left(\mathrm{y}_i \ln(\mu_i) + \frac{(v-1)}{2v}\ln(\mu_i) + \frac{(v-1)}{2}\ln(2\pi) + \frac{1}{2}\ln(v) - v\ln(y_i\ !) - v{\mu_i}^{\frac{1}{v}}\right) \dots(9)$$

وبمان أن: $\ln(\mu_i) = x_i^T\beta \ \rightarrow \mu_i = exp^{x_i^T\beta}$

وبالتالي نحصل على

$$l(y_i\,,\beta,v) = \ln L\,(y_i\,,\beta,v)$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left(\mathrm{y}_i x_i^T\beta + \frac{x_i^T\beta}{2} - \frac{x_i^T\beta}{2v} + \frac{v\ln(2\pi)}{2} - \frac{\ln(2\pi)}{2} + \frac{1}{2}\ln(v) - v\ln(y_i\ !) - v exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}\right) \qquad \dots(10)$$

ويمكن الحصول على تقدير معلمات الانحدار β ومعلمة التشتت v من خلال اشتقاق الصيغة (10) أعلاه مرة لمعلمة الانحدار β ومرة لمعلمة التشتت v كالاتي [9] [4] [8]:

$$\frac{\partial L(y_i\,,\beta,v)}{\partial\beta_j} = \sum_{i=1}^{n}\left(\mathrm{y}_i x_{ij} + \frac{x_{ij}}{2} - \frac{x_{ij}}{2v} - x_{ij}\, exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}\right), \qquad j = 1, \dots\dots..p \qquad \dots(11)$$

$$\frac{\partial L(y_i\,,\beta,v)}{\partial v}=$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{2v^2}x_i^T\beta+\frac{1}{2}\ln(2\pi)+\frac{1}{2v}-\ln(y_i\,!)-exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}+\frac{x_i^T\beta}{v}\,exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}\right) \quad ...(12)$$

ومن ثم إيجاد المشتقات المتبقية كالاتي:

$$\frac{\partial^2 L(y_i\,,\beta,v)}{\partial \beta_j{}^2}=\sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{x_{ij}{}^2}{v}\,exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}\right) \quad ...(13)$$

$$\frac{\partial^2 L(y_i\,,\beta,v)}{\partial v^2}=\sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{1}{v^3}x_i^T\beta-\frac{1}{2v^2}-\frac{(x_i^T\beta)^2}{v^3}exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}\right) \quad ...(14)$$

$$\frac{\partial^2 L(y_i\,,\beta,v)}{\partial v\partial \beta_j}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{2v^2}x_{ij}+\frac{(x_i^T)^2\beta}{v^2}\,exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}\right) \quad ...(15)$$

لحل كل من المعادلات اعلاه وتحديد قيمة $\beta\,,v$، يتم استخدام تقنية نيوتن رافسون لتقدير معامل الانحدار وبالشكل الاتي [8] [1]:

1- تحديد تقدير اولي للمعلمات $\begin{bmatrix}\beta\\ v\end{bmatrix}$ بدلالة قيمة $\begin{bmatrix}\beta\\ v\end{bmatrix}^0$

2- تحديد تقدير $(r\ =1,2,3,\ldots)$ ، $\begin{bmatrix}\beta_{r+1}\\ v_{r=1}\end{bmatrix}$) بأتباع المعادلة التكرارية الأتية:

$$\begin{bmatrix}\beta_{r+1}\\ v_{r=1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\beta_{r}\\ v_{r}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{\partial^2 L(y_i\,,\beta,v)}{\partial \beta_j{}^2} & \frac{\partial^2 L(y_i\,,\beta,v)}{\partial v\partial \beta_j}\\ \frac{\partial^2 L(y_i\,,\beta,v)}{\partial v\partial \beta_j} & \frac{\partial^2 L(y_i\,,\beta,v)}{\partial v^2}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\frac{\partial L(y_i\,,\beta,v)}{\partial \beta_j}\\ \frac{\partial L(y_i\,,\beta,v)}{\partial v}\end{bmatrix} \quad ...(16)$$

اذ ان: متجه مع عناصر المشتقات الجزئية الأولى. ومصفوفة Hessian مع عناصر المشتقات الجزئية الثانية.

3- أوقف تكرار المعادلة (16) إذا كانت $\left\|\begin{bmatrix}\beta_{r+1}\\ v_{r=1}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\beta_{r}\\ v_{r}\end{bmatrix}\right\|\leq\ 10^{-5}$

4- نتيجة تحسين $\begin{bmatrix}\beta_{r+1}\\ v_{r=1}\end{bmatrix}$ هي تقدير قيمة $\begin{bmatrix}\beta\\ v\end{bmatrix}$

حيث ان β_r و v_r هي تقديرات أولية للمعلمات β_0 و v_0 حيث تكرر المعادلة (16) حتى تقارب المقدرات واتساقها تحت ظروف انتظام معتدلة [8] [1].

