طرائق مختلفة لتقدير معلمتي الموقع والقياس لتوزيع القيمة المتطرفة

أ.م.د. جنان عباس ناصر
معهد الاداره/ الرصافه

المستخلص

في هذا البحث استعملنا طرائق مختلفة لتقدير معلمتي الموقع والقياس لتوزيع القيمة المتطرفة ,مثل طريقة الإمكان الأعظم (MLE) وطريقة العزوم (ME) والمقدرات التقريبية المعتمدة على Percentiles أو ما تسمى بطريقة White في التقدير اذان توزيع القيمة المتطرفة من التوزيعات الاحتمالية الاسية . فقد استعملنا طريقة المربعات الصغرى (OLS), طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS), طريقة انحدار الحرف (Rig), طريقة انحدار الحرف المعدلة (ARig). tqbW uk ذلك اقترحنا صيغتين للقيمة المتوقعة الـ Percentile (P_i) كمقدر لدالة التوزيع التجميعية (F_i). تم استعمال عدة نماذج من توزيع القيمة المتطرفة لتوليد البيانات, لإحجام عينات مختلفة (الصغيرة والمتوسطة والكبيرة).استحصلت النتائج باستعمال أسلوب المحاكاة ببرامج مكتوبة ببرنامج Matlab. لمقارنة اداء الطرائق المستعملة في البحث, تم اعتمادا على معيار متوسط مربع الخطاء (MSE) ومعيار متوسط الخطاء النسبي المطلق (MAPE) المعلمتين لتوزيع القيمة المتطرفة. تبين نتائج البحث وفقا للمعيارين بان طريقة تقدير الإمكان الأعظم الفضلى بين طرائق التقديرالاخرى ,وتليها طريقة تقديرالعزوم . نرى أيضا بان طريقة انحدار الحرف المعدلة (ARig) تمتلك أداء أفضل للمعلمة المقترحة للقيمة المتوقعة الـ Percentile (P_i) الذي استعمل كمقدر لدالة التوزيع التجميعية.

المصطلحات الرئيسية للبحث / **توزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي ـ مقدرات الإمكان الأعظم ـ مقدرات العزوم ـ المقدرات المعتمدة على Percentile ـ مقدرات المربعات الصغرى ـ مقدرات المربعات الصغرى الموزونة ـ مقدرات انحدار الحرف- مقدرات انحدار الحرف المعدلة .**

مجلة العلوم
الاقتصادية والإدارية
المجلد 20
العدد 77
لسنة 2014
الصفحات 307-332

1. المقدمة

يعد توزيع القيمة المتطرفة (Extreme Value Distribution (EVD)) من توزيعات العائلة الاسية والشائعة الاستعمال في المعولية واختبارات الحياة . وغالبا مايشاراليه بتوزيع كامبل . فقد استعمل هذا التوزيع كأنموذج فشل لسلسله من الاوقات التوقفات لمكائن اثناء العملية الانتاجية او اثناء عمل مكائن مربوطه على التوازي. وفي دراسة الفشل في عملية تاكل المعدات الانتاجية او عميلة التاكل لبعض المواد نصف مصنعه. واستعمل أيضا في الهندسة مثل دراسة قوة الكسر للمواد وفي دراسة تلوث الهواء [3]. وقد تناول العديد من الباحثين دراسة توزيع القيمة المتطرفة نذكر منهم بإيجاز :- فقد تناول الباحثين Ashour وEl-Adl [3] عام (1980) في بحثيهما أسلوب بيز للحصول على تقدير لمعلمتي توزيع القيمة المتطرفة.ودرس الباحثين Lye وآخرون معه [10] عام (1993) في بحثهم تقديرات بيز لدالة المعولية لتوزيع القيمة المتطرفة , وذلك باعتماد أسلوبين لتقريب بيز وهما Lindley(1980) و Tierney and Kadane(1986) .ثم قارنهما مع مقدرات الإمكان الأعظم باستخدام محاكاة مونتي كارلو. واستنتج تفوق مقدرات الإمكان الأعظم على مقدرات بيز عند القيم الكبيرة للأوقات t في حين أعطى أسلوب Lindley بيز اقل قيمة لجذر متوسط مربعات الخطاء عند القيم الصغيرة للأوقات t.واستخدم الباحث Christopeit [5] عام (1994) في بحثه طريقة تقديرالعزوم لتقدير معلمتي توزيع القيمة المتطرفة . إما الباحثين Gupta و Kundu [7]عام (2001) فقد تناولا في بحثهما طرائق مختلفة لتقدير معلمتي التوزيع الاسي المعمم متضمنة طريقة الإمكان الأعظم وطريقة تقدير العزوم ومقدرات معتمدة على الـ Percentile كمقدر لدالة التوزيع التجميعية (F_i) والتي تعتمد على طريقة المربعات الصغرى (OLS), طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS),ومقدرات العزم -L . وتمت المقارنة بين تلك الطرق من خلال تجارب المحاكاة ولإحجام مختلفة من العينات بالاعتماد على المقياسين التحيز ومتوسط مربعات الخطاء لمعلمتي التوزيع. وتناول الباحثين Gupta و Kundu [8]عام (2007) في بحثهما طرائق تقدير معلمتي التوزيع الاسي المعمم بالاعتماد على عينة عشوائية مستقلة ومتطابقة التوزيع مرتبة إحصائيا متضمنة طريقة الإمكان الأعظم وطريقة تقدير العزوم ومقدرات معتمدة على الـ Percentile كمقدر لدالة التوزيع التجميعية (F_i) والتي تعتمد على طريقة المربعات الصغرى (OLS) ومقدرات العزم -L .

وتمت المقارنة بين تلك الطرق من خلال تجارب المحاكاة ولإحجام مختلفة من العينات بالاعتماد على فترات الثقة للمقدرات وفرضيات اختباريه. فضلا عن استخدام أسلوب بيز لغرض المقارنة مع تلك الطرائق. واستعمل الباحث Best واخرون معه [6]عام (2007) في بحثهم طريقة تقدير العزوم لتقدير معلمتي توزيع القيمة المتطرفة.ثم اعتمد معاملات الالتواء والتفلطح لتكون مركبات ممهدة لاختبارات حسن المطابقة وقورنت مع اختبارات Anderson- Darling واختبار Shapiro-Brain واختبار Liao-Shimokawa.وطور الباحثين Naess و Galdal [11]عام (2009) في بحثهما طريقة لتقدير القيمة المتطرفة معتمدة على معاينة سلسلة زمنية عندما تكون القيمة المتطرفة للسلسلة تتبع توزيع القيمة المتطرفة أو مايسمى بتوزيع كامبل . وصممت هذه الطريقة لحساب الاعتمادية الإحصائية بين نقاط البيانات بطريقة ملائمة . لتفادي مشكلة declustering للبيانات لضمان الاستقلالية بين قيم السلسلة الزمنية.وتناول الباحث عمر [2] عام (2011) في بحثه مقارنة لطرائق التقدير التقريبية لمعلمتي التوزيع اللوجستي متضمنة تلك الطرق طريقة تقدير العزوم وطريقة المربعات الصغرى و طريقة انحدار الحرف, طريقة انحدار الحرف المعدلة . باستعمال المحاكاة لثلاثة حجوم من العينات ولأربعة نماذج مفترضة في البحث .

وبناءً على ماتقدم فان هدف البحث هو المقارنة لمختلفة طرائق التقدير لمعلمتي الموقع والقياس لتوزيع القيمة المتطرفة ,متضمنه طريقة الإمكان الأعظم (MLE) وطريقة العزوم (ME) والمقدرات التقريبية المعتمدة على Percentiles او ما تسمى بطريقة White في التقدير على اساس ان توزيع القيمة المتطرفة من التوزيعات الاحتمالية الاسية . واستعملنا ايضا طريقة المربعات الصغرى (OLS), طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS), طريقة انحدار الحرف (Rig), طريقة انحدار الحرف المعدلة (ARig). فضلا عن اقتراح صيغتين للقيمة المتوقعة الـ Percentile (P_i) كمقدر لدالة التوزيع التجميعية (F_i). باستعمال المحاكاة ولإحجام مختلفة من العينات. و قد اعتمد معيار متوسط مربع الخطاء (MSE) ومعيار متوسط الخطاء النسبي المطلق (MAPE) المعلمتين لتوزيع القيمة المتطرفة المقدرة لغرض المقارنة بين تلك الطرائق المستعملة في البحث.

2. خواص توزيع القيمة المتطرفة Properties of Extreme Value Distribution

توزيع القيمة المتطرفة (EVD) من توزيعات العائلة الاسية والشائعة الاستعمال في المعولية واختبارات الحياة. وغالبا ما يشار إليه بتوزيع كامبل وان خصائص هذا التوزيع كالاتي [9,12]:

2.1 دالة الكثافة الاحتمالية **Probability Density Function (pdf)**

يقال ان المتغير العشوائي t يتوزع وفق دالة توزيع القيمة المتطرفة إذا كانت دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) على وفق الصيغة الآتية :

$$f(t) = (1/\beta)[\exp((t-\alpha)/\beta)]\exp[-\exp((t-\alpha)/\beta)] \quad , \quad -\infty < t < \infty \qquad ...(1)$$

وعندما تكون $(\alpha = 0, \beta = 1)$ نحصل على توزيع القيمة المتطرفة القياسي Extreme Value . حيث إن $-\infty < \alpha < \infty$ تمثل معلمة الموقع (Location parameter) , وان $\beta > 0$ تمثل معلمة القياس (Scale parameter).

2.2 دالة التوزيع التراكمية **Cumulative Distribution Function (cdf)**

تكون دالة التوزيع التراكمية (cdf) على وفق الصيغة الآتية:

$$F(t) = p_r(T \le t) = \int_{-\infty}^{t} f(u)\,du$$

$$F(t) = 1 - \exp[-\exp((t-\alpha)/\beta)] \quad , \quad -\infty < t < \infty \qquad ...(2)$$

2.3 المنوال **يكون على وفق الصيغة** $\text{Mode} = \alpha$

2.4 الوسيط **يكون على وفق الصيغة** $\text{Median} = \alpha + \beta \ln(\ln(2))$

2.5 إما الوسط الحسابي **للتوزيع يكون على وفق الصيغة الآتية:**

$$E(t) = \alpha - \beta \quad \gamma \qquad ...(3)$$

إذ إن $\gamma \cong 0.57721$ تمثل ثابت اويلر .

