

## المقارنة بين التوزيع الأسي وتوزيع مارشال أولكن الأسي لتقدير دالة بقاء مرضى كورونا

الاستاذ المساعد الدكتور ريسان عبد الامام زعلان

الباحثة: أقبال قاسم رمضان

كلية الادارة والاقتصاد \_ قسم الاحصاء

كلية الادارة والاقتصاد \_ قسم الإحصاء

جامعة البصرة<sup>1</sup>

جامعة كربلاء

### المستخلص :

ان دراسة دوال تحليل البقاء على قيد الحياة لها دور مهم في مجال الطب اذ انها تشكل أهمية كبيرة في قياس طول فترة البقاء على قيد الحياة للمرضى وخصوصا مرضى كورونا لذا تم في هذا البحث استعمال المحاكاة في المقارنة بين طريقتي الإمكان الأعظم ( Maximum Likelihood Method ) وطريقة (Jackknife) لتقدير معالم التوزيع الأسي والتوزيع الموسع مارشال أولكن الأسي عن طريق إجراء تجربة المحاكاة باستعمال طريقة مونت كارلو ( Monte carlo ) وقد تم اعتماد أربعة حجوم للعينات وتم تكرار التجربة 1000 مره لكل نموذج من نماذج القيم الافتراضية بهدف الحصول على أعلى تجانس ممكن . وبالاعتماد على المقاييس الأحصائية متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) ومن ثم اختيار التوزيع الاحتمالي الأفضل لتقدير دالة بقاء مرضى كورونا.

**الكلمات المفتاحية :** دوال البقاء , التوزيع الاسي, التوزيع الموسع مارشال اولكن الاسي ,طريق الإمكان الاعظم, طريقة (Jackknife)

<sup>1</sup> بحث مستل من رسالة الماجستير الموسومة (مقارنة بين توزيعات مختلفة لاختيار افضل توزيع لتقدير دالة البقاء لمرضى كورونا) في كلية الإدارة والاقتصاد قسم الإحصاء في جامعة كربلاء

## Comparison between the exponential distribution and the Marshall Olkin exponential distribution to estimate the survival function of corona patients

Researcher: Iqbal Qassem Ramadan,

Assistant Prof Dr. Risan Abdel-Imam Zaalan

College of Administration and Economics \_ Department of Statistics

University of Karbala

### Abstract :

The study aims to find the appropriate probability distribution to represent and describe the survival data for a sample of patients infected with Coronavirus (Covid-19) from the date of their admission to the hospital until death measured in days, as well as estimating the survival function of the aforementioned sample.

The simulation experiment was conducted using the Monte Carlo method with different sample sizes (30, 50, 100, 200) and the experiment was repeated 1000 times for probability distributions (Exponential distribution, and probability distributions Expanded (Marshall-Olkin Exponential distribution) For the purpose of testing the survival function behavior and comparing the Maximum Likelihood method and Jackknife method to choose the best method for estimating the survival function of the aforementioned probability distributions based on the statistical measures of mean squared error (MSE) and mean integral error squares (IMSE)

Through the criteria (AIC, AICC), it was found that the proposed distribution (Marshall-Olkin - Exponential distribution ) is more suitable for representing and describing the data of the sample under study.

**Keywords:** survival functions, exponential distribution, expanded Marshall-Olkin exponential distribution, the path of greatest possibility, the Jackknife method.

## المقدمة :

من الخطوات المهمة في التحليل الإحصائي هي مرحلة تمثيل البيانات ووصفها من خلال استخدام التوزيعات الاحتمالية والتي يكون اعتماد بقية مراحل الدراسة عليها فإذا تم اختيار توزيع إحصائي غير ملائم او غير مناسب لتمثيل البيانات قيد الدراسة ستؤدي هذه العملية للحصول على نتائج غير موثوقة وبهذه الحالة يكون القرار غير دقيق . وهناك توزيعات مختلطة مستمرة نتيجة خلط متغيرين عشوائيين حتى يمكن من خلالها تمثيل بيانات الفشل أو بيانات البقاء بصورة دقيقة ومن هذه التوزيعات التوزيع الأسّي (Exponential Distribution) وهو توزيع احتمالي أُشتق اسمه من الدالة الأسية ويكون توزيعاً احتمالياً مستمراً ويمكن استخدام هذا التوزيع في تخمين الفترات الزمنية لوقوع الأحداث والتوزيع الموسع للتوزيع الأسّي هو توزيع مارشال أولكن الأسّي (Marshall-Olkin Exponential Distribution) تم تقديمه من قبل العالم مارشال وأولكن في عام 1997 (Marshall and Olkin) عن طريق إضافة معلمة جديدة الى التوزيع الأسّي (Exponential Distribution) والتي تولد عائلة جديدة من خلال إضافة معلمة جديدة الى التوزيع الأساسي والتوزيع الجديد الناتج يسمى باسم عائلة مارشال أولكن وتأتي هذه الطريقة بأستعمال دالة البقاء لأي توزيع  $\bar{F}(t)$  ، فنحصل على دالة البقاء للتوزيع الجديد  $\bar{G}(t; \alpha)$  .