(2-4) طريقة الإمكان الأعظم الموزونة
Weighted Maximum Likelihood Estimation Method (WMLE)

للحصول على دالة الإمكان الأعظم الموزونة (WMLE) يتم اضافة دالة الوزن W في المعادلة (14) كالاتي [8]:

$$l_W(y_i,\beta,v)=\ln L_W(y_i,\beta,v)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left(y_i x_i^T\beta+\frac{x_i^T\beta}{2}-\frac{x_i^T\beta}{2v}+\frac{v\ln(2\pi)}{2}-\frac{\ln(2\pi)}{2}+\frac{1}{2}\ln(v)-v\ln(y_i\,!)-v\exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}\right)W$$

... (17)

ويمكن الحصول على تقدير معلمات الانحدار β ومعلمة التشتت v من خلال اشتقاق الصيغة (17) مرة لمعلمة الانحدار β ومرة لمعلمة التشتت v كالاتي:

$$\frac{\partial L_W(y_i,\beta,v)}{\partial\beta_j}=\sum_{i=1}^{n}\left(y_i x_{ij}+\frac{x_{ij}}{2}-\frac{x_{ij}}{2v}-x_{ij}\exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}\right)W\,;j=1,,.p \qquad ...(18)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{2v^2}x_i^T\beta+\frac{1}{2}\ln(2\pi)+\frac{1}{2v}-\ln(y_i\,!)-\exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}+\frac{x_i^T\beta}{v}\exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}\right)W \qquad ...(19)$$

ومن ثم إيجاد المشتقات المتبقية كالاتي:

$$\frac{\partial^2 L_W(y_i,\beta,v)}{\partial{\beta_j}^2}=\sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{{x_{ij}}^2}{v}\exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}\right)W \qquad ...(20)$$

$$\frac{\partial^2 L(y_i,\beta,v)}{\partial v^2}==\sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{1}{v^3}x_i^T\beta-\frac{1}{2v^2}-\frac{(x_i^T\beta)^2}{v^3}\exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}\right)W \qquad ...(21)$$

$$\frac{\partial^2 L_W(y_i,\beta,v)}{\partial v\partial\beta_j}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{2v^2}x_{ij}+\frac{{x_i^T}^2\beta}{v^2}\exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}}\right)W \qquad ...(22)$$

لحل كل من المعادلات اعلاه وتحديد قيمة $\beta\,,v$، يتم استخدام تقنية نيوتن رافسون لتقدير معامل الانحدار وكما يأتي [8]:

1- تحديد تقدير اولي للمعلمات $\begin{bmatrix}\beta\\ v\end{bmatrix}$ بدلالة قيمة $\begin{bmatrix}\beta\\ v\end{bmatrix}^0$

2- تحديد تقدير ($r=1,2,3,\ldots$)، $\begin{bmatrix}\beta_{r+1}\\ v_{r=1}\end{bmatrix}$) بأتباع المعادلة التكرارية الأتية:

$$\begin{bmatrix}\beta_{r+1}\\ v_{r=1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\beta_r\\ v_r\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{\partial^2 L_W(y_i,\beta,v)}{\partial{\beta_j}^2} & \frac{\partial^2 L_W(y_i,\beta,v)}{\partial v\partial\beta_j}\\ \frac{\partial^2 L_W(y_i,\beta,v)}{\partial v\partial\beta_j} & \frac{\partial^2 L_W(y_i,\beta,v)}{\partial v^2}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\frac{\partial L_W(y_i,\beta,v)}{\partial\beta_j}\\ \frac{\partial L_W(y_i,\beta,v)}{\partial v}\end{bmatrix} \qquad ...(23)$$

3- أوقف تكرار المعادلة (23) إذا كانت $\left\|\begin{bmatrix}\beta_{r+1}\\ v_{r=1}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\beta_r\\ v_r\end{bmatrix}\right\| \le 10^{-5}$

حيث ان β_r و v_r هي تقديرات أولية للمعلمات β_0 و v_0 حيث تكرر المعادلة (23) حتى تقارب المقدرات واتساقها تحت ظروف انتظام معتدلة [8].