2.6 والتباين **للتوزيع يكون على وفق الصيغة الآتية :**

$$Var(t) = ((\beta^2 \pi^2)/6) \quad ...(4)$$

3. طرائق التقدير Estimation Methods

3.1 طريقة الإمكان الأعظم Maximum likelihood

ذا كانت $t_1, t_2, ... t_n$ عينة عشوائية من $EV(\alpha, \beta)$ على وفق الصيغة (1) فان دالة الإمكان ستكون كالأتي[4,9]:

$$L(\alpha, \beta) = \prod_{i=1}^{n} f(t) = \prod_{i=1}^{n} [(1/\beta)[\exp((t-\alpha)/\beta)]\exp[-\exp((t-\alpha)/\beta)]] \qquad ...(5)$$

وان لوغاريتم دالة الإمكان سيكون على وفق الصيغة الآتية

$$\log L(\alpha, \beta) = -n\log\beta + \sum_{i=1}^{n} (t_i - \alpha)/\beta)] - \sum_{i=1}^{n} \exp((t_i - \alpha)/\beta)] \qquad ...(6)$$

ولإيجاد نقطة التقدير لـ (α و β) سيكون بأخذ المشتقات الجزئية للصيغة (6) بالنسبة للمعلمتين (α و β) وعلى التوالي

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\log L(\alpha, \beta) = -\frac{n}{\beta} + \frac{1}{\beta}\sum_{i=1}^{n} \exp((t_i - \alpha)/\beta)] = 0 \qquad ...(7)$$

وان

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\log L(\alpha, \beta) = -\frac{n}{\beta} - \frac{1}{\beta}\sum_{i=1}^{n} ((t_i - \alpha)/\beta) + \frac{1}{\beta}\sum_{i=1}^{n} ((t_i - \alpha)/\beta)\exp((t_i - \alpha)/\beta) = 0 \qquad ...(8)$$

وبحل المعادلتين في الصيغ (7, 8)أنيا يمكن الحصول على مقدرات الإمكان الأعظم لـ α و β . ويحصل ذلك عندما نحصل من الصيغة (7) على مقدر الإمكان الأعظم لـ α كدالة بـ β إي إن $\hat{\alpha}(\beta)$

$$\exp(\hat{\alpha}/\hat{\beta}) = -\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \exp(t_i/\hat{\beta}) \qquad ...(9)$$

$$\hat{\alpha}(\hat{\beta}) = \hat{\beta}[\log(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \exp(t_i/\beta)] \qquad ...(10)$$

بتعويض المعادلة في الصيغة (9) بالمعادلة في الصيغة (8) والتبسيط نحصل على دالة لـ β وكما مبين أدناه

$$h(\hat{\beta}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i \exp(t_i/\hat{\beta})}{\sum_{i=1}^{n} \exp(t_i/\hat{\beta})} - \hat{\beta} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i = 0 \qquad ...(11)$$

اذ يمكن استعمال إحدى الطرائق العددية كطريقة Newton للحصول على تقديرات الامكان الاعظم .وفي بحثنا هذا سيتم الحصول على مقدرات MLE بالاعتماد على برنامج الـ MATLAB وذلك باستعمال دالة MLE .

3.2 طريقة العزوم Method of Moments

في هذه الطريقة يتم ايجاد عزوم التوزيع للمجتمع أولا ومن ثم مساواتها بعزوم العينة المناظرة لها, وذلك بجعل معلمتي توزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي دالتين (احصائتين) من مشاهدات العينة وكما مبين فيما ياتي[4] :

وان العزم r للمجتمع يكون على وفق الصيغة الآتية :

$$M_r = ET^r \quad ...(12)$$

وان العزم من الرتبة r للعينة يكون على وفق الصيغة الآتية :

$$m_r = (1/n)\sum_{i=1}^{n} t^r \quad ...(13)$$

وبمساواة العزمين للمجتمع والعينة نحصل على :

$$M_r = m_r \quad ...(14)$$

أولا : إن العزم الأول (r=1) ماهو إلا عبارة عن المتوسط للمجتمع.

$$M_1 = ET^1 = \mu = \alpha - \beta \quad \gamma$$

وان متوسط العينة (العزم الأول) يكون على وفق الصيغة الآتية:

$$m_1 = (1/n)\sum_{i=1}^{n} t = \bar{t}$$

وبمساواة العزمين للمجتمع وللعينة وبالاعتماد على عزوم توزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي إي $\hat{M}_1 = m_1$

إي إن $\hat{\alpha} - \hat{\beta} \ \gamma = \bar{t}$,اذ إن $\gamma \cong 0.57721$ تمثل ثابت اويلر,وبذلك فان مقدرة معلمة الموقع (α) سيكون على وفق الصيغة الآتية:

$$\hat{\alpha} = \bar{t} + \hat{\beta} \ \gamma \quad ...(15)$$

ثانيا : إن العزم الثاني (r=2) للمجتمع سيكون كالأتي :

$$M_2 = ET^2 = Var(t) + (E(t))^2$$

$$M_2 = ((\beta^2 \pi^2)/6) + (\mu)^2$$

وان العزم الثاني (r=2) للعينة يكون على وفق الصيغة الآتية :

$$m_2 = (1/n)\sum_{i=1}^{n} t_i^2$$

وبمساواة العزمين للمجتمع وللعينة إي $\hat{M}_2 = m_2$ وبالاعتماد على عزوم توزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي إي إن

$$((\hat{\beta}^2 \pi^2)/6) + (\hat{\mu})^2 = (1/n)\sum_{i=1}^{n} t_i^2$$

وبالتعويض عن $\hat{\mu} = \bar{t}$ بالصيغة المذكورة انفا والتبسيط نحصل على

$$((\hat{\beta}^2 \pi^2)/6) = [(1/n)\sum_{i=1}^{n} t_i^2 - (\bar{t})^2] \Rightarrow ((\hat{\beta}^2 \pi^2)/6) = S_d^2$$

حيث ان $S_d^2 = [(1/n)\sum_{i=1}^{n} t_i^2 - (\bar{t})^2]$, وبذلك فان مقدر معلمة القياس سيكون على وفق الصيغة الآتية:

$$\hat{\beta}^2 = (6 S_d^2)/\pi^2 \Rightarrow \hat{\beta} = (\sqrt{6}\, S_d)/\pi \quad ...(16)$$

3.3 مقدرات معتمدة على الـ Percentiles — Estimators Based on Percentiles

وفي هذه المقدرات يتم تحويل العلاقة بين المتغير الذي يمثل أوقات البقاء والدالة التجميعية (cdf) إي (F_i) وتسمى أيضا بمقدر الـ Percentiles (P_i) دالة اللامعولية المتقدم ذكرها في الصيغة (2) ويمكن أيضا اعتماد دالة المعولية لها إلى علاقة تصاغ كانحدار خطي بسيط وكما مبين أدناه [12,7]:

$$F(t) = 1 - \exp[-\exp((t_i - \alpha)/\beta)]$$

وان

$$1 - F(t) = \exp[-\exp((t_i - \alpha)/\beta)] \quad ...(17)$$

وبآخذ لوغاريتم الطرفين الصيغة (17)

$$\ln(1 - F(t_i;\alpha,\beta)) = -\exp((t_i - \alpha)/\beta) \Rightarrow -\ln(1 - F(t_i;\alpha,\beta)) = \exp((t_i - \alpha)/\beta)$$

وبأخذ لوغاريتم الطرفين مرة أخرى للصيغة الأخيرة نحصل على معادلة الانحدار

$$\ln(-\ln(1 - F(t_i;\alpha,\beta))) = (1/\beta)\, t_i - (\alpha/\beta)$$

والتعويض $F(t_i;\alpha,\beta)$ بالقيمة المتوقعة لها والتي يرمز لها بـ(P_i) نحصل على

$$\ln(-\ln(1 - P_i)) = (1/\beta)\, t_i - (\alpha/\beta) \quad ...(18)$$

وهناك عدة صيغ للقيمة المتوقعة لـ $F(t_i;\alpha,\beta)$ الشائعة الاستعمال والمعتمدة في البحث والتي يرمز لها بـ PCE(Studied) و تكون على وفق الصيغة الآتية :

$$PCE(Studied) = P_i = i/(n+1) \quad ...(19)$$

فضلا عن القيمة المتوقعة لـ $F(t_i;\alpha,\beta)$ المقترحة في هذا البحث والتي يرمز لها بـ PCE(Suggested) وتكون على وفق الصيغة الآتية

$$PCE(Suggested) = P_i = (i - 0.3)/(n + 0.4) \quad ...(20)$$

للمقارنة بين مقدرات الانحدار الخطي لطرق الانحدار الخطي . وبذلك فان أنموذج الانحدار سيكون على وفق الصيغتين الآتيتين:

$$\ln(-\ln(1 - (i/(n+1)))) = (1/\beta)\, t_i - (\alpha/\beta) \quad ...(21) \quad (Studied)$$

$$\ln(-\ln(1 - ((i - 0.3)/(n+0.4)))) = (1/\beta)\, t_i - (\alpha/\beta) \quad ...(22) \quad (Suggested)$$

وان n تمثل حجم العينة, وان معلمتي أنموذج الانحدار هما $b_1 = (1/\beta)$ و $b_0 = (-\alpha/\beta)$. إما المتغير المعتمد سيكون على وفق الصيغتين المتقدم ذكرها لـ P_i وهما على التوالي

$$y(Studied) = \ln(-\ln(1 - (i/(n+1))))$$

و

$$y(Suggested) = \ln(-\ln(1 - ((i - 0.3)/(n+0.4))))$$

اذ يتم ترتيب قيم t_i ترتيبا تصاعديا.وان أنموذج الانحدار الخطي البسيط سيكون على وفق الصيغة الآتية:

$$y_i = b_0 + b_1 t_i + e_i \qquad ...(23)$$

وان e_i تمثل الأخطاء العشوائية لـ n من المشاهدات. وبناءً على ما تقدم فان عملية تقدير الصيغة المذكورة انفا ستكون مساوية لـ $(\hat{y}_i = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 t_i)$. من ثم استعمال طرائق تقدير الانحدار الخطي البسيط الآتية [1, 7]:

1 . طريقة المربعات الصغرى ويرمز لها اختصارا بـ (OLS).
2 . طريقة المربعات الصغرى الموزونة ويرمز لها اختصارا بـ (WLS).
3 . طريقة انحدار الحرف ويرمز لها اختصارا بـ (Rig).
4 . طريقة انحدار الحرف المعدلة ويرمز لها اختصارا بـ (ARig) .

