

دراسة تأثير عامل التخميد في التحليل الديناميكي لاهتزاز كاتمة صوت غاز العادم (دراسة مقارنة)

م.وسن إبراهيم منصور
كلية التربية الأساسية -- جامعة ميسان

الخلاصة:-

يسلط العمل الحالي الضوء على تأثير المخمدة في تركيب كراسي التحميل على قيم الاهتزاز الجانبية لتركيب كاتمة صوت غاز العادم، ولهذا الغرض استخدمت طريقة المصفوفات الانتقالية لتحليل التركيب الذي مثل بعتبتين او عمودين مرتبطين مع بعضهما بنوابض مرة ونوابض ومخمدات مرة ثانية لمقارنة النتائج للنظام المكون من (انبوب - غلاف - كراسي تحميل) .
افترض البحث ان توزيع الضغط والسرعة لغاز العادم ودرجة الحرارة هي بالاتجاه المحوري فقط وان عدد ماخ ثابت من البداية إلى نهاية الأنبوب. لاحتضان الجانب النظري استخدم برنامج مصمم بلغة الفورتران (٧٧) وتم حساب مقادير (الضغط، السرعة، درجة الحرارة) في برنامج جانبي واستخدمت النتائج كمدخلات للبرنامج الأصلي كونها قيم باتجاه واحد وليس بالاتجاهات الثلاثة كما في التحليل النظري لبقية القيم ولتجنب حدوث خلل في ضرب المصفوفات لاختلاف إبعادها . أخذ التحليل لقيم السرعة الحرجة الثلاث الاولى لعقدة رقم (٤) ولحالة وجود مخمدة مرة وبدون المخمدة مرة ثانية ولو حظ ان وجود تركيب المخمدة يساعد على امتصاص جزء من الاهتزازات وبالتالي فان قيم المقادير الجانبية(الانحراف،القص،العزم،الميل) تكون اقل في حالة وجود المخمدات في تراكيب الاسناد عن تلك التي بدون مخمدات كما تُظهر نتائج البحث والرسومات . كما تم مقارنة النتائج المحتسبة من هذا البحث مع دراسة سابقة ولكراسي تحميل بدون المخمد وقد اظهرت تقارب كبير.

Study the effect of damper on the Vibration analysis of Exhaust Gas Silencer
(Campier ion Study)

Abstrac:-

This work give a spot light on the effect of the presence of damper on the analysis of the vibration behavior of exhaust gas silencer with other bearing without damper. Transfer matrix method is adopted to simulate the effect of vibration of the silencer . The system is assumed to be made up of two simple beams connected together by number of sprigs once and (springs and dampers) at other time to campier the results of system (shift- casing - bearings) .The search assumed that (pressure, temperature, velocity) are only in axial direction and Mach number constant from inside and outside the shift.A Fortran (77) language computer program has been built to take the theoretical side and used to study the other effect which related with silencer design or exhaust gas properties has been calculated in sprige program and considered as input data in the main program.

The first three natural frequencies has been calculated for node (4) and the results show that dampers presents help absorbing parts of vibration asa result give less value of natural frequencies and eigen(dsplacement,slope, shear force , bending moments) mode capered with those which calculated without dampers



as shown in results and charts. And to confirmation of result good agreement found when a comparison took place with the values calculated without damper in this research and previous study as shown latter .

١-١ مقدمة (تمهيد):-

تعتبر منظومة العادم من المكونات الملحقة التي تضاف او تربط بعد تركيب المحرك عملياً وبصورة نهائية وتضم المنظومة جزء مهم ورئيس هي كاتمة الصوت التي تكون وظيفتها تقليل مستوى الضوضاء الناتجة من المحرك الى حد مقبول وتشمل هذه الضوضاء نوعين في منظومة العادم هي :-

١. ضوضاء سمعية (صوتية) :- وسببها ذبذبات غاز العادم المغادرة للانبوب.
٢. ضوضاء ميكانيكية :- سببها السطوح والمهترزة المكونة لمنظومة العادم^{٢٠١}.
تركب كاتمات الصوت في انبوب العادم لتعترض طريق موجات الصوت المنقلبة ونتيجة لذلك تكون مستويات الضوضاء آمنة عند سماعها . حيث ان وجودها يولد ضغط خلفي في انبوب العادم يتسبب في تحديد تدفق الغاز وبالتالي تخفيض قوة المحرك^٣ .

وتصنف الكاتمات حسب التركيب الداخلي الذي يضم مجموعة من المسكنات (muffler) الى قسمين:-

• الارتدادية (Reactive mufflers) :- حيث تعمل على عكس او رد طاقة الصوت وارجاعها الى مصدرها وتوظف لهذا الغرض حجرة واحدة او اكثر من حجرة لعكس طاقة الصوت الساقطة وهي فعالة في حالة الحزم الضيقة كونها اقتصادية وذات ضغط خلفي صغير.

• الامتصاصية (Absorption mufflers) :- تكون لموادها قدرة امتصاص الصوت تمتاز بانخفاض حزمة الضوضاء وبدرجة واسعة نسبياً مقارنة بالانواع الاخرى وتحول طاقتها الى حرارة^٤ .
٢-١ نبذة عن الدراسات السابقة:-

لقد قدمت العديد من الدراسات والبحوث التي تناولت الضوضاء واسبابها وطرق حسابها وتقليلها للنوع الاول، اما الدراسات المتعلقة بالبحث الحالي فهي تلك المعنية بالنوع الثاني من الضوضاء .

في عام ٢٠٠٠ قام كل من "Bugaru & Vasile" باستخدام طريقة المصفوفات الانتقالية في تحليل منظومة كاتمة الصوت بحجرة واحدة وحساب خسائر الانتقال (TL) (Transtion Losses) واطهرت النتائج تطابقاً كبيراً مع تلك العملية المحتسبة في بحثهما^٥ .

في عام ٢٠٠٨ قدم الباحثان "Vasile & Vladimer" بحثاً للداء الصوتي لكاتمة صوت عاكسة وبطريقتين عملية ونظرية بواسطة طريقة المصفوفات الانتقالية (TMM) ايضاً وقد قدما حلاً مقبولاً في تصميم كاتمة الصوت وحسابات خسائر الانتقال (TL) وان النتائج اعطت تطابق كبير بين القيم العملية والنظرية علماً بان الكاتمة تعمل ضمن الترددات الواطنة^٦ .

في نفس العام ٢٠٠٨ اجري كل من "Troshi, Park, Hoonkang" تحليلاً نظرياً باستخدام طريقة المصفوفات الانتقالية (TMM) واخرى بواسطة تطبيق (Ansys) وتحليل النموذج باستخدام الفروقات

¹ ياسر جعفر عواد، "تحليل الاهتزاز لكاتمة صوت غاز العادم"، رسالة ماجستير، الجامعة التكنولوجية، ٢٠٠٨، ص ١-٣.

² Ovidiu Vasile & Kolumban Vladimer, "Reactive Silencer Modeling by TMM and Experimental Study", Dep. of Mech. University Politehnica of Bucharest, 9th Wseas Int. conf. on Acoustics & Music: Theory & Applications (Bucharest, Romani, June 24-26) 2008.

³ ام. ال. مانيور و ار. بي. شارما، ترجمة ديونس عبدالملك الفخري "محرقات الاحتراق الداخلي"، الفصل ١٣، ص ٧١٥-٧١٨، ١٩٨٨.

⁴ "Engineering Acoustics/Filter Design & Implementation"; from wikibook, the open-content textbooks collection, 18,4,2010, pag.5-6

⁵ Mihai Buga & Ovidiu Vasile; "TMM for A Single-Chamber Mufflers", Mech. University Politehnica of Bucharest, Proceedings of the 11th Wseas Int. conf. on Mathematics, Dallas, Texas, USA, March 22-24, 2000



المحددة (FDM) في حساب خسائر الانتقال لمقطع كاتمة الصوت في الثلجة في محيط واقعي مرة أخرى اثبتت النتائج المستحصل عليها تطابق القيمتين العملية والنظرية¹.
٢-٢ المخدمات:-

ان استخدم المخدمات في (تراكيب الاسناد) يعتبر من اكثر الطرق فاعلية لتقليل مستوى الاهتزاز والاجهادات الديناميكية في اجزاء المحرك ويضمن استخدام المخدمات².
● تقليل الترددات الطبيعية و ابعاد الرنين عن مدى التشغيل.

● امتصاص طاقة الاهتزاز للمحرك عن طريق تحويلها الى حرارة وبالتالي تقليل سعة الاهتزاز ومستوى احمال واجهادات اقل.

كما توجد انواع مختلفة من المخدمات تحدد حسب نوع الوظيفة المستخدمة لاجلها

١. المخدمات الهيدروديناميكية.

٢. المخدمات ذات الاجزاء المرنة .

٣. مخدمات الحلقة المرنة (Allison ring).

٤. مخدمات بحلقتين مرنتين .

وقد تم استخدام مخدمات من النوع الثاني اي(المخدمات ذات الاجزاء المرنة) في هذا البحث لمعرفة تأثير وجود مخدمات في تراكيب كراسي التحميل على قيم الاهتزاز عند مقارنتها مع اخرى بدون المخدمات.

٢-١ التحليل النظري:-

يبين الشكل (١-١) انموذج لكاتمة الصوت (قيد البحث) وهي من نوع كاتمة الصوت الرنانة (Resonator muffler) والمكونة من انبوب داخلي يضم مجموعة من الثقوب على محيطه ومحاطة بغلاف خارجي^٣.