## مشكلة البحث:

هناك اهتمام متزايد بكثير من الدراسات التي تهتم بالمعولية نتيجة للدور المهم الذي يلعبه هذا العلم في تقدير احتمالات البقاء ومتوسط الحياة فكلما من نظرية المعولية ( Reliability Theory ) ونظرية البقاء (Survival Theory) تشتركان في قياس طول الحياة ، فالأولى تختص بالمعدات والمكانن والثانية تختص بالكائنات الحية.

نظرية البقاء هي من الفروع المهمة في علم الاحصاء والتي لها دور مهم في تحليل أي ظاهرة صحية أو ظاهرة طبيعية اعتماداً على البيانات الإحصائية المتوفرة عن تلك الظاهرة وعليه فالقيام بعملية التقدير نحصل على مقدرات جديدة تحمل الصفات المطلوب توافرها في المقدر المثالي الذي يمكن أن يعتمد عليه للوصول الى نتائج أكثر دقة فيجب اختيار الطريقة المناسبة للتقدير .

منذ بداية جائحة كورونا (Covid-19) اهتم الباحثين في إيجاد التوزيع الاحتمالي الملائم لتمثيل ووصف بيانات البقاء على قيد الحياة للمرضى المصابين بفيروس كورونا (Covid-19) في سبيل اعطاء فهم أفضل حول سلوك فيروس كورونا (Covid-19) ، بإعتبار أنّ جائحة كورونا هي ظاهرة عشوائية تتبع وفق سلوك احتمالي معين، وإنّ دراسة السلوك العشوائي لظاهرة لها استعمالات عديدة ومن أهم هذه الاستعمالات التنبؤ بسلوكها المستقبلي.

ومن المعلوم إنّ دراسة دوال تحليل البقاء على قيد الحياة لها دور اساسي في مجال الطب، إذ تشكل أهمية كبيرة في قياس طول فترة البقاء على قيد الحياة للمرضى، وبذلك أصبحت دالة البقاء تؤدي دوراً أساسياً في التقدير والتنبؤ.

### هدف البحث:

يهدف البحث الى المقارنة بين طريقتي الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Method) (وطريقة Jackknife)) لتقدير للتوزيع الأسي (Exponential Distribution) وتوزيع مارشال أولكن الأسي (Marshall-Olkin Exponential Distribution) باستعمال المحاكاة وتحديد التوزيع الأفضل من اجل تقدير دالة بقاء مرضى كورونا .

### 2- دالة البقاء (Survival Function) [14][15][11]

دالة البقاء هي احتمال بقاء الفرد على قيد الحياة حتى الوقت المحدد  $t$ ، وهي مكملة لدالة التوزيع التراكمية  $F(t)$ ، وغاليا ما يرمز لها بالرمز  $S(t)$ ، وتعرف دالة البقاء رياضياً حسب الصيغة الآتية:

$$S(t) = p_r(T > t), t \geq 0$$

$$S(t) = 1 - p_r(T \leq t)$$

$$S(t) = 1 - F(t) \quad (1 - 2)$$

إذ إنّ:

$T$  : يمثل متغير زمن البقاء أو الزمن المستغرق لحدوث الحدث (time to events) وهو حدث الموت (المتغير العشوائي الذي يشير إلى وقت البقاء حتى حدوث الموت) أي يمثل زمن الفشل.

$t$  : يمثل زمن البقاء على قيد الحياة (الوقت المحدد).

خصائص دالة البقاء (Survival function) تكون على وفق الآتي :

1- دالة غير متزايدة (non-increasing) (متناقصة مع الزمن)

2- دالة احتمالية  $0 \leq S(t) \leq 1$  أي أنّها كقيمة عددية محصورة بين الصفر (0) والواحد (1).

إذ إنّ دالة البقاء هي التي تعطي احتمال البقاء على قيد الحياة قبل الزمن  $t$  مباشرة، أو بشكل عام هي احتمالية عدم وقوع الحدث موضوع الاهتمام بالزمن  $t$ ، على سبيل المثال يعطي احتمال بقاء المريض على قيد الحياة بعد الوقت المحدد.

عندما يكون الوقت مساوياً للصفر أي ( $t=0$ ) فإن دالة البقاء تكون مساوية للواحد ( $S(t)=1$ ) وهذا يعني احتمال بقاء الشخص المصاب على قيد الحياة عند الزمن ( $t=0$ ) يساوي واحد.

