# السيطرة الفعالة على الاهتزازات لدوار صلد يستند بصورة مرنة على محامل مزيتة

**زكريا يحيى محمد**
قسم الهندسة الميكانيكية
كلية الهندســـــة
جامعة الموصل

**إخلاص أحمد بشير**
قسم هندسة الالكترونيك
كلية هندسة الالكترونيات
جامعة الموصل

**الخلاصة**

تُعد الاهتزازات في أنظمة المحاور الدوارة من المشاكل التشغيلية المهمة ، إذ تــؤثر ســلباً علــى أداء الأنظمة الدوارة، مما يؤثر على العمر التشغيلي.

يتضمن هذا البحث دراسة نظرية للسيطرة الفعّالة على الاهتزازات الناجمة عن عدم الاتزان الكتلي فــي نماذج نظام عمود دوار مستند على محامل مقعدية مزيتة مُتماثلة، مع أخذ صفة الصلابة لعمــود الــدوران بنظــر الاعتبار. اعتمد في هذا البحث حالة لنموذج عمود الدوران يتمثل عدم الاتزان الكتلي فيــه بكتلــة واقعــة خــارج المستوي المار بالمركز الهندسي للنظام .

تمت السيطرة على الاهتزازات في النظام باستخدام تقنية تعييــن القطب وتقنية السيطرة المثاليــة. وتــم تمثيل النظام الحركي بنماذج رياضية وإجراء محاكاة للنظام بوساطة الحاسوب وباستخدام برنامج ماتلاب .

أعطت النتائج المستحصلة للسيطرة على الاهتزازات في النماذج المدروسة نسب انخفاض عالية في سعة الاهتزاز، إذ كانت لا تقل عــن (80% ) في جميع الحالات التي تم بحثها وتزيد في بعضها عن هذه النسبة لتصل إلى أكثر من (90%) .

**الكلمات الدالة:** اهتزازات عمود الدوران، نظام الدوار-المحمل، السيطرة الفعالة على الاهتزازات.

# Active Control Of Vibration For Aflixibly Supported Rigid Rotor On Oil Film Bearings

**Zakariya Y. Mohammad**
**Mechanical Engineering Department**
**College of Engineering**
**University of Mosul**

**Ikhlas A. Basheer**
**Electronics Engineering Department**
**College of Electronics Engineering**
**University of Mosul**

## Abstract

Vibrations in rotating system are considered as one of the major operating problems since they have adverse effects on the performance of rotating system, which result in operating life reduction.

In this research, the active control of vibration, as a response to mass unbalance, in a rigid rotor symmetrically supported by an oil film bearing is considered.

A model of rigid rotor is considered in this study, in which the unbalance mass is positioned out of the plane of the geometrical center of the system.

For the cases studied, the active control of system vibration was achieved by the Application of two techniques, namely, pole placement and optimal control techniques, the system dynamics is represented by mathematical models and the system is simulated by a digital computer using Matlab programs.

The results obtained showed a high reduction in vibration amplitude, This reduction was more than 80 % and in some situations it raises to more than 90 %.

**Key words**: Rotor vibration, rotor bearing system, Active vibration control.

**أستلم في 2008/6/2** **قبل في 2009/1/26**

## المقدمة وعرض البحوث السابقة

**المقدمة:**

إن الأعمدة الدوارة الموجودة في المكائن تخضع لفحص التوازن قبل تركيبها في هذه المكائن نتيجة احتمال وجود أخطاء تصنيعية تسبب عدم الاتزان لعمود الدوران ، حيث يُعمل إلى موازنتها قبل التشغيل إلى أقصى حد ممكن ، ولكن في عمليات الموازنة هذه تكون السرعات التجريبية للموازنة غالباً لا تساوي السرعات الحقيقية التي تعمل عليها الأعمدة في حالة تشغيلها في أماكنها داخل المكائن ، لذا تكون عملية الموازنة الناتجة غير دقيقة بشكل كبير ( يبقى ولو جزء ضئيل من أسباب عدم الاتزان ) ، إن باقي الاهتزازات هي التي يتم تخفيضها في أثناء الموازنة الفعالة بوساطة وسائل السيطرة (المُعدِلات ) أثناء التشغيل الفعلي لهذه الأعمدة . وبالاعتماد على هذا المفهوم كانت الموازنة التي تتم على أنظمة الأعمدة الدوارة في أثناء التشغيل الفعلي ضرورية لخفض ما تبقى من تأثير عدم الاتزان حيث تكمن أهمية عملية الموازنة في السيطرة على سعات الاهتزازات الناجمة عن عدم الاتزان للعمود الدوار وكذلك في تقليل القوى المنتقلة إلى قاعدة النظام عند مراكز الاستناد.

من هذا المنطلق كانت فكرة البحث التي اعتمدت على دراسة الاهتزازات المتولدة في نموذج النظام الدوار المستخدم والذي هو عبارة عن دوارصلد يستند بصورة مرنة على محامل مقعدية مزيتة تنشأ به اهتزازات بموجة جيبية ذات طبيعة خطية واخرى زاوية في نفس الوقت وذلك جراء وجود قدرمن عدم الاتزان واقع خارج مركز التماثل والاتزان الكتلي للنظام وذلك لأهميته ولما للاهتزازات من تأثير سلبي على أداء النظام وبالتالي الحاجة للتوصل إلى طرق وأساليب لكبح هذه الاهتزازات والسيطرة عليها ولاسيما مع الحاجة إلى تزايد السرعة التشغيلية نتيجة التطور الحاصل بمرور الزمن. وسيتم وصف النظام وتوضيحه بشكل اكبر في فقرة الوصف العام للنظام لاحقاً.

إن الدراسات والبحوث التي تناولت دراسة اهتزازات المحاور الدوارة ومسبباتها وكيفية السيطرة عليها كثيرة ، بعضها ذات طابع نظري وأخرى اتسمت بالطابع التطبيقي.

فقد أجرى الباحثان( R.Stanway & J.o'.Reill) [1] دراسة في تمثيل النظام لغرض السيطرة على الاهتزازات العرضية المتولدة في نظام العمود الدوار- المحمل باستخدام التغذية الارجاعية لمتجهات الحالة بعد تحديد قيم آيكن في نظام الدارة المغلقة لضمان الاستقرارية.

قدم الباحثون (J. M. Krodkiewski, et al.) [2] نموذج مقترح لمحمل فعّال (موازن) متكيف للضبط الذاتي يقوم بالسيطرة على الاهتزازات المتولدة من عدم الاتزان ويتصف هذا الموازن ذي الضبط الذاتي بعدم الحاجة إلى معرفة معلمات (parameters) النظام مسبقاً.

كما أجرى الباحثون أعلاه[3] دراسة تحليلية وقدموا نموذجاً رياضياً لنظام الدوار – المحمل بإدخال نوع آخر من المحامل المزيتة وهو المحمل الزيتي القعال (Active oil Bearing) ذو الردن المرنة (Flexible sleeve) والتي تعمل على إخماد الاهتزازات جراء فعالية الضغط الهيدروليكي المسلط عليها بواسطة مضخة هيدروليكية مسيطر عليها.

قدم الباحثان (Shiyu Zhou & Jianjun Shi) سلسلة من البحوث والدراسات في مجال الموازنة الفعّالة أثناء فترة التعجيل فقد تمت الموازنة بالاعتماد على طريقة تخمين المربعات الدنيا (Least square estimation) لحالة عدم الاتزان في النظام ليكون التقدير سريع التقارب [4] . وقدم نفس الباحثان [5] نظاماً للموازنة الفعّالة لدوار صلب أثناء فترة التعجيل باستخدام موازن ذي المستوي الواحد والذي يقوم بتخفيض الاهتزازات إذ استخدما ستراتيجية الموازنة المثالية (Optimal balancing strategy ) . كما قام نفس الباحثان المذكوران بتطوير واستخدام مراقب متغير الزمن ( Time varying observer) لتقدير قيمة عدم الاتزان أثناء التعجيل وتركز عمليهما على الفترة الانتقالية على أساس تحليلي لمعرفة عدم الاتزان للنظام [6] .

كما طور الباحثون (S.Zhou, et al.) [7] عدة طرق للموازنة الفعّالة خلال فترة التعجيل إذ تم استخدام الموازن الكهرومغناطيسي في عمل الموازنة الفعّالة اعتماداً على ستراتيجية جدولة الكسب إذ يتم إيجاد قيم معاملات التأثير الآنية عند سرعات مختلفة وخزنها وجدولتها ثم اعتمادها لغرض تخفيض الاهتزازات.

**هدف البحث:**

يقدم البحث الحالي اسلوبين للسيطرة على الاهتزازات الناجمة عن عدم الإتزان والمتولدة في نظام دوار بحالات مختلفة اعتماداً على تقنيتين من تقنيات السيطرةفي مجال الزمن وهما : تقنية تعيين القطب وتقنية السيطرة المثالية ، إذ تتم الموازنة بطريقة فعّالة لنظام عمود دوار مستند على محامل مقعدية مزيتة ويدور بسرعة دورانية ثابتة. إن عدم الاتزان في النظام ناتج عن وجود عدم تجانس كتلي والذي يمكن تمثيله بكتلة عدم اتزان واقعة على الدوار.

تناول هذا البحث: افتراض عمود الدوران صلباً مع وقوع كتلة عدم الاتزان خارج المستوي المار بالمركز الهندسي للنظام والذي بدوره يؤدي إلى وجوب إضافة التأثيرات الجايروسكوبية الى معادلات الحركة. كما تمت دراسة تأثير الخطأ في تقدير المعاملات الديناميكية للمحمل وكذلك في موقع التأثير المكافئ لعدم الاتزان والذي هو محتمل الحدوث في حالة التطبيق العملي .

**الأنظمة الدوارة والتمثيل الرياضي لنماذج نظام العمود الدوار ــ المحمل:**

تخلق الأخطاء التصنيعية عدم اتزان في جميع الأعمدة الدوارة ، ويؤدي تأثير عدم الاتزان إلى ظهور اهتزازات وارتجاجات في الأعمدة الدوارة . ففي الأعمدة الدوارة الصلبة يسبب تأثير عدم الاتزان وغيرها من الأسباب حركة خطية لعمود الدوران ، وكما هو موضح بالشكل (1) [8]، أما في حالة تولد عزوم ناتجة عن عدم الاتزان (عزوم جايروسكوبية) تؤثر على عمود الدوران الصلب فيظهر طور آخر للاهتزاز إذ تتولد حركة زاوية بالإضافة إلى الحركة الخطية ، وكما هو موضح بالشكل (2) [8] ، وفي هذه الحالة تكون أكبر سعة للاهتزاز عند المحامل ، إذ تكون أكبر حركة زاويّة عندها.