اعتبرت كاتمة الصوت مؤلفة من عتبة (Shaft) يقابل الانبوب الداخلي المثقب محاطة بغلاف (Casing) ونرمز للمعادلات والتحليل الخاص بالانبوب بالرمز S وللمعادلات المتعلقة بالغلاف بالرمز C وكلاهما ذا مقطع دائري . ومرتبطان مع بعضهما بنوايض مرة (الشكل (٢-١)) ونوايض ومخدمات مرة ثانية كما مبين في الشكل (٣-١) . قسم التركيب الى (٢٩) مقطع مهمل الوزن يعرف بالعناصر (Elements) ذات خواص دينامية ومرونة بسيطة مرتبطة مع بعضها بالعقدة (Nods) وضم التركيب (٣٠) عقدة وقد عرفت بمواقع وجود الدعامات الساندة للتركيب تم اعتماد التحليل الثلاثي الابعاد واستخدمت طريقة المصفوفات الانتقالية (TMM) حيث مثلت العناصر على الغلاف والانبوب بمصفوفة المجال والتي تربط بين

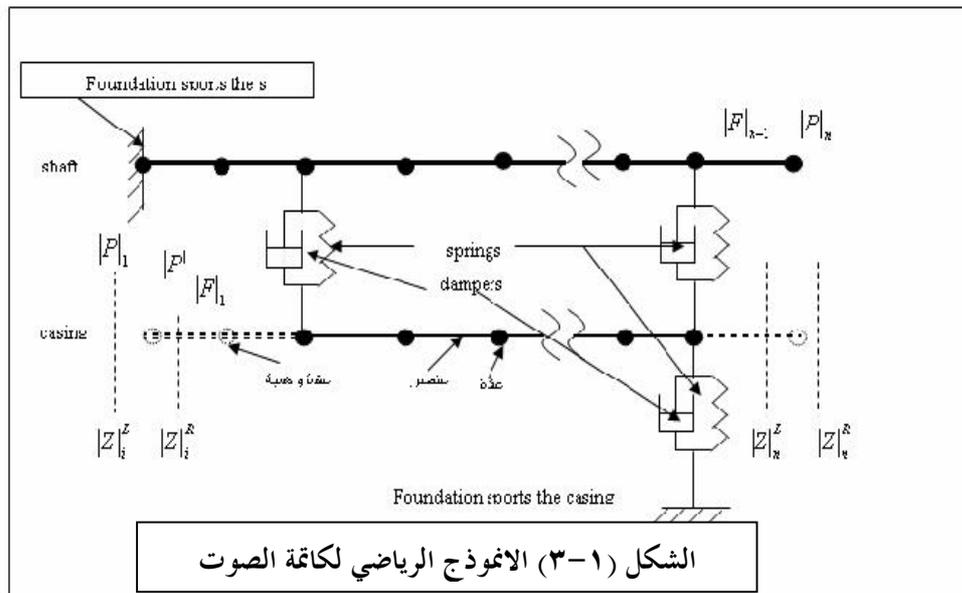
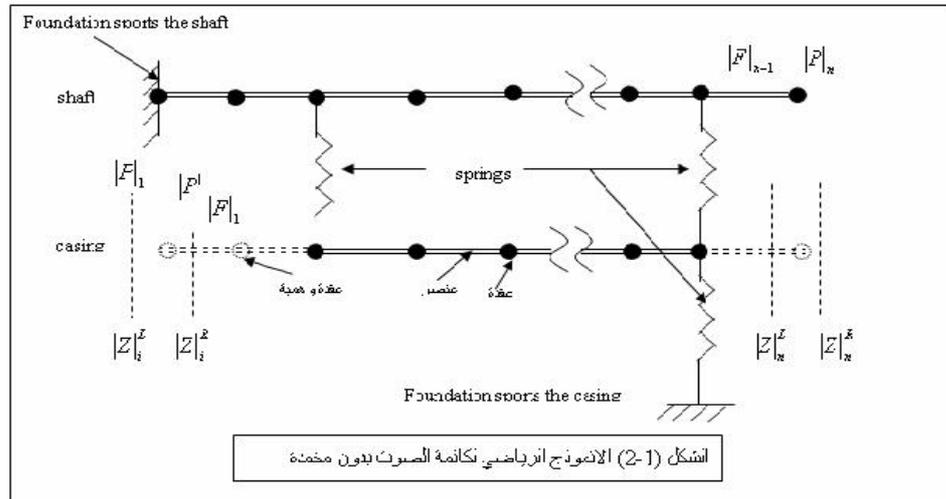
¹ Andrey G.Torshin,Jeong IL Park.Jeong HoonKang,15th international Congress on Sound & Vibration 6-10 July ,Daejeon,Korea,2008.

² Professor M.Leontive,'Rotor-Bearing Dynamics Technology Design Guid,Damper Supports' pag.5,25,28,32,1996

³ ياسر جعفر عواد،"تحليل الاهتزاز لكاتمة صوت غاز العادم"، رسالة ماجستير،الجامعة التكنولوجية ،٢٠٠٨،ص٣٥



متجهات الحالة لنهايات أي عنصر ولكل عقدة بمصفوفة النقطة ثم استخدام الضرب المتتابع للحصول على المصفوفة الانتقالية النهائية للنظام وتطبيق الشروط الحدية تحديد قيم الصفر للنهايات (حسب نوع التثبيت) لتحديد المقادير الجانبية للاهتزاز (الانحراف، القصر، العزم، الميل) وهكذا لبقية التركيب، وكما مبين في التحليل النظري (يوجد جدول معنى الرموز المستخدمة في التحليل النظري في الملحق)



٢-١-١ القوى المؤثرة على كاتمة الصوت:

(١) القوى المحورية Axial Forces :-

تشمل القوة المحورية الكلية المؤثرة على نهايتي العنصر وتضم كل من :

- القوة المحورية الناتجة من التأثير الحراري (P).
- القوة التي يولدها اجهاد القصر عند الجدران (τ_w) لجريان غاز العادم داخل كاتمة الصوت وما ينتج من احتكاك بين الغاز والجدار ويعبر عنها ب^١ :-

^١ ياسر جعفر عواد، "تحليل الاهتزاز لكاتمة صوت غاز العادم"، رسالة ماجستير، الجامعة التكنولوجية، ٢٠٠٨، ص ٣٥

$$N_f = P + \tau_w A_s \dots \dots \dots (1)$$

ويحسب اجهاد القص من

$$A_s = \pi dL \dots \dots \dots (3)$$

والمساحة السطحية من

(٢) قوى الاثارة Excitation Forces:

تنتج من تأثير ضغط الغاز المار داخل كاتمة الصوت وهذا التأثير يختلف بين الغلاف والانبوب كون ان الانبوب مكون اساساً من مجموعة من الثقوب التي تشبه بترتيبها مجموعة حلقات تتوزع على محيطها وان عدد الثقوب الموجودة على كل حلقة تتساوى في كل الحلقات لذا فان الضغط في كل ثقب يكون متساوي لكل ثقوب الحلقة لكنه مختلف من حلقة لاخرى حسب موقعها للانبوب ،تكون هذه القوة محسوبة فقط لمصفوفات المجال لصغر المسافة بين الثقوب لنفس الحلقة وتحسب من ^١ :

$$W_s = (P_{es})_m A_{ss} \dots \dots \dots (4)$$

حيث $(P_{es})_m$ معدل الضغط بين كل حلقتين من الثقوب

اما للغلاف فان قوة الاثارة تحسب لمصفوفات النقطة دون مصفوفة المجال بالشكل التالي

$$W_c = P_{ec} A_h n \dots \dots \dots (5)$$

٢-٣ متجه الحالة: لنقطة معينة (i) هو متجه متكون من ازاحات تلك النقطة و القوى الداخلية ولكل عقدة يوجد متجهان للحالة احدهما على يمين العقدة والثاني على يسارها وللتكريب الحالي يعرف كما يلي ^٢ :

$$\{Z\}_i = \left\{ \bar{Z}_s \bar{X}_s \bar{Y}_s \bar{M}_{zs} \bar{\theta}_{xs} \bar{\theta}_{ys} \bar{M}_{zs} \bar{V}_{xs} \bar{V}_{ys} \bar{M}_{zs} \bar{M}_{xs} \bar{M}_{ys} \bar{M}_{zc} \bar{X}_c \bar{Y}_c \bar{M}_{zc} \bar{\theta}_{xc} \bar{\theta}_{yc} \bar{M}_{zc} \bar{V}_{xc} \bar{V}_{yc} \bar{M}_{zc} \bar{M}_{xc} \bar{M}_{yc} \bar{M}_{yc} \right\}_i^T$$

٣-٣ مصفوفة النقطة Point Matrix :-

ان المصفوفة الرابطة بين متجهات الحالة للعقدة (i) تعرف بمصفوفة النقطة وتستخدم لتحليل النقطة التي تمثل كتلة مجمعة او كرسي تحميل او قرص وبمراجعة الشكلين (٢-١) و(٣-١) نحدد ستة حالات بشكل عام موزعة بواقع حالتين (بدون مخمد) وحالتين بمخمد ذات الاجزاء المرنة وحالتين بدون كراسي تحميل موضحة في الجدول رقم (٣-٣-١) ^{٣،٤،٥} . وفيما يلي الصياغة الرياضية للحالة الاولى كنموذج بواسطة طريقة المصفوفات الانتقالية بدون مخمد والحالة الثانية المقارنة بوجود مخمد و حسب حالة النقطة ^{٦،٧،٨} :-

¹ ياسر جعفر عواد، "تحليل الاهتزاز لكاتمة صوت غاز العادم"، رسالة ماجستير، الجامعة التكنولوجية، ٢٠٠٨، ص ٣٥

² F.O.Hamdoon; "Vibration Analysis of Rotor-Casing System using the combind FEM-TMM", M.Sc.Thesis, Mech.Eng. University of technology, April, 2002

³ ياسر جعفر عواد، "تحليل الاهتزاز لكاتمة صوت غاز العادم"، رسالة ماجستير، الجامعة التكنولوجية، ٢٠٠٨، ص ٤٩

F.O.Hamdoon; "Vibration Analysis of Rotor-Casing System using the combind FEM-TMM", M.Sc.Thesis, Mech.Eng. University of technology, April, 2002

M.A.Nassir; "Steady the effect of Temperature on the Dynamics Respons of a Rotating Shaft by using the TMM", M.Sc.Thesis, Mech.Eng. University of technology, January, 2000.