وتحسب دالة الوزن W كالاتي [3] [7]:

$$W=\begin{cases}1 & \dfrac{v}{c_1}<\mu_i<c_1v\\ \dfrac{c_1\mu_i}{v} & \mu_i<\dfrac{v}{c_1}\\ \dfrac{c_2v-\mu_i}{v} & c_1v<\mu_i<c_2v\\ 0 & otherwise,\end{cases} \quad \dots(24)$$

أذ ان c_1 و c_2 ثوابت حيث تؤخذ $(C_1=2)$ و $(C_2=3)$

(3-4) طريقة شبه الإمكان

Quasi Likelihood Estimation Method (QLE)

تتطلب هذه الطريقة الحدين الأولين فقط من توزيع (COMP) وتتميز بأنها تتعامل مع توقع وتباين البيانات سواء كان التوزيع للبيانات معروف أم غير معروف، ولكن بما ان توزيع (COMP) لا يحتوي على تعبيرات نموذجية مغلقة للحظاته من حيث المعلمات v و μ_i، حيث يتم اشتقاق معلمات الانحدار ومعلمة التشتت حيث نستخدم المعادلة التالية الناتجة عن اشتقاق ثابت التسوية حيث اشتق Shmueli et al (2005) صيغة مقاربة لثابت التسوية $Z(\mu_i,v)$ كما في المعادلة رقم (2) كالاتي [12]:

$$Z(\mu_i,v)=\frac{\exp\left(v\mu_i^{\frac{1}{v}}\right)}{\mu_i^{\frac{v-1}{2v}}(2\pi)^{\frac{v-1}{2}}\sqrt{v}}$$

حيث تستخدم المعادلة (2) أعلاه للحصول على التوقع E(y_i) والتباين $Var(y_i)$ كما في المعادلتين (4) و(5) ذلك:

$$E(y_i)=\mu_i\frac{\partial\ln Z(\mu_i,v)}{\partial\mu}=\mu_i^{\frac{1}{v}}-\frac{v-1}{2v}=\mu_i^{\frac{1}{v}}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2v}$$

$$Var(y_i)=\mu_i\frac{\partial^2\ln Z(\mu_i,v)}{\partial\mu^2}=\frac{\mu_i^{\frac{1}{v}}}{v}$$

وبجعل $\theta_i=E(y_i)$

ويمكن الحصول على عزوم أخرى باستخدام الصيغة التي اشارت لها Shmueli et al (2005) التالية[12]:

$$E(y_i^{r+1})=\mu_i\frac{d}{d\mu}E(y_i^{r})+E(y_i)E(y_i^{r}) \qquad r=1,2,3\dots \qquad \dots(25)$$

حيث ان كل من θ_i و $Var(y_i)$ هما دالتان ل β و v، ولتقدير كل من β و v سوف نستخدم معادلة شبه الإمكان (QLM) المشار اليها في Jawaher et al (2009) وهي كالتالي[9]:

$$\sum_{i=1}^{n} D_i^T V_i^{-1}(f_i - H_i) = 0 \qquad \ldots(26)$$

حيث ان

$$f_i = (y_i, y_i^2) \qquad , \qquad H_i = (\theta_i, h_i)^T$$

$$h_i = E(y_i^2) = \theta_i^2 + \frac{\mu_i^{\frac{1}{v}}}{v} = \mu_i^{\frac{2}{v}} - \mu_i^{\frac{1}{v}} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2v} + \frac{1}{4v^2} + \frac{2}{v}\mu_i^{\frac{1}{v}}$$

وان V_i هي مصفوفة التغايير لمتجه النتيجة f_i، بينما تمثل D_i مصفوفة المشتقات التالية

بحجم $2\times(p+1)$ وكالاتي:

$$D_i = \begin{Bmatrix} \frac{\partial\theta_i}{\partial\beta^T} & \frac{\partial\theta_i}{\partial v} \\ \frac{\partial h_i}{\partial\beta^T} & \frac{\partial h_i}{\partial v} \end{Bmatrix} \qquad \ldots(27)$$

حيث يتم إيجاد المشتقات بالاعتماد على صيغ كل من θ_i و h_i كالاتي:

$$\frac{\partial\theta_i}{\partial\beta^T} = \frac{x_i^T}{v} e^{\frac{x_i^T\beta}{v}} = \frac{x_i^T}{v}\mu_i^{\frac{1}{v}} \quad \rightarrow \quad \mu_i = exp^{x_i{}^T\beta} \qquad \ldots(28)$$

$$\frac{\partial\theta_i}{\partial v} = -\frac{x_i^T\beta}{v^2} exp^{\frac{x_i^T\beta}{v}} - \frac{1}{2v^2} = -\frac{x_i^T\beta}{v^2}\mu_i^{\frac{1}{v}} - \frac{1}{2v^2} \qquad \ldots(29)$$

$$\frac{\partial h_i}{\partial\beta^T} = \frac{x_i{}^T\left(2v\mu_i^{\frac{2}{v}} - v\mu_i^{\frac{1}{v}} + 2\mu_i^{\frac{1}{v}}\right)}{v^2} \qquad \ldots(30)$$

$$\frac{\partial h_i}{\partial v} = \frac{-4v\mu_i^{\frac{2}{v}}\ln(\mu_i) + 2v\mu_i^{\frac{1}{v}}\ln(\mu_i) + v - 1 - 4v\mu_i^{\frac{1}{v}} - 4\mu_i^{\frac{1}{v}}\ln(\mu_i)}{2v^3} \qquad \ldots(31)$$