3.3.1 طريقة المربعات الصغرى Least Squares Method

يعتمد أساس طريقة المربعات الصغرى على تصغير مجموع المربعات الخطاء لمعلمتي أنموذج الانحدار الخطي البسيط المجهولة (b_0 و b_1) وعلى وفق الأتي [1,7]:

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - b_0 - b_1 t_i)^2 \quad ...(24)$$

ومن ثم اخذ المشتقات الجزئية للصيغة (24) بالنسبة لمعلمتي أنموذج الانحدار(b_0 و b_1) ومساواتها بالصفر للحصول على القيم المقدرة لـb_0 و b_1ويمكن استعمال صيغة المصفوفات للحصول على مقدرات أنموذج الانحدار الخطي البسيط وكما مبين فيما ياتي :

$$\hat{\underline{b}}_{OLS} = \begin{bmatrix} \hat{b}_0 \\ \hat{b}_1 \end{bmatrix} = (t't)^{-1} t'y \qquad ...(25)$$

وان مقدرات معلمتي توزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي بدلالة مقدرات اقل المربعات (OLS) لمعلمتي الانحدار الخطي(b_0 و b_1) ستكون على وفق الصيغة الآتية :

$$\hat{b}1(OLS) = \frac{1}{\hat{\beta}} \Rightarrow \hat{\beta} = \frac{1}{\hat{b}1(OLS)} \quad (\text{for scale parameter}) \quad ...(26)$$

وان

$$\hat{b}0(OLS) = \frac{-\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} \Rightarrow \hat{b}0(OLS)\hat{\beta} = -\hat{\alpha} \Rightarrow \hat{\alpha} = -\hat{b}0(OLS)\hat{\beta} \quad (\text{for Location parameter}) ...(27)$$

3.3.2 طريقة المربعات الصغرى الموزونة Weighted Least Squares Method

ان طريقة المربعات الصغرى الموزونة تعتمد على تصغير مجموع المربعات الخطاء الموزون بالنسبة لمعلمتي انموذج الانحدار b_0 و b_1 وعلى وفق الاتي [1,7]:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i (y_i - b_0 - b_1 t_i)^2$$

عندما تكون

$$w_i = \frac{(n+1)^2 (n+2)}{i(n-i+1)} \quad , \quad i = 1 \ldots n \quad \ldots (28)$$

وتمثل n حجم العينة, ويمكن استعمال صيغة المصفوفات للحصول على مقدرات انموذج الانحدار الخطي البسيط وكما مبين فيما ياتي :

$$\hat{\underline{b}}_{WLS} = \begin{bmatrix} \hat{b}_0 \\ \hat{b}_1 \end{bmatrix} = (t'wt)^{-1} t'wy \qquad \ldots (29)$$

وان مقدرات معلمتي توزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي بدلالة مقدرات (WLS) لمعلمتي الانحدار الخطي الموزون وعلى وفق الصيغة المتقدم ذكرها الصيغتين (26,27) مع استبدال مقدرات طريقة اقل المربعات $(\hat{b}_{0(OLS)}$ و $\hat{b}_{1(OLS)})$ بمقدرات طريقة المربعات الصغرى الموزونة $(\hat{b}_{0(WLS)}$ و $\hat{b}_{1(WLS)})$.

3.3.3 طريقة انحدار الحرف Ridge Regression Method

تعتبر طريقة انحدار الحرف إحدى الطرائق البديلة لتقدير معلمتي أنموذج الانحدار الخطي $(b_0$ و $b_1)$ في حالة وجود ما يسمى بالتعدد الخطي شبة التام والذي تكون فيه قيمة محدد مصفوفة المعلومات أو مصفوفة فشر قيمة صغيرة جدا وعندها تكون المعلمتين المقدرة ذات تباين كبير جدا .ففي عام 1970 اقترح الباحث Hoeral-Bennard أسلوبا لمعالجة مثل هذه المشكلة,وتتلخص بإضافة قيمة صغيرة موجبة إلى العناصر القطرية لمصفوفة المعلومات $(t't)$ في أنموذج الانحدار الخطي وكما يأتي [1]:

$$\hat{\underline{b}}_{Rig} = \begin{bmatrix} \hat{b}_0 \\ \hat{b}_1 \end{bmatrix} = ((t't) + CI)^{-1} t'y \qquad \ldots (30)$$

حيث إن $0 < C < 1$ تمثل معامل الحرف (Coefficient of Ridge).
وان I تمثل مصفوفة الوحدة (Identity Matrix) من الدرجة $p \times p$.
وتمثل p عدد المعلمات في أنموذج الانحدار,وهنا تكون $p=2$.
وقد لوحظ من التجارب الأولية بان مقدرات انحدار الحرف تقترب من مقدرات اقل المربعات عندما تكون قيمة $C < 0.1$.في حين تزداد قيم $MSE(\hat{\alpha})$ و $MSE(\hat{\beta})$ عندما تكون قيمة $C > 0.5$. ولذا فقد اختيرت قيمة الثابت C هنا مساوية لـ $C = 0.5$.وستكون تقديرات معلمتي توزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي بمثل ما تقدم في الصيغتين المتقدم ذكرهما (26,27) مع استبدال مقدرات طريقة اقل المربعات $(\hat{b}_{0(OLS)}$ و $\hat{b}_{1(OLS)})$ بمقدرات طريقة انحدار الحرف لمعلمتي الانحدار الخطي $(\hat{b}_{0(Rig)}$ و $\hat{b}_{1(Rig)})$.

3.3.4 طريقة انحدار الحرف المعدلة Adjusted Ridge Regression Method

تعد طريقة انحدار الحرف المعدلة الطريقة المقترح استعمالها لتقدير معلمتي توزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي, وهي طريقة شبيهة بطريقة انحدار الحرف ألان اختيار قيمة الثابت C سيتم استبدالها بقيمة أخرى تكون على وفق الصيغة الآتية[1]:

$$Cadj = \frac{P\ S(OLS)}{\underline{\hat{b}}_{OLS}'\underline{\hat{b}}_{OLS}} \quad ...(31)$$

وان

$$S^2(OLS) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{b}_0 - \hat{b}_1 t_i)^2 ...(32)$$

ولوحظ بان قيمة الثابت C على وفق الصيغة المتقدم ذكرها تؤثر في كفاءة تقدير معلمتي أنموذج الانحدار b_0 و b_1 والتي يتم الحصول على تقديراتها على وفق الصيغة الآتية :

$$\underline{\hat{b}}_{ARig} = \begin{bmatrix} \hat{b}_0 \\ \hat{b}_1 \end{bmatrix} = ((t't) + C_{adj} I)^{-1} t'y \quad ...(33)$$

وستكون تقديرات معلمتي توزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي بمثل ماتقدم في الصيغتين المتقدم ذكرهما (26,27) مع استبدال مقدرات طريقة اقل المربعات ($\hat{b}_{0(OLS)}$ و $\hat{b}_{1(OLS)}$) بمقدرات طريقة انحدار الحرف المعدلة لمعلمتي الانحدار الخطي ($\hat{b}_{0(ARig)}$ و $\hat{b}_{1(ARig)}$).

4. الجانب التجريبي

تم استعمال المحاكاة لغرض الحصول على تقديرات معلمتي توزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي ($EV(\alpha,\beta)$) ووفقا لكل الطرائق المتقدم ذكرها في المبحث (3) , تم بناء التجارب على وفق الفروض والمواصفات التالية :

1. تم استعمال إحجام العينات n= 15, 25 , 50, 100
2. تم توليد بيانات لتوزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي على وفق الصيغة الآتية:

$$t_i = \alpha + \beta \ln(-\ln(u_i)) \quad ...(34)$$

حيث إن u_i متغير عشوائي من التوزيع المنتظم القياسي,إي $u_i \sim U(0\ ,1)\ \forall\ i = 1, 2, n.$

وبالاعتماد على قيم معلمتي (α و β) وعلى وفق النماذج المبينة أدناه :

1. $EV(\alpha = 0, \beta = 0.5)$
2. $EV(\alpha = 0, \beta = 1)$
3. $EV(\alpha = 0, \beta = 1.5)$
4. $EV(\alpha = 0.5, \beta = 1)$
5. $EV(\alpha = 1.5, \beta = 1)$
6. $EV(\alpha = 2, \beta = 0.5)$
7. $EV(\alpha = 2, \beta = 1)$

3. ثم يتم إجراء التجارب المختلفة وفقا لجميع التوليفات الممكنة للفروض المتقدم ذكرها أعلاه من خلال تكرار هذا التوليد لتوزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي لـ 1000 مرة لكل تجربة ولكل حجم عينة (n).
4. ومن ثم يتم استعمال طرائق التقدير المتقدم ذكرها في المبحث (3) لتقدير معلمة الموقع ومعلمة القياس لكل حجم عينة (n) ولكل تكرار(r=1000).

استعمل برنامج الـ MATLAB لكتابة برامج البحث وفق الخوارزميات المبينة بالمخططات الانسابية رقم (1) ولغاية رقم (3) , انظر الملحق . سنلاحظ في كل مرة مالذي ستؤول إليه نتائج التقدير, وذلك باستعمال المعايير التالية للإشارة إلى جودة تلك التقديرات وكما مبين أدناه.

5. متوسط مربعات الخطأ Mean Squared Error (MSE)

$$MSE = \sum_{r=1}^{1000} (\theta_i - \hat{\theta}_i(r))^2 / 1000 \quad ...(35)$$

إذ إن θ_i قد تكون إحدى معلمتي التوزيع (α , β), وكلما اقتربت قيمة هذا المعيار من الصفر تزداد جودة التقديرات.

6. متوسط الخطاء النسبي المطلق Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

$$MAPE = \sum_{r=1}^{1000} \left| \theta_i - \hat{\theta}_i(r) \right| /1000 \qquad ...(36)$$

إذ إن θ_i قد تكون إحدى معلمتي توزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي (α , β), وكلما اقتربت قيمة هذا المعيار من الصفر تزداد جودة التقديرات.وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجداول (1) ولغاية الجدول (2-7).

4.1 استعراض النتائج التجريبية

في هذا المبحث سنعرض النتائج التي تم الحصول عليها وتحليها وحسب وذلك عند تقدير معايير المفاضلة المتقدم ذكرها في الفقرة (35) و(36) للتحري عن جودت تقديرات توزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي (α , β), ووفقا لكل الطرائق المتقدم ذكرها في المبحث (3).انظر الجداول (1) ولغاية (7-2) في الملحق.

