

تحسين دقة مناسيب النقاط المعينة بالتقاطعات في الفضاء

م م حسن عبد الحسين جعفر الحسيني
جامعة الكوفة / كلية الهندسة / قسم الهندسة المدنية
(استلم بتاريخ ١٤ / ٤ / ٢٠١٠؛ قبل بتاريخ ٢٣ / ١١ / ٢٠١٠)

الخلاصة:

يهدف هذا البحث الى ايجاد طريقة لتعيين مناسيب النقاط والأبراج والمنشآت التي لايمكن الوصول إليها) أو بدون الحاجة إلى الوصول إليها (، وتعتمد هذه الطريقة على مبدأ التقاطع في الفضاء حيث يتم التقاطع بين متجهين يكونان معلومي الاتجاه يشعان من نقطتين معلومتي الموقع او يمكن ايجاد موقعهما من خلال حسابات بسيطة. ويناقش هذا البحث ايضا كيفية تحسين دقة مناسيب النقاط المعينة بالطريقة أعلاه .

Accuracy Improvement of points elevation located by space Intersection

A.L Hassan Abdulhussein Jaafar Alhussaini
Kufa University/ Engineering College/ Civil Department

Abstract

This paper aim to create method to observe elevation of points, tower and structure that can't be reach (or don't be need to reach), this method depend on concept of space intersection where intersect two known direction vectors start from two known location points or can be located from simple computation. This paper discuss too accuracy improvement for points elevation observed by above method.

١- المقدمة : Introduction

نحتاج ضمن اغلب المشاريع الهندسة المدنية إلى إيجاد ارتفاع نقطة ما نسبة إلى نقطة أخرى أو إيجاد ارتفاع برج أو منشأ معين ، ومن السهل على المهندس المدني بشكل عام وهندس المساحة بشكل خاص إيجاد ذلك الارتفاع بطرق عديدة ولكن جميع هذه الطرق تتطلب الوصول إلى النقطة المراد معرفة ارتفاعها أو منسوبها ، وفي (Leveling) حيث يمكن إيجاد النقاط الأرضية التي يكون اختلاف منسوبها قليل باستخدام التسوية البسيطة هذه الطريقة يتم حساب المنسوب اعتمادا على مجموعة من النقاط الوسطية بين النقطة المعلومة المنسوب والنقطة المراد معرفة منسوبها حيث يحسب المنسوب لكل منها للوصول إلى النقطة المجهولة. ولإيجاد ارتفاع الأبراج تستخدم عادة التسوية المثلثية ولكن هذه الطريقة تتطلب الوصول إلى البرج أيضا حيث يتم وضع مسطرة تسوية أو عاكس وحسب الطريقة المستخدمة لقياس المسافة والمعتمدة على الدقة المطلوبة لقياس المنسوب.

ونلاحظ في الطرق أعلاه حاجة إلى الوصول إلى النقطة المطلوب حساب منسوبها وهذه إمكانية غير متوفرة في جميع الحالات العملية فهناك حالات لا يمكن تحقيق ذلك مثل نقطة تقع على الجهة الأخرى من نهر أو برج وسط مجموعة من الأبنية، ومن هنا ظهرت الحاجة إلى إيجاد طريقة عملية لتعيين منسوب نقطة بدون الوصول إليها.

٢- اشتقاق العلاقات الرياضية Derivation of Mathematical Relations

يعتمد الأساس الرياضي لتعيين منسوب نقطة عن بعد على مبدأ التقاطع في الفضاء حيث يتم مقاطعة متجهين أو أكثر وهذه المتجهات تكون معلومة الاتجاه وتشع من نقاط معلومة الموقع، وتمثل نقطة تقاطع المتجهات النقطة المجهولة المطلوب معرفة منسوبها.

ويمكن حساب منسوب نقطة التقاطع من خلال تشكيل مجموعة من المثلثات وكما في الشكل التالي:

ولتسهيل عملية الاشتقاق سوف نستعمل الرموز التالية:

$$h = AB$$

في المثلث ABC القائم الزاوية في B :

$$h = S_1 \tan \gamma_1 \quad (1)$$

في المثلث BCD :

$$\frac{S_{12}}{\sin \alpha_3} = \frac{S_1}{\sin \alpha_2}$$

$$S_1 = \frac{S_{12}}{\sin \alpha_3} \sin \alpha_2$$

$$\alpha_3 = 180 - (\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$\sin \alpha_3 = \sin(180 - (\alpha_1 + \alpha_2)) = \sin(\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$S_1 = \frac{S_{12}}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \sin \alpha_2 \quad (2)$$