3- الدوال المرتبطة بدالة البقاء

1 دالة الكثافة الاحتمالية **Probability Density function** <sup>[19]</sup>

تمثل احتمال حدوث الحدث (الموت) في المدة ( $t, t + \Delta t$ )، والتي يرمز لها  $f(t)$ ، والتعبير الرياضي لها يكون على النحو الآتي:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\text{pr}[t < T < t + \Delta t]}{\Delta t}, \quad t \geq 0, \quad \Delta t_i = t_i - t_{i-1} \quad (1-3)$$

إذ إن  $\Delta t$  تمثل التغير في قيمة المتغير العشوائي  $T$

ولدالة الكثافة الاحتمالية خصائص هي:

$$f(t) \geq 0 \quad \diamond$$

مجموع المساحة تحت منحنى  $f(t)$  مساوية دائماً للواحد الصحيح أي إن:

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1$$

2. دالة الكثافة التجميعية **cumulative Density function** <sup>[1][18]</sup>

وهي احتمالية حدوث الحدث (الموت) قبل الوقت  $t$  ويرمز لها  $F(t)$  وتعرف على أنها مكملة لدالة البقاء، بالإمكان التعبير عنها رياضياً كما يلي:

$$F(t) = \text{pr}(T \leq t) = \int_0^t f(u) du = 1 - S(t), \quad t \geq 0 \quad (2-3)$$

اذان:

$t$  يمثل الوقت حتى حدوث الحدث (الموت)

$f(u)$  دالة الكثافة الاحتمالية لزمن  $t$

وإن دالة الكثافة التجميعية تمتلك عدة خصائص:

❖ تكون دالة متزايدة مع الزمن (تناسب طردياً مع الزمن).

❖ محددة في الفترة  $[0, t]$  وغير سالبة قيمتها موجبة بين الصفر والواحد.

دالة المخاطرة **Hazard function** <sup>[10]</sup>

دالة المخاطرة وهي الدالة التي يرمز لها بالرمز  $h(t)$  لوقت البقاء  $T$  وهي احتمال وقوع حدث يحدث في مدة زمنية قصيرة، إذا كان  $T$  متغيراً عشوائياً له دالة توزيع تراكمية ودالة كثافة احتمالية فإن:

$$h(t)=\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{P(T \leq t + \Delta t | T > t)}{\Delta t}, \quad t > 0 \quad (3-3)$$

ويمكن كتابة دالة المخاطرة كنسبة بين دالة الكثافة الاحتمالية ( $t$ ) ودالة البقاء  $S(t)$  وحسب الصيغة الآتية:

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} \quad (4 - 3)$$

4-3 متوسط زمن الفشل أو الوفاة (MTTF) (Mean Time To failure) [17][13]

يعرف على أنه القيمة المتوقعة لزمن البقاء على قيد الحياة قبل حصول الوفاة أي ( الوفاة ) ويعبر عنه رياضياً كما يلي:

$$\begin{aligned} MTTF &= E(t) \\ &= \int_0^{\infty} t f(t) dt, \quad t > 0 \end{aligned} \quad (5 - 3)$$

4- طرائق التقدير:

هناك العديد من الطرائق المستعملة لتقدير معالم التوزيعات الاحتمالية، سيتم استعمال طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Estimation (MLE) وطريقة Jackknife المعتمدة على مقدر الإمكان الأعظم لتقدير معالم ودالة البقاء للتوزيعات الاحتمالية .

1-4 طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Estimation (MLE) [4][3]

اذ تُعد هذه الطريقة واحدة من بين طرائق الاستدلال الاحصائي التي لها استعمالات واسعة في التقدير كونها تتميز بعدة خصائص منها:

- (1) الكفاية (Sufficient)
- (2) أقل تباين (Minimum Variance)
- (3) الثبات (Invariance)
- (4) عدم التحيز (Unbiased) بازدياد حجم العينة.
- (5) الاتساق (consistency)
- (6) الكفاءة (Efficiency)

فضلاً عن أنها تكون أكثر دقة بازدياد حجم العينة، وان مقدر الإمكان الأعظم هو الذي يجعل لوغارتيم دالة الإمكان في نهايتها العظمى.

لنفرض إن لدينا عينة عشوائية بالحجم  $n$  ( $t_1, t_2, \dots, t_n$ ) من توزيع احتمالي معين، فإن دالة الإمكان الأعظم تعرف على النحو الآتي:

$$L(t_1, t_2, \dots, t_n) = \prod_{i=1}^n f(t_i; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \quad (1-4)$$

أما اللوغاريتم الطبيعي لدالة الإمكان الأعظم

$$\ln(L(t_1, t_2, \dots, t_n)) = \ln\left(\prod_{i=1}^n f(t_i; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)\right) \quad (2-4)$$

وللحصول على مقدرات الإمكان الأعظم  $\hat{\theta}_j$  نعمل على اشتقاق المعادلة المذكورة آنفاً بالنسبة لكل معلمة  $\theta_j$  ومساواتها للصفر ثم حل المعادلات الناتجة بالطرائق التحليلية الاعتيادية أو الطرائق العددية.

