Journal of Administration and Economics Vol. (special issue) 2023 ISSN P.2221-5794 ISSN E.2790-2910



# تقدير معولية متعدد المكونات الإجهاد والمتانة لتوزيع قوة ألفا الآسي باستعمال طريقة RSS

# Estimation of Reliability in Multi-component stress –strength for Alpha- power Exponential distribution using method RSS

**الباحثة** : **زينب كاظم مزهر**
**Zainab kadhum merher**(1)
gl527@uowasit.edu.iq
جامعة واسط/كلية الإدارة والاقتصاد / قسم الاحصاء

**أ.د شروق عبد الرضا سعيد**
**Shrook.A.S.ALSabbh**(2)
shorouq.a@uokerbala.edu.iq
جامعة كربلاء/كلية الإدارة والاقتصاد / قسم الاحصاء

**المستخلص**

سوف نشتق في هذا البحث معولية نظام متعدد المكونات S-K المتانة والإجهاد بطريقة جديدة بناء على الطريقة المبتكرة (تحويلة قوة ألفا APT) لتقدير معولية المتانة والإجهاد للتوزيع الجديد واستخراج المعلومات غير المعلومة باستعمال طرق التقدير ومنها طريقة العينات المصنفة في الجانب التطبيقي أجريت دراسة محاكاة مونت كارلو باستعمال معايير (MSE , Bais) .

**Abstract**

**we will derive In this research the reliability of the S-K multicomponent system, stress and strength in a new way based on the innovative method (Alpha power Transformation APT) to estimate the reliability of stress and strength of the new distribution and extract the unknown parameters using estimation methods, including the method of classified samples. In the applied side, a simulation study was conducted using(MSE,Bais) .**

**الكلمات المفتاحية للبحث/** معولية نظام متعدد المكونات k من s , المتانة والإجهاد, تحويلة قوة ألفا, طريقة العينات المصنفة ,توزيع قوة ألفا الآسي.

*** بحث مستل من اطروحة دكتوراه**

## المقدمة [1,2,8]:

تعد المعولية المؤشر لبيان مدى كفاءة وقدرة الماكنة على العمل من دون أعطال لمدة زمنية طويلة لغرض زيادة الإنتاج نوعا وكما. فيمكن تفسيرها من ناحيتين, الناحية الفنية إذا تم تكرار إجراء التقييم فتعرف بأنها مدى توافق نتائج المؤهلات والتقديرات ، وفي الناحية الإحصائية فهي احتمال أن يعمل الجهاز أو الماكنة على إنجار عمل معين لمدة محددة من الزمن حتى حصول العطل في الماكنة .

تعرف المتانة بأنها مقدار قدرة المكون أو المنظومة على إنجار العمل المطلوب دون فشل , عند إحاطتها بمقدار من الحمل الخارجي أما بالنسبة إلى الإجهاد أنه مقدار الحمل الذي يؤدي إلى حدوث فشل المكون أو المنظومة والذي قد يكون ضغطا مسلطا على مادة أو حمل ميكانيكي أو درجة حرارة ... إلخ تلعب نماذج المتانة والإجهاد دورا مهما في تحليل القدرة الموثوقية, ويمكن تعريفها من خلال العلاقة الآتية

$$R=P(X>Y)$$

حيث إن قيمة (X)أكبر من قيمة (Y) ,قيمة (X) تمثل قوة النظام (المتانة ), قيمة (Y) تمثل الضغط (الإجهاد).

في العديد من التوزيعات الكلاسيكية المعيارية الحالية عند تطبيقها تظهر بعض القيود التي تكون غير ملائمة مع هذه البيانات إذ تظهر البيانات عادة سلوكا معقدا وأشكالا متنوعة ، مرتبطة بدرجات مختلفة من الانحراف والتفرطح ، لذا حاول العديد من الباحثين توسيع هذه التوزيعات الكلاسيكية الحالية ، من أجل الحصول على أكبر قدر من المرونة في نمذجة البيانات في مختلف مجالات الدراسة.

إذ تم تطوير تقنية حديثة ، تسمى تحويل قوة ألفا alpha power transformation (APT)

**<u>في عام (1968) إستطاع الباحث ( Shooman )</u>**

إيجاد دالة أسية تربط دالة كثافة الفشل ودالة معدل الفشل لأنموذج إجهاد – متانة فيزيائي مفترضا توزيعين مختلفين فرض إن متغير المتانة X يتبع التوزيع الطبيعي ومتغير الإجهاد Y يتبع توزيع بواسون.

**<u>في العام (1974) قام الباحثان ( Bhattacharyya & Johnson)</u>**

بعمل دراسة لدالة المعولية لأنموذج إجهاد – متانة لنظام مؤلف من k المركبات المستقلة تعمل بالتعاقب في وقت واحد حيث إن متغيرات الإجهاد العشوائية Y تتوزيع توزيعا أسيا بمعلمة قياس $\theta_1$ و S من متغيرات المتانة لها نفس التوزيع ومن ثم عمل بمقارنة بين مقدري طريقة الإمكان الأعظم والمنتظم غير المتحيز ذي أقل تباين.