ومصفوفة التغايير ل f_i يمكن التعبير عنها

$$V_i = \begin{bmatrix} Var(y_i) & Cov(y_i, y_i^2) \\ & Var(y_i^2) \end{bmatrix} \qquad \ldots(32)$$

حيث يتم اشتقاق العناصر التي تتواجد في المصفوفة V_i بشكل متكرر من خلال المعادلة

(25) التالية::

$$E(y_i^{r+1}) = \mu_i \frac{d}{d\mu} E(y_i^r) + E(y_i)E(y_i^r)$$

ومن خلال المعادلة أعلاه يمكن اشتقاق العزوم y_i^3, y_i^2 و y_i^4 ومن ثم إيجاد $Cov(y_i, y_i^2)$ كالاتي:

$$Cov(y_i, y_i^2) = E(y_i^3) - E(y_i)\,E(y_i^2)$$

$$Cov(y_i, y_i^2) = \frac{2v\mu_i^{\frac{2}{v}} - v\mu_i^{\frac{1}{v}} + 2\mu_i^{\frac{1}{v}}}{v^2} \qquad \dots (33)$$

وكذلك للتباين

$$Var(y_i^2) = E(y_i^4) - E(y_i^2)^2$$

$$Var(y_i^2) = \frac{\left(v^2\mu_i^{\frac{1}{v}} + 4v^2\mu_i^{\frac{3}{v}} + 10v\mu_i^{\frac{2}{v}} - 4v\mu_i^{\frac{1}{v}} + 4\mu_i^{\frac{1}{v}} - 4v^2\mu_i^{\frac{2}{v}}\right)}{v^3} \qquad \dots (34)$$

الان يمكن استخدام تقنية (Newton Raphson) للحصول على تقديرات طريقة (QLE) لكل من المعلمات β و v ، حيث تكون تقديرات طريقة (QLE) كالاتي:

$$\begin{bmatrix}\beta_{r+1}\\ v_{r=1}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\beta_r\\ v_r\end{bmatrix} + \left[\sum_{i=1}^{n} D_i^T V_i^{-1} D_i\right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^{n} D_i^T V_i^{-1}(f_i - H_i)\right] \qquad \dots (35)$$

وبالنسبة للقيم الأولية $\beta = \beta_0$ ومعلمة التشتت $v = v_0$، حيث نكرر المعادلة اعلاه (35)حتى التقارب بحيث تكون المقدرات متسقة وتضفي ظروف انتظام معتدلة [9].

(5) معايير المقارنة

(1-5) متوسط مربعات الخطأ (MSE)

يعتبر من اهم المقاييس المستخدمة للمقارنة بين طرائق التقدير للنماذج الإحصائية اذ يمتاز بدرجة عالية من الدقة في بيان كفاءة طرائق التقدير حيث يختصر ب (MSE) وصيغته الرياضية تكون [4] :[9]

$$\mathrm{MSE}(\hat{\beta}) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}(\hat{\beta} - \beta)^T(\hat{\beta} - \beta) \quad ; \qquad \dots (36)$$

حيث L تمثل عدد التكرارات في المحاكات

$(\hat{\beta} - \beta)$ يمثل الفرق بين متجهات المعلمة المقدرة والحقيقية في نتائج التكرار للمحاكات.

(2-5) معامل التحديد R^2 (R-square)

يستخدم هذا المعيار لتحديد قدرة الانموذج في تفسير التغيرات الحاصلة في متغير الاستجابة y وحيث افترض كل من الباحثين Cameron وUnlindeijer (1996-1997) استخدام معامل التحديد والذي يكتب اختصاراً (R^2) بالاعتماد على تحليل معيار الاختلاف Deviance كما في المعادلة (8) واعتماد قيمته في حساب معامل التحديد بالشكل التالي وحسب الصيغة التالية [2] [1]:

$$R^2 = 1 - \frac{D(y,\hat{\mu})}{D(y,\bar{y})} \qquad \dots (37)$$

تقيس قيمة معامل التحديد اعلاه الانخفاض في قيمة الانحراف نتيجة تضمين الانموذج للمتغيرات الإضافية وتحسب $D(y,\hat{\mu})$ بالاعتماد على الصيغة في المعادلة (8) وكذلك $D(y,\bar{y})$ حيث ان:

$D(y,\bar{y})$: تمثل الانحراف للأنموذج المتضمن على الحد الثابت فقط.

$D(y,\hat{\mu})$: تمثل الانحراف للأنموذج المقدر.

ويمتاز معامل التحديد المعتمد على معيار الاختلاف بمجموعة من الخصائص المرغوبة وهي [2] :[1]

1. تتراوح قيمته بين الصفر والواحد $0 \leq R^2 \leq 1$
2. قيمته لا تتناقص عندما يتم إضافة متغير تفسيري جديد.