ومن الجدول (1) الذي يبين القيم المقدرة لمعلمة والشكل (α)ومعلمة القياس (β)لتوزيع القيمة المتطرفة مع متوسط مربعات الخطاء (MSE) و متوسط الخطاء النسبي المطلق (MAPE) لكلا المعلمتين المقدرة(α , β), بطريقتي الامكان الاعظم (MLE) وطريقة العزوم (ME) المقترح المستعملها ولكل إحجام العينات (n) ولكل النماذج المفترضة في البحث.نلاحظ وبشكل عام :

1. بان تقدير المعلمتين ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$) يتحسن بزيادة حجم العينة (n) باستخدام طريقتي التقدير MLE وME ,

اذ تتناقص قيم المعيارين MSE و MAPE المحتسبين لكلا المعلمتين ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$)بزيادة n .

2. تفوق طريقة التقديرMLE على طريقة ME ,اذ تكون قيم المعيارين MSE و MAPE المحتسبين لكلا المعلمتين ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$) بطريقة التقديرMLE اقل مقارنة بنفس القيم المحتسبة بطريقة ME ولكل احجام العينات (n).

ومن الجداول (1-2) ولغاية الجدول (2-7) التي تبين القيم المقدرة لمعلمة الشكل (α) ومعلمة القياس (β) لتوزيع القيمة المتطرفة مع متوسط مربعات الخطاء (MSE) و متوسط الخطاء النسبي المطلق (MAPE) لكلا المعلمتين المقدرة , وفقا لطرق التقدير المستعملة والمقترح استعمالها ولكل إحجام العينات المفترضة والنماذج المفترضة في البحث. نلاحظ منها الاتي :

1. يتحسن تقدير القيم المقدرة لـ (α) و (β) بزيادة حجم العينة (n) عن استعمال القيمة المتوقعة ((PCE(studied) كمقدر لدالة التوزيع التجميعية لتوزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي ,وكذلك عند استعمال القيمة المتوقعة المقترح استعمالها ((PCE(suggested) كمقدر مقترح لدالة التوزيع التجميعية لتوزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي عند كل طرق التقدير متضمنة طريقة المربعات الصغرى (OLS) وطريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) وطريقة انحدار الحرف (Rig) وطريقة انحدار الحرف المعدلة (ARig). اذ تتناقص قيم المعيارين MSE و MAPE المحتسبين لكلا المعلمتين ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$) بزيادة حجم العينة n ولكل طريقة من طرائق التقدير المقترح استعمالها.

2. ان المعلمة المقترحة للقيمة المتوقعة ((PCE(suggested) كمقدر لدالة التوزيع التجميعية لتوزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي تمتلك اداء افضل من المعلمة الشائعة الاستعمال ((PCE(studied) كمقدر لدالة التوزيع التجميعية . اذ تكون القيم المحتسبة لـ MSE و MAPE لكلا المعلمتين المقدرة ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$), عند استعمال ((PCE(suggested) اقل مقارنة بنفس القيم للمعيارين MSE و MAPE ولكلا المعلمتين ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$) عند كل طريقة من طرائق التقدير (OLS و WLS و Rig و ARig) ولكل حجم عينة .

3. يمكن تحديد افضل طريقة تقدير لكلا المعلمتين ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$) لتوزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي , بالاعتماد على اقل قيمة لكلا المعيارينMSE و MAPE لكلا المعلمتين ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$) باستعمال الصيغتين (PCE(studied و (PCE(suggested المستعملتين كمقدرين لدالة التوزيع التجميعية ولكل انموذج وكما يلي :

- للأنموذج <u>Model -1</u> انظر الجدول (2-1) في الملحق
- تعد طريقة OLS طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\alpha}$ عند استعمال الصيغة (PCE(studied كمقدر لدالة التوزيع التجميعية ولكل احجام العينات .
- تعد طريقتي OLS و Rig الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\alpha}$ عند استعمال الصيغة (PCE(suggested كمقدر لدالة التوزيع التجميعية ولكل احجام العينات عدا n=15 .
- تعد طريقة OLS طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\beta}$ عند استعمال الصيغتين(PCE(studied و (PCE(suggested كمقدرين لدالة التوزيع التجميعية ولكل احجام العينات .
- للأنموذج <u>Model -2 وModel -3 و Model -4</u> انظر الجداول (2-2) و (2-3) و (2-4) في الملحق
- تعد طريقة Rig طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\alpha}$, في حين تعد طريقة OLS طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\beta}$ عند استعمال الصيغتين (PCE(studied و (PCE(suggested كمقدرين لدالة التوزيع التجميعية ولكل احجام العينات .

- للأنموذج Model -5 انظر الجدول (2-5) في الملحق
- تعد طريقة Rig طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\alpha}$ لأحجام العينات اكبر من 25 ,في حين تعد طريقة ARig طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\alpha}$ عندما يكونحجم العينة مساوي لـ 15 عند استعمال الصيغتين PCE(studied) و PCE(suggested) كمقدرين لدالة التوزيع التجميعية.
- تعد طريقة OLS طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\beta}$ عند استعمال الصيغتين PCE(studied) و PCE(suggested) كمقدرين لدالة التوزيع التجميعية ولكل احجام العينات .
- للأنموذج Model -6 انظر الجدول (2-6) في الملحق
- تعد طريقة OLS طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمتين $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ عند استعمال الصيغتين PCE(studied) و PCE(suggested) كمقدرين لدالة التوزيع التجميعية ولكل احجام العينات .
- للأنموذج Model -7 انظر الجدول (2-7) في الملحق
- تعد طريقة OLS طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\alpha}$ عندما تكون $n = 15$, في حين تعد طريقة ARig طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\alpha}$ عندما تكون $n = 25$ وتكون طريقة Rig طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\alpha}$ عندما تكون $n \geq 50$ عند استعمال الصيغة PCE(studied) كمقدر لدالة التوزيع التجميعية.
- في حين اعطت طريقتي التقدير OLS و ARig نتائج متقاربة عند تقدير المعلمة $\hat{\alpha}$ لأحجام العينات $n \geq 50$.وقد كانت طريقة OLS طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\alpha}$ عندما تكون $n = 15$,ثم تليها طريقة ARig طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\alpha}$ عندما تكون $n = 25$,عند استعمال الصيغة PCE(suggested) كمقدر لدالة التوزيع التجميعية .

- تعد طريقة OLS طريقة التقدير الافضل عند تقدير المعلمة $\hat{\beta}$ عند استعمال الصيغتين PCE(studied) و PCE(suggested) كمقدرين لدالة التوزيع التجميعية ولكل احجام العينات .

5. الاستنتاجات

اهم الاستنتاجات التي تم التوصل اليها من خلال نتائج البحث وبشكل عام :

- تفوق طريقة الامكان الاعظم (MLE) على طرائق التقدير المستعملة , ثم تليها طريقة تقدير العزوم (ME) لتقدير المعلمتين $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ لتوزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي .
- ان الصيغة المقترحة للقيمة المتوقعة ((PCE(suggested) كمقدر لدالة التوزيع التجميعية لتوزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي تمتلك اداء افضل من الصيغة الشائعة الاستعمال ((PCE(studied) كمقدر لدالة التوزيع التجميعية لتقدير المعلمتين $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ لتوزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي .

References

1. الحسناوي, أموري هادي كاظم و القيسي, باسم شليبة مسلم (2002), القياس الاقتصادي المتقدم – النظرية والتطبيق, المكتبة الوطنية.

2. علي, عمر عبد المحسن ((2011, "مقارنة لطرائق التقدير التقريبية لمعلمتي التوزيع اللوجستي" بحث منشور في مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية في المجلد 17 العدد 62.

3. Ashour, S. K. and El-Adl, Y. M., (1980), "Bayesian estimation of the parameters of the extreme value distribution ", Egyptian Statistical Journal, Vol 24, pp. 140–152.

4. Bickel, P.J. &Doksum, K. A., (1977), " Mathematical Statistics: Basic Ideas and Selected Topics ", Holden- Day, Inc., San Francisco.

5. Christopeit, N., (1994), "Estimating parameters of an extreme value distribution by the method Of moments", Journal of Statistical Planning and Inference, Vol. 41, pp. 173–186.

6. Best, D. J., Rayner, J. C. W., O. Thas, (2007), "Comparison of Five Tests of Fit for the Extreme Value Distribution". Journal of Statistical Theory and Practice Vol.1, No. 1,
© Grace Scientific Publishing.

7. Gupta, R. D. and Kundu D., (2001), " Generalized Exponential Distribution: Different methods of estimation ", Journal of Statistical Computations and Simulations, 69(4):315-338.

8. Gupta, R. D. and Kundu, D., (2007), " Generalized exponential distribution: existing methods and recent developments ", Journal of the Statistical Planning and Inference, vol. 137, no. 11, pp.3537 – 3547.

9. Lawless, J., F., (1982), "Statistical Models and Methods for Lifetime Data", John Wiely & Sons, Inc.

10. Lye,L.,M., Hapuarachchi, K. P. , Ryan,S. (1993), "Bayes Estimation of the Extreme-Value Reliability Function". IEEE Transactions on reliability, Vol. 42, No. 4.

11. Naess, A., Galdal, O., (2009), "Estimation of extreme value from sampled time series", Journal: structural Safety ISSN: 01674730, Vol.-31, Issue: 4, pages: 325- 334, provider: Elsevier publisher: Elsevier DOI: 10.1016/j.strusafe 2008. 06,021.