ومن التعويض معادلة (2) في (1) ينتج :

$$h = \frac{S_{12} \sin \alpha_2 \tan \gamma_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

لو كان المطلوب ارتفاع المبنى فان المعادلة تكون كآلاتي :

$$H = \frac{S_{12} \sin \alpha_2 \tan \gamma_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} + I_1$$

اما الحالة العامة فان منسوب النقطة هو المطلوب ويحسب من خلال اضافة منسوب سطح الجهاز^{*} (E₁) و تصبح المعادلة كما يلي :

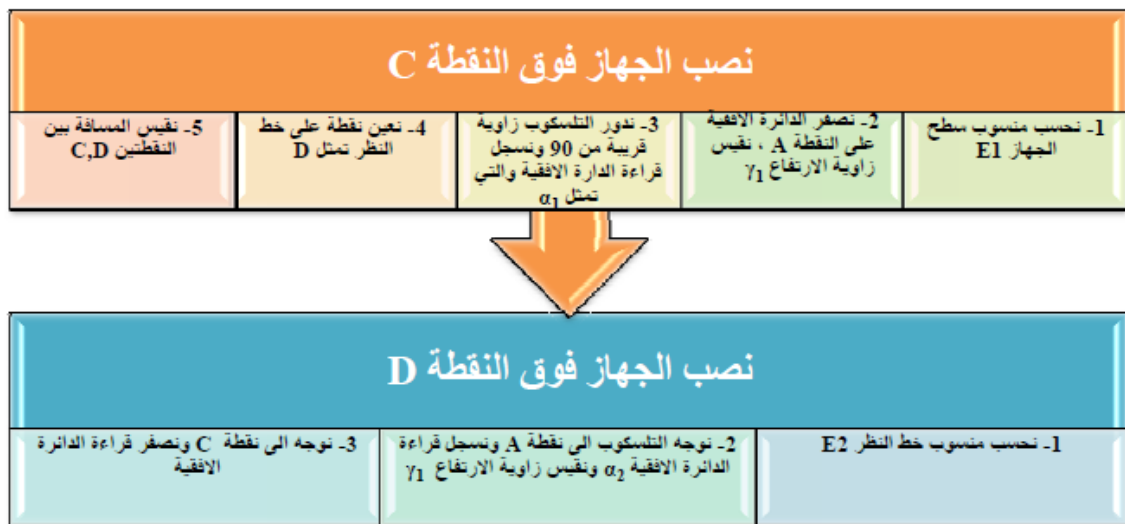
$$E_A = \frac{S_{12} \sin \alpha_2 \tan \gamma_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} + E_1 \quad (3)$$

^{*} يحسب منسوب سطح الجهاز او يسمى منسوب خط النظر بعدة طرق ومنها التسديد الخلفي لنقطة معلومة المنسوب.

المعادلة (3) تمثل العلاقة الرياضية اللازمة لحساب منسوب نقطة بدون الحاجة الى الوصول اليها، ونلاحظ من هذه العلاقة هناك حاجة لقياس الكميات α_1 ، α_2 ، γ_1 ، S_{12} ، E_1 وسوف يتم تطبيق هذه المعادلة حقلًا .

نفرض اننا نريد ان نقيس منسوب النقطة التي تقع على برج (A) ، من نقطة C والتي تبعد عنه بمسافة كما في الشكل (1) ، نتبع الخطوات التالية:

1. ن نصب جهاز الثيودولايت على النقطة C .
2. نحسب منسوب سطح الجهاز E_1 من خلال التسديد الخلفي على نقطة معلومة المنسوب.
3. نوجه التلسكوب الى النقطة A ونصفر الدائرة الافقية ، ونقيس زاوية الارتفاع γ_1
4. ندور التلسكوب بزواية قريبة من 90° ونغلق الدائرة الافقية ونسجل قراءتها والتي تمثل الكمية α_1 .
5. بدون تغيير اتجاه التلسكوب نعين نقطة على خط النظر تمثل النقطة D وتبعد عن النقطة C مسافة معينة ، وتختلف طول هذه المسافة حسب دقة قياس المنسوب المطلوب فكلما زادت هذه المسافة تزداد دقة العمل (للاعمال واطنة الدقة يمكن ان لا تتجاوز هذه المسافة عدة امتار).
6. نقيس المسافة بين النقطتين C و D والتي تمثل الكمية S_{12} مع العلم بان دقة قياس المسافة هذه سوف تؤثر في دقة العمل.
7. بعد ذلك ننقل الجهاز الى النقطة D ونحسب منسوب خط النظر E_2 .
8. نوجه التلسكوب الى النقطة C ونصفر قراءة الدائرة الافقية.
9. نوجه التلسكوب الى النقطة A ونسجل القراءة الافقية α_2 ونقيس زاوية الارتفاع γ_2 .