**وصف عام لنظام العمود الدوار– المحمل والبيانات المعتمدة للنموذج:**

يتمثل النظام الذي تمت دراسته وكما هو موضح بالشكل (3) من عمود دوار مصنوع من الفولاذ السبائكي ( Alloy steel ) والذي يستند على محامل مقعدية مزيتة متناظرة من نوع المحامل القصيرة (Short oil film bearings) ، مثبتة على أرضية ثابتة.ان ديناميكية النظام الدوار مختلفة تماما عنه في المصادر آنفة الذكر وذلك لوجود المحامل المقعدية المزيتة والتي تمتلك بحد ذاتها خواص ديناميكية كما سيرد لاحقا.

تم افتراض ربط عمود الدوران بمحرك كهربائي لتزويد عمود الدوران بالعزم اللازم للتدوير وذلك عن طريق قارنة مرنة (Flexible coupling) مناسبة ، لقد أُقترح هذا النوع من الربط لكي يقوم بنقل عزم التدوير فقط ويمنع انتقال تأثير القوى إلى عمود الدوران وبالعكس.

قد تم القيام بمحاولات عدة لاختيار البيانات المعتمدة في الدراسة والتي تضمن صحة الفرضيات المستخدمة، إذ يجب أن تكون نسبة سعة الاهتزاز عند المحامل إلى نصف السماح القطري لا تتجاوز (0.3) لتكون القوى المتولدة عند المحامل خطي [4] ، وكذلك تم الاعتماد على علاقات استخرجت من بعض المصادر المعتمدة والمذكورة في مواقعها للحصول على عدد من هذه البيانات وسيتم إدراج البيانات العامة لنماذج نظام العمود الدوار ــ المحمل والتي تمت دراستها في هذا البحث من خلال الجدول الموضح وعلى النحو الآتي:

الجدول (1): البيانات العامة لنماذج نظام عمود الدوران – المحمل التي تحت الدراسة [11]

| الاسم والرمز | بيانات الدوار الصلب | الوحدة |
|---|---|---|
| طول العمود $L$ | 0.8 | $m$ |
| نصف قطر العمود $r$ | 0.05 | $m$ |
| عزم القصور الذاتي القطري $I_t$ | 2.835 | $Kg \cdot m^2$ |
| عزم القصور الذاتي القطبي $I_p$ | 0.35499 | $Kg \cdot m^2$ |
| مكافئ نابضية المحمل بالاتجاه الأفقي $K_{xx}$ | $7.8919 \times 10^6$ | $N/m$ |
| مكافئ تأثير النابضية بالاتجاه العمودي على الأفقي $K_{xz}$ | $-6.9483 \times 10^5$ | $N/m$ |
| مكافئ تأثير النابضية بالاتجاه الأفقي على العمودي $K_{zx}$ | $-1.817 \times 10^7$ | $N/m$ |
| مكافئ نابضية المحمل بالاتجاه العمودي $K_{zz}$ | $1.222 \times 10^7$ | $N/m$ |
| مكافئ نابضية العمود $K_{rr}$ | $\infty$ | $N/m$ |

| | | |
|---|---|---|
| مكافئ إخماد المحمل بالاتجاه الأفقي $C_{xx}$ | 31069 | $N\cdot\ s/m$ |
| مكافئ تأثير إخماد المحمل لإحد الاتجاهين على الآخر $C_{zx}=C_{xz}$ | $-38775$ | $N\cdot\ s/m$ |
| مكافئ إخماد المحمل بالاتجاه العمودي $C_{zz}$ | $1.2311\times10^{5}$ | $N\cdot\ s/m$ |
| نصف السماح القطري $c$ | $1\times10^{-4}$ | $m$ |
| الكتلة الكلية للعمود $M$ | 81.691 | $Kg$ |
| كتلة عدم الاتزان $m_u$ | 0.01 | $Kg$ |
| عرض القرص الوسطي $l$ | 0.1 | $m$ |
| نصف قطر القرص الوسطي $R_1$ | 0.125 | $m$ |
| البعد الأفقي لكتلة عدم الاتزان $l_x$ | 0.05 | $m$ |
| البعد العمودي لكتلة عدم الاتزان $l_z$ | 0.05 | $m$ |
| معامل مرونة الدوار $E$ | 206.8 | $GN/m^2$ |
| السرعة الدورانية $N$ | 2000 | $r.p.m$ |
| $\omega=\frac{2\pi}{60}N$ | 209.44 | $rad/s$ |
| نسبة لاتمركزية العمود والمحمل $n$ | 0.7 | - |

**التصرف الحركي للنظام:**

يتحرك النظام المستخدم في هذا البحث بشكل عام حركة خطية وزاويّة ، حيث يتحرك النظام حركة خطية بالاتجاهين الأفقي والعمودي (x , z) على التوالي بسبب القوة المتولدة عن كتلة عدم الاتزان الشكل رقم (1) ، ويتحرك النظام حركة زاويّة بالاتجاهين الزاويين ( $\theta$ , $\varphi$ ) نتيجة العزوم الناتجة عن هذه القوة .الشكل رقم (2).

**المحامل المقعدية (Journal bearings):**

في الأنظمة الدوارة المزيتة ، يكون عمود الدوران مستنداً على محامل مناسبة يتم اختيارها من قبل المصمم ومن هذه المحامل : المحامل المقعدية المزيتة ، وقد تم اعتمادها كمسند لنموذج عمود الدوران المستخدم في هذا البحث .

إن حركة عمود الدوران عن محور اتزانه بسبب كتلة عدم الاتزان يولد قوى عند المحمل (Oil film forces) معاكسة لتأثير هذه الكتلة. ولتحديد هذه القوى يجب أن يؤخذ بنظر الاعتبار المُركبات الأفقية والعمودية لها وعلى النحو الآتي [9] :

$$F_x = f_x\left(X,\dot{X},Z,\dot{Z}\right)$$
$$F_z = f_z\left(X,\dot{X},Z,\dot{Z}\right)$$

إذ إن $\left(F_x,F_z\right)$ تعتمدان على عدة عوامل ، منها تصميم المحمل ، والحمل الساكن ، والسرعة الدورانية ، ولزوجة الزيت . وبتمثيل $\left(F_x,F_z\right)$ بسلسلة تايلر تصبح على النحو الآتي :

$$-F_x = -F_{xo} + K_{xx}\Delta X + K_{xz}\Delta Z + C_{xx}\dot{X} + C_{xz}\dot{Z} + 0\left(\Delta X^2,\Delta Z^2,\Delta\dot{X}^2,\Delta\dot{Z}^2\right) \quad ...(1)$$
$$-F_z = -F_{zo} + K_{zx}\Delta X + K_{zz}\Delta Z + C_{zx}\dot{X} + C_{zz}\dot{Z} + 0\left(\Delta X^2,\Delta Z^2,\Delta\dot{X}^2,\Delta\dot{Z}^2\right) \quad ...(2)$$

حيث تُسمى المعاملات $(K,C)$ بمكافئات الإخماد والنابضية وهي دوال للسرعة الدورانية والحمل الساكن ولزوجة الزيت وتصميم المحمل ولكنها لا تعتمد على الاضطرابات $(\Delta X, \Delta Z, \Delta \dot{X}, \Delta \dot{Z})$ الناجمة عن إقلاق النظام أي تؤخذ على أنها قيم ثابتة عندما تكون قيم هذه الاضطرابات صغيرة نسبياً ولا تتغير بشكل كبير من موقع مركز المحور الدوار.

إن تبسيط المعادلتين $(1\&2)$ وتحويلهما من معادلات لا خطية إلى خطية بإهمال الحدود عالية الرتبة أدى إلى إمكانية تمثيل المحمل بالصورة الموضحة بالشكل (4) .

إذ إن المصطلحات $(K_{xz}, K_{zx}, C_{xz}, C_{zx})$ تربط القوى بالازاحات والسرع العمودية عليها وتدعى هذه المصطلحات بمصطلحات التقاطع المقترن (Cross coupling terms) والتي تؤدي إلى اقتران الاهتزازات العمودية والاهتزازات الأفقية لعمود الدوران.

إن اعتماد هذه المصطلحات على السرعة الدورانية جعل اهتزازات النظام تعتمد على الحالة المستقرة للحركة (Steady-state motion) .

**التمثيل الرياضي ونمذجة نظام العمود الدوار ــ المحمل:**

سيتم في هذا البحث دراسة قيم اتساع الاهتزازات المتولدة وكيفية السيطرة عليها وتقليلها إلى قيم أقل مع توخي الجوانب التطبيقية ، لذلك سيتم افتراض أن سبب الاهتزازات في النظام ناجم عن تأثير التوزيع الكتلي غير المنتظم والذي يكافئ وجود كتلة لامركزية واقعة خارج محور التماثل لعمود الدوران مسببة عدم الاتزان (Unbalance mass) في نماذج عمود الدوران المستخدم في الدراسة ، كذلك سيتم الأخذ بنظر الاعتبار تأثير العزوم الجايروسكوبية المتولدة عن وقوع تأثيرعدم الاتزان خارج مستوي المركز الهندسي للنظام بالإضافة إلى تأثير عزوم القصور الذاتي .