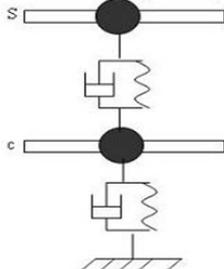
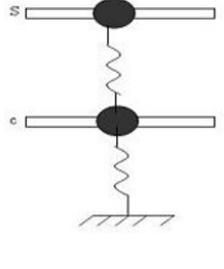
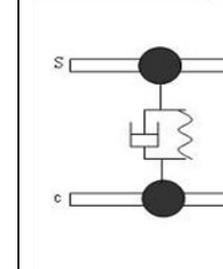
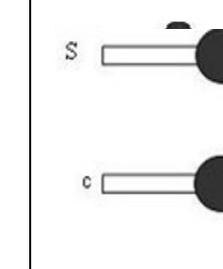
⁶ ياسر جعفر عواد، "تحليل الاهتزاز لكاتمة صوت غاز العادم"، رسالة ماجستير، الجامعة التكنولوجية، ٢٠٠٨، ص ٦١

⁷ "Engineering Acoustics/Filter Design & Implementation"; from wikibook, the open-content textbooks collection, 18,4,2010

⁸ J.S.Rao; "Rotor Dynamics", 3rd edition, 1996, new. Age Internati



الشكل (٣-٣-١) جدول يبين حالات مصفوفة النقطة

			
الحالة (١) كرسي تحميل واحد بين المحور والغلاف بدون مخمد	الحالة (٢) كرسي تحميل واحد بين المحور والغلاف بوجود مخمد	الحالة (٣) كرسي تحميل واحد بين المحور والغلاف بدون مخمد	الحالة (٤) كرسي تحميل واحد بين المحور والغلاف بدون مخمد
الحالة (٥) وجود نقطتين حقيقيتين بين المحور والغلاف		الحالة (٦) وجود نقطة حقيقية مقابلة الى اخرى خيالية بين المحور والغلاف	

١-٣-٣ الحالة الاولى (وجود كرسي تحميل بين المحور والغلاف بدون مخمد):-

من ملاحظة الشكل (١-٣-١) للعقدة (i) الواقعة على الانبوب ومرتبطة بعقدة اخرى واقعة على الغلاف بنابض في الاتجاهين (X) و (Y) فان توازن القوى والعزوم المؤثرة فيها يكون بالشكل التالي:-
 اما عزم الانحناء وقوة القص غير مستمرة بسبب وجود تركيب النابض فان معادلتى عزم الانحناء باتجاه (X) و (Y) تكون كما فى المعادلتين (٣-٣) و (٣-٤) :

$$(Y_s)_i^R = (Y_s)_i^L \dots\dots\dots(3-1-a)$$

$$(\theta_{xs})_i^R = (\theta_{xs})_i^L \dots\dots\dots(3-2-a)$$

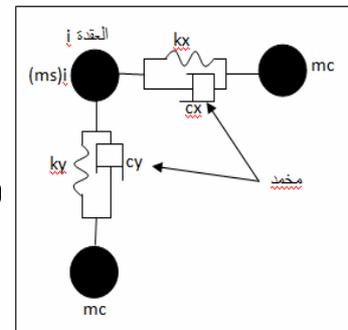
$$(M_{xs})_i^R = (M_{xs})_i^L - \omega^2 (I_{xs})_i (\theta_{xs})_i - j\omega^2 \Delta I (\theta_{ys})_i \dots\dots\dots(3-3-a)$$

$$(M_{ys})_i^R = (M_{ys})_i^L - \omega^2 (I_{ys})_i (\theta_{ys})_i + j\omega^2 \Delta I (\theta_{xs})_i \dots\dots\dots(3-4-a)$$

اما معادلتى قوة القص باتجاه (y) و (X) فتكون :-

$$(V_{ys})_i^R = (V_{ys})_i^L + [K_y - (m_s)_i \omega^2] (Y_s)_i - K_y (Y_c)_i \dots\dots\dots(3-5-a)$$

$$(V_{xs})_i^R = (V_{xs})_i^L + [K_x - (m_s)_i \omega^2] (X_s)_i - K_x (X_c)_i \dots\dots\dots(3-6-a)$$



الشكل (١-٣-١) مخطط الجسم الحر للعقد

اما فيما يخص المحور (Z) فان كل من الازاحة المحورية و زاوية الالتواء تكون متساوية على جانبي النقطة (i)

$$(Z_s)_i^R = (Z_s)_i^L \dots\dots\dots(3-7-a)$$

$$(\theta_{zs})_i^R = (\theta_{zs})_i^L \dots\dots\dots(3-8-a)$$

وتكون كل من معادلات عزم اللي او البرم والقوة المحورية عند النقطة (i) تكون بالشكل التالي:

$$(M_{zs})_i^R = (M_{zs})_i^L - \omega^2 (I_{zs})_i (\theta_{zs})_i \dots\dots\dots(3-9-a)$$

$$(V_{zs})_i^R = (V_{zs})_i^L - (m_s)_i \omega^2 (\theta_{zs})_i \dots\dots\dots(3-10-a)$$

٣-٣-٢ الحالة الثانية (وجود كرسي تحميل بين المحور والغلاف بوجود مخمد):-

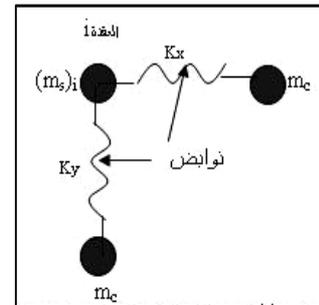
يبين الشكل (b-٣-١) للعقدة (i) الواقعة على الانبوب ومرتبطة بعقدة اخرى واقعة على الغلاف بنابض ومخمد في الاتجاهين (X) و (Y) فان توازن القوى والعزوم المؤثرة فيها يكون بالشكل التالي¹:
تساوي كل من الانحراف والميل على جانبي النقطة (i) على العمود كما في المعادلات (b-٣-١) و (b-٣-٢).
اما عزم الانحناء وقوة القص غير مستمرة بسبب وجود تركيبي النابض والمخمد فان معادلتى عزم الانحناء باتجاه (X) و (Y) تكون كما في المعادلتين (b-٣-٣) و (b-٣-٤)

$$(Y_s)_i^R = (Y_s)_i^L \dots\dots\dots(3-1-b)$$

$$(\theta_{xs})_i^R = (\theta_{xs})_i^L \dots\dots\dots(3-2-b)$$

$$(M_{xs})_i^R = (M_{xs})_i^L - \omega^2 (I_{xs})_i (\theta_{xs})_i - j\omega^2 \Delta I (\theta_{ys})_i \dots\dots\dots(3-3-b)$$

$$(M_{ys})_i^R = (M_{ys})_i^L - \omega^2 (I_{ys})_i (\theta_{ys})_i + j\omega^2 \Delta I (\theta_{xs})_i \dots\dots\dots(3-4-b)$$



الشكل (b-٣-٢) مخطط الجسم الحر للعقد بالاتجاهين (x) ، (y) بوجود مخمدة

اما معادلتى قوة القص باتجاه (y) و (X) فتكون :

$$(V_{ys})_i^R = (V_{ys})_i^L + [K_y + C_y \omega - (m_s)_i \omega^2] (Y_s)_i - \{K_y + C_y\} (Y_c)_i \dots\dots\dots(3-5-b)$$

$$(V_{xs})_i^R = (V_{xs})_i^L + [K_x + C_x \omega - (m_s)_i \omega^2] (X_s)_i - \{K_x + C_x\} (X_c)_i \dots\dots\dots(3-6-b)$$

و للمحور (Z) فان كل من كل من الازاحة المحورية و زاوية الالتواء تكون متساوية على جانبي النقطة (i)

$$(Z_s)_i^R = (Z_s)_i^L \dots\dots\dots(3-7-b)$$

$$(\theta_{zs})_i^R = (\theta_{zs})_i^L \dots\dots\dots(3-8-b)$$

وتكون كل من معادلات عزم اللي او البرم والقوة المحورية عند النقطة (i) تكون بالشكل التالي:

$$(M_{zs})_i^R = (M_{zs})_i^L - \omega^2 (I_{zs})_i (\theta_{zs})_i \dots\dots\dots(3-9-b)$$

$$(V_{zs})_i^R = (V_{zs})_i^L - (m_s)_i \omega^2 (\theta_{zs})_i \dots\dots\dots(3-10-b)$$

¹ F.O.Hamdoon;"Vibration Analysis of Rotor-Casing System using the combin FEM-TMM",M.Sc.Thesis,Mech.Eng.University of technology, April,2002