(6) وصف تجربة المحاكاة

تم استعمال لغة البرمجة R4.4.0 لكتابة برنامج المحاكاة وفق أسلوب مونت كارلو Monte Carlo ويتضمن البرنامج المكتوب أربعة مراحل أساسية لتقدير أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR)، وكما يأتي:

المرحلة الأولى: مرحلة تحديد القيم الافتراضية

إذ يتم في هذه المرحلة اختيار القيم الافتراضية للمعلمات، وقد تم اختيار القيم كما يأتي:

1. تم تحديد قيم المتغيرات المستقلة p باستعمال مجموعة من المتغيرات التوضيحية (p=6) متغيرات وقد اختيرت القيم الافتراضية للمعلمات كما في الجدول (1).

جدول (1): القيم الافتراضية للمعلمات

Set	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6
I	1.6	-1.8	-1.2	-0.7	-2.2	2.4	1.9

2. تم اختيار ثلاثة أحجام مختلفة للعينات (n=50, n=100, n=150).

3. اختيرت قيم مختلفة لمعلمة التشتت في حالة انخفاض التشتت تم اخذ قيم معلمة التشتت افتراضياً (v=0.85, v=0.5) وفي حالة زيادة التشتت تم اخذ قيم معلمة التشتت افتراضياً (v=9, v=3).

4. تم تكرار كل تجربة 1000 مرة.

المرحلة الثانية: توليد البيانات

وهي مرحلة مهمة جداً، إذ يتم فيها توليد المتغيرات التوضيحية باعتبارها مولدة من التوزيع المنتظم بمعلمتي (0، 1) بواسطة دالة runic ضمن حزمة stats ومن ثم توليد المتغير التابع من توزيع كونواي-ماكسويل-بواسون، بالاعتماد على دالة rcmp ضمن حزمة (COMPoissonReg)، وكما يأتي:

$$x_{ij} \sim U(0,1), i = 1,2, \dots, n; j = 1,2, \dots, p$$
$$y_{ij} \sim CMP(Mu_i, v), where\ Mu_i = \exp(x_i^T \beta)$$

المرحلة الثالثة: التقدير

يتم في هذه المرحلة إجراء عملية التقدير لمعلمات الانحدار ومن ثم تقدير أنموذج الانحدار وذلك باستعمال طرائق التقدير الواردة سابقاً وهي طريقة الإمكان الأعظم (MLE)، طريقة الإمكان الأعظم الموزونة (WMLE) وطريقة شبه الإمكان (QLE).

المرحلة الرابعة: مرحلة المقارنة بين الطرائق

لغرض المقارنة بين طرائق التقدير المختلفة للمعلمات وإيجاد أفضل المقدرات تم استعمال معيار (MSE) وكذلك معاير (R^2) معامل التحديد حيث إن الطريقة التي تمتلك أقل قيمة (MSE) واعلى قيمة لمعامل التحديد (R^2) تعتبر أفضل.

مجلة كلية التربية الاساسية
كلية التربية الاساسية – الجامعة المستنصرية
Journal of the College of Basic Education Vol.30 (NO. 128) 2024, pp. 196-210

(3-7) نتائج عمليات المحاكاة

سيتم عرض النتائج التي تمثل قيم MSE وR^2 وقيم تقديرات المعلمات لكل طريقة وفقاً لأحجام العينات والقيم المختلفة للمعلمات ومعامل التشتت وعدد المتغيرات المفسرة وكما يأتي:

جدول (2): في حالة حجوم العينة (50، 100، 150) ومعلمة التشتت (0.5، 0.85) وعدد المتغيرات المفسرة (6)