**فرضيات نموذج نظام العمود الدوار ــ المحمل:**

هناك بعض الفرضيات الأساسية المستخدمة في نمذجة نظام العمود الدوار ، يمكن تلخيصها على النحو الآتي :

1. العمود الدوار هو عمود دائري المقطع متناظر الشكل ، يتم تدويره بوساطة محرك كهربائي وبسرعة مناسبة وأن عدم الاتزان مُمثل بتأثير كتلة متمركزة على عمود الدوران في المقطع الوسطي تارة أو خارج هذا المقطع تارة اخرى ، ويتطابق مركز ثقل عمود الدوران مع مركزه الهندسي عند منتصف طوله بين المحملين .
2. محملا الإسناد هما محملان مقعديان مزيتان من نوع (Short bearing) ويكونان متماثلين ويُمثل تأثيريهما بمجموعة نوابض ومُخمدات خطية ، وهذان المحملان موجودان على جانبي عمود الدوران.
3. السرعة الدورانية لعمود الدوران ثابتة ، وهذه الفرضية ضرورية لاشتقاق القوى المتولدة في المحمل ألمقعدي المزيت بصورة صحيحة ومطابقة للافتراض أعلاه .
4. الاهتزازات الطولية - باتجاه محور عمود الدوران – صغيرة ، ويمكن إهمالها وكذلك لا توجد حركة خطية باتجاه المحور .
5. العمود الدوار متساوي الخواص في جميع الاتجاهات (Isotropic) .
6. نسبة لاتمركزية العمود الدوار والمحمل (Eccentricity ratio) (n) تساوي (0.7) ، إذ تتراوح قيمتها عادةً ضمن شروط التشغيل بين ( 0.7 _ 0.6 ) ، والسماح القطري $(C_{dia})$ يساوي (0.002 cm/cm of diameter) ، إذ إن مدى النسبة المسموح بها للسماح القطري في التصميم موضحة على النحو الآتي [10]:

$$C_{dia} = 0.001_0.002 \quad cm/cm \quad of \quad diameter$$

7. مدى اتساع الاهتزازات صغير نسبيا مما يسمح أن تكون القوى المتولدة في طبقة الزيت التي تقابل العمود خطية وكما ذكر سابقا.

**بناء نموذج نظام العمود الدوار ــ المحمل:**

في هذا البحث تم تطوير نموذج ديناميكي للدوار الصلب ليشمل حالة المحامل المزيتة وكذلك وقوع كتلة عدم الاتزان المؤثرة خارج المستوي المار بالمركز الهندسي للنظام في هذه الحالة ستظهر حركة زاويّة بسبب تولّد

العزوم الجايروسكوبية في معادلات الحركة للنظام ، بالإضافة إلى الحركة الخطية الناتجة عن عدم الاتزان والموضحة بالشكل (1) ، إذ تكون $(l_y \neq 0)$ ، والشكل (2) يوضح كيفية الحركة الزاويّة لنموذج عمود الدوران.

تُمَثل العزوم الناتجة عن القوى المتولدة في المحامل حول مركز النظام كما يلي [10]:

$$M_x = -2\left[\frac{L^2}{4}\left(\theta K_{xx} + \varphi K_{xz}\right)\right] - 2\left[\frac{L^2}{4}\left(\dot{\theta} C_{xx} + \dot{\varphi} C_{xz}\right)\right]$$

$$M_z = -2\left[\frac{L^2}{4}\left(\varphi K_{zz} + \theta K_{zx}\right)\right] - 2\left[\frac{L^2}{4}\left(\dot{\varphi} C_{zz} + \dot{\theta} C_{zx}\right)\right]$$

تصبح معادلات الحركة للدوار على النحو الآتي [4],[11] :

$$M\ddot{x} + 2C_{xx}\dot{x} + 2C_{xz}\dot{z} + 2K_{xx}x + 2K_{xz}z = m_u l_z \omega^2 \sin(\omega t) + m_u l_x \omega^2 \cos(\omega t)$$

$$M\ddot{z} + 2C_{zz}\dot{z} + 2C_{zx}\dot{x} + 2K_{zz}z + 2K_{zx}x = -m_u l_x \omega^2 \sin(\omega t) + m_u l_z \omega^2 \cos(\omega t)$$

$$I_t\ddot{\theta} - I_p\dot{\varphi}\omega + \frac{L^2}{2}\left(\theta K_{xx} + \varphi K_{xz}\right) + \frac{L^2}{2}\left(\dot{\theta} C_{xx} + \dot{\varphi} C_{xz}\right) = -m_u l_y l_x \omega^2 \sin(\omega t) + m_u l_y l_z \omega^2 \cos(\omega t)$$

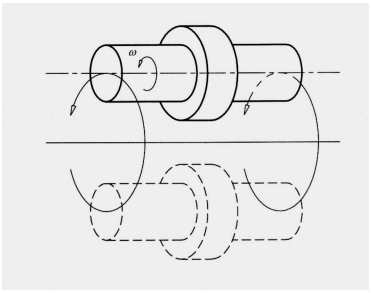
$$I_t\ddot{\varphi} + I_p\dot{\theta}\omega + \frac{L^2}{2}\left(\varphi K_{zz} + \theta K_{zx}\right) + \frac{L^2}{2}\left(\dot{\varphi} C_{zz} + \dot{\theta} C_{zx}\right) = -m_u l_y l_z \omega^2 \sin(\omega t) - m_u l_y l_x \omega^2 \cos(\omega t)$$

وعند تحويل معادلات الحركة هذه إلى صيغة فضاء الحالة ، ( صيغة $\dot{x} = Ax + Bu$ ) تكون على النحو الآتي :

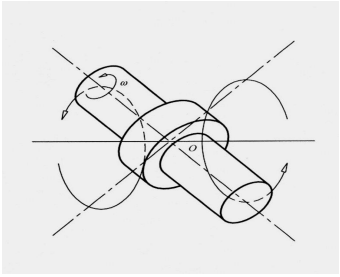
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \\ \ddot{x} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-2K_{xx}}{M} & \frac{-2K_{xz}}{M} & 0 & 0 & \frac{-2C_{xx}}{M} & \frac{-2C_{xz}}{M} & 0 & 0 \\ \frac{-2K_{zx}}{M} & \frac{-2K_{zz}}{M} & 0 & 0 & \frac{-2C_{zx}}{M} & \frac{-2C_{zz}}{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-L^2K_{xx}}{2I_t} & \frac{-L^2K_{xz}}{2I_t} & 0 & 0 & \frac{-L^2C_{xx}}{2I_t} & \frac{I_p\omega}{I_t} - \frac{L^2C_{xz}}{2I_t} \\ 0 & 0 & \frac{-L^2K_{zx}}{2I_t} & \frac{-L^2K_{zz}}{2I_t} & 0 & 0 & \frac{-I_p\omega}{I_t} - \frac{L^2C_{zx}}{2I_t} & \frac{-L^2C_{zz}}{2I_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \\ \theta \\ \varphi \\ \dot{x} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{m_u l_z}{M} & \frac{m_u l_x}{M} \\ \frac{-m_u l_x}{M} & \frac{m_u l_z}{M} \\ \frac{-m_u l_x l_y}{I_t} & \frac{m_u l_z l_y}{I_t} \\ \frac{-m_u l_z l_y}{I_t} & \frac{-m_u l_x l_y}{I_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^2 \sin(\omega t) \\ \omega^2 \cos(\omega t) \end{bmatrix}$$

إذ :

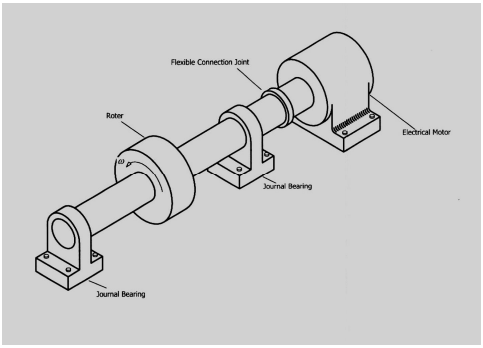
| | | |
|---|---|---|
| $x$ ، $z$ : | سعة الاهتزاز بالاتجاه الأفقي والعمودي للدوار الصلب | m |
| $\dot{x}$ ، $\dot{z}$ : | المشتقة الأولى لسعة الاهتزاز بالاتجاه الأفقي والعمودي للدوار الصلب( سرعة) | m/s |
| $\ddot{x}$ ، $\ddot{z}$ : | المشتقة الثانية لسعة الاهتزاز بالاتجاه الأفقي والعمودي للدوار الصلب (تعجيل) | $m/s^2$ |



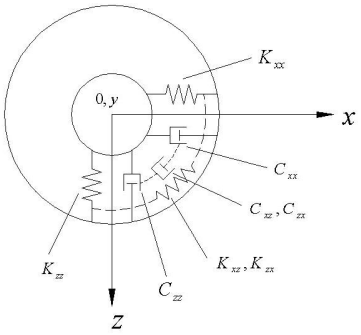
الشكل (1): الحركة الانتقالية لعمود الدوران الصلب.



الشكل (2): الحركة الزاوية لعمود الدوران الصلب.




الشكل (3): الشكل العام لنظام العمود الدوار - المحمل.




الشكل (4): النموذج الخطي للمحمل المقعدي.

## الحسابات والنتائج :

إن السيطرة على النظام تمت باستخدام تقنيتي تعيين القطب والسيطرة المثالية. وإن القوة يتم تسليطها بواسطة معدل مناسب يدعى (Magnetic actuator)) كالذي تم تقديمه في [12]. كما إن موقع القوة التي يعمل على تسليطها جهاز المعدل في الحالات التي تمت دراستها ونمذجتها تكون في المستوي (xz) وبزاوية $\left(45^{\circ}\right)$ عن المحور (x)، يتم إجراء الحسابات وقراءة اتساع الاهتزازات وفقاً لموقع وجود أجهزة قياس الاهتزازات المقترحة إذ أن هذه الأجهزة مُتاحة لغرض توليد إشارات التغذية الإرجاعية ، وتعتمد هذه المتحسسات في عملها على الإزاحة ، باستخدام مجسات اقترابية (Proximity type transducer) . ويتألف معالج الإشارة من آلية منعزلة مثلا دوائر إلكترونية ، تؤدي وظائف مثل الإضافة أو التكامل أو التفاضل أو التخفيض أو التضخيم .وفي هذه الدراسة يكون موقع تثبيت متحسسات الإزاحة والسرعة في كل حالة في مكان مناسب لقراءة أعلى سعة للاهتزازات المتولدة في النظام ، للتمكن من الحصول على أفضل اتزان للنظام بعد السيطرة عليه .