وبنفس الأسلوب نجد المعادلات لبقية الحالات ولجميع النقاط سواء على الأنبوب الداخلي أو الغلاف المحيط حيث تحسب مرة بدون مخدم وأخرى بوجوده في حالة كون العقدة حاوية على كرسي تحميل، وتكتب المعادلة النهائية لمصفوفة النقطة بالصيغة التالية،

$$\{\bar{Z}\}_i^R = [P]_i \{\bar{Z}\}_i^L \dots \dots \dots (3-11)$$

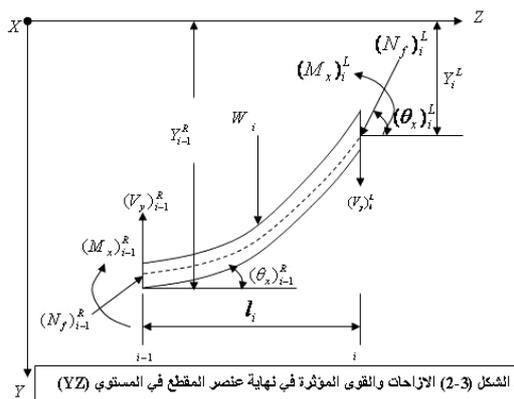
٣-٤ مصفوفة المجال :-

نأخذ عنصر من الأنبوب أو الغلاف لأن القوى المؤثرة هي نفسها للثنيين ، يبين الشكل (٣-٢) تأثير القوى والازاحات في المستوى (YZ) لنهايتي عنصر المقطع ويعامل على أنه مهمل الوزن وبعد سلسلة من الاشتقاقات والتعويضات من خلال تحديد تأثير القوى والازاحات وأخذ محصلة القوى العمودية والعزوم والاستفادة من نظرية العتبات (Cantilever) وإدخال تأثير الحمل المركز والانحراف بتأثير كل من (الجريان، العزم، الحمل) وفي المستويين (YZ) و (XZ) وتعويض عن مجموعة من المتغيرات بالرمز (ξ) نحصل على مصفوفة المجال لعناصر الأنبوب والغلاف ونوضح المعادلات الخاصة بها ضمن المستوى (YZ) بالشكل المبين أدناه ^{(٨)،١}

$$\xi_i = 1 + \frac{(N_f)_i^L l_i^2}{2(EI)_i}$$

المتغير (ξ) هو اختصار لـ :-

معادلة الانحراف موضحة في (٣-١٢) ومعادلة الميل في (٣-١٣) ومعادلة عزم الانحناء في (٣-١٤) و معادلة قوى القص (٣-١٥)



إياسر جعفر عواد، تحليل الاهتزاز لكاتمة صوت غاز العادم"، رسالة ماجستير، الجامعة التكنولوجية ٢٠٠٨، ص ٦٩.

M.A.Nassir; "Steady the effect of Temperature on the Dynamics Resposns of a Rotating Shaft by using the 2 TMM", M.Sc.Thesis, Mech.Eng. University of technology, January, 2000.

$$(Y)_i^L = (Y)_{i-1}^R + (\theta_x)_{i-1}^R \left[\frac{-l_i - \frac{(N_f)_{i-1}^R l_i^3}{6(EI)_i} + \frac{(N_f)_{i-1}^R \kappa_s l_i}{(GA_c)_i}}{(\xi)_i} \right] - (M_x)_{i-1}^R \left[\frac{\frac{l_i^2}{2(EI)_i}}{(\xi)_i} \right] + (V_y)_{i-1}^R \left[\frac{-\frac{l_i^3}{6(EI)_i} + \frac{\kappa_s l_i}{(GA_c)_i}}{(\xi)_i} \right] + (W_y)_i \left[\frac{\frac{l_i^3}{48(EI)_i} - \frac{\kappa_s l_i}{(GA_c)_i}}{(\xi)_i} \right] \dots\dots\dots(3-12)$$

$$(\theta_x)_i^L = (\theta_x)_{i-1}^R \left[1 + \frac{(N_f)_{i-1}^R l_i^2}{2(EI)_i} + \frac{(N_f)_i^L l_i}{(EI)_i} \left[-l_i - \frac{(N_f)_{i-1}^R l_i^3}{6(EI)_i} + \frac{(N_f)_{i-1}^R \kappa_s l_i}{(GA_c)_i} \right] \right] + (M_x)_{i-1}^R \left[\frac{l_i}{(EI)_i} - \frac{(N_f)_i^L l_i^3}{2(EI)_i} \right] + (V_y)_{i-1}^R \left[\frac{l_i^2}{2(EI)_i} + \frac{(N_f)_i^L l_i}{(EI)_i} \left[-\frac{l_i^3}{6(EI)_i} + \frac{\kappa_s l_i}{(GA_c)_i} \right] \right] + (W_y)_i \left[\frac{(N_f)_i^L l_i}{(EI)_i} \left[\frac{l_i^3}{48(EI)_i} - \frac{\kappa_s l_i}{(GA_c)_i} \right] - \frac{l_i^2}{8(EI)_i} \right] \dots\dots\dots(3-13)$$

$$(M_x)_i^L = (\theta_x)_{i-1}^R \left[(N_f)_{i-1}^R l_i + \frac{(N_f)_i^L \left[-l_i - \frac{(N_f)_{i-1}^R l_i^3}{6(EI)_i} + \frac{(N_f)_{i-1}^R \kappa_s l_i}{(GA_c)_i} \right]}{(\xi)_i} \right] + (M_x)_i \left[1 - \frac{(N_f)_i^L l_i^2}{2(EI)_i} \right] + (V_y)_{i-1}^R \left[l_i + \frac{(N_f)_i^L \left[-\frac{l_i^3}{6(EI)_i} + \frac{\kappa_s l_i}{(GA_c)_i} \right]}{(\xi)_i} \right] + (W_y)_i \left[\frac{(N_f)_i^L \left[\frac{l_i^3}{48(EI)_i} - \frac{\kappa_s l_i}{(GA_c)_i} \right]}{(\xi)_i} - \frac{l_i}{2} \right] \dots\dots\dots(3-14)$$

$$(V_y)_i^L = (\theta_x)_{i-1}^R \left[(N_f)_{i-1}^R - (N_f)_i^L \left[1 - \frac{(N_f)_{i-1}^R l_i^2}{2(EI)_i} + \frac{(N_f)_i^L l_i}{(EI)_i} \left[-l_i - \frac{(N_f)_{i-1}^R l_i^3}{6(EI)_i} + \frac{(N_f)_{i-1}^R \kappa_s l_i}{(GA_c)_i} \right] \right] \right] - (M_x)_{i-1}^R \left[\frac{(N_f)_i^L l_i^3}{(EI)_i} - \frac{(N_f)_i^L l_i^3}{2(EI)_i^2} \right] + (V_y)_{i-1}^R \left[1 - (N_f)_i^L \left[\frac{l_i^2}{2(EI)_i} + \frac{(N_f)_i^L l_i}{(EI)_i} \left[-\frac{l_i^3}{6(EI)_i} + \frac{\kappa_s l_i}{(GA_c)_i} \right] \right] \right] - (W_y)_i \left[1 + (N_f)_i^L \left[\frac{(N_f)_i^L l_i}{(EI)_i} \left[\frac{l_i^3}{48(EI)_i} - \frac{\kappa_s l_i}{(GA_c)_i} \right] - \frac{l_i^2}{8(EI)_i} \right] \right] \dots\dots\dots(3-15)$$



كما يتعرض عنصر المقطع تحت تأثير قوى محورية ناتجة من التأثير الحراري في حالة وجود قيد محوري وعزم برم محوري ومن تأثير جريان غاز العادم داخل كاتمة الصوت في التحليل المحوري لذا تكون معادلة الازاحة والقوى المحورية للانبوب والغلاف بالشكل التالي

$$(Z)_i^L = (Z)_{i-1}^R + (\delta_T) - \frac{(V_z)_i^L l_i}{(A_c E)_i} \dots \dots \dots (3-16)$$

$$(V_z)_i^L = (V_z)_{i-1}^R \dots \dots \dots (3-17)$$

اما معادلتى عزم اللي وزاوية الالتواء فتكون كما مبين ادناه ،ولمعادلات توزيع الضغط وسرعة ودرجة حرارة الغاز فهي مبينة في الملحق⁽¹⁾.

$$(M_z)_i^L = (M_z)_{i-1}^R \dots \dots \dots (3-18)$$

$$(\theta_z)_i^L = (\theta_z)_{i-1}^R + (M_z)_{i-1}^R \frac{l_i}{(JG)_i} \dots \dots \dots (3-19)$$

ثم يتم جمع المصفوفات الخاصة بالنقط والعناصر الوصلة وتحقيق الضرب المتتابع حسب التركيب للحصول على المصفوفة الانتقالية النهائية وتعويض الشرط الحدي (حسب نوعية التركيب والاسناد) وكون النظام الحالي مفترض انه مثبت من جهه عند (Z=1) وحر بالنهاية المقابلة عند (Z=0) فان قيمة العزم وزاوية الميل يساوي صفر عند (Z=1) وقوة القص تساوي صفر عند (Z=0) التي تعوض في متجه الحالة .

١-٤ البرنامج الحاسوبي:

تم تطوير برنامج حاسوبي بلغة الفورتران ٧٧ لتحليل الجانب النظري في البند السابق واطافة برنامج ثانوي لحساب متغيرات المائع واخذ مخرجاتها واعتبارها مدخلات للبرنامج الرئيس ،والثاني لحساب الحرارة كعامل للمرونة ومعامل القص والمتغيرات الاخرى المتعلقة بتغير درجة الحرارة ويبين الملحق المخطط الانسيابي للبرامج المطورة والمصممة .