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} \ln(L(t_1, t_2, \dots, t_n)) = \frac{\partial}{\partial \theta_j} [\ln(\prod_{i=1}^n f(t_i; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k))] = 0 \quad (3-4)$$

2-4 طريقة Jackknife<sup>[5]</sup>

طبقت هذه الطريقة لأول مرة من قبل الباحث Quenouille في عام 1949 إذ يستخرج مقدر Jackknife

على النحو الآتي:

$$\hat{\theta}_{\text{Jackknife}} = n\hat{\theta} - (n-1)\theta_*$$

إذ إن:

$\hat{\theta}$  تمثل مقدر المعلمة حسب الطريقة المعتمدة

$$\theta_* = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{\theta}_i}{n} \text{ تساوي}$$

اذ يتم تقدير المعلمات ودالة البقاء للتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة حسب أسلوب Jackknife بالاعتماد على طريقة الإمكان الأعظم وعلى النحو الآتي:

$$\hat{\theta}_{\text{Jackknife}} = n\hat{\theta}_{\text{mle}} - (n-1)\theta_*$$

إذ إن:

$\hat{\theta}_{\text{mle}}$ : مقدر المعلمة بطريقة الإمكان الأعظم

$\hat{\theta}_i$ : يتم ايجادها وفق الخطوات التالية:

1- ايجاد  $\hat{\theta}_1$  وذلك بحذف المتغير الأول  $t_1$  من مجموعة المتغيرات  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$  وايجاد  $\hat{\theta}_1$  حسب طريقة الإمكان الأعظم بدون المتغير الأول

2- ايجاد  $\hat{\theta}_2$  وذلك بترجيع المتغير الأول  $t_1$  الى مجموعة المتغيرات  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$  وحذف المتغير الثاني  $t_2$  من هذه المتغيرات وايجاد  $\hat{\theta}_2$  حسب طريقة الإمكان الأعظم بدون المتغير الثاني.

3- وهكذا نستمر بإيجاد  $\hat{\theta}$  إلى أن نجد  $\hat{\theta}$ .

4- ايجاد  $\theta_*$

5- نطبق صيغة Jackknife

$$\hat{\theta}_{\text{Jackknife}} = n\hat{\theta}_{\text{mle}} - (n-1)\theta_*$$

وعليه يمكن إيجاد مقدر دالة البقاء  $\hat{S}_{\text{Jackknife(mle)}}(t)$  للتوزيعات الاحتمالية

### 5-التوزيع الاسي Exponential distribution<sup>[7]</sup>

في نظرية الاحصاء الرياضي، التوزيع الاسي (Exponential distribution) هو توزيع احتمالي مستمر اشتق اسمه من الدالة الاسية، ويستعمل هذا التوزيع في تقدير الفترات الزمنية بين وقوع الاحداث.

ان دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) (probability density function) للمتغير العشوائي T الذي يتبع التوزيع الاسي تكون على النحو الآتي :

$$f(t; \theta) = \theta e^{-\theta t} \quad \theta > 0, \quad t > 0 \quad (1-5)$$

اما دالة التوزيع التراكمية CDF (Cumulative distribution function) لمتغير عشوائي يتبع التوزيع الاسي تعطى بالصيغة التالية :

$$F(t; \theta) = 1 - e^{-\theta t} \quad (2-5)$$

وان دالة البقاء للتوزيع الاسي تكون على النحو الاتي:

$$S(t; \theta) = e^{-\theta t} \quad (3-5)$$

وللحصول على تقدير معلمة ودالة البقاء للتوزيع الاسي باستعمال طريقة الامكان الاعظم نتبع الخطوات الاتية:

$$L(t_1, t_2 \dots t_n, \theta) = f(t_1, \theta). f(t_2, \theta) \dots f(t_n, \theta)$$

$$L(t_i; \theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i, \theta) \quad (4-5)$$

تعويض دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي (1-4) في الصيغة المذكورة آنفاً:

$$L(t_i; \theta) = \prod_{i=1}^n [\theta e^{-\theta t}]$$

$$L(t_i; \theta) = \theta^n e^{-\theta \sum_{i=1}^n t_i}$$

وبأخذ اللوغارتم لطرفي الصيغة آنفاً نحصل على:



$$\ln L(t_i; \theta) = n \ln \theta - \theta \sum_{i=1}^n t_i$$

وبأخذ المشتقة الجزئية الأولى للصيغة آنفاً بالنسبة للمعلمة ( $\theta$ ) ومساواتها إلى الصفر نحصل على :