أوجب التنويه إلى أن مصطلح سعة الاهتزاز سيُطلق ويُستخدم للتعبير عن نسبة سعة الاهتزاز الفعلية المتولدة في النظام في الحالة المستقرة (Steady-state) إلى نصف السماح القطري للمحمل، إذ من الملائم أخذها كقيم لا بُعدية نسبة إلى نصف السماح القطري للمحمل وذلك لغرض المقارنة المطلقة بين النتائج المستحصلة . وكذلك تم حساب نسب الانخفاض في سعة الاهتزاز باستخدام الصيغة البسيطة التالية:

((سعة الاهتزاز القصوى قبل السيطرة – سعة الاهتزاز القصوى بعد السيطرة/ سعة الاهتزاز القصوى قبل السيطرة) $\times$ 100

عندما تكون كتلة عدم الاتزان واقعة خارج المستوي المار بالمركز الهندسي للنظام يكون التصرف الديناميكي لنموذج عمود الدوران مُبيناً في الشكلين (1) و(2)، حيث تظهر بالإضافة إلى الحركة الخطية ، حركة زاويّة ناجمة عن تولد العزوم الجايروسكوبية بالإضافة إلى المؤثرات الناجمة عن القصور الذاتي ، حيث إن $\left(l_y \neq 0\right)$ . إن أكبر قيمة لسعة الاهتزاز الكلية الناجمة عن الحركتين (الخطية والزاويّة معاً) هي عند المحامل ، لذا يفضل وضع متحسسات قياس الاهتزاز عليها .

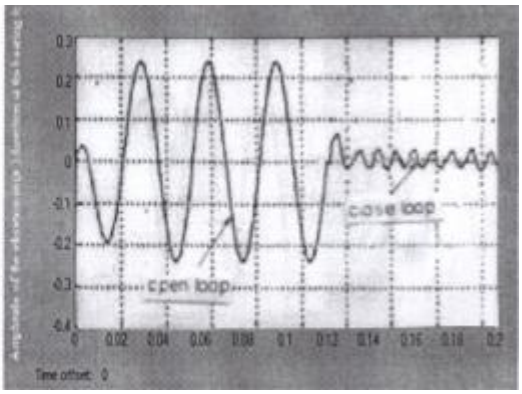
يتم اختيار موقع جهاز المُعدِل (actuator one)$\left(act_1\right)$ بجانب المحمل لغرض توليد عزوم السيطرة المعاكسة للعزوم المتولدة بسبب الاهتزاز (أي عزوم عالية نسبياً وبنفس المُعدِل للسيطرة على الاهتزازات الناجمة عن الحركة الزاويّة بشكل أفضل وفي الربع الأول من المستوي $\left(xz\right)$.تم حساب قيم آيكن ( Eigen values)للنظام قبل السيطرة وكانت على النحو الآتي :

$s_1 = -3224.7$ ، $s_{2,3} = -92.767 \mp 184.8i$ ، $s_4 = -364.44$

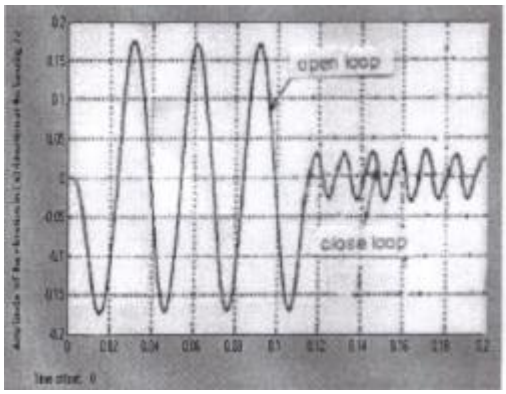
$s_5 = -15363$ ، $s_6 = -1777.3$ ، $s_{7,8} = -131.38 \mp 147.84i$

كانت سعة الاهتزاز لعمود الدوران بالاتجاه الأفقي تتراوح بين $\left(\mp 0.2373\right)$ بينما كانت بالاتجاه العمودي تتراوح بين $\left(\mp 0.17\right)$ كما موضح بالأشكال ( 7و6 و5) .تم اختبار إمكانية تحقيق السيطرة على النظام باستخدام مصفوفة تحقيق السيطرة $P$ والممثلة بالعلاقة آلاتية:

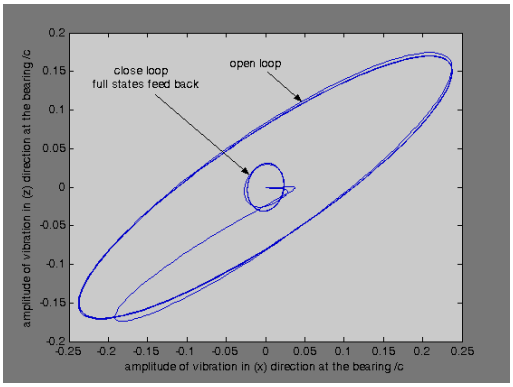
$$P = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & . & . & . & . & A^{m-1}B \end{bmatrix}$$




الشكل (5) إزاحة عمود الدوران الصلب باتجاه x ( الحالة الأولى) قبل وبعد السيطرة ( باستخدام تقنية السيطرة بتعيين القطب وبتغذية إرجاعية كاملة)




الشكل (6) : إزاحة عمود الدوران الصلب باتجاه z ( الحالة الأولى) قبل وبعد السيطرة ( باستخدام تقنية السيطرة بتعيين القطب وبتغذية إرجاعية




الشكل (7) منظر جانبي للمحل الهندسي لعمود الدوران الصلب ( الحالة الأولى) قبل السيطرة وبعدها( باستخدام تقنية السيطرة بتعيين القطب وبتغذية إرجاعية كاملة)

إن $(m)$ هي رتبة مصفوفة تحقيق السيطرة ،لوحظ أن النظام غير قابل للسيطرة بصورة كاملة ، إذ أن $(m=3)$ وهي أقل من عدد متغيرات الحالة حيث يجب إن تتساوى رتبة مصفوفة تحقيق السيطرة مع عدد متغيرات الحالة لتحقيق السيطرة الكاملة على النظام.

- **استخدام تقنية تعيين القطب** : بعد الإطلاع على قيم الدارة المفتوحة للنظام ، وبعد اختبار النظام باستخدام الداخل خطوة واحدة (unit step input) ، وذلك لغرض تحليل النتائج نظرياً للتعرف على النظام وبصرف النظر عن عدم الاتزان الموجود ، تم إجراء تجربة افتراضية بوساطة الحاسوب ، حيث لم يؤخذ عدم الاتزان المؤثر على المنظومة ، ووجد أن الأقطاب $(s_{2,3}\ \&\ s_{7,8})$ هي التي تؤثر على تصرف النظام وبشكلٍ سائد ، وأن الأقطاب $(s_{2,3})$ مسؤولة عن استجابة النظام بالاتجاهين $(x\ \&\ z)$ ، إذ إن التردد الإخمادي $(\omega_d)$ والذي تم حسابه من الاستجابة المذكورة لهذه الأقطاب بالاتجاهين $(x\ \&\ z)$ يساوي القيمة الخيالية للأقطاب $(s_{2,3})$ ، أما الأقطاب $(s_{7,8})$ فهي المسؤولة عن استجابة النظام بالاتجاهين $(\theta\ \&\ \varphi)$ ، إذ إن التردد المخمد $(\omega_d)$ من الاستجابة للنظام بالاتجاهين $(\theta\ \&\ \varphi)$ يساوي القيمة الخيالية للأقطاب $(s_{7,8})$.

**الحالة الأولى**: بما أن الأقطاب $(s_{7,8})$ هي المسؤولة عن استجابة النظام بالاتجاهين الزاويين $(\theta\ \&\ \varphi)$ فسيتم تركيز جُلّ الاهتمام على هذه الأقطاب لتحسين اتزان النظام إلى أقصى حدٍ ممكن ، إذ لو تم تقريب النظام الى منظومة من الدرجة الرابعة وان الأقطاب $(s_{2,3}\ \&\ s_{7,8})$ هي الأقطاب السائدة والتي تمثل متغيرات الحركة الخطية والزاوية وكما تم تبيانه في الفقرة السابقة إذ يمكن كتابة هذه الاقطاب على النحو الآتي :

$$s_{2,3} = -\xi_1\omega_{nr_1} \mp \sqrt{1-\xi_1^2}\,\omega_{nr_1} i \qquad ، \qquad s_{7,8} = -\xi_2\omega_{nr_2} \mp \sqrt{1-\xi_2^2}\,\omega_{nr_2} i$$

علما ان الجزء الخيالي من هذا الترميز الطوري يمثل التردد الاخمادي للمنظومة في حالة تصرفها بشكل انتقالي (Transient) وذلك لو تعرضت الى ادخال على شكل خطوة (Step) أو نبضة (Impulse) .

من ذلك يمكن معرفة قيمتي التردد الطبيعي $(\omega_{nr_1} \& \omega r_{nr_2})$ للنظام وكذلك نسبتي الإخماد $(\xi_1 \& \xi_2)$ له ، وذلك على النحو الآتي:

$$\xi_1 = 0.449 \quad , \quad \omega_{nr_1} = 206.78 \quad rad/\sec$$
$$\xi_2 = 0.6643 \quad , \quad \omega_{nr_2} = 197.78 \quad rad/\sec$$

إن قيمتي التردد الإخمادي $(\omega_d)$ التي تم الحصول عليها في الاتجاهات $(x \& z)$و $(\theta \& \varphi)$ من الاختبار المذكور آنفاً هما $(184.4 \quad rad/\sec)$و $(147.84 \quad rad/\sec)$على التوالي وهاتان القيمتان مساويتان للقيمتين الخياليتين للأقطاب $(s_{2,3})\&(s_{7,8})$ على التوالي.