**في العام(1981) قدم كلا من ( Kim & Kang )**

بعمل دراسة لدالة المعولية لأنموذج إجهاد – متانة لنظام مؤلف من k المركبات المستقلة تعمل بالتعاقب في وقت واحد حيث إن متغيرات الإجهاد والمتانة يتبعان توزيع ويبل بافتراض أن معلمات التوزيع غير معروفة وعمل مقارنة بين مقدري طريقة الإمكان الأعظم والمنتظم غير المتحيز ذي أقل تباين من خلال مقياس MSE

– **في العام(1986) قدم كل من ( Awad & Gharraf )**

دراسة محاكاة لمقارنة ثلاثة تقديرات لدالة معولية أنموذج الإجهاد – المتانة وهي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة بيز التجريبية وطريقة المقدر المنتظم غير المتحيز ذي أقل تباين عندما يتبع متغيري المتانة والإجهاد العشوائيين المستقلين توزيع (Burr )بقيم معلمات مختلفة ، وتوصلا إلى أفضل طريقة هي طريقة بيز .

– **في العام(1994) قدم كلا من ( Aich& Nandi)**

دراسة لدالة المعولية لأنموذج إجهاد – متانة حيث تناولت هذه الدراسة مقدرات بعض التوزيعات التي يتم تطبيقها في اختبارات الحياة

**في عام (2001) قدم كل من ( Kim Chang & Kang )**

دراسة بتقدير معولية أنموذج الإجهاد –المتانة بطريقة أسلوب بيز القياسي للأنظمة المتعددة المكونات على فرض أن متغيري الإجهاد والمتانة العشوائيين لهما توزيع ويبل ذي المعلمتين من خلال توظيف توزيعات أولية غير معلوماتية وفقا لأسلوب الباحث (Jeffery) ودوال خسارة مختلفة وباعتماد أساليب المحاكاة بطريقة مونت كارلو .

**في عام (2005) قدمت الباحثة ( العاني )**

دراسة حول تقدير المعولية في حالة الإجهاد والمتانة لبعض النماذج الإحصائية على فرض أن متغيري الإجهاد والمتانة العشوائيين مستقلان ولهما التوزيع نفسه. وأن نماذج الإجهاد والمتانة التي تم أخذها بنظر الاعتبار في هذه الدراسة هي (أنموذج ويبل وأنموذج باريتو ).

– **في عام (2006) قدم كل من الباحث( K.krishnamoorthy&S.Mukherjee&H.Guo) بحث [10]**

بحثا تناولوا فيه الاستدلال حول معولية الإجهاد والمتانة للتوزيع حيث تم الأخذ بنظر الاعتبار مشكلة اختبار الفرضيات وتقدير المدّة لمعلمة المعولية في نموذج الإجهاد والمتانة الذي يتضمن التوزيع الآسي لمعلمتين وإجراء الاختبار وتقدير الفترات وإيجاد الخصائص الإحصائية وذلك بإجراء المحاكاة وتطبيق طريقة مونت كارلو.

**<u>في عام 2009 قام الباحث ( العقراوي. رفز)</u>**

بتقدير دالة المعولية لنظام) N –of –out–k (system وهذا النظام أشمل من نظام التوالي وعندما) N=k) يصبح النظام نظام توالي حيث إن العمر الزمني له يتبع توزيع ويبل ذي المعلمتين وطبق على بيانات الجسر الذهبي المعلق في الولايات المتحدة الأمريكية بعد إيجاد معولية جميع الكيبلات.

**<u>في عام (2010) قام كل من الباحثين (G.Srinivasa& RRL kantam)</u>**

بعمل دراسة لدالة المعولية لأنموذج إجهاد – متانة لنظام مؤلف من k المركبات المستقلة تعمل بالتعاقب في وقت واحد حيث إن متغيرات الإجهاد والمتانة تتبع التوزيع log–logistic وإيجاد المعالمات بطرق التقدير (طريقة الامكان الاعظم وطريقة العزوم وطريقة افضل تقدير خطي غير متحيز ومن ثم إجراء المحاكاة وتطبيقها على كل طريقة من طرق التقدير .

**<u>في عام (2011) قام كل من الباحثين( Asgharzadeh and ……etc )</u>**

بتقديم دراسة حديثة حول معولية الإجهاد والمتانة بناء على عينات تخضع للرقابة التدريجية حيث طبق العمل على توزيع ويبل بحالة خاصة عندما تكون معلمة الشكل ثابتة ومعلمة القياس مختلفة ويمكن الحصول على توزيعين جديدين من خلال توزيع ويبل هما التوزيع الآسي وتوزيع رايلي وتطبيقها على بيانات حقيقية ومن ثم إجراء دراسة محاكاة .

**<u>في عام (2012) قدمت الباحثة</u>**

دراسة تطبيقية تخص تقدير دالة المعولية للنظام المتسلسل لأنموذج إجهاد – متانة في مصنع المأمون التابع للشركة العامة لصناعة الزيوت النباتية ، بافتراض أن متجه المتانة العشوائي هو متعدد المتغيرات Xوهو يمثل نظاما مؤلفا من K من المركبات مربوطة بشكل متسلسل ، أما بالنسبة لقيمة الإجهاد العشوائي($X_{k+1}$) فهو مشترك لجميع المركبات وهو يمثل أوقات اشتغال النظام الإضافية خارج الوقت التنفيذي لعمل النظام ، وعلى فرض أن المتغيرات العشوائية ($x_1, x_2, \dots, x_{k+1}$) تمثل أوقات الحياة لمركبات النظام هي مستقلة وتتوزع أسيا حيث تمت دراسة مجموعة من طرائق تقدير المعولية للنظام المتسلسل لأنموذج الإجهاد – المتانة وكانت طرائق التقدير هي (طريقة الإمكان الأعظم , طريقة المربعات الصغرى طريقة التقلص ,