p	v	N	Method	β_0	β1	β2	β3	β4	β5	β6	v	MSE	R^2
6	0.5	50	MLE	1.6065	-1.8093	-1.1801	-0.7102	-2.2103	2.4076	1.8987	0.5075	1.1006	%83.82
			WMLE	1.6190	-1.8071	-1.1925	-0.7139	-2.2122	2.4102	1.8845	0.5042	1.0129	%84.12
			QLE	1.5988	-1.7981	-1.1757	-0.7115	-2.2138	2.4174	1.8935	0.4939	1.1499	%83.68
		100	MLE	1.6026	-1.8116	-1.2139	-0.7230	-2.1717	2.4002	1.9145	0.5047	1.0038	%85.90
			WMLE	1.6072	-1.8145	-1.2140	-0.7252	-2.1708	2.4022	1.9096	0.4966	0.9359	%87.97
			QLE	1.5980	-1.8088	-1.2077	-0.7182	-2.1714	2.3973	1.9129	0.4858	0.9541	%86.05
		150	MLE	1.5971	-1.8047	-1.1953	-0.7092	-2.2092	2.4058	1.9208	0.4964	0.9741	%87.24
			WMLE	1.6010	-1.8085	-1.1946	-0.7088	-2.2136	2.4063	1.9188	0.5043	0.8986	%88.19
			QLE	1.5995	-1.8025	-1.1957	-0.7086	-2.2142	2.4038	1.9195	0.4991	0.9024	%87.30
	0.85	50	MLE	1.6334	-1.8091	-1.2459	-0.6845	-2.1959	2.3818	1.9053	0.8521	1.3031	%82.57
			WMLE	1.6250	-1.8027	-1.2507	-0.6832	-2.2037	2.3950	1.9106	0.8356	1.2011	%83.35
			QLE	1.6237	-1.8000	-1.2418	-0.6833	-2.2000	2.3852	1.9119	0.8588	1.2449	%82.73
		100	MLE	1.6264	-1.8161	-1.2399	-0.6745	-2.1859	2.3818	1.8973	0.8611	1.2739	%84.46
			WMLE	1.6350	-1.7967	-1.2417	-0.6812	-2.2117	2.3850	1.9066	0.8435	1.1787	%85.60
			QLE	1.6247	-1.7920	-1.2348	-0.6733	-2.2080	2.3932	1.9129	0.8297	1.2158	%84.54
		150	MLE	1.5961	-1.8398	-1.1966	-0.7136	-2.1907	2.4093	1.9071	0.8615	1.1061	%84.97
			WMLE	1.6006	-1.8441	-1.1923	-0.7141	-2.1991	2.4099	1.9077	0.8437	0.9688	%86.63
			QLE	1.6082	-1.8405	-1.1965	-0.7216	-2.1944	2.4003	1.9036	0.8551	1.1110	%84.71

يتضح من الجدول اعلاه الذي يمثل حالة انخفاض التشتت عند قيمة معلمة التشتت (0.5) وحجم عينة (50) كان تسلسل الافضلية لطريقة الموزونة (WMLE) ثم طريقة الإمكان (MLE) ثم طريقة شبه الامكان (QLE) وكانت الفروق متقاربة حسب قيم معياري المقارنة (MSE) و (R^2) وعند حجم عينة (100) كانت أيضا الافضلية للموزونة ثم تلتها شبه الامكان ومن ثم الامكان الأعظم. وعند حجم (150) كان تسلسل الافضلية مشابه لتسلسل الافضلية عند حجم (100) ومن هنا نستنتج ان عند حجوم العينات الصغيرة تكون الافضلية لطريقة الامكان (MLE) على طريقة شبه الامكان (QLE) وعند حجوم العينات المتوسطة والكبيرة تكون الافضلية لشبه الامكان(QLE) على الامكان الاعظم (MLE) مع ثبوت الافضلية للموزونة (WMLE)على الطريقتين في جميع حجوم العينة. اما عند قيمة معلمة التشتت (0.85) فقد ثبتت الأفضلية ايضاً للطريقة الموزونة (WMLE) على باقي الطرائق ولجميع حجوم العينة الثلاث (50، 100، 150) واما تسلسل الأفضلية لطريقتي الإمكان (MLE) وشبه الامكان(QLE) فكان عكسي حيث كانت شبه الإمكان (QLE) لها الأفضلية على طريقة الإمكان (MLE) وعند حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة

مجلة كلية التربية الاساسية
كلية التربية الاساسية – الجامعة المستنصرية
Journal of the College of Basic Education Vol.30 (NO. 128) 2024, pp. 196-210

(50، 100) اما عند حجم عينة الكبيرة (150) فكانت طريقة الإمكان (MLE) لها الأفضلية على طريقة شبه الامكان (QLE) وبفارق قليل حسب قيم معياري المقارنة (MSE) و (R^2).

جدول (3)

في حالة حجوم العينة (50، 100، 150) ومعلمات التشتت (3، 9) وعدد المتغيرات المفسرة (6)