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = \frac{n}{\theta} - \sum_{i=1}^n t_i = 0$$

$$\frac{n}{\theta} = \sum_{i=1}^n t_i$$

ان تقدير الامكان الاعظم للمعلمة  $\theta$  هو

$$\hat{\theta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n t_i} = \frac{1}{\bar{T}} \quad (5 - 5)$$

وبعد تعويض المقدّر ( $\hat{\theta}$ ) في دالة البقاء (1-2) نحصل على مقدر الامكان الاعظم لدالة بقاء التوزيع الاسي.

$$\hat{S}(t) = e^{-\hat{\theta}_{MLE} t} \quad (6 - 5)$$

#### 6- توزيع مارشال اولكن الاسي Marshall-Olkin Exponential distribution [16] [8]

قدم توزيع مارشال اولكن الاسي (Marshall-Olkin Exponential distribution) عام 1997 من قبل الباحثان (Marshall and Olkin) عن طريق اضافة معلمة جديدة الى التوزيع الاسي (Exponential distribution)

ان دالة الكثافة الاحتمالية pdf (probability density function) للمتغير العشوائي T الذي يتبع توزيع مارشال اولكن الاسي (Marshall-Olkin Exponential distribution) تكون على الشكل الاتي:

$$f(t; \alpha, \theta) = \frac{\alpha \theta e^{\theta t}}{(e^{\theta t} - \bar{\alpha})^2}, t > 0, (\alpha, \theta) > 0, \bar{\alpha} = 1 - \alpha \quad (1 - 6)$$

اذ ان

$\alpha$  تمثل معلمة الشكل (shape parameter)

$\theta$  تمثل معلمة القياس (scale parameter)

اما دالة البقاء (Survival function) لمتغير عشوائي يتبع مارشال اولكن الاسي (Marshall-Olkin Exponential distribution) تكون على النحو الاتي:

$$S(t; \alpha, \theta) = \frac{1}{e^{\theta t} - \bar{\alpha}} \quad (2 - 6)$$

وللحصول على تقدير معالم ودالة البقاء لتوزيع مارشال اولكن الاسي Marshall-Olkin Exponential (distribution) باستعمال طريقة الامكان الاعظم نتبع الخطوات الاتية:

$$L(t_1, t_2 \dots t_n; \alpha, \theta) = f(t_1; \alpha, \theta). f(t_2; \alpha, \theta) \dots f(t_n; \alpha, \theta) \quad (3-6)$$

$$L(t_i; \alpha, \theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i; \alpha, \theta) \quad (4-6)$$

تعويض دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع مارشال اولكن الاسي المعادلة (1-5) في الصيغة المذكورة آنفاً المعادلة (4-5):

$$L(t_i; \alpha, \theta) = \prod_{i=1}^n \left[ \frac{\alpha \theta e^{\theta t}}{(e^{\theta t} - \bar{\alpha})^2} \right]$$

وبأخذ اللوغارتم لطرفي الصيغة آنفاً نحصل على:

$$\ln L(\alpha, \theta) = n \ln \alpha + n \ln \theta + \theta \sum_{i=1}^n t_i - 2 \sum_{i=1}^n \ln(\alpha - 1 + e^{\theta t_i})$$

وبأخذ المشتقة الجزئية الأولى للصيغة آنفاً بالنسبة للمعلمة  $(\alpha, \theta)$  ومساواتها الى الصفر نحصل على:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} - 2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha - 1 + e^{\theta t_i}} = 0 \quad (5 - 6)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = \frac{n}{\theta} + \sum_{i=1}^n t_i - 2 \sum_{i=1}^n \frac{t_i e^{\theta t_i}}{\alpha - 1 + e^{\theta t_i}} = 0 \quad (6 - 6)$$

المعادلات (5-6) (6-6) معادلات غير خطية لا يمكن حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية ولذلك تم حلها باستعمال الطريقة العددية (نيوتن رافسون) للحصول على مقدرات طريقة الامكان الاعظم

$(\hat{\theta}_{MLE}, \hat{\alpha}_{MLE})$ ، وتعويض المقدرات  $(\hat{\theta}_{MLE}, \hat{\alpha}_{MLE})$  في دالة البقاء (2-6) نحصل على مقدر الامكان الاعظم لهذه الدالة.

$$\hat{S}(t; \alpha, \theta) = \frac{1}{e^{\hat{\theta}_{MLE}t} - 1 + \hat{\alpha}_{MLE}} \quad (7 - 6)$$

7- معايير اختيار افضل توزيع :

تعد عملية اختيار التوزيع الملائم لبيانات العينة من العمليات المهمة جدا في الاستدلال الاحصائي.