طريقة المقدر المنتظم غير المتحيز ذي أقل تباين) وبعد إجراء المحاكاة تم توليد مجموعة من البيانات تتوزع توزيع أسيا وبأحجام عينات مختلفة وباستخدام طريقة مونت كارلو ومن ثم المقارنة بين طرائق تقدير المعولية للنظام المتسلسل باستخدام المقياسين الإحصائيين متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط الخطأ النسبي المطلق ( MAPE ) وتوصلت إلى أفضلية طريقة التقلص لتقدير معولية النظام المتسلسل لأنموذج الإجهاد – المتانة

**1-2 مشكلة البحث**

عند الخوض بمجال دراسات المعولية سواء كانت البيانات طبية أو هندسية أو غيرها تواجه الباحثين مصاعب وذلك من خلال اختيار مشاهدات العينة حسب التوزيعات الكلاسيكية المعروفة , ونتيجة التطور في مجال البحث العلمي تم التوصل إلى بعض الحلول ومنها إيجاد تحويلة حديثة تدعى تحويلة قوة ألفا(APT) alpha power transformation إذ تعطي هذه التحويلة توزيعات أكثر مرونة يمكن استعمالها في المعولية .

**1-3 هدف البحث**

الهدف الرئيس هو تقدير دالة المعولية المتانة والإجهاد لنظام متعدد المكونات

s out of k بطريقة حديثة وذلك بتعويض دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية للتوزيع الجديد الأكثر مرونة حسب تحويلة جديدة تدعى تحويلة قوة ألفا(APT) alpha power transformation وذلك من خلال اشتقاق صيغ رياضية بحتة وبعد الحصول على معالم مجهولة يتم تقديرها ب طرق التقدير.

**2- الطرائق والأساليب**

**2-1 المعولية: Reliability** [1 , 3]

تعرف المعولية بأنها إمكانية الجهاز أو الآلة إلى إنجار العمليات المخصصة لها من غير فشل (عطل) حيث إن الاهتمام المتزايد في موضوع الموثوقية يعود إلى التطورات السريعة واستخدام الأجهزة الإلكترونية المعقدة في مختلف مجالات الحياة . توجد عدة أنظمة للمعولية منها نظام K – out of –n إذ يعد هذا النظام الأكثر استعمالا في التطبيقات الهندسية هي أنظمة k–out–n وتكون أما أنظمة ثنائية أو أنظمة متتالية k–out of –s: G وتعد كأداة أكثر مرونة لنمذجة الأنظمة الهندسية

ويعد حالة خاصة من التكرار المتوازي عندما تنجح K من المركبات على الأقل من مجموع المركبات الأخرى

$$(x_1,x_2,\ldots\ldots\ldots x_n)=\begin{cases}1 & if \quad \sum_{i=1}^{n} \geq K\\ 0 & if \quad \sum_{i=1}^{n} < K\end{cases}$$

**نستعمل الصيغة الآتية لإيجاد معولية الإجهاد والمتانة**

$$R_{(s,k)} = \sum_{i=s}^{k}\binom{k}{s}\int_{-\infty}^{\infty}[1 - Fy]^{i}[Fy]^{k-i}\, dG(y\,) \qquad (1)$$

## 2-2 الإجهاد – المتانة[8, 10]

أصبح مصطلح الإجهاد – المتانة موضع اهتمام ودراسة بحوث في علوم الاجتماع والنفس والوراثة من خلال محاولة الباحثين في إيجاد تفسير واضح لطبيعة العلاقة بين الضغط والقدرة على تحمله وتطبيق ذلك عمليا في مجال العلوم والتكنولوجيا إذ اكتسب مصطلح الإجهاد ( Stress ) أهمية خاصة في حياتنا العملية إذ نتعرض يوميا إلى ضغوط نفسية أو إجهادات مستمرة وقد لا نمتلك (Strength ) القوة الكافية للتغلب على جميع الإجهادات ومن هذا المنطلق ، فالمفهوم الإحصائي العام لأنموذج الإجهاد – المتانة ( Stress – Strength Model ) يوضح طبيعة العلاقة بين متغيرين عشوائيين يمثلان المتانة والإجهاد ويتلخص في إيجاد أو تقدير احتمال أن يتجاوز أحدهما الآخر.

## 3-2 <u>التوزيع الآسي</u> Exponential Distribution [10][11]

يعد التوزيع الآسي أحد التوزيعات الأساسية شائعة الاستخدام الممثلة لإعمار الحياة , وله تطبيقات عديدة تدخل في دراسة المعولية ويعد التوزيع الآسي واحدا من التوزيعات المهمة في دراسة المشكلات والتي يكون الزمن أحد عواملها كتلك الدراسات الخاصة بالعطلات والتوقفات لمكائن منتج معين ويمتاز هذا التوزيع بأن دالة المخاطرة (Hazard Function) هي كمية ثابتة وتساوي معلمة التوزيع.