p	v	N	Method	β_0	β1	β2	β3	β4	β5	β6	v	MSE	R^2
6	3	50	MLE	1.6132	-1.7962	-1.1985	-0.7025	-2.2235	2.3964	1.8985	2.9822	1.4315	%81.22
			WMLE	1.6218	-1.7961	-1.2101	-0.7014	-2.2265	2.3937	1.8973	3.0678	1.3693	%81.38
			QLE	1.6174	-1.7946	-1.2000	-0.7037	-2.2248	2.3945	1.8921	3.0895	1.3915	%81.29
		100	MLE	1.5869	-1.7961	-1.1974	-0.6993	-2.1851	2.3890	1.9135	2.9715	1.3459	%82.50
			WMLE	1.5885	-1.7975	-1.1958	-0.6995	-2.1842	2.3881	1.9104	2.9798	1.3063	%82.86
			QLE	1.5878	-1.7973	-1.1971	-0.7012	-2.1859	2.3905	1.9125	2.9815	1.3542	%82.38
		150	MLE	1.6026	-1.7968	-1.2016	-0.7082	-2.1969	2.3953	1.9007	3.0445	1.2959	%83.37
			WMLE	1.6023	-1.7951	-1.1997	-0.7092	-2.1973	2.3941	1.9006	3.0095	1.2026	%83.81
			QLE	1.6033	-1.7977	-1.1996	-0.7097	-2.1980	2.3941	1.9013	3.0151	1.2529	%83.57
	9	50	MLE	1.5754	-1.7993	-1.1971	-0.6888	-2.1865	2.4074	1.8959	9.1081	1.5405	%80.23
			WMLE	1.5655	-1.7949	-1.1865	-0.6935	-2.1793	2.4140	1.8944	8.9389	1.4028	%80.52
			QLE	1.5235	-1.7363	-1.1365	-0.6478	-2.1230	2.3456	1.8334	8.9136	1.5174	%80.45
		100	MLE	1.5981	-1.8087	-1.1887	-0.6924	-2.1866	2.3922	1.8965	9.0802	1.4306	%81.82
			WMLE	1.5755	-1.7838	-1.1646	-0.6713	-2.1623	2.3677	1.8717	9.1124	1.3514	%82.17
			QLE	1.6030	-1.8116	-1.1908	-0.6965	-2.1830	2.3857	1.8969	9.0193	1.3894	%81.91
		150	MLE	1.6037	-1.8045	-1.2149	-0.7022	-2.1913	2.4105	1.8974	8.9265	1.3423	%82.39
			WMLE	1.6059	-1.8095	-1.2099	-0.7037	-2.1901	2.4080	1.8960	9.0189	1.2972	%83.28
			QLE	1.6024	-1.8070	-1.2106	-0.7038	-2.1858	2.4081	1.8950	9.0490	1.3187	%82.46

يتضح من الجدول اعلاه الذي يمثل حالة زيادة التشتت عند قيمة معلمة التشتت (3) فقد ثبتت الأفضلية للطريقة الموزونة (WMLE) على باقي الطرائق ولجميع حجوم العينة الثلاث (50، 100، 150)، وعند حجوم العينات الصغيرة والكبيرة (50، 150) كانت شبه الإمكان (QLE) لها الأفضلية على طريقة الإمكان (MLE)، وعند حجم العينة المتوسطة (100) كانت الافضلية لطريقة الامكان (MLE) على شبه الإمكان (QLE)، وكانت الفروق متقاربة حسب قيم معياري المقارنة (MSE) و (R^2). اما عند قيمة معلمة التشتت (9) فقد ثبتت الأفضلية ايضاً للطريقة الموزونة (WMLE) على باقي الطرائق ولجميع حجوم العينة الثلاث (50، 100، 150) واما تسلسل الأفضلية لطريقتي الإمكان (MLE) وشبه الامكان(QLE) فكانت شبه الإمكان (QLE) لها الأفضلية على طريقة الإمكان (MLE) وعند جميع حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة (50، 100، 150) وبفارق قليل حسب قيم معياري المقارنة (MSE) و (R^2).

(7) الاستنتاجات

يتضح من خلال نتائج المحاكاة ان قيم المقاييس الإحصائية متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومعامل التحديد (R^2) لطريقة الإمكان الاعظم (MLE) وطريقة الإمكان الأعظم الموزونة (WMLE) وطريقة شبه الإمكان (QLE) المعتمدة لتقدير أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) كما في الجداول من (2) او (3) تشير الى:

1- افضلية طريقة الإمكان الأعظم الموزونة (WMLE) على طريقة الإمكان الاعظم (MLE) وطريقة شبه الإمكان (QLE) في تقدير معلمات انموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) في حالة وجود التشتت المتزايد او المنخفض للبيانات.

2- ان قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) تقل وقيم ومعامل التحديد (R^2) تزداد كلما ازدادت حجوم العينات ولكل الطرائق.

3- عند جميع حجوم العينات (50، 100، 150) تفوق طريقة الإمكان الأعظم الموزونة (WMLE)على طريقة الإمكان الاعظم (MLE) وطريقة شبه الإمكان (QLE)المستخدمة في تقدير أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) اعتمادا على نتائج المقاييس الإحصائية متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومعامل التحديد (R^2).

4- افضلية نسبية لطريقة شبه الإمكان (QLE) على طريقة الإمكان الاعظم (MLE) في تقدير معلمات انموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) في حالة وجود زيادة تشتت للبيانات.

(8) التوصيات

1- استخدام طرائق تقدير أخرى لتقدير أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) مثل طريقة انحدار الحرف وانحدار النواة ومقارنتهما بطريقتي الإمكان الأعظم والإمكان الأعظم الموزونة او شبه الامكان.