وللحصول على افضل توزيع من التوزيعات الاحتمالية لتمثيل ووصف البيانات سيتم استعمال بعض المعايير الاحصائية للمفاضلة بين التوزيعات في هذه الدراسة، اذ ان التوزيع الذي يمتلك أقل قيمة لهذه المعايير يكون الأفضل:

1-7- معيار معلومات اكاكي (AIC) (Akaike information criterion) <sup>[19][21]</sup>

اقترح من قبل الباحث Akaike عام 1973 وتقوم فكرته على حساب قيمة AIC لكل توزيع من التوزيعات، والتوزيع الذي يمتلك أقل قيمة لهذه المعايير يكون الأفضل وصيغته العامة كالآتي:

$$AIC = -2\text{Log}(L) + 2r \quad (1 - 7)$$

اذ ان:

$\text{Log}(L)$ : لوغاريتم دالة الامكان الأعظم (Log Likelihood function) لمشاهدات العينة.  
r: عدد معلمات التوزيع

2-7- معيار معلومات اكاكي المصحح (AIC<sub>c</sub>) (correction Akaike information Criterion) <sup>[9][12]</sup>

وهو معيار لأختيار افضل توزيع من مجموعة التوزيعات وصيغته الرياضية كالتالي:

$$AIC_c = AIC + \frac{2(r + 1)}{n - r - 1} \quad (2 - 7)$$

اذ ان:

AIC : معيار اكاكي

r : عدد معلمات التوزيع

N : حجم العينة

8- المقاييس الاحصائية (ويضم بعض المقاييس على وفق الآتي):

1-8-متوسط مربعات الخطأ (MSE)

تكون صيغته بالنسبة لمعلمات التوزيع الاحتمالي على الشكل الاتي:

$$MSE[\theta] = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{\theta}_i - \theta)^2 \quad (1 - 8)$$

إذ أن:  $\theta$  : تمثل القيم الافتراضية لمعلمات التوزيع.

$\hat{\theta}_i$ : تمثل القيم المقدرة للمعلمات حسب الطريقة المستعملة للتقدير.

$R$ : تمثل عدد تكرارات التجربة.

اما صيغة متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لدالة بقاء التوزيع احتمالي تكون على الشكل الاتي:

$$MSE[\hat{S}(t_j)] = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{S}_i(t_j) - S_i(t_j))^2, \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (2 - 8)$$

إذ إن:

$S_i(t_j)$  تمثل القيم الحقيقية لدالة بقاء التوزيع.

$\hat{S}_i(t_j)$ : تمثل القيم المقدرة لدالة بقاء التوزيع حسب الطريقة المستعملة للتقدير.

$R$ : تمثل عدد تكرارات التجربة.

$K$ : تمثل عدد مشاهدات التجربة (قيم  $z$ ).

2-8-متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) بالنسبة لدالة بقاء التوزيع احتمالي:

لكون متوسط مربعات الخطأ (MSE) يحسب لكل  $(t_i)$  من الزمن فان (IMSE) يمثل تكامل للمساحة الكلية  $(t_i)$  واختزالها بقيمة واحدة تعد عامة للزمن وان صيغة هذا المقياس هي:

$$IMSE[\hat{S}(t_j)] = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \left[ \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{S}_i(t_j) - S_i(t_j))^2 \right]$$

$$IMSE[\hat{S}(t_j)] = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K MSE[\hat{S}(t_j)] \quad (3 - 8)$$

K: تمثل عدد المشاهدات .

#### 9- المحاكاة<sup>[1][2]</sup>

تعرف المحاكاة بأنها عملية تمثيل وتقليد للواقع الحقيقي أي إيجاد صورة طبق الاصل من أي نظام أو أنموذج دون أخذ ذلك النظام أو الأنموذج ذاته، وكثيراً ما نجد في الواقع الحقيقي أن هناك عمليات تكون معقدة الفهم ولاسيما في بعض المشكلات أو النظريات الإحصائية والهندسية التي يكون تحليلها تحليلاً (منطقياً) باستعمال البراهين الرياضية أمراً في غاية الصعوبة ما يؤدي الى ترجمة هذه النظريات الى مجتمعات حقيقية، ثم سحب عدداً من العينات العشوائية منها للوصول الى الحلول المثلى لهذه المشكلات ولتحليل ذلك فمن الأفضل أن توصف هذه العمليات بصورة مشابهة للصور الحقيقية بنماذج معينة ففهم الانموذج يحقق لنا قدراً من الأدراك للعملية الأصلية أو الواقع الحقيقي عن طريق محاكاة الانموذج.

ويعتمد أسلوب المحاكاة على توليد الأعداد العشوائية التي تكون في كل سلسلة من الأعداد العشوائية مستقلة عن الأخرى، أي ان تجربة المحاكاة ماهي الاعبارة عن نوع معين من أنواع المعاينة إذ تحسب هذه العينة من المجتمع الافتراضي الممثل للظاهرة المدروسة بدلاً من إن تسحب من المجتمع الحقيقي ومن ثم يتم تطبيق الأساليب الإحصائية والرياضية المناسبة للوصول إلى النتائج المطلوبة لغرض اجراء المقارنة والتحليل.