اما دالة الكثافة الاحتمالية P.d.f للتوزيع الآسي الموجب هي كالآتي :

$$\mathbf{f(x,\lambda)} = \begin{cases}\boldsymbol{\lambda e^{-\lambda X}} & ,\boldsymbol{X \geq 0}\ ,\boldsymbol{\lambda} > 0\\ \mathbf{0} & \boldsymbol{X} < 0\end{cases} \qquad \mathbf{(2)}$$

إذ إن :

λ : هي معلمة القياس إذ إن :

أما بالنسبة لدالة التوزيع التجميعية ( C.d.f) فهي :

$$F(x,\lambda) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda X} & X \geq 0 \\ 0 & X < 0 \end{cases} \quad (3)$$

## 2-4 تحويلة قوة ألفا [4 ,10] Alpha power transformation

عادة ما تواجهنا حالات فشل رتيبة اذا اردنا التطبيق في مجال الهندسة الموثوقية والبيولوجية, عند نمذجة البيانات الزمنية إذ تستعمل التوزيعات الكلاسيكية على نطاق واسع في العديد من التطبيقات مثل الهندسة والعلوم الطبية والبيئية وعلوم الاقتصاد فتكون سهلة التطبيق مما دفع اهتمام الباحثين إلى ادخال امتدادات جديدة توفر توزيعات موسعة , تبين ان هناك سلسلة من التطورات لهذه الحالة إذ قدم الباحثان ( Mahdavi and kundo في عام 2017) دراسة حديثة تضمن توليد طريقة جديدة للتوزيع بإضافة معلمة واحدة أو أكثر إلى النموذج الاساس وتدعى هذه الطريقة ب (تحويلة قوة ألفا ) ونرمز لها APT اختصارا ل Alpha power transformation وتكون هذه الطريقة سهلة الاستخدام والتطبيق وتستعمل بشكل فعال لأغراض تحليل البيانات التي تكون خاضعة للرقابة أو البيانات المقطوعة ويمكن استخدام هذه الطريقة وتطبيقها على التوزيعات مثل ( gamma , weibull, G Exponential)

إذ أن الدالة التراكمية لهذه الطريقة تعطى بالصيغة الآتية:

$$F_{APT}(x) = \frac{\alpha^{F(x)} - 1}{\alpha - 1} \qquad if \qquad \alpha > 0, \alpha \neq 1 \qquad \ldots(4)$$

ون دالة الكثافة الاحتمالية Pdf تعطى بالصيغة الآتية :

$$f_{APT}(x) = \frac{\log\alpha}{\alpha-1} f(x)\, \alpha^{F(x)} \qquad if \qquad \alpha > 0, \alpha \neq 1 \quad \ldots(5)$$

## 2-5 توزيع قوة ألفا الآسي [4]

يتم الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع قوة ألفا الآسي باستعمال الصيغة في المعادلة رقم ( 2-6 )

وعند تعويض دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الآسي المعروفة في المعادلة ( ) نحصل على الدالة الاحتمالية الحديثة المقترحة لتوزيع قوة ألفا الآسي على النحو الآتي :

$$f(_{X;\alpha,\lambda}) = \frac{\log\alpha}{\alpha-1} \lambda e^{-\lambda X} \alpha^{1-e^{-\lambda X}} \qquad if \qquad \alpha \neq 1 \quad \ldots(6)$$

حيث إن

X : متغير عشوائي

α: معلمة الشكل

λ: معلمة القياس

الدالة التراكمية CDF لتوزيع قوة ألفا الآسي

$$F(X;\alpha,\lambda)=\frac{\alpha^{(1-e^{-\lambda X})}-1}{\alpha-1} \qquad if \qquad \alpha\neq 1 \qquad \ldots(7)$$

**2-9-1 الطريقة المقترحة لتطبيق دالة المعولية للتوزيع الآسي**

استعمال الصيغة ( 1 ) لإيجاد دالة المعولية ( الإجهاد-المتانة) لتوزيع قوة ألفا الآسي بعد تعويض صيغة دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية لتوزيع قوة ألفا الآسي

$$R_{(s,k)}=\sum_{i=s}^{k}\binom{k}{s}\int_{-\infty}^{\infty}[1-Fy]^{i}[Fy]^{k-i}\,dG(y)$$

$$=\sum_{i=s}^{k}\binom{k}{i}\int_{0}^{\infty}\left[1-\frac{\alpha^{1-e^{-\lambda y}}-1}{\alpha-1}\right]^{i}\left[\frac{\alpha^{1-e^{-\lambda y}}-1}{\alpha-1}\right]^{k-i}\frac{log\alpha}{\alpha-1}\beta e^{-\beta y}\ \alpha^{1-e^{-\beta y}}\,dy\ \mathrm{R}_{(s,k)}$$

$$R_{s,k}=\sum_{i=s}^{k}\sum_{j=0}^{i}\sum_{m=0}^{j+k-i}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{r=0}^{n}(-1)^{2j+k-i+m+n}\binom{k}{i}\binom{i}{j}\binom{j+k+i}{m}\binom{n}{r}\beta\frac{\alpha^{m+1}m^{r}(log\alpha)^{n+1}}{[\lambda r+(1+n-r)]\beta(\alpha-1)^{j+k-i+1}}$$

**2-7 طريقة العينات المصنفة [12] Rank set sampling (R S S )**

تهدف العينات المصنفة إلى تحسين كفاءة تقدير متوسط العينة كمقدر لمتوسط المجتمع وبأقل تكلفة ويعد تطور حديث يمكن تطبيقه بمجالات علمية واسعة وذلك بأخذ عينة من المجتمع بحجم n وبترتيبها على شكل m مجموعات عشوائية من الأقل إلى الأعلى بعدها يحدد أقل مشاهدة في المجموعة الأولى ثم نحدد ثاني أقل مشاهدة في المجموعة الثانية نستمر حتى المجموعة الأخيرة التي يتم فيها اختيار أعلى مشاهدة هذه العملية تدعى بـ ( cycle) ويرمز لها بـ r ويتم تكرارها عدة مرات .