١-٤-١ اختبار البرنامج :-

تم اختبار صحة البرنامج عن طريق مقارنة النتائج لقيم التردد الطبيعي في حالة كراسي تحميل بدون مخمد مع دراسة سابقة⁽¹⁾ لنفس التركيب ،ويبين الجدول ادناه مقدار التطابق بين النتائج.

الدراسة السابقة	البحث الحالي	قيم التردد الطبيعي (rad/s)
258	254.547	الاول
353	355	الثاني
3474	34725	الثالث

١-٥ النتائج والمناقشة :-

اجري البحث على كاتمة صوت ذات عمود مثقب اسطواني ذي مقطع منتظم وبطول (٠.٨ m) وكثافة معدن (5120kg/m³) وسمك (0.0006m) وقطر خارجي (0.042m) و محاط بغلاف اسطواني ذي طول (0.53m) وكثافة معدنه (4590kg/m³) وبسمك (0.001m) وقطره الخارجي (0.1325 m) ،اما انبوب الذنب فذو طول (0.13m) وبنفس مواصفات الانبوب . قُسم كل من الانبوب والغلاف الى (٣٠) عقدة و(٢٩) عنصر ويضم الغلاف بعض العقد والمقاطع الوهمية (يبين الملحق القيم الخاصة بالعقد

¹ ياسر جعفر عواد، "تحليل الاهتزاز لكاتمة صوت غاز العادم"، رسالة ماجستير، الجامعة التكنولوجية، ٢٠٠٨، ص ١٦٧

والعناصر)، ان الشرط الحدي المطبق على طريقة التثبيت هو بافتراض ان الانبوب مثبت من بدايته وحر من النهاية الاخرى. درس البحث تأثير وجود مخمدة او عدمه في مواقع التثبيت على القيم الجانبية للاهتزاز (الانحراف، الميل، عزم الانحناء، القص) وقد افترض البحث ثبوت عدد ماخ ثابتة (0.54)، ان صلابة المطاط المستخدمة في النظام هي (500E+02N/m) والتي تم اختيارها في ضوء النماذج المتوفرة في الاسواق وان قيمة المخمدة (20E+02N/m) ⁽¹⁾ تم ايجاد الترددات الحرجة الثلاثة الاولى وكما مبين في الجدول ادناه وتبين الاشكال المبينة ادناه تأثير وجود مخمدة او عدمه في القيم الجانبية للاهتزاز

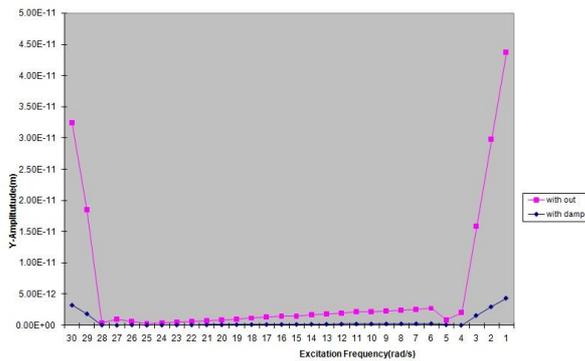
قيم التردد الطبيعي (rad/s)	بدون مخمد	بمخمد
الاول	254.547	205.5
الثاني	355	320
الثالث	34725	29887

تبين الاشكال من (1-4) الى (3-4) والخاصة بتأثير المخمدة على سعة الاهتزاز في الانبوب بين ان وجود المخمدة يقلل من سعة الاهتزاز عنه في حالة عدم وجودها وللترددات الثلاثة الاولى وبثبات عدد ماخ كما يظهر نفس التأثير لتركيب المخمد على الغلاف في الاشكال (4-4) الى (4-6) وللترددات الثلاثة نفسها فعند مقارنة قيم سعة الاهتزاز نلاحظها تسجل قيم اقل بسبب المخمدة والتي تمتص او تضئع الضوضاء والاهتزاز في الاجزاء الميكانيكية اكثر مما في حالة عدم وجودها.

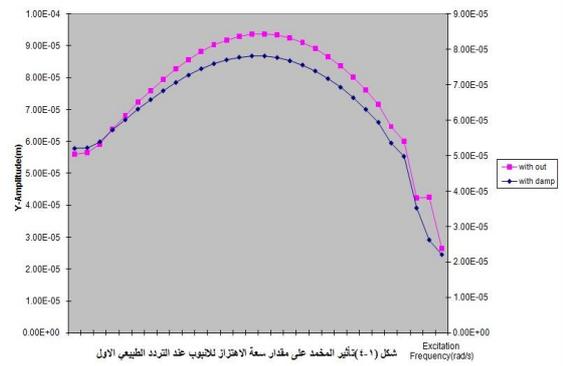
الاشكال (7-4) الى (11-4) والخاصة بتأثير المخمد للانبوب والغلاف على قيم قوى القص نجد انها تكون اقل في حالة وجود مخمد عن تلك في حالة عدم وجود المخمدة وللترددات الثلاثة ونجد ان تأثير المخمدة على قيم قوى القص في تركيب الغلاف اكبر مما هو عليه في تركيب الانبوب وذلك لكون ان تركيب الغلاف يضم ثلاثة كراسي تحميل (بحسب التركيب قيد البحث) بينما يضم الانبوب كرسي تحميل واحد مما يوفر للفلاف اسناد اكبر وقابلية لامتصاص وتبديد الضوضاء الميكانيكية، وتبين الاشكال (13-4) الى (18-4) لتركيب الانبوب والغلاف للترددات الثلاثة على قيم عزم الانحناء، وتبين الاشكال من (19-4) الى (23-4) نفس التأثير مع وجود اختلاف في تركيب الغلاف عند نقاط التثبيت عند العقدة (4) و العقدة (27) حيث نلاحظ ان قيم الميل تكون اقل بكثير عنها في باقي التركيب في حالة وجود المخمدة على الغلاف.

ان المساند التي تحوي على المخمدات في تركيبها تقلل مدى الرنين عند تشغيل المحرك وذلك لتجنب الاهتزازات العالية عند ظروف تشغيلية مختلفة كما تضم صفة اخرى وهي للتحكم بالسرع الحرجة (critical speed) وتحديد شكل النسق (mode shape) ومن ثم يعمل على تقليل السرع الحرجة ومن ثم تحسين و تضبيب مدى الترددات او يعمل على تقليل الاهتزازات الناتجة عن عدم الموازنة في المساند .

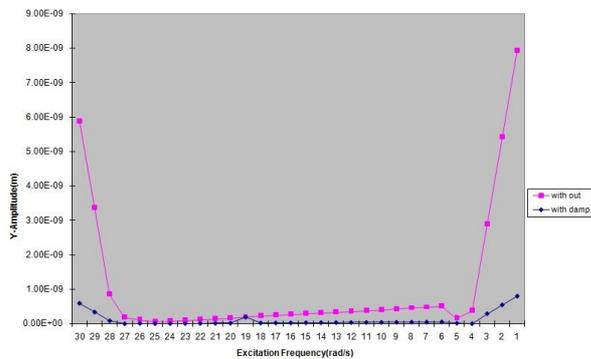




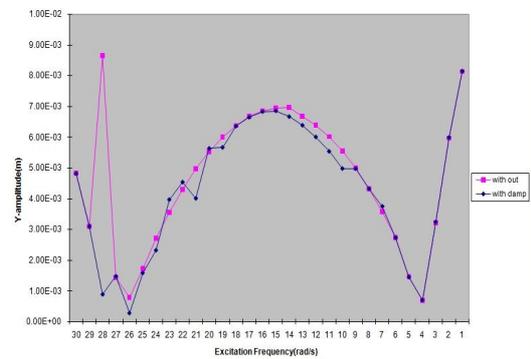
شكل (٤-٤) تأثير المخمد على سعة الاهتزاز للخلاب عند التردد الطبيعي الاول



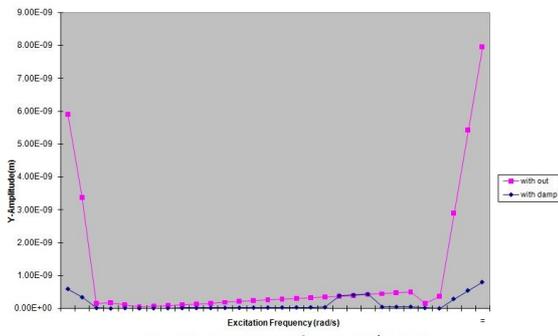
شكل (٤-١) تأثير المخمد على مقدار الاهتزاز للاجواب عند التردد الطبيعي الاول



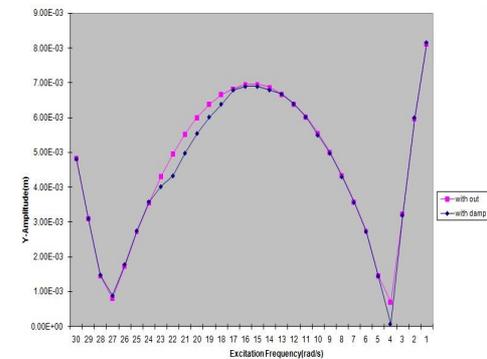
شكل (٤-٥) تأثير المخمد على سعة الاهتزاز للخلاب عند التردد الطبيعي الثاني