شكل (2) مخطط انسيابي لتسلسل خطوات العمل

نحسب منسوب النقطة A كما يلي :

$$E_{A1} = \frac{S_{12} \sin \alpha_2 \tan \gamma_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} + E_1$$

$$E_{A2} = \frac{S_{12} \sin \alpha_1 \tan \gamma_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} + E_2$$

$$E_A = \frac{E_{A1} + E_{A2}}{2}$$

٣- حساب الدقة Accuracy Computation

قياس المنسوب في هذه الطريقة معتمد على قياسات طولية وزاوية وكل منها معتمد على طريقة القياس ونوع الاجهزة المستخدمة وعلى هذا الاساس يجب اخذ جميع المتغيرات بنظر الاعتبار .

المعادلة (3) توضح ان قياس المنسوب معتمد على خمسة متغيرات هي $(E_1, S_{12}, \gamma_1, \alpha_2, \alpha_1)$ ولغرض ايجاد الخطأ الاحتمالي في المنسوب المقيس يجب ان تكون معلومة لدينا الاخطاء الاحتمالية في المتغيرات اعلاه وعند ذلك يمكن اشتقاق معادلة بسيطة لحساب دقة الارتفاع من خلال اخذ المشتقة الجزئية لكل متغير وكما يلي :

$$E_A = \frac{S_{12} \sin \alpha_2 \tan \gamma_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} + E_1 = f(\alpha_1, \alpha_2, \gamma_1, S_{12}, E_1)$$

$$\delta E_A = \left\{ \frac{1}{\rho^2} \left[\left(\sigma \alpha_1 \frac{\partial f}{\partial \alpha_1} \right)^2 + \left(\sigma \alpha_2 \frac{\partial f}{\partial \alpha_2} \right)^2 + \left(\sigma \gamma_1 \frac{\partial f}{\partial \gamma_1} \right)^2 \right] + \left(\sigma S_{12} \frac{\partial f}{\partial S_{12}} \right)^2 + (\sigma E_1)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha_1} = \frac{S_{12} \sin \alpha_2 \tan \gamma_1 \cos(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha_2} = \frac{S_{12} \cos \alpha_2 \tan \gamma_1 \sin(\alpha_1 + \alpha_2) - S_{12} \tan \gamma_1 \sin \alpha_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \gamma_1} = \frac{S_{12} \sin \alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2) \cos^2 \gamma_1}$$

$$\frac{\partial f}{\partial S_{12}} = \frac{\sin \alpha_2 \tan \gamma_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$\left(\frac{1}{\rho}\right)^*$ تمثل مقدار تحويل الوحدات الزاوية الى طولية وتساوية $\left(\frac{1}{206265}\right)$ اذا كانت الوحدة ثانية وتساوي $\left(\frac{1}{3437.8}\right)$ و $\left(\frac{1}{57.3}\right)$ اذا كانت الوحدة الزاوية دقيقة ودرجة على الترتيب

٤ - تطبيق حقلي Field practice

تم إجراء تطبيق حقلي للمعادلة (3) وللمعادلة (4) وكما يلي:
مكان التطبيق: كلية الهندسة جامعة الكوفة.

الأجهزة المستخدمة:

1. جهاز محطة متكاملة Total station نوع Topcon موديل GTS225

2. جهاز لفل نوع Topcon

تاريخ التطبيق : 2010/2/14

القياسات :

$$\begin{aligned} E_1 &= 41.340 \text{ m} \quad \pm 0.001 \text{ m}^* \\ \gamma_1 &= 00^\circ 18' 34'' \quad \pm 5''^\dagger \\ \alpha_1 &= 39^\circ 42' 29'' \quad \pm 5'' \\ S_{12} &= 66.314 \text{ m} \quad \pm 0.002 \text{ m} \\ E_2 &= 41.245 \text{ m} \quad \pm 0.001 \text{ m} \\ \gamma_2 &= 00^\circ 31' 32'' \quad \pm 5'' \\ \alpha_2 &= 54^\circ 17' 19'' \quad \pm 5'' \end{aligned}$$