**-10-2-1 إيجاد المقدرات بطريقة العينات الرتبية للتوزيع (APE)**

لتوضيح أسلوب التقدير وفقا لطريقة العينات الرتيبة لتوزيع قوة ألفا الآسي نفترض أن عينة عشوائية مؤلفة من (n و m) من المتغيرات المستقلة التي لها توزيع آسي بمعلمة قياس (β,λ) وبدالة كثافة معرفة وفق المعادلة الآتية:

بفرض أن $X_{i,j}$متغير عشوائي يمثل المتانة يتوزع APE

$X_{i,j}\ , i = 1, \ldots\ldots, \bar{n}, j = 1, \ldots c1$

n=C1$\bar{n}$

و الدالة الاحتمالية لها هي

$$g(X_{i,j}) = \frac{\bar{n}!}{(\bar{\iota}-1)!(\bar{n}-r)!}\, f(X_{i,j})\, [F(X_{i,j})]^{\bar{\iota}-1}\ \ [1 - F[X_{i,j}]^{n-j}$$

بفرض أن $y_{i,j}$متغير عشوائي يمثل الإجهاد يتوزع APE

$y(\bar{\iota},\bar{\jmath})\ , \bar{\iota} = 1, \ldots\ldots, \bar{m}, \bar{\jmath} = 1, \ldots c2$

m=C2$\bar{m}$

و الدالة الاحتمالية لها هي

$$y(\bar{\iota},\bar{\jmath}) = \frac{\bar{m}!}{(\bar{\iota}-1)!(\bar{m}-\bar{\iota})!}\, fy(\bar{\iota},\bar{\jmath})\, [Fy(\bar{\iota},\bar{\jmath})]^{\bar{\iota}-1}\ \ [1 - F[y(\bar{\iota},\bar{\jmath})]^{\bar{m}-\bar{\iota}}$$

$$= \frac{n!}{(r-1)!(n-r)!} \left[\frac{\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}-1}{\alpha-1}\right]^{r-1} \left[1 - \frac{\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}-1}{\alpha-1}\right]^{n-r} \frac{log\alpha}{\alpha-1}\, \lambda e^{-\lambda x(r)}\, \alpha^{(1-e^{-\lambda x(r)})}$$

x(1), ……x(n) نطبق دالة الامكان للعينة المصنفة وهي

$$L\ x(1\ \ldots\ldots x(n) = \prod_{r=1}^{n}\Big[\ \frac{n!}{(r-1)!(n-r)!}\ \Big[\frac{\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}-1}{\alpha-1}\Big]^{r-1}\ \ \Big[1 - \frac{\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}-1}{\alpha-1}\Big]^{n-r}\ \frac{log\alpha}{\alpha-1}\ \lambda e^{-\lambda x(r)}\ \alpha^{(1-e^{-\lambda x(r)})}$$

$$= \prod_{r=1}^{n}\Big[\ \frac{n!}{(r-1)!(n-r)!}\ \prod_{r=1}^{n} \left[\frac{\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}-1}{\alpha-1}\right]^{r-1}\ \prod_{r=1}^{n}\ \left[1 - \frac{\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}-1}{\alpha-1}\right]^{n-r}\ \left[\frac{log\alpha}{\alpha-1}\right]^{n} \lambda^{n} e^{-\lambda \sum_{r=0}^{n} x(r) n}\ \prod_{r=1}^{n}\ \alpha^{(1-e^{-\lambda x(r)})}$$

$\frac{\partial l}{\partial\alpha}=\sum_{r=1}^{n}(r-1)[\frac{\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}})(1-e^{-\lambda x(r)})}{\alpha-1}-\frac{(\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}-1)}{(\alpha-1)^2}]\left(\frac{\alpha-1}{\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}-1}\right)+\sum_{r=1}^{n}(n-r)\frac{\alpha-1}{\alpha-\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}}[\frac{-\alpha^{-e^{-\lambda x(r)}}(1-e^{-\lambda x(r)}}{\alpha-1}+\frac{\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}}{(\alpha-1)^2}]+n\left[\frac{\alpha-1}{log\alpha}\left[\frac{\frac{\alpha-1}{\alpha}-log\alpha}{(\alpha-1)^2}\right]\right]+\frac{1}{\alpha}\sum_{r=1}^{n}(1-e^{-\lambda x(r)}+\sum_{v=1}^{m}(v-1)[\frac{\alpha-1}{\alpha^{1-e^{-\beta y(v)}}-1}][\frac{\alpha^{-e^{-\beta y(v)}}(1-e^{-\beta y(v)})}{\alpha-1}-\frac{(\alpha^{1-e^{-\beta y(v)}}--1)}{(\alpha-1)^2}]\sum_{v=1}^{m}(m-v)[\frac{\alpha-1}{\alpha-\alpha^{1-e^{-\beta y(v)}}}][\frac{-\alpha^{-e^{-\beta y(v)}}(1-e^{-\beta y(v)}}{\alpha-1}+\frac{\alpha^{-e^{-\beta y(v)}}-1}{(\alpha-1)^2}]+m\left[\frac{\alpha-1}{log\alpha}\left[\frac{\frac{\alpha-1}{\alpha}-log\alpha}{(\alpha-1)^2}\right]\right]+\frac{1}{\alpha}\sum_{v=1}^{m}(1-e^{-\beta y(v)}$