وتوجد اكثر من طريقة للمحاكاة مثل (التناظرية Analog، المختلطة Mixed، مونت كارلو Monte Carlo) الا ان طريقة مونت كارلو Monte Carlo اكثر استعمالاً وتمتاز بالمرونة عن طريق تكرار العملية لمرات عدة والتي عن طريقها يتم توليد عينة من المشاهدات تتبع سلوك توزيع احتمالي معين وتكون هذه المشاهدات تتمتع بخاصية الاستقلالية.

#### 10- التحليل الأحصائي :

#### 10-1- وصف تجربة المحاكاة :

تم تنفيذ المحاكاة باعتماد اربعة حجومات للعينات (200,100,50,30) لمعرفة مدى تأثير حجم العينة في دقة نتائج طرائق التقدير، وكذلك تم اعتماد مجموعة نماذج من القيم الافتراضية لمعلمات توزيعات الدراسة (( التوزيع الاسي (Exp) )، توزيع مارشال اولكن الاسي (M-O- Exp) والميينة في الجدول (1-10) ادناه، وتكرار التجربة 1000 مرة لكل نموذج من نماذج القيم الافتراضية وذلك بهدف الحصول على اعلى تجانس ممكن.

جدول (1-8)

نماذج القيم الافتراضية لمعلمات التوزيعات قيد الدراسة

Model	Exp	M-O-Exp	
	$\theta$	$\theta$	$\alpha$
1	0.2	0.2	0.5
2	1	0.2	2
3	2	1	0.5
4	-	1	2
5	-	2	0.5
6	-	2	2

المصدر: من اعداد الباحثين بالأعتماد على نتائج برنامج Mathematica .

وقد تم استعمال طريقة معكوس دالة التوزيع التراكمية لتوليد المشاهدات العشوائية (البيانات) بطريقة التحويل المعكوس لكل توزيع من التوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة وكما يأتي:  
 اولاً: توليد أرقام عشوائية  $U_i$  تتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0,1)

$$U_i \sim U(0,1), \quad i = 0,1,2,\dots,n.$$

$U_i$ : يمثل متغير عشوائي مستمر يتبع التوزيع المنتظم يتم توليده بإستعمال البرنامج على وفق الصيغة الآتية:

$$U = [0 \leq p \leq 1], p \sim \text{Uniform Distribution}[]$$

ثانياً: تحويل البيانات المولدة من الخطوة (أولاً) التي تتبع التوزيع المنتظم الى بيانات تتبع التوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة وكما هو مبين أدناه باستخدام مفهوم معكوس الدالة (Inverse Function)، فإذا كانت لدينا الدالة F الآتية:

$$u = F(x) \quad (1-10)$$

فان معكوس الدالة  $F^{-1}$  يمكن كتابتها على النحو الآتي:

$$x = F^{-1}(u) \quad (2-10)$$

$$x = \frac{-\ln(1-u)}{\theta} \text{ التوزيع الأسّي}$$

2 - توزيع مارشال أولكن الأسّي

$$x = \frac{\ln \frac{(u - u \lambda - 1)}{1 - u}}{\theta}$$

وبعد تنفيذ برنامج المحاكاة الذي تم كتابته باستعمال برنامج Mathematica تم الحصول على النتائج والتي تمثل مقدرات دالة البقاء باستعمال طريقة الامكان الاعظم (S\_MLE) وطريقة Jackknife (S\_Jac) ومتوسط مربعات الخطأ MSE ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE، ثم تحدد افضلية طريقة تقدير دالة البقاء بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE). ولخصت نتائج المحاكاة للتوزيع الاحتمالي قيد الدراسة من الجدول (2-10) والشكل (1-10)

#### 1-1-10 مناقشة نتائج المحاكاة

1-1-1-10- نتائج محاكاة التوزيع الاسي : تم تلخيص نتائج محاكاة التوزيع الاسي في الجدول (2-8) والشكل (1-8) ادناه

#### جدول (1-8)

نماذج القيم الافتراضية لمعلمات التوزيعات قيد الدراسة

Model	Exp	M-O-Exp	
	$\theta$	$\theta$	$\alpha$
1	0.2	0.2	0.5
2	1	0.2	2
3	2	1	0.5
4	-	1	2
5	-	2	0.5
6	-	2	2

المصدر: من اعداد الباحثين بالأعتماد على نتائج برنامج Mathematica .