ولزيادة الإخماد وتقليل مدى الاهتزازات في النظام ، يمكن زيادة قيم نسب الإخماد ، وكذلك تغيير قيمتي التردد الطبيعي للنظام مع التركيز على نسبة الإخماد والتردد الطبيعي للأقطاب $(s_{7,8})$ وبما أنه لم يتم التمكن من الحصول على استجابة جيدة من قِبل النظام في حالة حصول أي تغيير في قيمة الأقطاب $(s_{2,3})$ ، وذلك بسبب عدم إمكانية السيطرة على النظام بصورة كاملة في هذه الحالة ، حيث كان اختيار قيم $(\xi_1 \& \omega_{nr_1})$ المناسبة حرجاً للغاية ولم يؤدِ إلى نتائج مفيدة ، لذا سيتم إبقاء قيمة هذه الأقطاب كما هي وتغيير قيمة الأقطاب $(s_{7,8})$ فقط وذلك على النحو الآتي :

$$\xi_2 = 0.9 \quad , \quad \omega_{nr_2} = 197.78 \times 2 = 791.12 \quad rad/\sec$$

وعند ذاك تصبح الأقطاب $(s_{7,8})$ موضحة على النحو الآتي :

$$s_{7,8} = -712 \mp 344.84i$$

وبذلك تكون الأقطاب المختارة للدارة المغلقة موضحة على النحو الآتي :

$$s_1 = -3224.7 \quad ، \quad s_{2,3} = -94 \mp 184i \quad ، \quad s_4 = -364.44$$
$$s_{7,8} = -712 \mp 344.84i \quad ، \quad s_6 = -1777.3 \quad ، \quad s_5 = -15363$$

تم استخدام هذه الأقطاب لحساب قيم عناصر مصفوفة الكسب للتغذية الإرجاعية ، وباستخدام صيغة أكيرمان(Ackermann's Formula)، تم الحصول على عناصر الكسب للتغذية الإرجاعية والموضحة مع متغيرات الحالة الخاصة بها على النحو الآتي :

| state | $x$ | $z$ | $\theta$ | $\varphi$ | $\dot{x}$ | $\dot{z}$ | $\dot{\theta}$ | $\dot{\varphi}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| gain $K$ | $\times 1.12\ 10^6$ | $\times 3.18\ 10^6$ | $-\times 3.12\ 10^6$ | $\times 7.22\ 10^7$ | 2011.9 | 1609.8 | 7563 | 7574.7 |

أصبحت نسبة الانخفاض في سعة الاهتزاز بالاتجاه الأفقي تساوي $(90\%)$ وبالاتجاه العمودي تساوي $(81.6\%)$ وكما هو موضح بالاشكال (5و6و7).

تم إجراء اختبار لتقليص عدد عناصر مصفوفة الكسب للتغذية الإرجاعية لهذه الحالة لغرض تقليل الكلفة عند التطبيق العملي للنظام وذلك بتقليل عدد المتحسسات المستخدمة ( عدم الحاجة لاستخدام متحسسات سرعة الاهتزازات) ، تم ملاحظة عدم وجود تأثير يذكر على سعة الاهتزازات ، حيث تم استخدام عناصر الكسب للتغذية الإرجاعية الموضحة مع متغيرات الحالة الخاصة بها على النحو الآتي:

| state | $x$ | $z$ | $\theta$ | $\varphi$ |
|---|---|---|---|---|
| Gain $K$ | $1.12\times10^6$ | $3.18\times10^6$ | $-3.12\times10^6$ | $7.22\times10^7$ |

لتصبح نسبة الانخفاض في سعة الاهتزاز بالاتجاه الأفقي $(87.1\%)$ وتبقى نسبة الانخفاض في سعة الاهتزاز بالاتجاه العمودي مقدارها$(81.6\%)$، وكما هو موضح بالشكل (8) . لقد تمت السيطرة على المنظومة بوساطة

استخدام مُعدِل واحد $(act_1)$ فقط وذلك بعد كبح الاهتزازات ناتجة عن الحركة الزاويّة ، لذا أستوجِبَ التأكيد على ذلك. وكانت أقطاب الدارة المغلقة لا تزال تؤدي إلى الاستقرارية وتم حسابها لتكون:

$s_1 = -3221.2$ ، $s_{2,3} = -94.222 \mp 184.08i$ ، $s_4 = -357.88$

$s_5 = -15156$ ، $s_6 = -556.85$ ، $s_{7,8} = -848.55 \mp 1157.9i$

إن النتائج المستحصلة من الأقطاب المختارة قد عملت على تقليل الاهتزازات إلى حدٍ كبير ، وظلّ النظام يعمل بسرعة دورانية(2000 rpm) مقاربة لإحدى السرعات الحرجة للنظام ، مما يؤدي إلى ظهور حالة قريبة من حالة الرنين ، إذ لم يتم التمكن من اختيار الأقطاب $(s_{2,3})$ المختلفة عن الأقطاب المختارة لإيجاد عناصر كسب تقلل من سعة الاهتزاز الخطي ، حيث إنه في هذه الحالة لا يمكن تحقيق السيطرة الكاملة على النظام ، إذ إن السيطرة كانت على الاهتزازات الناتجة عن الحركة الزاوية أما الاهتزازات الناتجة عن الحركة الخطية فلم يتم السيطرة عليها ، لذا سيتم التوجه إلى تطبيقِ مختلف للسيطرة على النظام.

**الحالة الثانية**: في محاولة السيطرة على النظام بصورة كاملة ، يمكن استخدام جهاز مُعدِل ثانٍ $(act_2)$ بالإضافة إلى المُعدِل الأول $(act_1)$ ، إذ سيوضع في منتصف عمود الدوران وبزاوية $(45^\circ)$ في الربع الأول من المستوي (xz) . عند اختبار إمكانية تحقيق السيطرة على النظام ، تبين إمكانية تحقيق السيطرة الكاملة عليه في هذه الحالة وذلك لوجود قناتي إدخال إلى النظام. تم اختيار الأقطاب $(s_{2,3}\ \&\ s_{7,8})$ من خلال تغيير نسب الإخماد والتردد الطبيعي للنظام وذلك على النحو الآتي:

$\xi_1 = 0.85$ , $\omega_{nr_1} = 206.78 \times 4 = 827.12$ $rad/\sec$

$\xi_2 = 0.9$ , $\omega_{nr_2} = 197.78 \times 8 = 1582.24$ $rad/\sec$

تصبح قيم الأقطاب المختارة للدارة المغلقة موضحة على النحو الآتي :

$s_1 = -3224.7$ ، $s_{2,3} = -703.05 \mp 435.72i$ ، $s_4 = -364.44$

$s_5 = -15363$ ، $s_6 = -1777.3$ ، $s_{7,8} = -1424 \mp 689.68i$

عند استخدام هذه الأقطاب لإيجاد عناصر مصفوفة الكسب للتغذية الإرجاعية باستخدام صيغة أكيرمان ، كانت مع متغيرات الحالة الخاصة بها على النحو الآتي :

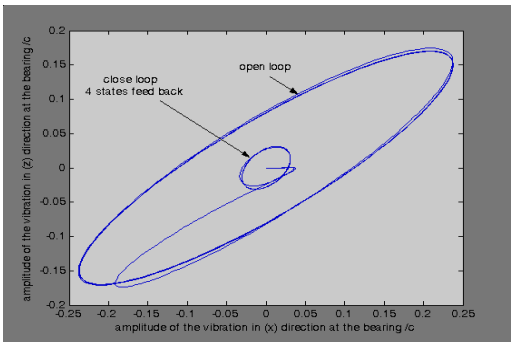
| state | $x$ | $z$ | $\theta$ | $\varphi$ | $\dot{x}$ | $\dot{z}$ | $\dot{\theta}$ | $\dot{\varphi}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(K)_{act_1}$ | $\times 5.584\ 10^6$ | $-\times 1.400\ 10^7$ | $\times 7.571\ 10^6$ | $\times 5.806\ 10^7$ | 2738.3 | -45842 | 8954.3 | 6902 |
| $(K)_{act_2}$ | $-\times 1.85\ 10^7$ | $\times 6.972\ 10^8$ | $\times 3.669\ 10^7$ | $-\times 1.260\ 10^8$ | 62327 | $\times 2.422\ 10^5$ | -524.45 | -15132 |

إن نسبة الانخفاض في سعة الاهتزاز بالاتجاه الأفقي بلغت $(86.1\%)$ ، ونسبة انخفاض في سعة الاهتزاز بالاتجاه العمودي بلغت$(82.1\%)$ ، وكما هو موضح بالشكل (9).

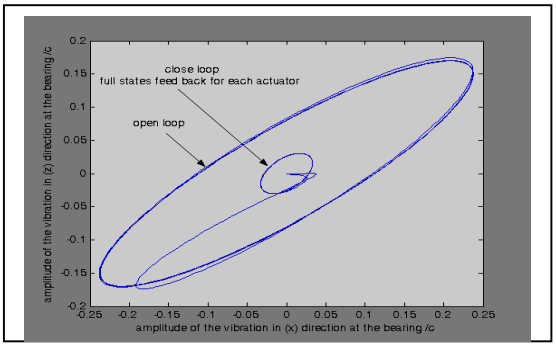
في هذه الحالة تم التخلص من الحالة القريبة من حالة الرنين ، التي ظهرت في الحالة الأولى للسيطرة ، إذ أصبح الفرق بين قيمتي السرعة الدورانية والتردد الطبيعي ( $\omega_{\mathrm{nr}_1}$ ) كبيراً .

كذلك كما في الحالة الأولى أمكن تقليص عدد عناصر مصفوفة الكسب للتغذية الإرجاعية لهذه الحالة أيضاً دون التأثير الكبير على سعة الاهتزاز ،وذلك لتقليل عدد المتحسسات ومعالجات الإشارة المستخدمة في التطبيق العملي للنموذج، إذ تم استخدام عناصر الكسب للتغذية الإرجاعية الموضحة مع متغيرات الحالة الخاصة بها على النحو الآتي :

| | $x$ | $z$ | $\theta$ | $\varphi$ |
|---|---|---|---|---|
| $(K)_{act_1}$ | $5.5841\times10^6$ | $-1.4002\times10^7$ | $7.5705\times10^6$ | $5.8061\times10^7$ |
| $(K)_{act_2}$ | $-1.853\times10^7$ | $6.9719\times10^8$ | $3.6688\times10^7$ | $-1.2606\times10^8$ |

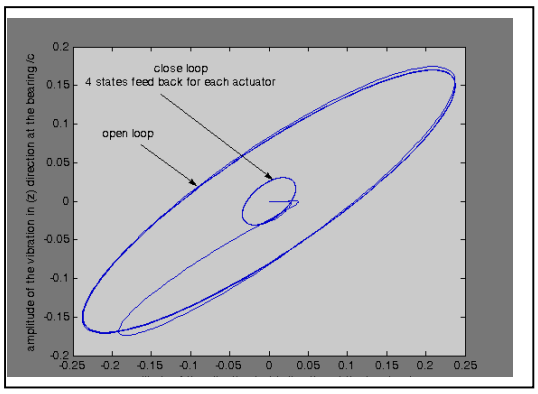



الشكل (8) منظر جانبي للمحل الهندسي لعمود الدوران الصلب (الحالة الأولى) قبل السيطرة وبعدها( باستخدام تقنية السيطرة بتعيين القطب و بأقل تغذية إرجاعية)




الشكل (9) منظر جانبي للمحل الهندسي لعمود الدوران الصلب (الحالة الثانية) قبل السيطرة وبعدها ( باستخدام تقنية السيطرة بتعيين القطب و بتغذية إرجاعية كاملة )

وذلك للسيطرة على النظام، فكانت سعة الاهتزاز بالاتجاه الأفقي تتراوح بين $(\mp 0.034)$ ، أما بالاتجاه العمودي فكانت سعة الاهتزاز تتراوح بين $(\mp 0.0307)$، أي بنسبة انخفاض بالاتجاه الأفقي بلغت $(85.7\%)$ ، وبنسبة انخفاض بالاتجاه العمودي بلغت $(81.9\%)$ وكما هو موضح بالشكل (10) .