$$\frac{\partial l}{\partial\lambda}=\sum_{r=1}^{n}(r-1)[\frac{x\,log\alpha\,e^{-\lambda x(r)}\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}}{\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}-1}]+\sum_{r=1}^{n}(n-r)\frac{-\log\alpha\,\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}x(r)e^{-\lambda x(r)}}{\alpha-\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}}]+\frac{n}{\lambda}-\sum_{r=1}^{n}x(r)+log\alpha\sum_{r=1}^{n}\lambda e^{-\lambda x(r)}$$

$$\frac{\partial l}{\partial\beta}=\sum_{v=1}^{m}(v-1)[\frac{y(r)\,log\alpha\,e^{-\beta y(v)}\alpha^{1-e^{-\beta y(v)}}}{\alpha^{1-e^{-\beta y(v)}}-1}]+\sum_{r=1}^{n}(m-v)\frac{-\log\alpha\,\alpha^{1-e^{-\beta y(v)}}y(v)e^{-\beta y(v)}}{\alpha-\alpha^{1-e^{-\lambda x(r)}}}]+\frac{m}{\beta}-\sum_{v=1}^{m}y(v)$$

نذكر أن المعادلات في أعلاه من الصعوبة حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية لأنها معادلات غير خطية ولذلك تم حلها باستعمال الطريقة العددية للحصول على مقدرات طريقة العينات الرتيبة وهي ($\hat{\alpha}_{ss}$, $\hat{\lambda}_{ss}$,$\hat{\beta}_{ss}$) وبتعويض المقدرات المستحصل عليهما من المعادلات الرياضية نحصل على مقدر طريقة العينات الرتيبة لدالة المعولية للتوزيع الآسي للإجهاد والمتانة بالشكل الآتي :

$$\hat{R}_{RS}(\alpha,\lambda,\beta)=\left(\hat{\alpha}_{Rs},\hat{\lambda}_{Rs},\hat{\beta}_{Rs}\right)=R$$
$$=\sum_{i=s}^{k}\sum_{j=0}^{i}\sum_{m=0}^{j+k-i}\sum_{n=0}^{0}\sum_{r=0}^{\infty}(-1)^{2j+k-i+m+n}\binom{k}{i}\binom{i}{j}\binom{j+k+i}{m}\binom{n}{r}\beta\frac{\alpha^{m+1}(log\alpha)^{n+1}}{(\lambda r+(1+n-r)\beta(\alpha-1)^{j+k+i+1}}$$

**2- دراسة المحاكاة**

مفهوم المحاكاة وكيفية توليد الأعداد العشوائية وأيضا وصف مراحل تجارب المحاكاة من حيث حجوم العينات المولدة وكذلك التجارب والقيم الافتراضية للمعلمات ، وقد تم استعمال المقياسين الإحصائيين متوسط مربعات الخطأ (MSE, Bais) من أجل المقارنة بين المقدرات ، وقد تم الحصول على النتائج باعتماد برامج كتبت بلغة R

**نتائج المحاكاة لتوزيع قوة ألفا الآسي حسب الخطوات الآتية :**

1-إجراء تحليل نتائج المحاكاة لتوزيع قوة ألفا الآسي وإيجاد التقدير لمعلمات دالة المعولية للتوزيع بطريقة العينات المصنفة لـ (3) حالات .

| β | λ | α | النموذج |
|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 1.59 | 1 |
| 1 | 1 | 1.59 | 2 |
| 0.65 | 0.77 | 1.59 | 3 |

جدول رقم ( 1 ) يمثل القيم المفترضة للمعلمات في التطبيق

**2**-يتم تحديد أحجام العينات على النحو الآتي:

**n,m= 6, 15, 36, 60, 120**

بحيث إن $\boldsymbol{m = (\bar{m} * c2)}$ , $\boldsymbol{n = (\bar{n} * c1)}$,

$\boldsymbol{\bar{n} = 3, c1 = 2 \quad 3 * 2 = 6}$

$\boldsymbol{\bar{n} = 5, c1 = 3 \quad 5 * 3 = 15}$

$\boldsymbol{\bar{n} = 9, c1 = 4 \quad 9 * 4 = 36}$

$\boldsymbol{\bar{n} = 12, c1 = 5 \quad 12 * 5 = 60}$

$\boldsymbol{\bar{n} = 20, c1 = 6 \quad 20 * 6 = 120}$

نجري نفس الخطوات للحصول على قيم m حسب المعادلة الآتية $m = (\bar{m} * c2)$

<u>**نتائج المحاكاة لتوزيع قوة ألفا الآسي APE**</u>

**عند النموذج الأول**

عندما تكون قيم المعلمات $\alpha=1.59$ , $\lambda=2$ , $\beta=2$ وقيمة المعولية الحقيقية للنموذج الأول هي $R= 0.75$