12. Saucier, R., (2000)," Computer Generation of Statistical Distributions", Army Research Laboratory.

الملحق

جدول(1) بين القيم المقدرة لمعلمة والشكل ومعلمة القياس لتوزيع القيمة المتطرفة مع متوسط مربعات الخطاء (MSE) و متوسط الخطاء النسبي المطلق (MAPE) لكلا المعلمتين المقدرة, وفقا لطريقتي (MLEو ME) المقترح استخدامها ولكل إحجام العينات ولكل النماذج المفترضة في البحث.

n	Model	Model -1 with $(\alpha=0,\beta=0.5)$				Model -2 with $(\alpha=0,\beta=1)$			
	Method	MLE		ME		MLE		ME	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	-0.0092	0.4725	-0.0163	0.4617	-0.0185	0.9449	-0.0327	0.9234
	MSE(Par.Est.)	0.0184	0.0106	0.0188	0.0143	0.0734	0.0424	0.075	0.0573
	MPAE(Par.Est.)	0.1064	0.0826	0.1078	0.0968	0.2128	0.1652	0.2156	0.1936
25	Par.Est.	-0.0045	0.4851	-0.0094	0.4778	-0.0178	0.9672	-0.0251	0.9607
	MSE(Par.Est.)	0.0114	0.0058	0.0117	0.0089	0.047	0.0246	0.0484	0.0412
	MPAE(Par.Est.)	0.0832	0.0608	0.0846	0.0768	0.1715	0.127	0.1736	0.1615
50	Par.Est.	-0.0026	0.4920	-0.004	0.4917	-0.0048	0.9862	-0.0083	0.9835
	MSE(Par.Est.)	0.0054	0.003	0.0058	0.0051	0.0206	0.0115	0.0214	0.0196
	MPAE(Par.Est.)	0.0588	0.0443	0.0572	0.0604	0.1138	0.0852	0.1158	0.1134
100	Par.Est.	-0.0037	0.4968	-0.0044	0.4964	-0.0066	0.9931	-0.0079	0.9929
	MSE(Par.Est.)	0.0028	0.0015	0.003	0.0026	0.0113	0.006	0.012	0.0104
	MPAE(Par.Est.)	0.0417	0.0302	0.0429	0.0405	0.0842	0.0611	0.0871	0.0801
n	Model	Model -3 with $(\alpha=0,\beta=1.5)$				Model -4 with $(\alpha=0.5,\beta=1)$			
	Method	MLE		ME		MLE		ME	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	-0.0277	1.4174	-0.049	1.3851	0.4816	0.9520	0.4719	0.9469
	MSE(Par.Est.)	0.1652	0.0955	0.1688	0.1289	0.0707	0.0412	0.0735	0.0602
	MPAE(Par.Est.)	0.3192	0.2478	0.3234	0.2904	0.2094	0.1654	0.2140	0.1991
25	Par.Est.	-0.0267	1.4507	-0.0377	1.441	0.4806	0.9677	0.4727	0.9577
	MSE(Par.Est.)	0.1058	0.0553	0.1089	0.0926	0.0428	0.0232	0.0444	0.038
	MPAE(Par.Est.)	0.2572	0.1905	0.2603	0.2423	0.1662	0.1221	0.1697	0.1584
50	Par.Est.	-0.0053	1.4753	-0.0121	1.4682	0.4962	0.9835	0.4919	0.9788
	MSE(Par.Est.)	0.0507	0.0274	0.0526	0.0457	0.0225	0.0122	0.0234	0.0203
	MPAE(Par.Est.)	0.1797	0.1339	0.1823	0.1693	0.1198	0.0893	0.1216	0.1129
100	Par.Est.	-0.001	1.4831	-0.003	1.4823	0.4948	0.9949	0.4934	0.9945
	MSE(Par.Est.)	0.0241	0.0134	0.0261	0.0226	0.0111	0.0061	0.0117	0.0102
	MPAE(Par.Est.)	0.1241	0.0933	0.1289	0.120	0.0841	0.0621	0.086	0.0800

تابع لجدول (1)

n	Model	Model -5 with $(\alpha=1.5, \beta=1)$				Model -6 with $(\alpha=2, \beta=0.5)$			
	Method	MLE		ME		MLE		ME	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	1.476	0.9469	1.4656	0.9393	1.9908	0.4725	1.9837	0.4617
	MSE(Par.Est.)	0.0744	0.0418	0.077	0.064	0.0184	0.0106	0.0188	0.0143
	MPAE(Par.Est.)	0.2161	0.1646	0.2182	0.2028	0.1064	0.0826	0.1078	0.0968
25	Par.Est.	1.4869	0.9649	1.4783	0.954	1.9911	0.4836	1.9874	0.4803
	MSE(Par.Est.)	0.0413	0.023	0.043	0.0367	0.0118	0.0061	0.0121	0.0103
	MPAE(Par.Est.)	0.1611	0.1216	0.1636	0.1548	0.0857	0.0635	0.0868	0.0808
50	Par.Est.	1.4962	0.9835	1.4919	0.9788	1.9976	0.4931	1.9959	0.4918
	MSE(Par.Est.)	0.0225	0.0122	0.0234	0.0203	0.0051	0.0029	0.0053	0.0049
	MPAE(Par.Est.)	0.1198	0.0893	0.1216	0.1129	0.0569	0.0426	0.0579	0.0567
100	Par.Est.	1.4939	0.9936	1.4939	0.9931	1.9967	0.4966	1.9960	0.4964
	MSE(Par.Est.)	0.0107	0.0058	0.0114	0.0098	0.0028	0.0015	0.0030	0.0026
	MPAE(Par.Est.)	0.0823	0.0602	0.0845	0.0786	0.0421	0.0306	0.0436	0.0401

n	Model	Model -7 with $(\alpha=2, \beta=1)$			
	Method	MLE		ME	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	1.9815	0.9449	1.9673	0.9234
	MSE(Par.Est.)	0.0734	0.0424	0.0750	0.0573
	MPAE(Par.Est.)	0.2128	0.1652	0.2156	0.1936
25	Par.Est.	1.9822	0.9672	1.9749	0.9607
	MSE(Par.Est.)	0.047	0.0246	0.0484	0.0412
	MPAE(Par.Est.)	0.1715	0.127	0.1736	0.1615
50	Par.Est.	1.9952	0.9862	1.9917	0.9835
	MSE(Par.Est.)	0.0206	0.0115	0.0214	0.0196
	MPAE(Par.Est.)	0.1138	0.0852	0.1158	0.1134
100	Par.Est.	1.9934	0.9931	1.9921	0.9929
	MSE(Par.Est.)	0.0113	0.0060	0.0120	0.0104
	MPAE(Par.Est.)	0.0842	0.0611	0.0871	0.0801

جدول (1-2) بين القيم المقدرة لمعلمة والشكل ومعلمة القياس لتوزيع القيمة المتطرفة مع متوسط مربعات الخطاء (MSE) و متوسط الخطاء النسبي المطلق (MAPE) لكلا المعلمتين المقدرة , وفقا لطرق التقدير المستعملة والمقترح استعمالها ولكل إحجام العينات لـ1- Model بالمعلمتين المفترضة في البحث.

n	Model	Model-1 with $(\alpha=0, \beta=0.5)$							
	Method	OLS				WLS			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	0.0244	0.5991	0.0121	0.5495	0.0169	0.5967	0.0077	0.5413
	MSE(Par.Est.)	0.0189	0.0330	0.0185	0.0215	0.0189	0.0349	0.0190	0.0223
	MAPE(Par.Est.)	0.1085	0.1341	0.1073	0.1080	0.0185	0.1361	0.1080	0.1094
25	Par.Est.	0.0203	0.5753	0.0114	0.5397	0.0138	0.5793	0.0079	0.5354
	MSE(Par.Est.)	0.0120	0.0188	0.0117	0.0129	0.0126	0.0234	0.0126	0.0153
	MAPE(Par.Est.)	0.0877	0.1021	0.0862	0.0849	0.0877	0.1105	0.0872	0.0914
50	Par.Est.	0.0155	0.553	0.0096	0.5303	0.0089	0.5662	0.0055	0.5329
	MSE(Par.Est.)	0.0062	0.0099	0.006	0.0073	0.0065	0.0168	0.0065	0.0118
	MAPE(Par.Est.)	0.0631	0.0937	0.062	0.0653	0.0642	0.0937	0.0641	0.0790
100	Par.Est.	0.0077	0.5333	0.0040	0.5193	0.0057	0.5531	0.0036	0.5273
	MSE(Par.Est.)	0.0031	0.0043	0.0030	0.0034	0.0038	0.0102	0.0037	0.0072
	MAPE(Par.Est.)	0.0437	0.0506	0.0432	0.0446	0.0491	0.0734	0.0490	0.0625

n	Model	Model-1 with $(\alpha=0, \beta=0.5)$							
	Method	Rig				ARig			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	0.0537	0.6596	0.0407	0.6052	0.0274	0.6053	0.0150	0.5550
	MSE(Par.Est.)	0.0201	0.0448	0.0190	0.0269	0.0189	0.0353	0.0184	0.0228
	MAPE(Par.Est.)	0.1130	0.1655	0.1093	0.1215	0.1087	0.1383	0.1072	0.1106
25	Par.Est.	0.0364	0.6071	0.0273	0.5696	0.0215	0.5778	0.0126	0.5420
	MSE(Par.Est.)	0.0125	0.0231	0.0119	0.0151	0.0121	0.0196	0.0118	0.0133
	MAPE(Par.Est.)	0.0903	0.1105	0.0877	0.0911	0.0903	0.1038	0.0863	0.0859
50	Par.Est.	0.023	0.5671	0.0171	0.5439	0.0159	0.5538	0.0100	0.5311
	MSE(Par.Est.)	0.0063	0.0113	0.006	0.0080	0.0062	0.0101	0.0060	0.0074
	MAPE(Par.Est.)	0.064	0.0821	0.0625	0.0682	0.0632	0.0767	0.0620	0.0657
100	Par.Est.	0.0114	0.54	0.0076	0.5258	0.0079	0.5336	0.0041	0.5195
	MSE(Par.Est.)	0.0031	0.0048	0.0030	0.0036	0.0031	0.0044	0.0030	0.0034
	MAPE(Par.Est.)	0.0441	0.0532	0.0434	0.0459	0.0438	0.0507	0.0432	0.0447

جدول (2-2) بين القيم المقدرة لمعلمة والشكل ومعلمة القياس لتوزيع القيمة المتطرفة مع متوسط مربعات الخطاء (MSE) و متوسط الخطاء النسبي المطلق (MAPE) لكلا المعلمتين المقدرة , وفقا لطرق التقدير المستعملة والمقترح استعمالها ولكل إحجام العينات لـ Model -2 المفترضة في البحث.