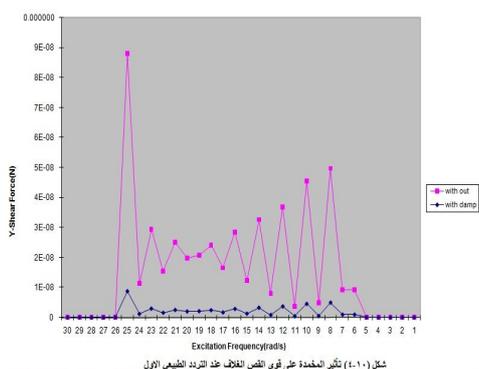
شكل (٤-٢) تأثير المخمد على مقدار الاهتزاز للاجواب عند التردد الثاني



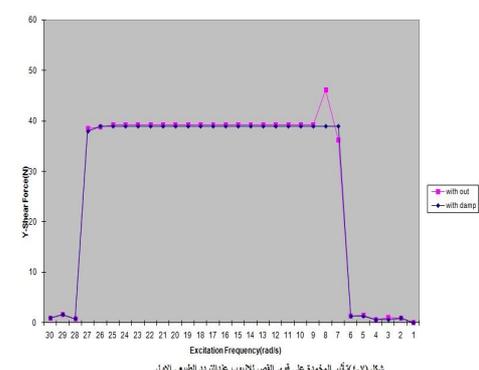
شكل (٤-٦) تأثير المخمد على سعة الاهتزاز للخلاب عند التردد الطبيعي الثالث



شكل (٤-٣) تأثير المخمد على سعة الاهتزاز للاجواب عند التردد الطبيعي الثالث

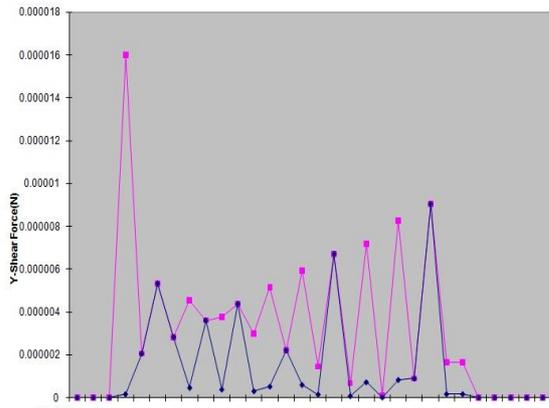


شكل (٤-١٠) تأثير المخمد على قوى الخلاب عند التردد الطبيعي الاول

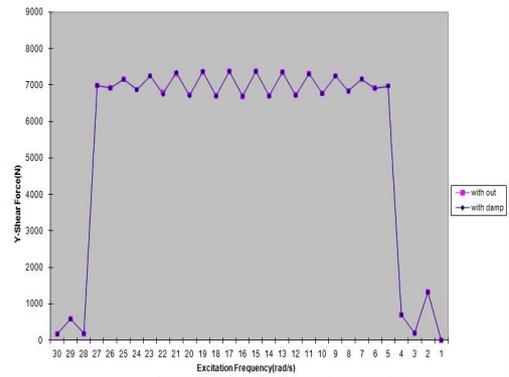


شكل (٤-٧) تأثير المخمد على قوى الخلاب عند التردد الطبيعي الاول

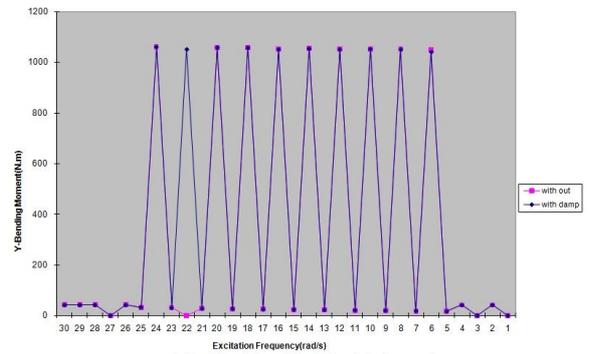




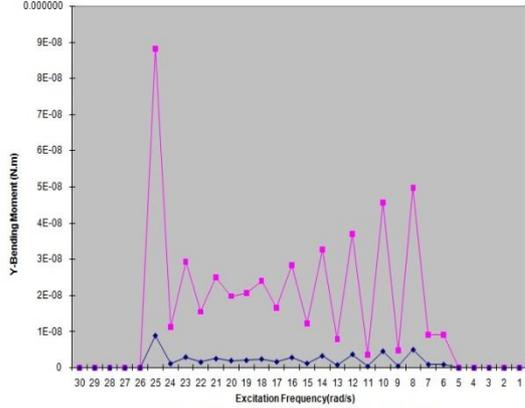
شكل (٤-٩) تأثير المخددة على قوى القص للأجسام عند التردد الطبيعي الثالث



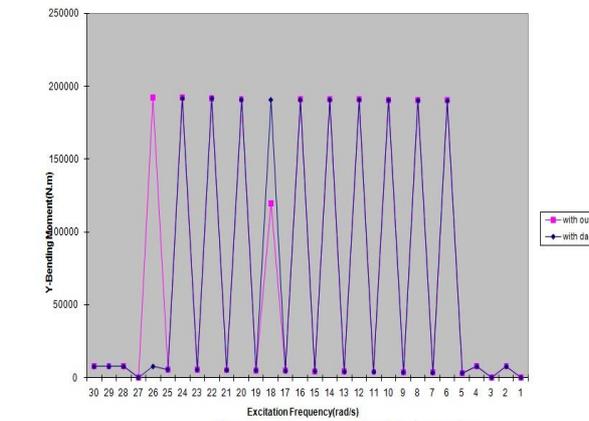
شكل (٤-١٠) تأثير المخددة على العزم للأجسام عند التردد الطبيعي الأول



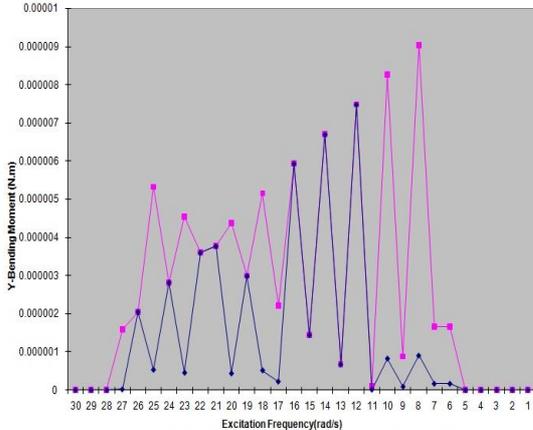
شكل (٤-١١) تأثير المخددة على العزم للتلاف عند التردد الطبيعي الأول



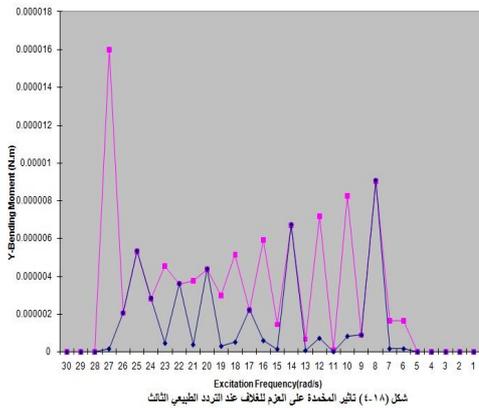
شكل (٤-١٢) تأثير المخددة على العزم للتلاف عند التردد الطبيعي الثاني