2- ضرورة استخدم أنموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) في دراسات متعلقة بالبيئة والاقتصاد والإدارة والتعليم والحوادث المرورية والزراعة والصحة واي مجال تكون فيه الظواهر متكررة والبيانات تكون قابلة للعد.

3- اعتماد طريقة الإمكان الأعظم الموزونة (WMLE) في تقدير معلمات انموذج انحدار كونواي ماكسويل بواسون (COMPR) في حالة وجود التشتت المتزايد او المنخفض للبيانات القابلة للعد.

المصادر

1- الجادر، محمد خالد محمد نوري (2022)، **"نماذج الانحدار لبيانات العد في ضل وجود مشكلة زيادة او نقصان التشتت"**، كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل.

2- سلطان، مها حسن، 2017 **"طريقة الامكان الاعظم وبعض الطرائق اللامعلمية في تقدير انموذج انحدار بواسون"** رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية.

3- Abonazel, M. R., & Saber, O. M. (2020). "A comparative study of robust estimators for Poisson regression model with outliers". J. Stat. Appl. Probab, *9*, 279-286.

4- Abonazel, M. R., Saber, A. A., & Awwad, F. A. (2023). "Kibria–Lukman estimator for the Conway–Maxwell Poisson regression model": Simulation and applications. Scientific African, 19, e01553.

5- Guikema, S. D., & Coffelt, J. P. (2008). “A flexible count data regression model for risk analysis. Risk analysis”: an official publication of the Society for Risk Analysis, 28(1), 213–223.

6- Hilbe, J. M. (2011). “Negative binomial regression”. Cambridge University Press. Sensitivity of test for overdispersion in Poisson regression.

7- Hosseinian, S., & Morgenthaler, S. (2011). "Weighted maximum likelihood estimates in Poisson regression". In International Conference on Robust Statistics, Italy.

8- Jowaheer, V., & Khan, N. M. (2009). "Estimating regression effects in COM-Poisson generalized linear model". International Journal of Computational and Mathematical Sciences, 1(2), 59-63.

9- Rasheed, H. A., Sadik, N. J., & Algamal, Z. Y. (2022). “Jackknifed Liu-type estimator in the Conway-Maxwell Poisson regression model”. International Journal of Nonlinear Analysis and Applications, 13(1), 3153-3168.

10- Sellers, K. F. (2023). The Conway–Maxwell–Poisson distribution (Vol. 8). Cambridge University Press.

11- Sellers, K. F., & Shmueli, G. (2010). “A flexible regression model for count data”. The Annals of Applied Statistics, 943-961.

12- Shmueli, G., Minka, T. P., Kadane, J. B., Borle, S., & Boatwright, P. (2005). A useful distribution for fitting discrete data: revival of the Conway–Maxwell–Poisson distribution. Journal of the Royal Statistical Society Series C: Applied Statistics, *54*(1), 127-142.

مجلة كلية التربية الاساسية
كلية التربية الاساسية – الجامعة المستنصرية
Journal of the College of Basic Education Vol.30 (NO. 128) 2024, pp. 196-210

Comparison of some methods for estimating a (COM-Poisson) regression model using simulation

Saad Abdulghafoor Jasim **Asst. prof. Aseel Abdulrazzaq Rasheed**
Al-Mustansiriya University - College of Administration and Economics
Department of Statistics
saad.jasim@uomustansiriyah.edu.iq
aseelstat@uomustansiriyah.edu.iq

Abstract

The Conway Maxwell Poisson Regression (COMPR) model is highly flexible due to its ability to adapt to different data dispersion cases, both increasing and decreasing, due to the presence of the smoothing constant and the dispersion parameter within the (COMP) distribution function, which makes it suitable for modeling economic, health, traffic accidents, and other phenomena with varying dispersion. In this research, a regression model (COMPR) was estimated in the case of data with over and underdispersion, where a Monte Carlo simulation study was conducted, to compare between the maximum likelihood estimator (MLE) and the weighted maximum likelihood estimator (WMLE) and the quasi-likelihood estimator (QLE), where the simulation results showed based on the trade-off criteria (MSE) (R^2) and for sample sizes (50, 100, 150) and explanatory variables (6) and for the cases of underdispersion at values of the dispersion parameter (0.5, 0.85) and overdispersion at values of the dispersion parameter (3, 9), that the weighted maximum likelihood estimator (WMLE) is more efficient than the maximum likelihood estimator (MLE) and the quasi-likelihood estimator (QLE) in estimating the Conway Maxwell Poisson regression model for all sample sizes and for the cases of over and underdispersion.

Keywords: Conway Maxwell Poisson regression model, maximum likelihood estimator method, Weighted maximum likelihood estimator method, Quasi likelihood estimator method, Newton Raphson technique.