الشكل (10) منظر جانبي للمحل الهندسي لعمود الدوران الصلب (الحالة الثانية) قبل السيطرة وبعدها ( باستخدام تقنية السيطرة بتعيين القطب و بأقل تغذية إرجاعية)

يلاحظ من ذلك أن استخدام جهاز مُعدِل عدد (2) بدلاً من جهاز مُعدِل واحد كان أفضل في الحصول على سيطرة كاملة على النظام وفي الحصول على سعة اهتزاز واطئة بالإضافة إلى التخلص من اقتراب قيمة التردد الطبيعي $\left(\omega_{\mathrm{nr}_1}\right)$ من قيمة السرعة الدورانية المستخدمة في تحديد عوامل المنظومة.

**الحالة الثالثة** : بعد أن وجد أن الأقطاب $\left(s_{2,3}\ \&\ s_{7,8}\right)$ هي التي تؤثر على تصرف النظام وبشكلٍ سائد وكما ذكر سابقا، وحيث أنه لوحظ عدم وجود علاقة ازدواج مقترن (Uncoupled) بين أطوار الحركتين الخطية والزاوية جاءت فكرة شطر النظام إلى نظامين منفصلين ليكون أحدهما مسؤولاً عن الحركة الخطية (نظام a) والآخر مسؤولاً عن الحركة الزاوية (نظام b) ، وكما موضح فيما يأتي:

- **نظام a :**

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{z}\\ \ddot{x}\\ \ddot{z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ \frac{-2K_{xx}}{M} & \frac{-2K_{xz}}{M} & \frac{-2C_{xx}}{M} & \frac{-2C_{xz}}{M}\\ \frac{-2K_{zx}}{M} & \frac{-2K_{zz}}{M} & \frac{-2C_{zx}}{M} & \frac{-2C_{zz}}{M}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ z\\ \dot{x}\\ \dot{z}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ \frac{m_u l_z}{M} & \frac{m_u l_x}{M}\\ -\frac{m_u l_x}{M} & \frac{m_u l_z}{M}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\omega^2\sin(\omega t)\\ \omega^2\cos(\omega t)\end{bmatrix}$$

- **نـــظام b :**

$$\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\ \dot{\varphi}\\ \ddot{\theta}\\ \ddot{\varphi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ \frac{-L^2K_{xx}}{2I_t} & \frac{-L^2K_{xz}}{2I_t} & \frac{-L^2C_{xx}}{2I_t} & \frac{I_p}{I_t}\omega-\frac{L^2C_{xz}}{2I_t}\\ \frac{-L^2K_{zx}}{2I_t} & \frac{-L^2K_{zz}}{2I_t} & -\frac{I_p}{I_t}\omega-\frac{L^2C_{zx}}{2I_t} & \frac{-L^2C_{zz}}{2I_t}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta\\ \varphi\\ \dot{\theta}\\ \dot{\varphi}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ -\frac{m_u l_x l_y}{I_t} & \frac{m_u l_z l_y}{I_t}\\ -\frac{m_u l_z l_y}{I_t} & -\frac{m_u l_x l_y}{I_t}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\omega^2\sin(\omega t)\\ \omega^2\cos(\omega t)\end{bmatrix}$$

في هذه الحالة تم استخدام المُعدِل $(act_1)$ للسيطرة على ( نظام b ) المسؤول عن الحركة الزاوية، أمـــا المُعدِل $(act_2)$ فقد أُستُخدِم للسيطرة على (نظام a ) المسؤول عن الحركة الخطية وبنفس الموقعين المـــستَخدمين للحالة السابقة.وباختبار إمكانية تحقيق السيطرة على النظامين (a & b) ، لوحظ أنه يمكن تحقيق السيطرة الكاملـــة عليهما ، إذ كانت رتبة مصفوفة تحقيق السيطرة لكلٍ منهما تساوي (4) وهي مساوية لعدد متغيرات الحالة لكـــل نظام .لقد تم إيجاد قيم آيكن لكل نظام بصورة منفردة ، وكانت قيم آيكن مقســـّمة للنظامين قبل السيطرة على النحو الآتي:

- قيم آيكن لنظام (a ) قبل السيطرة :

$s_1=-3224.7$ ، $s_{2,3}=-92.767\mp 184.8i$ ، $s_4=-364.44$

- قيم آيكن لنظام (b) قبل السيطرة :

$s_5=-15363$ ، $s_6=-1777.3$ ، $s_{7,8}=-131.38\mp 147.84i$

ولاختيار قيم الأقطاب $(s_{2,3}\ \&\ s_{7,8})$ للدارة المغلقة للنظامين ، تم جعل قيم نسبتي الإخماد والتردد الطبيعي لهـــذه الأقطاب على النحو الآتي :

$\xi_1=0.85$ , $\omega_{nr_1}=206.78\times 4=827.12$ $rad/\sec$.....(a نظام)

$\xi_2=0.9$ , $\omega_{nr_2}=197.78\times 4=791.12$ $rad/\sec$..... (b نظام)

وبذلك أصبحت قيم الأقطاب $(s_{2,3}\ \&\ s_{7,8})$ كما يلي :

$s_{2,3}=-703.05\mp 435.7i$ ، $s_{7,8}=-712\mp 344.84i$

عند ذلك تكون الأقطاب المختارة للسيطرة على النظامين موضحة على النحو الآتي :

قيم الأقطاب المختارة لنظام (a) :

$s_1=-3224.7$ ، $s_{2,3}=-703.05\mp 435.7i$ ، $s_4=-364.44$

قيم الأقطاب المختارة لنظام (b):

$s_5=-15363$ ، $s_6=-1777.3$ ، $s_{7,8}=-712\mp 344.84i$

عند استخدام هذه الأقطاب تم الحصول على مصفوفتي الكسب للتغذية الإرجاعية للنظـــامين وباســـتخدام صيغة أكيرمان ، وهي مع متغيرات الحالة الخاصة بها ، كانت على النحو الآتي :

عناصر الكسب لنظام ( a ) :

| State | $x$ | $z$ | $\dot{x}$ | $\dot{z}$ |
|---|---|---|---|---|
| $(K)_{act_2}$ | $4.3059\times 10^7$ | $1.1514\times 10^8$ | $8.0276\times 10^4$ | $6.0735\times 10^4$ |

عناصر الكسب لنظام ( b ) :

| State | $\theta$ | $\varphi$ | $\dot{\theta}$ | $\dot{\varphi}$ |
|---|---|---|---|---|
| $(K)_{act_1}$ | $-3.326\times 10^6$ | $7.4432\times 10^7$ | $7.7361\times 10^3$ | $7.7876\times 10^3$ |

باستخدام هاتين المصفوفتين للسيطرة على النظام الكلي ، كانت سعة الاهتزاز في الاتجاه الأفقي تتراوح بين $(\mp 0.045)$ أما بالاتجاه العمودي فإن سعة الاهتزاز كانت تتراوح بين $(\mp 0.0158)$، وبنسبة انخفاض بالاتجاه الأفقي بلغت $(81\%)$، وبنسبة انخفاض بالاتجاه العمودي بلغت $(90.7\%)$، وكما هو موضح بالشكل (11). أمكن تخفيض عدد عناصر مصفوفة الكسب للتغذية الإرجاعية وللنظامين دون التأثير الكبير على الاهتزاز ولكلا الاتجاهين الأفقي والعمودي ، إذ تم استخدام عناصر الكسب على النحو التالي:

عناصر الكسب لنظام ( a ) :

| | $x$ | $z$ |
|---|---|---|
| $(K)_{act_2}$ | $4.3059\times10^{7}$ | $1.1514\times10^{8}$ |

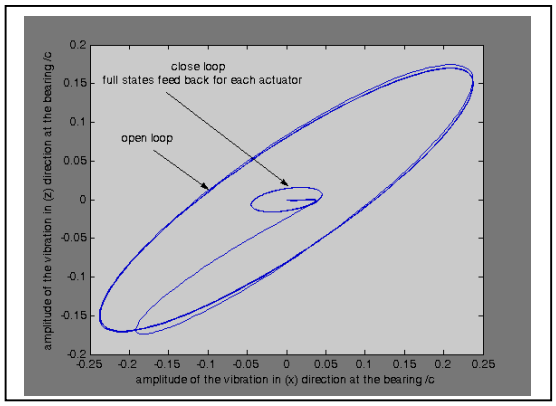
عناصر الكسب لنظام ( b ) :

| | $\theta$ | $\varphi$ |
|---|---|---|
| $(K)_{act_1}$ | $-3.326\times10^{6}$ | $7.4432\times10^{7}$ |