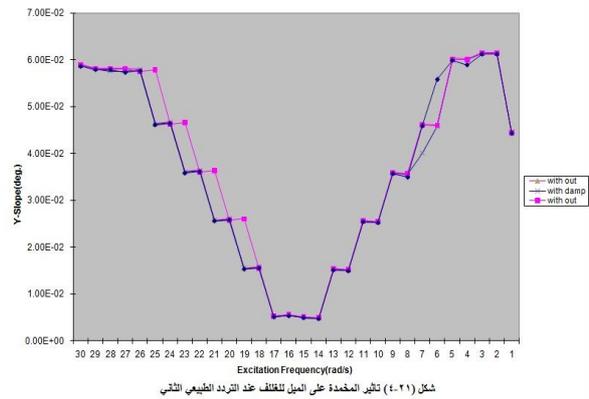
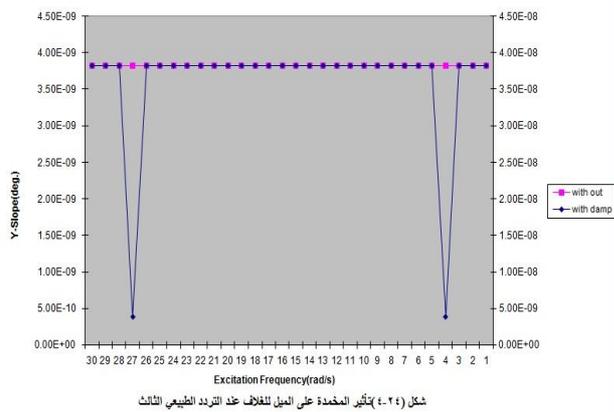
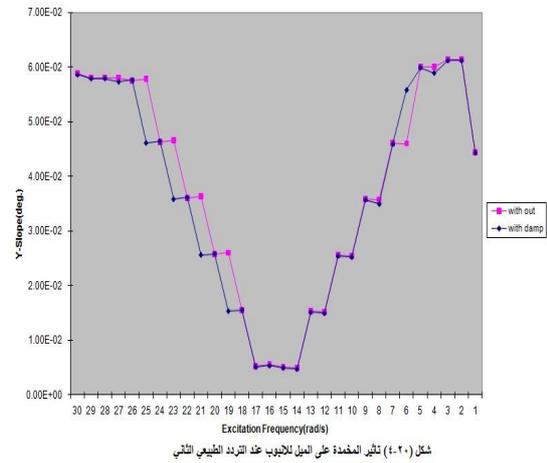
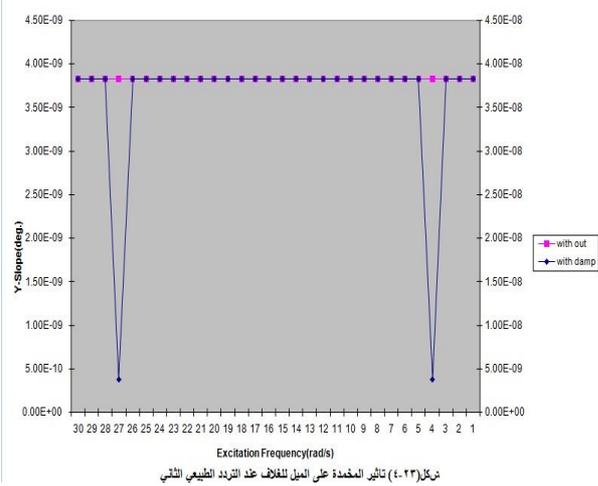
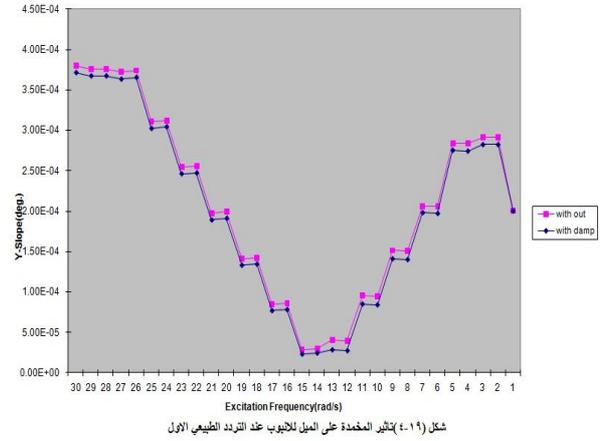
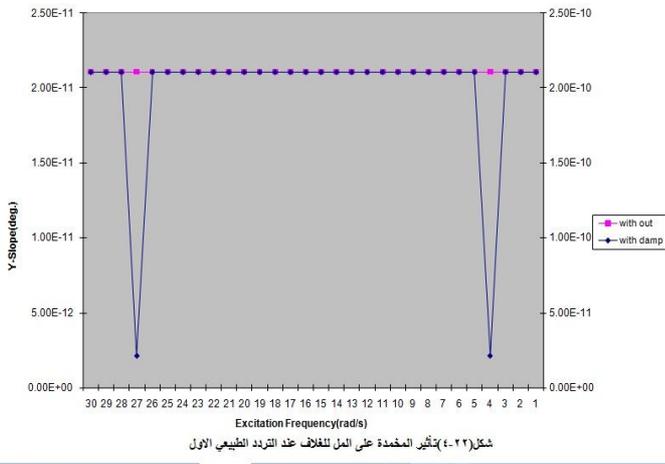


شكل (٤-١٣) تأثير المخددة على العزم للتلاف عند التردد الطبيعي الثاني



شكل (٤-١٤) تأثير المخددة على العزم للتلاف عند التردد الطبيعي الثالث





الملاحق



ملحق معادلات الضغط والسرعة ودرجة الحرارة:
 اعتماداً على معادلة الاستمرارية ومعادلة الزخم ومعادلة الطاقة تم اشتقاق معادلات توزيع الضغط والسرعة ودرجة الحرارة لغاز العادم على طول التركيب للانبوب والغلاف وكما مبين ادناه :-

معادلة الحرارة توزيع درجة الحرارة معادلة

$$(T_z)_i^L = (T_z)_{i-1}^R - EXP\left(\frac{\gamma M^2}{DH (1 + \gamma M^2)} (L_i^L - L_{i-1}^R)\right) \dots\dots\dots (1)$$

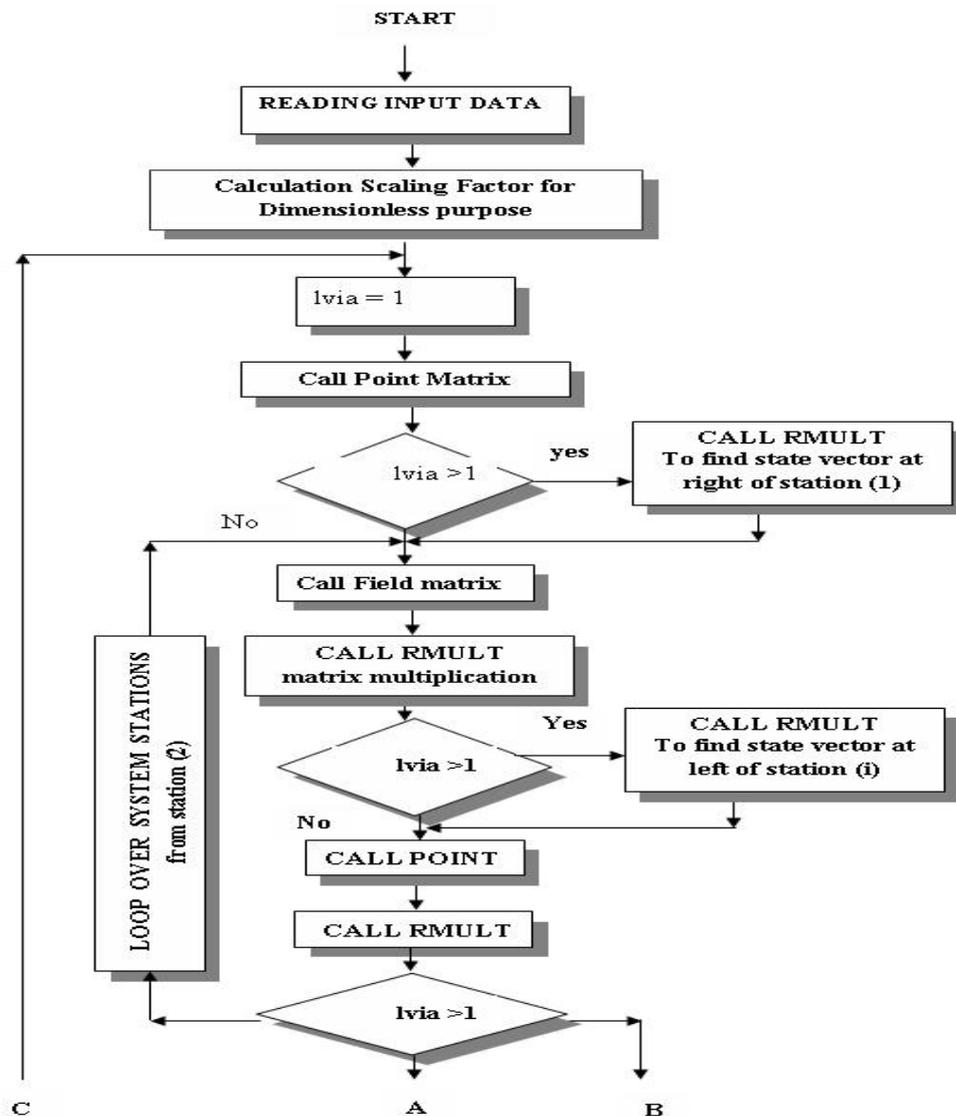
معادلة الضغط توزيع الضغط معادلة

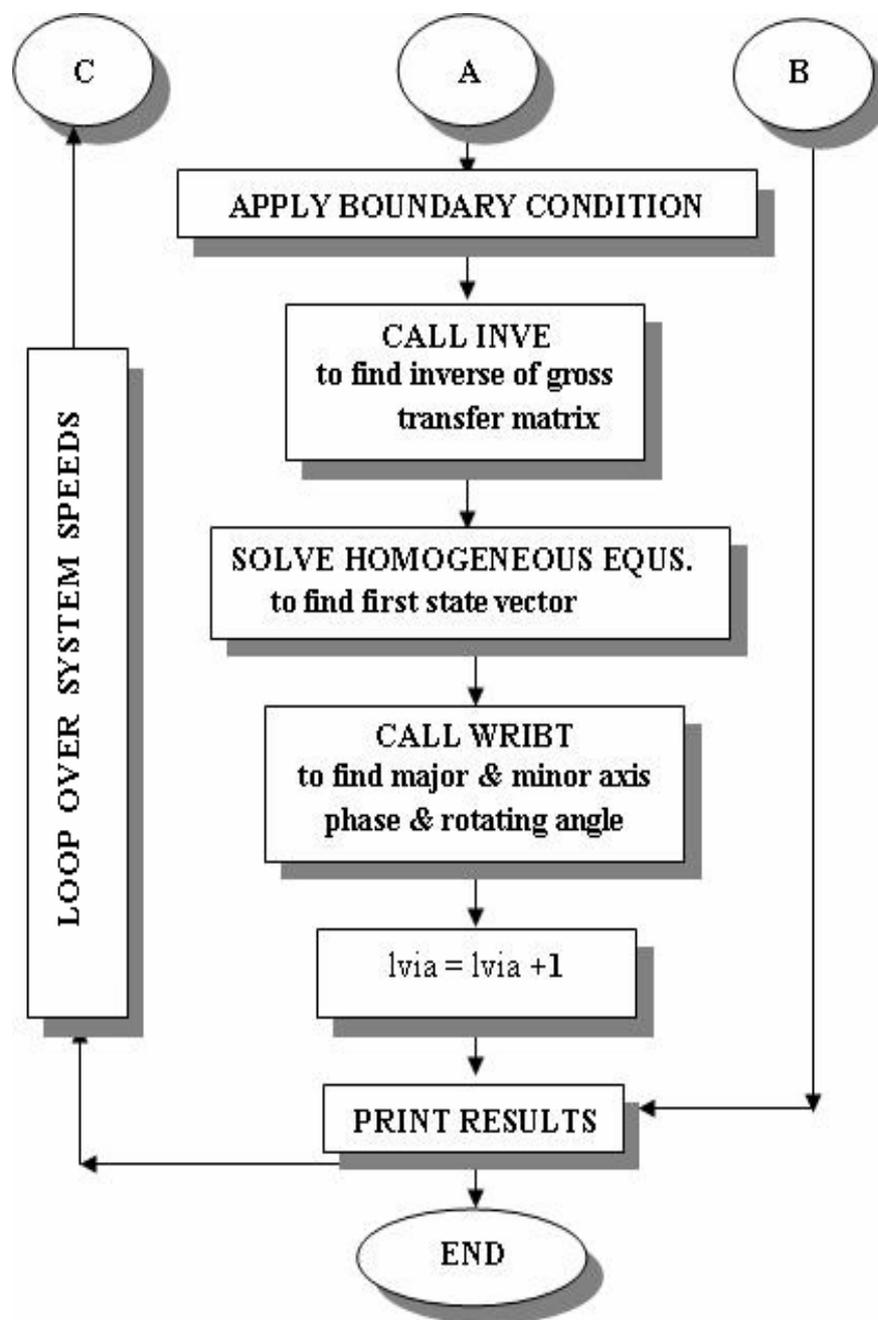
$$(P_z)_i^L = (P_z)_{i-1}^R - EXP\left(\frac{\gamma M^2}{2DH (1 + \gamma M^2)} (L_i^L - L_{i-1}^R)\right) \dots\dots\dots (2)$$