n	Model	Model -2 with $(\alpha=0,\beta=1)$							
	Method	OLS				WLS			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	0.0489	1.1983	0.0242	1.0990	0.0338	1.1933	0.0154	1.0827
	MSE(Par.Est.)	0.0754	0.1318	0.0738	0.0859	0.0758	0.1395	0.0758	0.0891
	MAPE(Par.Est.)	0.217	0.2682	0.2146	0.2161	0.2169	0.2722	0.2161	0.2189
25	Par.Est.	0.0356	1.1589	0.0176	1.0869	0.0167	1.168	0.0046	1.0793
	MSE(Par.Est.)	0.0497	0.0895	0.0486	0.0625	0.0508	0.1123	0.0510	0.0761
	MAPE(Par.Est.)	0.1789	0.2182	0.1761	0.1834	0.1775	0.2367	0.1771	0.1964
50	Par.Est.	0.0305	1.1055	0.0189	1.0603	0.0191	1.1314	0.0122	1.0649
	MSE(Par.Est.)	0.0227	0.0378	0.0220	0.0276	0.0261	0.0628	0.0260	0.0433
	MAPE(Par.Est.)	0.1207	0.151	0.1185	0.1294	0.1284	0.1853	0.1282	0.1554
100	Par.Est.	0.0164	1.0667	0.0088	1.0386	0.0113	1.1048	0.0071	1.0533
	MSE(Par.Est.)	0.0125	0.0174	0.0122	0.0135	0.0147	0.041	0.0146	0.0293
	MAPE(Par.Est.)	0.0888	0.1002	0.0878	0.0881	0.0975	0.1463	0.0971	0.1247

n	Model	Model -2 with $(\alpha=0,\beta=1)$							
	Method	Rig				ARig			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	0.0628	1.2295	0.0385	1.1280	0.0537	1.2101	0.0293	1.1097
	MSE(Par.Est.)	0.0717	0.1412	0.0695	0.0893	0.0738	0.1406	0.0720	0.0910
	MAPE(Par.Est.)	0.2118	0.2796	0.2082	0.2190	0.2145	0.2762	0.2117	0.2211
25	Par.Est.	0.0433	1.1751	0.0255	1.1022	0.0377	1.1641	0.0198	1.0916
	MSE(Par.Est.)	0.0481	0.0934	0.0467	0.0641	0.0493	0.093	0.0480	0.0647
	MAPE(Par.Est.)	0.1761	0.2239	0.1730	0.1849	0.1781	0.2217	0.1752	0.1857
50	Par.Est.	0.034	1.1126	0.0225	1.0671	0.0311	1.1071	0.0195	1.0617
	MSE(Par.Est.)	0.0225	0.0391	0.0217	0.0281	0.0227	0.0384	0.0220	0.0279
	MAPE(Par.Est.)	0.12	0.1537	0.1177	0.1305	0.1205	0.152	0.1184	0.1300
100	Par.Est.	0.0181	1.07	0.0106	1.0419	0.0166	1.0672	0.0091	1.0390
	MSE(Par.Est.)	0.0124	0.0178	0.0121	0.0137	0.0125	0.0175	0.0122	0.0136
	MAPE(Par.Est.)	0.0885	0.1015	0.0874	0.0887	0.0888	0.1005	0.0878	0.0883

جدول (3-2) بين القيم المقدرة لمعلمة والشكل ومعلمة القياس لتوزيع القيمة المتطرفة مع متوسط مربعات الخطاء (MSE) و متوسط الخطاء النسبي المطلق (MAPE) لكلا المعلمتين المقدرة , وفقا لطرق التقدير المستعملة والمقترح استعمالها ولكل إحجام العينات لـ 3- Model المفترضة في البحث.

n	Model	Model -3 with $(\alpha=0, \beta=1.5)$							
	Method	OLS				WLS			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	0.0733	1.7974	0.0363	1.6485	0.0507	1.79	0.0230	1.6240
	MSE(Par.Est.)	0.1697	0.2966	0.1661	0.1933	0.1705	0.3138	0.1706	0.2004
	MAPE(Par.Est.)	0.3255	0.4022	0.3220	0.3241	0.3254	0.4083	0.3241	0.3283
25	Par.Est.	0.0534	1.7384	0.0264	1.6303	0.0251	1.752	0.0069	1.6189
	MSE(Par.Est.)	0.1119	0.2014	0.1092	0.1407	0.1144	0.2527	0.1148	0.1712
	MAPE(Par.Est.)	0.2684	0.3272	0.2641	0.2752	0.2663	0.355	0.2656	0.2946
50	Par.Est.	0.0451	1.6492	0.0279	1.5818	0.03	1.6872	0.0198	1.5881
	MSE(Par.Est.)	0.0555	0.0841	0.0540	0.0622	0.0617	0.1386	0.0616	0.0967
	MAPE(Par.Est.)	0.1887	0.2183	0.1856	0.1873	0.1985	0.2697	0.1979	0.2258
100	Par.Est.	0.0333	1.5926	0.0221	1.5508	0.0261	1.6466	0.0200	1.5700
	MSE(Par.Est.)	0.0279	0.0369	0.0271	0.0289	0.0313	0.0887	0.0312	0.0640
	MAPE(Par.Est.)	0.1329	0.1476	0.1311	0.1311	0.141	0.2152	0.1406	0.1834
n	Model	Model -3 with $(\alpha=0, \beta=1.5)$							
	Method	Rig				ARig			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	0.0818	1.8193	0.0459	1.6692	0.0786	1.8142	0.0428	1.6641
	MSE(Par.Est.)	0.1587	0.3061	0.1546	0.1968	0.1611	0.3145	0.1577	0.2040
	MAPE(Par.Est.)	0.3148	0.41	0.3106	0.3258	0.3164	0.4137	0.3125	0.3314
25	Par.Est.	0.0581	1.7495	0.0316	1.6410	0.0553	1.7457	0.0289	1.6371
	MSE(Par.Est.)	0.1073	0.2053	0.1045	0.1423	0.1089	0.2083	0.1064	0.1450
	MAPE(Par.Est.)	0.2629	0.3310	0.2585	0.2762	0.2645	0.3321	0.2604	0.2784
50	Par.Est.	0.0473	1.654	0.0302	1.5865	0.0458	1.6513	0.0286	1.5838
	MSE(Par.Est.)	0.0545	0.0852	0.0529	0.0627	0.055	0.0853	0.0535	0.0629
	MAPE(Par.Est.)	0.1870	0.2200	0.1837	0.1879	0.1879	0.2196	0.1848	0.1881
100	Par.Est.	0.0344	1.5949	0.0232	1.5530	0.335	1.5933	0.0223	1.5514
	MSE(Par.Est.)	0.0277	0.0373	0.0268	0.0290	0.0278	0.0372	0.0270	0.0290
	MAPE(Par.Est.)	0.1323	0.1483	0.1305	0.1314	0.1327	0.148	0.1309	0.1313

جدول (4-2) بين القيم المقدرة لمعلمة والشكل ومعلمة القياس لتوزيع القيمة المتطرفة مع متوسط مربعات الخطاء (MSE) و متوسط الخطاء النسبي المطلق (MAPE) لكلا المعلمتين المقدرة , وفقا لطرق التقدير المستعملة والمقترح استعمالها ولكل إحجام العينات لـ Model -4 المفترضة في البحث.

n	Model	Model-4 with $(\alpha=0.5,\beta=1)$							
	Method	OLS				WLS			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	0.5574	1.2325	0.5316	1.1297	0.5308	1.2292	0.5114	1.1146
	MSE(Par.Est.)	0.0779	0.1634	0.0750	0.1061	0.0734	0.1767	0.0731	0.1126
	MAPE(Par.Est.)	0.2207	0.2980	0.2161	0.2395	0.2137	0.3017	0.2131	0.2406
25	Par.Est.	0.5332	1.1554	0.5153	1.0836	0.5189	1.1653	0.5068	1.0769
	MSE(Par.Est.)	0.0454	0.0816	0.0443	0.0562	0.0471	0.1034	0.0471	0.0690
	MAPE(Par.Est.)	0.1722	0.2141	0.1700	0.1780	0.1754	0.2334	0.1754	0.1929
50	Par.Est.	0.5301	1.0995	0.5186	1.0545	0.52	1.1248	0.5132	1.0587
	MSE(Par.Est.)	0.0247	0.0374	0.0240	0.0276	0.0274	0.0616	0.0274	0.0430
	MAPE(Par.Est.)	0.1258	0.1455	0.1237	0.1249	0.1323	0.1798	0.1320	0.1505
100	Par.Est.	0.5177	1.0685	0.5102	1.0404	0.5125	1.1067	0.5083	1.0551
	MSE(Par.Est.)	0.0122	0.0173	0.0120	0.0134	0.0158	0.0393	0.0158	0.0276
	MAPE(Par.Est.)	0.0883	0.1014	0.0872	0.0890	0.1018	0.1460	0.1016	0.1228
n	Model	Model-4 with $(\alpha=0.5,\beta=1)$							
	Method	Rig				ARig			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	0.5547	1.2638	0.5294	1.1584	0.5547	1.2424	0.5295	1.1386
	MSE(Par.Est.)	0.0741	0.1726	0.0714	0.1091	0.0752	0.1716	0.0728	0.1110
	MAPE(Par.Est.)	0.2152	0.3085	0.2108	0.2411	0.2173	0.3047	0.2132	0.2437
25	Par.Est.	0.5312	1.1715	0.5134	1.0988	0.5322	1.1594	0.5145	1.0873
	MSE(Par.Est.)	0.0439	0.085	0.0429	0.0573	0.0448	0.0838	0.0438	0.0574
	MAPE(Par.Est.)	0.1694	0.2192	0.1673	0.1787	0.1711	0.2166	0.1691	0.1794
50	Par.Est.	0.5287	1.1065	0.5172	1.0613	0.5297	1.1006	0.5183	1.0556
	MSE(Par.Est.)	0.0242	0.0384	0.0236	0.0280	0.0246	0.0378	0.0239	0.0279
	MAPE(Par.Est.)	0.1255	0.1462	0.1226	0.1255	0.1255	0.1462	0.1235	0.1253
100	Par.Est.	0.517	1.0717	0.5094	1.0435	0.5176	1.0689	0.5101	01.040
	MSE(Par.Est.)	0.0121	0.0177	0.0118	0.0135	0.0122	0.0174	0.0119	0.0134
	MAPE(Par.Est.)	0.0879	0.1025	0.0867	0.0895	0.0883	0.1016	0.0871	0.0891

جدول (5-2) بين القيم المقدرة لمعلمة والشكل ومعلمة القياس لتوزيع القيمة المتطرفة مع متوسط مربعات الخطاء (MSE) و متوسط الخطاء النسبي المطلق (MAPE) لكلا المعلمتين المقدرة , وفقا لطرق التقدير المستعملة والمقترح استعمالها ولكل إحجام العينات لـ Model -5 المفترضة في البحث.