وحسب $(1,3)$ $R_{s,k}$

جدول رقم (2)

$\alpha=1.59$ , $\lambda=2$ , $\beta=2$ $R= 0.75$ عندما $R_{s,k}$

| (n,m) | RSS | | |
|---|---|---|---|
| | R^ | bias | MSE |
| (9,8) | 0.7488119 | −0.00118814 | 0.00014199 |
| (9, 128) | 0.7338433 | −0.01615671 | 0.00711056 |
| **(36,32)** | 0.7411994 | −0.0088006 | 0.00220186 |
| (144,8) | 0.7563489 | 0.00634891 | 0.00124972 |
| (144, 128) | 0.7143613 | −0.03563867 | 0.00678495 |

**تفسير الجدول رقم ( 2 ) في النموذج الأول**

– عندما يكون حجم العينة للاجهاد والمتانة أقل ما يمكن(8و9) تكون أعلى قيمة معولية مقدرة هي في الطريقة RSS إذ بلغت (0.7488119) وتحتوي على قيمة MSE بمقدار ( 0.00014199 )

– عندما يكون حجم عينة المتانة أقل ما يمكن وحجم عينة الإجهاد أعلى ما يمكن ( 9,128 ) تكون أعلى قيمة معولية مقدرة هي في الطريقة RSS إذ بلغت (0.7338433) وتحتوي على قيمة MSE بمقدار ( 0.00711056 )

– عندما يكون حجم العينة للاجهاد والمتانة مساوي إلى حجوم العينات الحقيقية (36,32) تكون أعلى قيمة معولية في الطريقة RSS إذ بلغت (0.7411994 ) لأنها تحتوي على أقل MSE بمقدار ( 0.00220186 )

– عندما يكون حجم عينة المتانة أعلى ما يمكن وحجم عينة الإجهاد أقل ما يمكن (144,8) تكون أعلى قيمة معولية مقدرة هي في الطريقة RSS إذ بلغت (0.7563489) وتحتوي على قيمة MSE بمقدار ( 0.00124972 )

– عندما يكون حجم العينة للإجهاد والمتانة أعلى ما يمكن (144,128) تكون أعلى قيمة معولية مقدرة هي في الطريقة RSS إذ بلغت (0.7143613) وتحتوي على قيمة MSE بمقدار ( 0.00678495 ) .

**<u>نتائج المحاكاة عند النموذج الثاني</u>** عندما تكون قيم المعلمات $\beta=1$ , $\lambda=1$ , $\alpha=1.59$ وقيمة المعولية الحقيقية للنموذج الثاني هي $R= 0.75$

جدول رقم (3)

عندما $R_{S,K}$ $R= 0.75$ $\alpha=1.59$ , $\lambda=1$ , $\beta=1$

| (n,m) | RSS | | |
|---|---|---|---|
| | R^ | bias | MSE |
| (9,8) | 0.7474937 | −0.00250625 | 0.00044236 |
| (9, 128) | 0.7364157 | −0.01358429 | 0.00655167 |
| (36,32) | 0.7411994 | −0.0088006 | 0.00220186 |
| (144,8) | 0.7554002 | 0.00540016 | 0.00121789 |
| (144, 128) | 0.7252444 | −0.02475556 | 0.00644897 |

**تفسير الجدول رقم ( 3 ) في النموذج الثاني**

– عندما يكون حجم العينة للإجهاد والمتانة أقل ما يمكن(9و8) تكون أعلى قيمة معولية مقدرة هي في الطريقة RSS إذ بلغت (0.7474937) وتحتوي على قيمة MSE بمقدار ( 0.00044236 )

– عندما يكون حجم عينة المتانة أقل ما يمكن وحجم

عينة الإجهاد أعلى ما يمكن ( 9,128 ) تكون أعلى قيمة معولية مقدرة هي في الطريقة RSS إذ بلغت (0.7364157) وتحتوي على قيمة MSE بمقدار ( 0.00655167 )

– عندما يكون حجم العينة للإجهاد والمتانة مساوي إلى حجوم العينات الحقيقية (36,32) تكون أعلى قيمة معولية في الطريقة RSS إذ بلغت ( 0.7411994 ) لأنها تحتوي على أقل MSE بمقدار ( 0.00220186)

– عندما يكون حجم عينة المتانة أعلى ما يمكن وحجم عينة الإجهاد أقل ما يمكن (144,8) تكون أعلى قيمة معولية مقدرة هي في الطريقة RSS إذ بلغت (0.7554002) وتحتوي على قيمة MSE بمقدار ( 0.00121789 )

– عندما يكون حجم العينة للإجهاد والمتانة أعلى ما يمكن ما يمكن(144,128) تكون أعلى قيمة معولية مقدرة هي في الطريقة RSS إذ بلغت (0.7252444) وتحتوي على قيمة MSE بمقدار ( 0.00644897 )

**<u>نتائج المحاكاة عند النموذج الثالث</u>**

عندما تكون قيم المعلمات $\beta=0.65$ , $\lambda=0.77$ , $\alpha=1.59$ وقيمة المعولية الحقيقية للنموذج الأول هي $R=0.6991912$