معادلة السرعة توزيع السرعة معادلة

$$(U_z)_i^L = (U_z)_{i-1}^R - EXP\left(\frac{\gamma M^2}{2DH (1 + \gamma M^2)} (L_i^L - L_{i-1}^R)\right) \dots\dots\dots (3)$$

ملحق المخطط الانسيابي للبرنامج المستخدم والمطور:





ملحق مواصفات النظام قيد البحث :-

جدول (١) اطوال المقاطع المهمة الوزن واقطارها:-

Element No.	Shaft		Casing	
	Length(m)	Outer Diameter(m)	Length(m)	Outer Diameter(m)
1	0.035	0.042	-	-
2	0.045	0.042	-	-
٣	0.06	0.042	-	-
٤	0.015	0.042	0.015	0.1325
٥	0.025	0.042	0.025	0.1325
٦	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
٧	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
٨	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
٩	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
١٠	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
١١	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
١٢	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
١٣	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
١٤	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
١٥	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
١٦	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
١٧	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
١٨	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
١٩	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
٢٠	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
٢١	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
٢٢	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
٢٣	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
٢٤	0.01842	0.042	0.01842	0.1325
٢٥	0.02	0.042	0.02	0.1325
٢٦	0.02	0.042	0.02	0.1325
٢٧	0.03	0.042	-	-
٢٨	0.05	0.042	-	-
٢٩	0.05	0.042	-	-



جدول (٢) اوزان الكتل المجمعة لكل من الانبوب والغلاف :

Station No.	Shaft	Casing
	Mass(Kg)	Mass(Kg)
1	0.007	-
٢	٠.٠١٦	-
٣	٠.٠٢١	-
٤	٠.٠١٥	٠.٠١٤٢٢
٥	٠.٠٠٨	٠.٠٣٧٩٢
٦	٠.٠٠٨٦٨	٠.٠٤١١٦
٧	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
٨	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
٩	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
١٠	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
١١	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
١٢	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
١٣	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
١٤	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
١٥	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
١٦	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
١٧	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
١٨	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
١٩	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
٢٠	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
٢١	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
٢٢	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
٢٣	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
٢٤	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
٢٥	٠.٠٠٧٣٦	٠.٠٣٤٩٢
٢٦	٠.٠٠٨	٠.٠٣٨
٢٧	٠.٠١	٠.٠١٩
٢٨	٠.٠١٦	-
٢٩	٠.٠٢	-
٣٠	٠.٠١	-

$$J_z=0.000000033m^4$$

$$J_x=J_y=0.000000016m^4$$

$$J_z=0.000001785m^4$$

$$J_x=J_y=0.000000892m^4$$

عزم القصور الذاتي القطبي / للانبوب

للغلاف

6



جدول الرموز المستخدمة :-

الوحدات	المعنى	الرمز
m^2	مساحة مقطع العتبة	A
m^2	مساحة المقطع العرضي	A_c
m^2	مساحة الثقب الواحد	A_h
m^2	المساحة السطحية للمقطع من الداخل	A_s
M	القطر الداخلي للانبوب	D
M	القطر الهيدروليكي	D_H
N/m^2	معامل المرونة	E
	مصفوفة المجال	[F]
	معامل الاحتكاك	F
N/m^2	معامل القص	G
m^4	عزم القصور الذاتي القطري لمساحة المقطع	I
$Kg.m^2$	عزم القصور الذاتي للكتلة بالاتجاهات الثلاثة على الترتيب	I_x, I_y, I_z
m^4	عزم القصور الذاتي القطبي لمساحة المقطع	J
N/m	معاملات الصلابة للمعدن بين الانبوب والغلاف باتجاه X, Y	K_y, K_x
N.s/m	معاملات التخميد لكراسي التحميل بين الانبوب والغلاف باتجاه X, Y	C_y, C_x
m	الطول الابتدائي للعتبة	L
m	طول المقطع (i)	l_i
m	طول المقطع (العنصر) لكل من الانبوب والغلاف	L
Kg	كتلة النقطة (i)	m_i
N.m	عزوم الانحناء حول المحور X, Y	M_y, M_x
N.m	عزم اللي او البرم حول Z	M_z
	عدد ماخ	M
N	القوة المحورية الكلية	N_f
	عدد الثقوب للحلقة الواحدة	N
N	القوة المحورية نتيجة التأثير الحراري	P
N/m^2	ضغط الغاز عند كل حلقة من حلقات الانبوب	P_{es}
	مصفوفة النقطة	[P]
N/m^2	ضغط الغاز باتجاه المحور Z	P_z
C^0	درجة الحرارة	T
m/s	سرعة الغاز	U
N	قوى القص	V
m	الانحرافات	Y, X, Z
	متجه الحالة	{Z}
deg	الميل	θ

Rad/s	تردد الاثارة	ω
Rad/s	التردد الطبيعي	ω_n
Kg/m ³	كثافة المائع	ρ
	معامل الشكل للمقطع العرضي للانبوب والغلاف	κ_s
m	الاستطالة الحرارية	δ_T
N/m ²	اجهاد القص عند كل مقطع من الداخل	τ_w
	النسبة بين الحرارة النوعية للغاز بثبوت الضغط والحرارة النوعية للغاز بثبوت الحجم	γ
	النسبة الثابتة	π

الرموز السفلية والعلوية:-

i :- تشير الى العقدة قيد التحليل

i-1 :- تشير الى العقدة السابقة للعقدة (i)

i+1 :- تشير الى العقدة اللاحقة للعقدة (i)

L :- يشير الى ان المقدار او المتجهة يقع على يسار العقدة (i)

R :- يشير الى ان المقدار او المتجهة يقع على يمين العقدة (i)

المصادر:-

١- ياسر جعفر عواد، "تحليل الاهتزاز لكاتمة صوت غاز العادم"، رسالة ماجستير، الجامعة التكنولوجية، ٢٠٠٨.

٢- ام.ال.ماتثور و ار. بي. شارما، ترجمة ديونس عبدالمالك الفخري "محركات الاحتراق الداخلي"، الفصل ١٣، ١٩٨٨.

3- Ovidiu Vasile & Kolumban Vladimer, "Reactive Silencer Modeling by TMM and Experimental Study", Dep. of Mech. University Politehnica of Bucharest, 9th Wseas Int. conf. on Acoustics & Music: Theory & Applications (Bucharest, Romani, June 24-26) 2008.

4- "Engineering Acoustics/Filter Design & Implementation"; from wikibook, the open-content textbooks collection, 18, 4, 2010.



- 5-Mihai Buga & Ovidiu Vasile;"TMM for A Single-Chamber Mufflers", Mech.University Politehnica of Bucharest,Proceedings of the 11th Wseas Int.conf.on Mathematics,Dallas,Texas,USA,March 22-24,2000
- 6-Andrey G.Torshin,Jeong IL Park.Jeong HoonKang,15th international Congress on Sound & Vibration 6-10 July ,Daejeon,Korea,2008.
- 7- Professor M.Leontive,'Rotor-Bearing Dynamics Technology Design Guid,Damper Supports',1996
- 8-F.O.Hamdoon;"Vibration Analysis of Rotor-Casing System using the combin FEM-TMM",M.Sc.Thesis,Mech.Eng.University of technology,April,2002
- 9-M.A.Nassir;"Steady the effect of Temperature on the Dynamics Respons of a Rotating Shaft by using the TMM""",M.Sc.Thesis,Mech.Eng.University of technology,January,2000.
- 10-J.S.Rao;"Rotor Dynamics",3rd edition,1996,new.Age International (p)LTD. Publishers, .