n	Model	Model -5 with $(\alpha=1.5, \beta=1)$							
	Method	OLS				WLS			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	1.5502	1.2223	1.5248	1.1205	1.5250	1.2180	1.5059	1.1046
	MSE(Par.Est.)	0.0789	0.1621	0.0765	0.1068	0.076	0.1750	0.0761	0.1132
	MAPE(Par.Est.)	0.2243	0.2944	0.2199	0.2388	0.2198	0.3004	0.2193	0.2424
25	Par.Est.	1.5379	1.1494	1.5201	1.0781	1.5226	1.1582	1.5107	1.0704
	MSE(Par.Est.)	0.0444	0.0763	0.0432	0.0524	0.045	0.095	0.0450	0.0632
	MAPE(Par.Est.)	0.1679	0.2075	0.1652	0.1721	0.1695	0.2241	0.1690	0.1844
50	Par.Est.	1.5301	1.0995	1.5186	1.0545	1.520	1.1248	1.5132	1.0587
	MSE(Par.Est.)	0.0247	0.0374	0.0240	0.0276	0.0274	0.0616	0.0274	0.0430
	MAPE(Par.Est.)	0.1258	0.1455	0.1237	0.1249	0.1323	0.1798	0.1320	0.1505
100	Par.Est.	1.5181	1.0667	1.5106	1.0387	1.5132	1.0748	1.5091	1.0533
	MSE(Par.Est.)	0.0119	0.0165	0.0116	0.0127	0.0148	0.0376	0.0147	0.0263
	MAPE(Par.Est.)	0.0868	0.0998	0.0856	0.0873	0.0981	0.1445	0.0978	0.1217
n	Model	Model -5 with $(\alpha=1.5, \beta=1)$							
	Method	Rig				ARig			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	1.5384	1.2992	1.5119	1.1905	1.5467	1.2316	1.5214	1.1288
	MSE(Par.Est.)	0.0789	0.1865	0.0771	0.1153	0.0783	0.1696	0.0763	0.1110
	MAPE(Par.Est.)	0.2236	0.3242	0.2200	0.2447	0.2235	0.3006	0.2195	0.2425
25	Par.Est.	1.5284	1.1892	1.5103	1.1153	1.5365	1.153	1.5188	1.0814
	MSE(Par.Est.)	0.044	0.0851	0.0431	0.0555	0.0443	0.0781	0.0431	0.0534
	MAPE(Par.Est.)	0.167	0.2216	0.1648	0.1755	0.1676	0.2098	0.1651	0.1734
50	Par.Est.	1.5245	1.1170	1.5128	1.0713	1.5296	1.1006	1.5181	1.0555
	MSE(Par.Est.)	0.0244	0.0401	0.0238	0.0287	0.0246	0.0378	0.0240	0.0279
	MAPE(Par.Est.)	0.1249	0.1518	0.1231	0.1267	0.1257	0.1462	0.1236	0.1252
100	Par.Est.	1.515	1.0748	1.5075	1.0465	1.518	1.0671	1.5104	1.0390
	MSE(Par.Est.)	0.0117	0.0174	0.0115	0.0131	0.0118	0.0165	0.0116	0.0127
	MAPE(Par.Est.)	0.0863	0.1028	0.0853	0.0888	0.0868	0.1	0.0856	0.0874

جدول (6-2) بين القيم المقدرة لمعلمة والشكل ومعلمة القياس لتوزيع القيمة المتطرفة مع متوسط مربعات الخطاء (MSE) و متوسط الخطاء النسبي المطلق (MAPE) لكلا المعلمتين المقدرة , وفقا لطرق التقدير المستعملة والمقترح استعمالها ولكل إحجام العينات لـ Model -6 المفترضة في البحث.

n	Model	Model -6 with $(\alpha=2,\beta=0.5)$							
	Method	OLS				WLS			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	2.0244	0.5991	2.0121	0.5495	2.0169	0.5967	2.0077	0.5413
	MSE(Par.Est.)	0.0189	0.0330	0.0185	0.0215	0.0189	0.0349	0.0190	0.0223
	MAPE(Par.Est.)	0.1085	0.1341	0.1073	0.1080	0.1085	0.1361	0.1080	0.1094
25	Par.Est.	2.0178	0.5795	2.0088	0.5434	2.0084	0.5840	2.0023	0.5396
	MSE(Par.Est.)	0.0124	0.0224	0.0121	0.0156	0.0127	0.0281	0.0128	0.0190
	MAPE(Par.Est.)	0.0895	0.1091	0.0880	0.0917	0.0888	0.1183	0.0885	0.0982
50	Par.Est.	2.0152	0.5528	2.0094	0.5301	2.0095	0.5657	2.0061	0.5325
	MSE(Par.Est.)	0.0057	0.0095	0.0055	0.0069	0.0065	0.0157	0.0065	0.0108
	MAPE(Par.Est.)	0.0603	0.0755	0.0593	0.0647	0.0642	0.0927	0.0641	0.0777
100	Par.Est.	2.0082	0.5333	2.0044	0.5193	2.0057	0.5524	2.0036	0.5266
	MSE(Par.Est.)	0.0031	0.0043	0.0031	0.0034	0.0037	0.0103	0.0037	0.0073
	MAPE(Par.Est.)	0.0444	0.0501	0.0439	0.0441	0.0488	0.0732	00486	0.0624

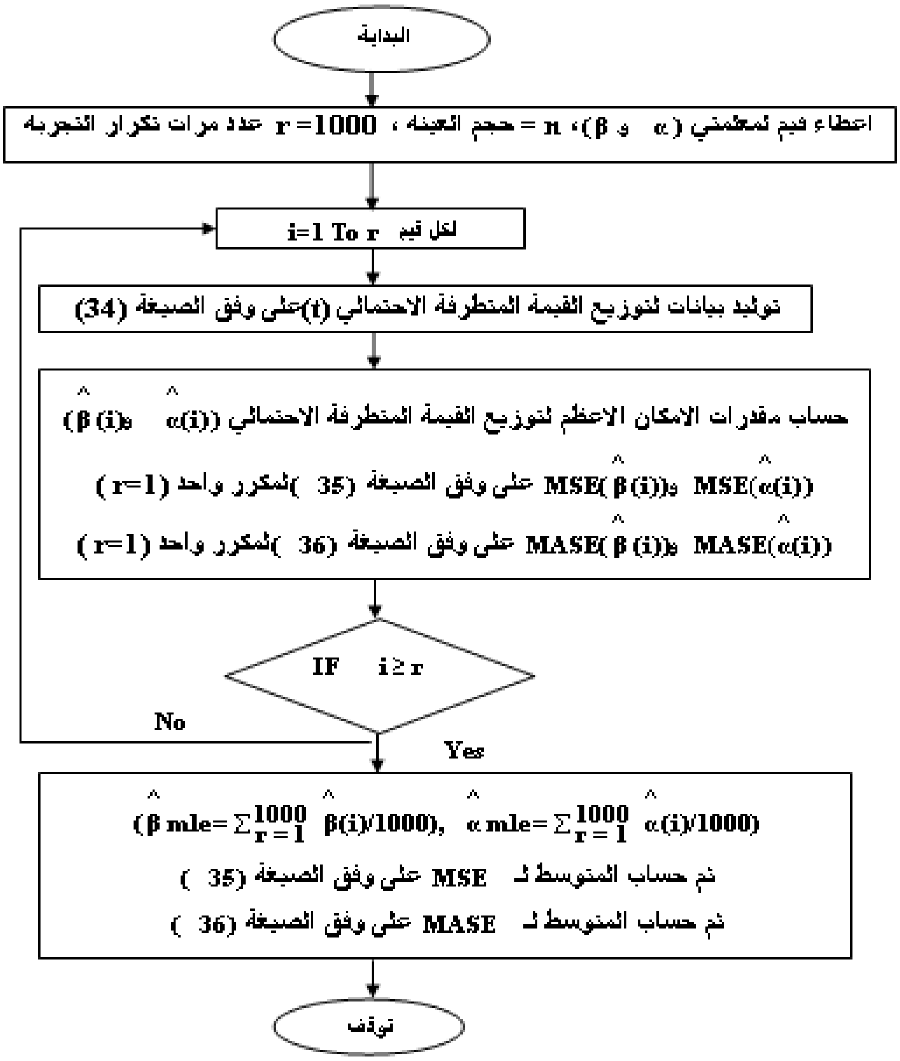
n	Model	Model -6 with $(\alpha=2,\beta=0.5)$							
	Method	Rig				ARig			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	2.0999	0.8828	2.0816	0.8082	2.0256	0.6046	2.0132	0.5543
	MSE(Par.Est.)	0.0353	0.1544	0.0318	0.1013	0.019	0.035	0.0185	0.0226
	MAPE(Par.Est.)	0.1501	0.3828	0.1417	0.3082	0.1089	0.1377	0.1075	0.1102
25	Par.Est.	2.0536	0.7243	2.0424	0.6789	2.0183	0.5819	2.0092	0.5456
	MSE(Par.Est.)	0.0167	0.0597	0.0156	0.0399	0.0125	0.0232	0.0122	0.0161
	MAPE(Par.Est.)	0.1044	0.2243	0.100	0.1789	0.0896	0.1107	0.0881	0.0927
50	Par.Est.	2.0299	0.6165	2.0234	0.5911	2.0154	0.5535	2.0096	0.5308
	MSE(Par.Est.)	0.0067	0.0187	0.0063	0.0129	0.0057	0.0096	0.0055	0.0070
	MAPE(Par.Est.)	0.0656	0.1175	0.0636	0.0940	0.0604	0.0760	0.0593	0.0650
100	Par.Est.	2.0147	0.5629	2.0036	0.5481	2.0082	0.5336	2.0045	0.5195
	MSE(Par.Est.)	0.0033	0.0068	0.0032	0.0050	0.0031	0.0044	0.0031	0.0034
	MAPE(Par.Est.)	0.0460	0.0669	0.0451	0.0553	0.0444	0.0503	0.0439	0.0441

جدول (7-2) بين القيم المقدرة لمعلمة والشكل ومعلمة القياس لتوزيع القيمة المتطرفة مع متوسط مربعات الخطاء (MSE) و متوسط الخطاء النسبي المطلق (MAPE) لكلا المعلمتين المقدرة , وفقا لطرق التقدير المستعملة والمقترح استعمالها ولكل إحجام العينات لـ Model -7 المفترضة في البحث.