حسابات المنسوب :

$$\begin{aligned} E_{A1} &= \frac{S_{12} \sin \alpha_2 \tan \gamma_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} + E_1 = 41.631 \text{ m} \\ E_{A2} &= \frac{S_{12} \sin \alpha_1 \tan \gamma_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} + E_2 = 41.634 \text{ m} \\ E_A &= \frac{E_{A1} + E_{A2}}{2} = 41.632 \text{ m} \end{aligned}$$

* الخطأ في قراءة مسطرة اللفل بأي ظروف (Bannister, 1998, Seventh Edition) p93

† من الموصفات الفنية للجهاز المستخدم

حسابات الدقة :

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha_1} = -0.0204$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha_2} = + 0.2299$$

$$\frac{\partial f}{\partial \gamma_1} = + 53.9776$$

$$\frac{\partial f}{\partial S_{12}} = +0.0044$$

$$\delta E_A = \pm 0.0016 \text{ m} \quad (\text{حسب المعادلة 4})$$

٥- تحسين الدقة Accuracy Improvement :

هناك عدة أساليب لتحسين دقة المنسوب المحسوب بهذه الطريقة:

٥-١- تحسين دقة القياسات

يمكن انجاز ذلك من خلال استخدام اجهزة دقيقة لقياس الزوايا الافقية والرأسية والمسافات اللازمة للحساب وبذلك نكون قد قللنا الاخطاء الاحتمالية في الكميات المقاسة اي نقل $(\sigma E_1, \sigma S_{12}, \sigma \gamma_1, \sigma \alpha_2, \sigma \alpha_1)$ وبالتالي سوف يقل الخطأ الاحتمالي في المنسوب ويمكن اثبات ذلك من خلال تطبيق المعادلة (4).

٥-٢- تحسين نوعية القياسات

ونقصد بتحسين نوعية القياسات استخدام اطوال وزوايا ذات مقدار معين بحيث تعطي اقل الاخطاء من خلال تطبيقها في معادلة حساب الدقة.

من خلال التطبيق العملي للمعادلة (4) وجد ان الخطأ في الارتفاع يكون اقل ما يمكن عندما تكون المسافة S_{12} كبيرة والزوايا α_1 تساوي 90° والزوايا γ_1 صغيرة.

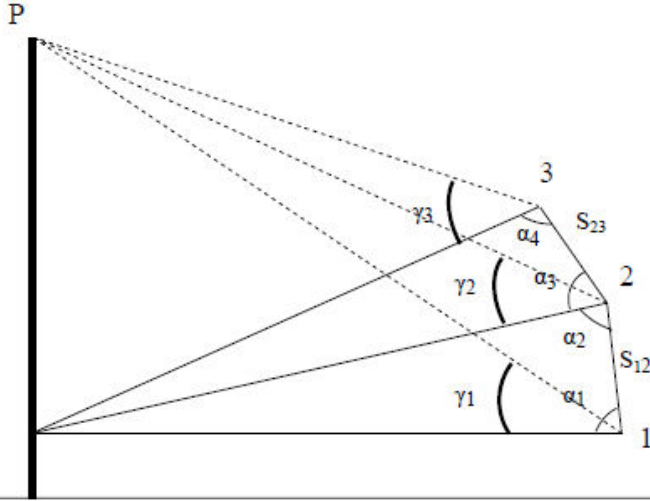
٥-٢- زيادة عدد القياسات

وتكون زيادة القياسات على نوعين : اما تكرار القياسات عدة مرات وبذلك نكون قد قللنا الاخطاء الاحتمالية في الكميات المقاسة ، وبهذا نكون قد حققنا الاسلوب الاول لتحسين الدقة.

اما النوع الاخر من زيادة القياسات فيكون على اساس ايجاد قياسات فائضة عن المطلوب وباستخدام مبدأ المربعات الصغرى يمكن ايجاد المنسوب المصحح.

يمكن إيجاد قياسات فائضة من خلال استخدام أكثر من نقطتين في إيجاد المنسوب أي من خلال مقاطعة أكثر من متجهين للحصول على أحسن موقع لنقطة التقاطع.