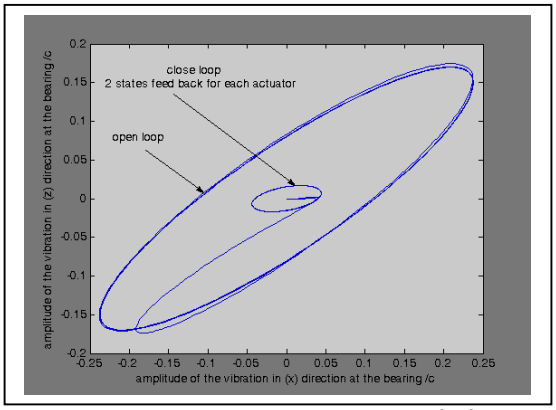
وباستخدام هذه العناصر لمصفوفتي الكسب للسيطرة على النظام الكلي ، كانت نسبة الانخفاض بالاتجاه الأفقي $(81.4\%)$ ونسبة الانخفاض بالاتجاه العمودي $(90.1\%)$ ، وكما هو موضح بالشكل (12). لتصبح أقطاب الدارة المغلقة موضحة على النحو الآتي:

النظام a : $s_1 = -3063.3$ ، $s_{2,3} = -218.12 \mp 952.11i$ ، $s_4 = -275.1$

النظام b : $s_5 = -15149$ ، $s_6 = -533.69$ ، $s_{7,8} = -859.79 \mp 1172.3i$




الشكل (11) منظر جانبي للمحل الهندسي لعمود الدوران الصلب (الحالة الثالثة) قبل السيطرة وبعدها ( باستخدام تقنية السيطرة بتعيين القطب و بتغذية إرجاعية كاملة)




الشكل (12) منظر جانبي للمحل الهندسي لعمود الدوران الصلب (الحالة الثالثة) قبل السيطرة وبعدها(باستخدام تقنية السيطرة بتعيين القطب و بأقل تغذية إرجاعية)

**استخدام تقنية السيطرة المثالية** :إن إيجاد عناصر المصفوفة $(K)$ باستخدام هذه التقنية يعتمد على أساس تصغير دليل الأداء $(J)$ إلى أقل قدر ممكن ، والمعرف بالعلاقة التالية [13]:

$$J = \int_0^{\infty} x(t)^T Qx(t) + u(t)^T Ru(t)dt$$

إذ إن

$Q$ : مصفوفة الوزن لمتغيرات الحالة التي يجب أن تكون موجبة .

$R$ : مصفوفة الوزن للداخل $u(t)$ التي يجب أن تكون موجبة أيضاً .

إن الحد $\left[x(t)^T Qx(t)\right]$ يقود إلى تصغير الخطأ في الأداء ، أما الحد $\left[u(t)^T Ru(t)\right]$ فإنه يقود إلى تقليل الطاقة المصروفة في السيطرة من خلال تقليل كلفة الداخل $u(t)$ ، ومن تعويض متجه $u(t)$ في معادلة دليل الأداء وحلها لتقليل دليل الأداء يتم إيجاد عناصر مصفوفة الكسب $(K)$ والموضحة على النحو الآتي:

ويتم استخلاص قيمة المصفوفة $(P)$ في الحل الجبري لمعادلة ريكاتي (Riccati equation) والموضحة على النحو الآتي: $K = R^{-1}B^T P$

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

عند استخدام تقنية السيطرة المثالية للسيطرة على النظام تم اختيار موقع جهاز المُعدِل $(act_1)$ بجانب المحمل مباشرةً وذلك للسيطرة على الاهتزازات الناتجة عن الحركة الزاويّة ، أما المُعدِل الآخر $(act_2)$ فقد تم اختيار موقعه في منتصف عمود الدوران للسيطرة على الحركة الخطية .

تم اختيار مصفوفة الوزن لمتغيرات الحالة على النحو الآتي :

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{10} \end{bmatrix}$$

وتم اختيار مصفوفة الوزن للقوى المسلطة من قِبل جهازيّ المُعدِل $(act_1)\&(act_2)$ على النحو الآتي:

$$R = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix}$$

تم الحصول على عناصر مصفوفتي الكسب للتغذية الإرجاعية ، وكانت هذه العناصر مع متغيرات الحالة الخاصة بها موضحة على النحو الآتي :

| | $x$ | $z$ | $\theta$ | $\varphi$ | $\dot{x}$ | $\dot{z}$ | $\dot{\theta}$ | $\dot{\varphi}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(K)_{act_1}$ | $4.56\times10^5$ | $1.023\times10^5$ | $1.03\times10^7$ | $-5.303\times10^6$ | $2.6\times0^5$ | $2.58\times10^5$ | $2.22\times10^6$ | $2.1\times10^6$ |
| $(K)_{act_2}$ | $5.35\times10^6$ | $-2.65\times10^6$ | $-1.7\times10^6$ | $6.875\times10^5$ | 60372 | 34293 | 23085 | 25938 |

وقد تم الحصول على انخفاض في سعة الاهتزاز للنظام بالاتجاهين الأفقي والعمودي ، إذ أصبحت سعة الاهتزاز لعمود الدوران بالاتجاه الأفقي تتراوح بين $(\mp 0.0152)$ بينما بالاتجاه العمودي أصبحت تتراوح سعة الاهتزاز بين $(\mp 0.0321)$ ، إذ تصبح نسبة الانخفاض في سعة الاهتزاز بالاتجاه الأفقي تساوي $(93.6\%)$ وبالاتجاه العمودي تساوي $(81.1\%)$ ،وكما هو موضح بالشكل (13) .

أمكن تقليص عدد عناصر مصفوفتي الكسب للتغذية الإرجاعية في هذه الحالة أيضاً ، إذ تم استخدام عناصر الكسب مع متغيرات الحالة الخاصة بها شريطة أن تتضمن طوري الحركتين الخطية والزاوية وكما يلي:

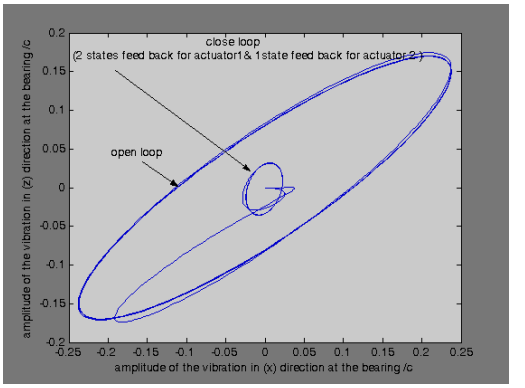
| | $z$ | $\varphi$ |
|---|---|---|
| $(K)_{act_1}$ | $1.023\times10^{5}$ | $-5.303\times10^{6}$ |

| | $x$ |
|---|---|
| $(K)_{act_2}$ | $5.35\times10^{6}$ |

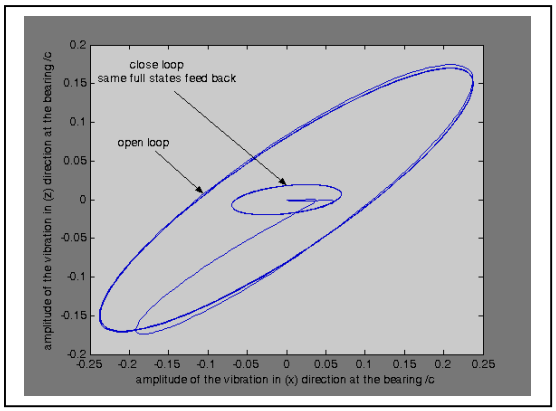
إذ بلغت نسبة الانخفاض في سعة الاهتزاز بالاتجاه الأفقي $(90.5\%)$ وتصبح نسبة الانخفاض في سعة الاهتزاز بالاتجاه العمودي مقدارها $(81\%)$، وكما موضح بالشكل (14) .

**حالات وجود خطأ في البيانات المعتمدة:** إن عدم إمكانية تحديد موقع كتلة عدم الاتزان بشكل دقيق في الواقع العملي ، ولما له من تأثير واضح في تولد العزوم الجايروسكوبية والعزوم المتعلقة بالقصور الذاتي التي تؤثر في عدم إتزان النظام ، بالإضافة إلى عدم إمكانية حساب مكافئات النابضية والإخماد للمحمل المقعدي المزيت بشكل دقيق وذلك لعدة أسباب منها: خطأ في احتساب نسبة لا تمركزية العمود الدوار والمحمل (n) ، وكذلك التقريب الناجم من تحويل قوى النابضية والإخماد في المحمل من لا خطية إلى خطية ، وغيرها من الأسباب ، كل ذلك يدعو إلى افتراض وجود نسبة من الخطأ في تحديد موقع كتلة عدم الاتزان وفي حساب مكافئات النابضية والإخماد للمحمل، لذا فقد تم اعتماد أربع حالات لحساب سعة الاهتزاز بوجود نسبة خطأ تصل إلى $(\mp 20\%)$ مع الأخذ بنظر الاعتبار إمكانية السيطرة عليها . تم استخدام تقنية تعيين القطب في السيطرة على هذه الحالات وباختيار نفس عناصر الكسب للدارة المغلقة وفي حالة تحقيق السيطرة الكاملة للنظام (حالة تحويل النظام إلى نظامين منفصلين) ، وذلك لإجراء المقارنة كانت سعة الاهتزاز بالاتجاه الأفقي تتراوح بين $(\mp 0.0697)$ ، أي بنسبة انخفاض في سعة الاهتزاز مقدارها $(70.6\%)$، وبالاتجاه العمودي تتراوح بين $(\mp 0.013)$، أي بنسبة انخفاض في سعة الاهتزاز مقدارها $(92.3\%)$ ،والشكلين (15و16) يوضحان أقل وأكبر نسبة انخفاض في سعة الاهتزاز بوجود نسبة من الخطأ في تحديد موقع كتلة عدم الاتزان وفي حساب مكافئات النابضية والإخماد للمحمل بوجود نسبة خطأ في تحديد موقع كتلة عدم الاتزان وفي حساب مكافئات النابضية والإخماد للمحمل تصل الى $(\mp 20\%)$.