**جدول رقم (4)**

عندما(1,3) $R_{S,K}$ $\alpha=1.59$ , $\lambda=0.77$ , $\beta=0.65$ $R=0.6991912$

| (n,m) | RSS | | |
|---|---|---|---|
| | R^ | MSE | Bias |
| (9,8) | 0.6963952 | –0.002796 | 0.00121776 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | 08 | |
| (9, 128) | 0.6858143 | −0.0133769 | 0.00623574 |
| **(36,32)** | 0.6889649 | −0.01022636 | 0.00212094 |
| (144,8) | 0.7049462 | 0.00575498 | 0.00179949 |
| (144, 128) | 0.6647229 | −0.03446835 | 0.0071881 |

**تفسير الجدول رقم ( 4 ) في النموذج الثالث**

– عندما يكون حجم العينة للإجهاد والمتانة أقل ما يمكن(8و9) تكون أعلى قيمة معولية مقدرة هي في الطريقة RSS إذ بلغت (0.6963952) وتحتوي على قيمة MSE بمقدار ( 0.00121776)

– عندما يكون حجم عينة المتانة أقل ما يمكن وحجم عينة الإجهاد أعلى ما يمكن ( 9,128 ) تكون أعلى قيمة معولية مقدرة هي في الطريقة RSS إذ بلغت (0.6858143) وتحتوي على قيمة MSE بمقدار (0.00623574 )

– عندما يكون حجم العينة للإجهاد والمتانة مساوي إلى حجوم العينات الحقيقية (36,32) تكون أعلى قيمة معولية في الطريقة RSS إذ بلغت ( 0.6889649 ) لأنها تحتوي على أقل MSE بمقدار (0.00212094 )

- عندما يكون حجم عينة المتانة أعلى ما يمكن وحجم عينة الإجهاد أقل ما يمكن (144,8) تكون أعلى قيمة معولية مقدرة هي في الطريقة RSS إذ بلغت 0.7049462 () وتحتوي على قيمة MSE بمقدار ( 0.00179949 )

- عندما يكون حجم العينة للإجهاد والمتانة أعلى ما يمكن ما يمكن(144,128) تكون أعلى قيمة معولية مقدرة هي في الطريقة RSS إذ بلغت (0.6647229) وتحتوي على قيمة MSE بمقدار ( 0.0071881 )

**2- 10 الاستنتاجات**

1- من أهم الاستنتاجات النظرية في هذا البحث هو الحصول على دالة كثافة احتمالية جديدة أكثر مرونة للتوزيع الآسي ودالة تراكمية .
2- الحصول على مقدر جيد لدالة المعولية لتوزيع قوة ألفا الآسي .
3- في طريقة العينات المصنفة أن قيم (Bais MSE) , تكون مختلفة ولا تعتمد على أحجام العينات وإنما متغيرة من نموذج إلى آخر وحسب دالة المعولية .
4- من نتائج المحاكاة لنظام s out of k أن المعولية هي دالة متناقصة وهي مطابقة مع الحقيقة العلمية .

**المصادر :**


1- الصفاوي وصفاء يونس والجمال زكريا يحيى 2006 (( استخدام مقدر الإمكان الأعظم وطريقة كابلن- مير لتقدير المعولية مع التطبيق على معمل اطارات بابل )) مجلة تنمية الرافدين مجلد 82و العدد 28 .

2- محمود , شيماء وليد 2019 (( تقدير دالة المعولية للبيانات الكاملة )) المجلة العراقية للعلوم الإحصائية ( 30) .

3- فدعم, انتصار عريبي وداود,اسيل مبدر2014 ((تقدير الدالة المعولية للأنظمة متعددة الحالات باستخدام المشتقة الجزئية المنطقية المباشرة)) مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية المجلد 20 العدد 7 .

4- Mahdavi, A., & Kundu, D. (2017). A new method for generating distributions with an application to exponential distribution . Communications in Statistics-Theory and Methods, 46(13), 6543-6557.

5- Tisi, J., Whitehouse, G., Maughan, S., & Burdett, N. (2013). A review of literature on marking reliability research. Ofqual/13/5285.

6- Ihtisham, S., Khalil, A., Manzoor, S., Khan, S. A., & Ali, A. (2019). Alpha-Power Pareto distribution: Its properties and applications. PloS one , 14(6), e0218027.

7- Nadarajah, S. (2005). Exponentiated pareto distributions. Statistics, 39(3), 255-260.

8- Pandit, P. V., & Joshi, S. (2018). Reliability estimation in multicomponent stress-strength model based on generalized Pareto distribution. American Journal of Applied Mathematics and Statistics, 6(5), 210-217.

9- Hassan, A. S., Al-Omari, A., & Nagy, H. F. (2021). Stress–strength reliability for the generalized inverted exponential distribution using MRSS. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions A: Science, 45(2), 641-659.

10- Almetwally, E. M., Alotaibi, R., Mutairi, A. A., Park, C., & Rezk, H. (2022). Optimal Plan of Multi-Stress–Strength Reliability Bayesian and Non-Bayesian Methods for the Alpha Power Exponential Model Using Progressive First Failure. Symmetry, 14(7), 1306.

11-Lawless, J . F., (2002) " Statistical Models and Methods for Lifetime Data " Waterloo University press , Second Edition .

12-Hassan,A.S.,Assar .S.M.,&Yahya .M.,(2015) Estimation of p(Y<X)for Burr distribution under several Modification for rank set sampling .Australian Journal of Basic and Applied Sciences,9(1),124-140.