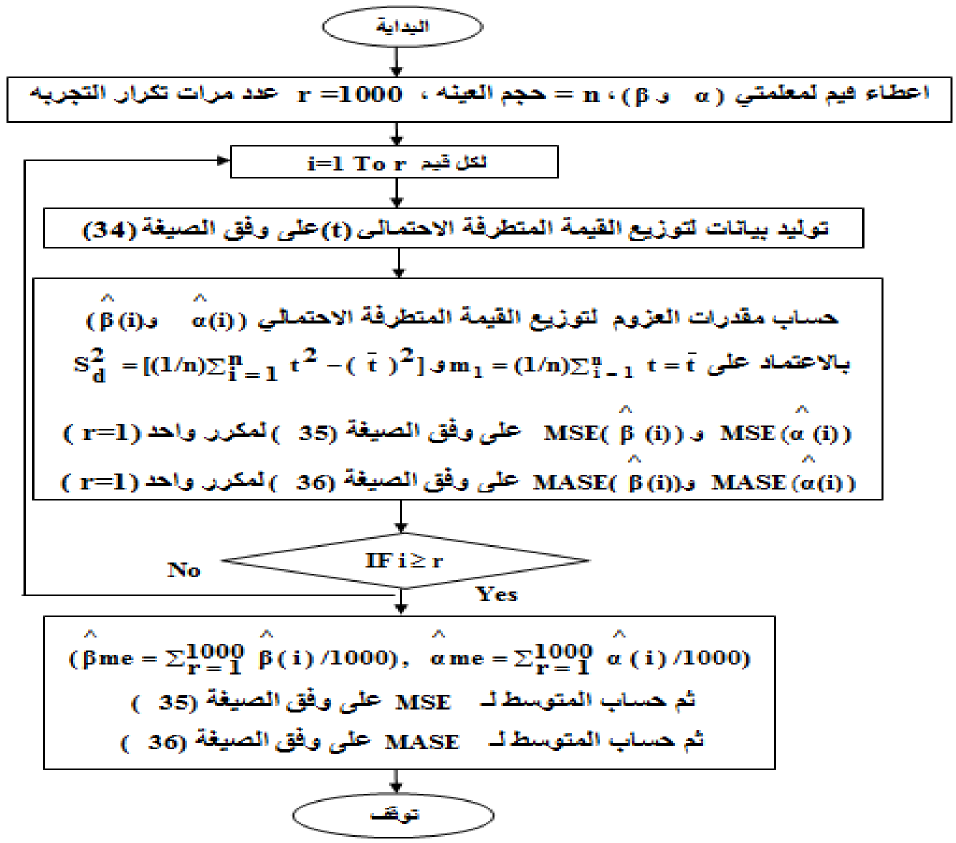
n	Model	Model -7 with $(\alpha=2,\beta=1)$							
	Method	OLS				WLS			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	2.0489	1.1983	2.0242	1.0990	2.0338	1.1933	2.0154	1.0827
	MSE(Par.Est.)	0.0754	0.1318	0.0738	0.0859	0.0758	0.1395	0.0758	0.0891
	MAPE(Par.Est.)	0.2170	0.2682	0.2146	0.2161	0.2169	0.2722	0.2161	0.2189
25	Par.Est.	2.0356	1.1589	2.0176	1.0869	2.0167	1.1680	2.0046	1.0793
	MSE(Par.Est.)	0.0497	0.0895	0.0486	0.0625	0.0508	0.1123	0.0510	0.0761
	MAPE(Par.Est.)	0.1789	0.2182	0.1761	0.1834	0.1775	0.2367	0.1771	0.1964
50	Par.Est.	2.0305	1.1055	2.0189	1.0603	2.0191	1.1314	2.0122	1.0649
	MSE(Par.Est.)	0.0227	0.0378	0.0220	0.0276	0.0261	0.0628	0.0260	0.0433
	MAPE(Par.Est.)	0.1207	0.1510	0.1185	0.1294	0.1284	0.1853	0.1282	0.1554
100	Par.Est.	2.0164	1.0667	2.0088	1.0386	2.0113	1.1048	2.0071	1.0533
	MSE(Par.Est.)	0.0125	0.0174	0.0122	0.0135	0.0147	0.0410	0.0146	0.0293
	MAPE(Par.Est.)	0.0888	0.1002	0.0878	0.0881	0.0975	0.1463	0.0971	0.1247

n	Model	Model -7 with $(\alpha=2,\beta=1)$							
	Method	Rig				ARig			
		PCE(studied)		PCE(suggested)		PCE(studied)		PCE(suggested)	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
15	Par.Est.	2.0446	1.3228	2.0178	1.2123	2.0473	1.2074	2.0226	1.1072
	MSE(Par.Est.)	0.0802	0.1750	0.0785	0.1030	0.0755	0.1381	0.0741	0.0893
	MAPE(Par.Est.)	0.2237	0.3301	0.2213	0.2372	0.2173	0.2740	0.2151	0.2194
25	Par.Est.	2.0286	1.2223	2.0099	1.1461	2.0346	1.1629	2.0166	1.0905
	MSE(Par.Est.)	0.0505	0.1060	0.0495	0.0695	0.0496	0.0921	0.0485	0.0640
	MAPE(Par.Est.)	0.1799	0.2447	0.1772	0.1905	0.1787	0.2207	0.1760	0.1850
50	Par.Est.	2.0255	1.1334	2.0137	1.0869	2.0302	1.1067	2.0186	1.0614
	MSE(Par.Est.)	0.0227	0.0428	0.0221	0.0300	0.0227	0.0383	0.0220	0.0278
	MAPE(Par.Est.)	0.1204	0.1618	0.1185	0.1339	0.1206	0.1518	0.1185	0.1299
100	Par.Est.	2.0135	1.0796	2.0059	1.0511	2.0163	1.0670	2.0087	1.0389
	MSE(Par.Est.)	0.0124	0.0189	0.0122	0.0143	0.0125	0.0175	0.0122	0.0135
	MAPE(Par.Est.)	0.0886	0.1053	0.0878	0.0904	0.0888	0.1005	0.0878	0.0883

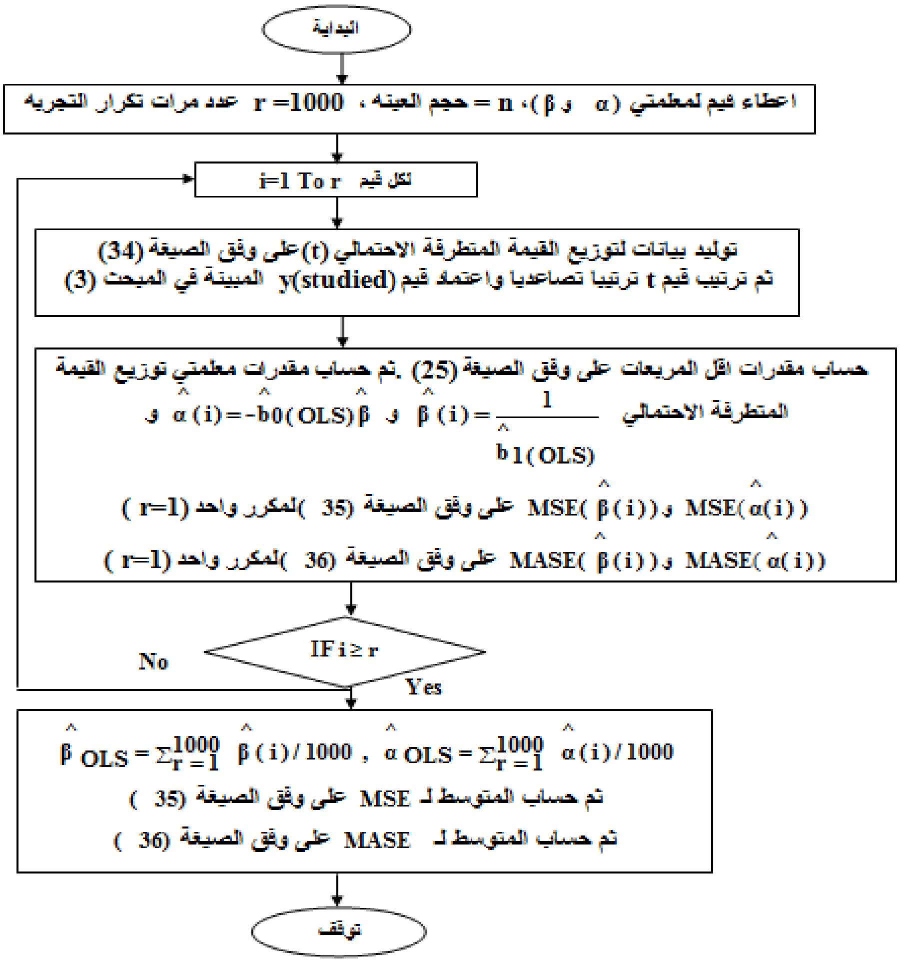
الخوارزمية رقم (1): لحساب مقدرات الامكان الاعظم مع المعيارين MSE و MASE.



الخوارزمية رقم (2): لحساب مقدرات العزوم مع المعيارين MSE و MASE.



الخوارزمية رقم (3): لحساب مقدرات العزوم مع المعيارين MSE و MASE.



<u>ملاحظة :</u> يتم اتباع نفس الخوارزمية (3) عند تقدير معلمتي توزيع القيمة المتطرفة الاحتمالي بطريقة المربعات الصغرى الموزونه وطريقة انحدار الحرف وطريقة انحدار الحرف المعدلة على وفق الصيغ المبينة في المبحث (3.3.2) الى المبحث (3.3.4). ثم حساب المعيارين ثم حساب المتوسط لـ MSE على وفق الصيغة(35) وكذلك حساب المتوسط لـ MASE على وفق الصيغة(36) .

Different Methods for Estimating Location Parameter & Scale Parameter for Extreme Value Distribution

Abstract

In this study, different methods were used for estimating location parameter and scale parameter for extreme value distribution, such as maximum likelihood estimation (MLE) , method of moment estimation (ME),and approximation estimators based on percentiles which is called white method in estimation, as the extreme value distribution is one of exponential distributions. Least squares estimation (OLS) was used, weighted least squares estimation (WLS), ridge regression estimation (Rig), and adjusted ridge regression estimation (ARig) were used. Two parameters for expected value to the percentile (P_i) as estimation for distribution function (F_i) were used .Several models from extreme value distribution were used for data generating , for different sample sizes (small, medium, and large).The results were obtained by using simulation technique, Programs written using MATLAB program were used. To compare the performance for the methods used in this study, the mean squared error criterion (MSE) and mean absolute squared error criterion (MAPE) for two parameters for the extreme value distribution were used as criterion to compare the performance for the methods . The results showing according to the two criterions (MSE &MAPE), that maximum likelihood estimation is the best of all of the others methods, following by the method of moment estimation . The adjusted ridge regression estimation method have best performance for the suggested parameter for expected value to the percentile which was used as estimation for distribution function.

Key Words: Extreme Value Distribution; Maximum likelihood estimator; Method of moment Estimators; Estimators based on Percentiles; Least Squares estimators;Weighted Least Squares estimators; Ridge regression estimators; Adjusted Ridge regression estimators.