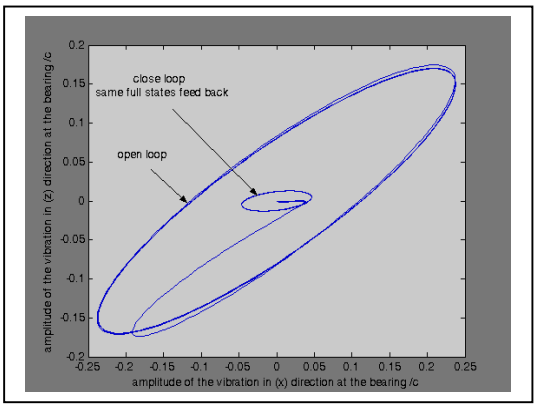
من خلال سعة الاهتزاز المستحصلة للنظام يتبين أنه يمكن للمنظومة أن تعمل في الواقع حتى ولو كانت نسبة الخطأ تصل إلى $(\mp 20\%)$ في حساب ثوابت المحمل وفي تحديد موقع كتلة عدم الاتزان ، عند استخدام نفس عناصر الكسب للدارة المغلقة (أي عند تسليط نفس القوة المسلطة من قِبل المُعدِل للنموذج الأصلي) . لذا يُعد النموذج الأصلي ساري المفعول وقابلاً للتطبيق العملي بوجود نسبة خطأ مقدارها $(\mp 20\%)$ في تحديد موقع كتلة عدم الاتزان وفي حساب مكافئات النابضية والإخماد في المحمل .




الشكل (14) منظر جانبي للمحمل الهندسي لعمود الدوران الصلب قبل السيطرة وبعدها ( باستخدام تقنية السيطرة المثالية وبأقل تغذية إرجاعية) .




الشكل (15) منظر جانبي للمحل الهندسي لعمود الدوران عند المحمل عندما تكون: نسبة الخطأ في حساب مكافئات النابضية والإخماد في المحمل ( 20% -)ونسبة الخطأ في تحديد موقع كتلة عدم الاتزان ( 20% +).




الشكل (16) منظر جانبي للمحل الهندسي لعمود الدوران عند المحمل عندما تكون: نسبة الخطأ في حساب مكافئات النابضية والإخماد في المحمل ( 20%-) نسبة الخطأ في تحديد موقع كتلة عدم الاتزان ( 20% -).

**المناقشة:**

- من خلال ملاحظة قيم مصفوفة عناصر التغذية الإرجاعية ، وفي بعض الحالات ، لوحظ أن بعض هذه العناصر تحمل الإشارة السالبة ، ويكون سبب ظهور الإشارة السالبة هو قيم المصفوفة المُمثّلة للنظام (A) وهي حالة موجودة في بعض الأنظمة المُسيطَر عليها بالتغذية الإرجاعية ، والتي تم ملاحظتها في المصادر [14] & [15].

في حالة وجود الحركة الزاويّة الناتجة عن العزوم الجايروسكوبية وتأثير القصور الذاتي تم قراءة سعة الاهتزاز للنظام على المحامل (سعة الاهتزاز الخطية وسعة الاهتزاز الناتجة عن الحركة الزاويّة) معاً وكانت سعة الاهتزاز لعمود الدوران بالاتجاه الأفقي تتراوح بين $(\mp 0.2373)$ بينما كانت بالاتجاه العمودي تتراوح بين $(\mp 0.17)$ قبل السيطرة ، ويمكن معرفة سعة الاهتزاز الخطية لوحدها وسعة الاهتزاز الناتجة عن الحركة الزاويّة لوحدها ، وذلك عن طريق عمليات حسابية بسيطة فإذا جُمعت قراءة سعة الاهتزاز عند المحملين في نفس اللحظة فإن سعة الاهتزاز الزاوي الناجم عن الحركة ستلغي أحداهما الأخرى لأنهما باتجاهين متعاكسين عن محور الدوران ويبقى ضعف سعة الاهتزاز الخطية وبتقسيم هذه القيمة على (2) نحصل على سعة الاهتزاز الخطية للدوار، بينما يتم الحصول على سعة الاهتزاز الناتجة عن الحركة الزاوية من خلال طرح قيمة سعة الاهتزاز الخطية من قراءة أحد المحملين .

- تم مقارنة الحالة الثانية مع الحالة الثالثة للسيطرة على الدوار، لمعرفة ما إذا كانا أسلوبين مختلفين للسيطرة على النظام أم أنهما أسلوب واحد ، إذ أستخدم التغيير نفسه في نسب الإخماد والتردد الطبيعي للأقطاب $(s_{2,3}\ \&\ s_{7,8})$ للحالتين ، ولوحظ اختلاف بين عناصر الكسب المستحصلة ، وكذلك في الاستجابة من قبل النظام ( سعة الاهتزاز ) في كلتا الحالتين ، وهذا يدل على أنهما أسلوبان مختلفان للسيطرة على النظام.
- عند النظر إلى نموذج عمود الدوران يتم ملاحظة أن العزوم الجايروسكوبية $(I_p\dot{\theta}\omega\ \&\ I_p\dot{\varphi}\omega)$ المتولدة ، تعمل عمل مُخمِد في اتجاه وعمل معاكس للاتجاه الآخر، هذا بالإضافة إلى تأثير المحمل المقعدي ، وعند حساب قيم هذه العزوم لوحظ أنها صغيرة مقارنة بقيم العزوم المتولدة في المحامل والناتجة عن التزييت ، والتي تعمل على الإخماد.
- إن أسلوب تقليل نسب الاهتزازات باستخدام تقنية تعيين القطب اعتمدت على الأغلب بمحاولة تجنب التردد الطبيعي القريب من السرعة الدورانية في اختيار الجذور وكذلك بمحاولة زيادة نسبة الإخماد $\xi$ حيثما أمكن وتغيير قيمة التردد الطبيعي في النموذج تحت الدراسة ، وتم فحص سعة الاهتزاز بالاعتماد على الاستجابة الناتجة عن هذا التغيير وهذا بالنسبة لاستخدام تقنية تعيين القطب . أما باستخدام تقنية السيطرة المثالية فقد تم ملاحظة عدم التغير بسعة الاهتزاز (الاستجابة) في حالة اعتماد قيم صغيرة لمصفوفة الوزن لمتغيرات الحالة ولم يتم الحصول على استجابة جيدة إلا في حالة اعتماد قيم عالية لمصفوفة الوزن لمتغيرات الحالة بشكل عام.

**الاستنتاجات:**

- إن أقطاب الدارة المغلقة المستخدمة في كل حالة من حالات الدراسة كانت أفضل ما تم الحصول عليه للوصول إلى عناصر مصفوفة الكسب المستخدمة في السيطرة للحصول على أفضل انخفاض في سعة الاهتزاز في الاتجاهين الأفقي و العمودي.
- عند إجراء عملية السيطرة على نموذج عمود الدوران الصلب في حالة تولد الحركة الزاوية بالإضافة إلى الحركة الخطية بالاعتماد على وجود نسبة خطأ في البيانات المعتمدة تصل إلى $(\mp 20\%)$ في تحديد موقع كتلة عدم الاتزان وفي حساب مكافئات النابضية والإخماد في المحمل ، كانت نسبة الانخفاض في سعة الاهتزاز عالية ولكلا الاتجاهين العمودي والأفقي ، ومن خلال ذلك يتبين أنه يمكن اعتبار النموذج الأصلي ساري المفعول وقابلاً للتطبيق العملي.

تم الحصول على استجابة جيدة للنظام في حالة إرجاع عدد من عناصر الكسب المستحصلة وليس جميعها إذ أن هذا يعمل على تقليل أجزاء منظومة السيطرة وعند حساب القوة التي سيسلطها المعدل في هذه الحالة وجد أنها لا تتجاوز بضع أضعاف القوة المتولدة نتيجة عدم الاتزان وهذا يدل على إمكانية استخدام معدلات سيطرة ذوات حجم مناسب (ليس كبيراً) ، وبذلك تقل كلفة عملية السيطرة.

**المصادر:**


1. Stanway R. & Jo'Reilly, "State – Variable Feed Back Control of Rotor – Bearing Suspension System", Conference of Vibration in Rotating Machinery, England, 1984.
2. Krodkiewski J. M., Sun L. & Cen Y., " Control Law Synthesis for Self – Tuning Adaptive Control of Forced Vibration in Rotor Systems", Proc. of Second International Symposium MV2 on Active Control in Mechanical Engineering, Vol. 1, PP: S9-25-37, Lyon, France, Oct. 22-23, 1997.
3. Krodkiewski J. M., Sun L. & Cen Y., "Improvement of Stability of Rotor System by Introducing a Hydraulic Damper into An Active Journal Bearing", International Journal of Rotating Machinery, Vol. 3 No. 1, PP: 45-52,England, 1997.
4. Zhou S. & Shi J., "Supervisory Adaptive Balancing of Rigid Rotors During Acceleration", Transactions of NAMRI / SME, Vol. 27, PP: 425 - 430, 2000.
5. Zhou S. & Shi J., "Optimal One – Plane Active Balancing of Rigid Rotor During Acceleration", Journal of Sound and Vibration, 2001.
6. Zhou S. & Shi J., "Imbalance Estimation for Speed -Varying Rigid Rotors Using Time - Varying Observer", ASME Transactions Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control, U.S.A., 2002.
7. Zhou S., Shin K., Dyer S.W., Shi J. & Ni J., "Extended Influence Coefficient Method for Rotor Active Balancing During Acceleration", The Shock and Vibration Digest, Vol. 33, No. 4, U.S.A., 2001.
8. Yamamoto T. & Ishida Y., " Linear and non Linear Rotor Dynamics", John Wiley & Sons, Inc., New York, U.S.A, 2001.
9. Dimarogonas A., " Vibration for Engineers", Prentice-Hall, International, Inc., New Jersey, U.S.A, 1996.
10. Pandya N. C. & Shah C. S., " Elements of Machine Design", Charotar Publishing House, India, 1986.
11. Basheer I. A., " Active Control of Vibration in Rotor-Bearing System ",MSc. Thesis, University of Mosul –college of Engineering, Mechanical Engineering Dept., Iraq, 2005.
12. Helio F. de Castro, et al.," Experimental Performance Evaluation of Magnetic Actuator used in Rotating Machinery Analysis", J. of Braz. ,Soc. of Mech. Sci and Eng., Vol. 29, No. 1/101, Jan-March, Brazil, 2007 .

13. Kwakernaak H. & Sivan R., “Linear Optimal Control Systems”, John Wiley & Sons, Inc., U.S.A, 1972.
14. Borrie J. A., “ Modern Control Systems ”, Prentice-Hall, International, Inc., London, U.K, 1986.
15. Franklin G. F., Powell J. D. & Workman M. “ Digital Control of Dynamic Systems”, Addison- Wesley, Inc., England, 1998.

**تم اجراء البحث في كلية الهندسة – جامعة الموصل**