لغرض اشتقاق العلاقات الرياضية لهذه الحالة سوف نفترض ان لدينا ثلاثة نقاط استخدمت لقياس منسوب نقطة معينة كما في الشكل التالي:



شكل (3) حساب منسوب نقطة من تقاطع ثلاثة متجهات في الفضاء

المصدر : الباحث

من خلال تطبيق المعادلة (3) يمكن إيجاد أربعة قيم لمنسوب النقطة P وكما يلي :

$$E_{P1} = \frac{S_{12} \sin \alpha_2 \tan \gamma_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} + E_1$$

$$E_{P2} = \frac{S_{12} \sin \alpha_1 \tan \gamma_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} + E_2$$

$$E_{P3} = \frac{S_{32} \sin \alpha_4 \tan \gamma_2}{\sin(\alpha_3 + \alpha_4)} + E_2$$

$$E_{P4} = \frac{S_{32} \sin \alpha_3 \tan \gamma_3}{\sin(\alpha_3 + \alpha_4)} + E_3$$

عندما يراد حساب المنسوب فقط فيمكن حساب الوسط الحسابي للمناسيب المحسوبة وتكون هذه القيمة تعطي أقل الانحرافات وبذلك تكون أحسن قيمة محتمة ويمكن إثبات ذلك من خلال تطبيق مبدأ المربعات الصغرى على معادلة تحتوي على مجهول واحد.

أما إذا كان المطلوب بالإضافة إلى المنسوب حساب مجموعة من القياسات مثل الاتجاهات والمسافات والإحداثيات فيمكن تكوين مجموعة من المعادلات اعتماداً "على المعادلة (3)" والتي تعتبر الموديل الرياضي، هذا بالإضافة إلى المعادلات التي تكون من بقية القياسات وبتطبيق مبدأ المربعات الصغرى يمكن الوصول إلى قيمة المنسوب الذي يعطي أقل الانحرافات وبنفس الوقت تعطي فيه بقية القياسات المحسوبة أقل الانحرافات. وبما أن هذا البحث يخص حساب المنسوب فقط لذا سوف يتم اشتقاق العلاقات الرياضية الخاصة بالحالة الأولى وكما يلي:

$$E_{pm} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_{Pi}}{\sigma_{E_{Pi}}}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_{E_{Pi}}}} \quad (5)$$

n : عدد مرات حساب المنسوب للنقطة P (ويساوي أربعة في المثال اعلاه)

E_{pm} : احسن قيمة لمنسوب النقطة P

$\sigma_{E_{Pi}}$: الخطأ الاحتمالي في المنسوب E_{Pi}

ولحساب دقة المنسوب المحسوب بهذه الطريقة يمكن تطبيق العلاقات التالية:

$$m_o = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{v_i^2}{\sigma_{E_{Pi}}}}{n-1}} \quad (6)$$

$$V_i = E_{pm} - E_{Pi}$$

$$\sigma_{E_{pm}} = \frac{m_o}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_{E_{Pi}}}}} \quad (7)$$

$\sigma_{E_{pm}}$: الخطأ الاحتمالي في المنسوب E_{pm}

٦- الاستنتاجات Conclusion

1. يمكن حساب منسوب نقطة ما بدون الحاجة الى الوصول اليها اذا ما قيست زاويتين افقية وزاوية رأسية ومسافة.
2. يمكن تحسين دقة المنسوب المحسوب اذا كانت المسافة S_{12} كبيرة والزاوية α_1 قريبة من 90° والزاوية γ_1 صغيرة (انظر الشكل (1)).
3. يمكن تحسين دقة المنسوب اذا زادت عدد نقاط الرصد اي تقاطع اكثر من متجهين.
4. يمكن ان تعتبر المعادلة (3) كموديل رياضي (mathematical model) يُستخدم في تصحيح الزوايا الافقية والرأسية والمسافات اذا علم المنسوب ، اي تطبيق الحالة العكسية ويجب في هذه الحالة توفر الشروط المطلوبة للحصول على عدد معادلات اكثر من الكميات المراد حسابها لكي يتم تطبيق مبدأ المربعات الصغرى (least Square) .
5. يمكن ان تستخدم هذه الطريقة في المسوحات الدقيقة لقياس هبوط settlement المنشآت عند توفر الاجهزة الدقيقة والنقاط الكافية للوصول الى الدقة المطلوبة، وفي هذه الحالة يتم تثبيت هدف في المنشأ المراد مراقبته ويحسب منسوب هذا الهدف كل فترة زمنية من نقاط ثابتة خارج المنشأ.

References

1. Bannister, A. a. (Seventh Edition 1998). *Surveying*. Harlow: Addison Wesley.
2. Moffitt, F. H. (Ninth Edition 1992). *Surveying*. New York: HaperCollins.
3. Schofield, w., & translated by Shaan, R. L. (1990). *Engineering Surveying*. Baghdad.
4. Shepherd, F. A. (1981). *Advanced Engineering Surveying*. London: Edward Arnold.
5. TOPCON. (2005). *ELECTRONIC TOTAL STATION GTS 220 SERIES*. Japan: TOPCON.
6. زياد عبد الجبار البكر . (2004). *المسح الهندسي والكادسترائي*. بغداد.