وقد تم استعمال طريقة معكوس دالة التوزيع التراكمية لتوليد المشاهدات العشوائية (البيانات) بطريقة التحويل المعكوس لكل توزيع من التوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة وكما يأتي :  
اولاً: توليد أرقام عشوائية  $U$  تتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0,1)

$$U_i \sim U(0,1), \quad i = 0,1,2,\dots,n$$

$U_i$ : يمثل متغير عشوائي مستمر يتبع التوزيع المنتظم يتم توليده بإستعمال البرنامج على وفق الصيغة الآتية :

$$U = [0 \leq p \leq 1], p \sim \text{Uniform Distribution}[]$$

ثانياً: تحويل البيانات المولدة من الخطوة ( أولاً) التي تتبع التوزيع المنتظم الى بيانات تتبع التوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة وكما هو مبين أدناه باستخدام مفهوم معكوس الدالة (Inverse Function)، فإذا كانت لدينا الدالة  $F$  الآتية:

$$u = F(x)$$

$$(1-10)$$

فان معكوس الدالة  $F^{-1}$  يمكن كتابتها على النحو الآتي:

$$x = F^{-1}(u)$$

$$(2-10)$$

1-التوزيع الأسّي

$$x = \frac{-\ln(1-u)}{\theta}$$

2 - توزيع مارشال أولكن الأسّي

$$x = \frac{\ln \frac{(u - u \lambda - 1)}{1 - u}}{\theta}$$

وبعد تنفيذ برنامج المحاكاة الذي تم كتابته بإستعمال برنامج Mathematica تم الحصول على النتائج والتي تمثل مقدرات دالة البقاء بإستعمال طريقة الامكان الاعظم (S\_MLE) وطريقة Jackknife (S\_Jac) ومتوسط مربعات الخطأ MSE ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE، ثم تحدد افضلية طريقة تقدير دالة البقاء بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE). ولخصت نتائج المحاكاة للتوزيع الاحتمالي قيد الدراسة من الجدول (2-10) والشكل (1-10)

1-1-10 مناقشة نتائج المحاكاة

1-1-1-10- نتائج محاكاة التوزيع الاسي :

تم تلخيص نتائج محاكاة التوزيع الاسي في الجدول (2-8) والشكل (1-8) ادناه



جدول (2-10)

نتائج تجربة المحاكاة للتوزيع الاسي

Model 1 ( $\theta = 0.2$ )									
ti	S_real	S_MLE				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.96117	0.96041	0.96250	0.96185	0.96158	0.000196	0.000085	0.000059	0.000025
0.2	0.92454	0.92334	0.92714	0.92587	0.92533	0.000670	0.000292	0.000205	0.000085
0.3	0.88994	0.88852	0.89372	0.89188	0.89107	0.001298	0.000565	0.000400	0.000167
0.4	0.85721	0.85571	0.86207	0.85971	0.85865	0.001996	0.000868	0.000618	0.000259
0.5	0.82621	0.82472	0.83204	0.82922	0.82792	0.002710	0.001175	0.000841	0.000354
0.6	0.79682	0.79537	0.80351	0.80026	0.79876	0.003404	0.001472	0.001057	0.000447
0.7	0.76891	0.76753	0.77636	0.77274	0.77106	0.004057	0.001749	0.001259	0.000536
0.8	0.74238	0.74107	0.75049	0.74654	0.74470	0.004655	0.001999	0.001443	0.000617
0.9	0.71714	0.71588	0.72580	0.72157	0.71960	0.005192	0.002221	0.001606	0.000691
1	0.69309	0.69186	0.70223	0.69774	0.69568	0.005664	0.002412	0.001746	0.000755
IMSE						0.002984	0.001284	0.000923	0.000394
ti	S_real	S_jac				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.96117	0.96042	0.96251	0.96185	0.96158	0.000203	0.000087	0.000060	0.000025
0.2	0.92454	0.92336	0.92715	0.92587	0.92533	0.000693	0.000299	0.000207	0.000086
0.3	0.88994	0.88856	0.89373	0.89188	0.89107	0.001340	0.000579	0.000403	0.000168
0.4	0.85721	0.85576	0.86209	0.85971	0.85865	0.002060	0.000890	0.000623	0.000260
0.5	0.82621	0.82479	0.83207	0.82922	0.82793	0.002795	0.001206	0.000848	0.000356
0.6	0.79682	0.79546	0.80355	0.80027	0.79877	0.003510	0.001510	0.001066	0.000450
0.7	0.76891	0.76764	0.77640	0.77275	0.77106	0.004182	0.001794	0.001270	0.000538
0.8	0.74238	0.74119	0.75054	0.74655	0.74470	0.004798	0.002051	0.001455	0.000620
0.9	0.71714	0.71601	0.72586	0.72158	0.71961	0.005350	0.002279	0.001619	0.000694
1	0.69309	0.69200	0.70228	0.69775	0.69568	0.005836	0.002475	0.001761	0.000759
IMSE						0.003077	0.001317	0.000931	0.000395
Best / sample size (n)						S_MLE	S_MLE	S_MLE	S_MLE
Best / model						S_MLE			

تابع للجدول (2-10)

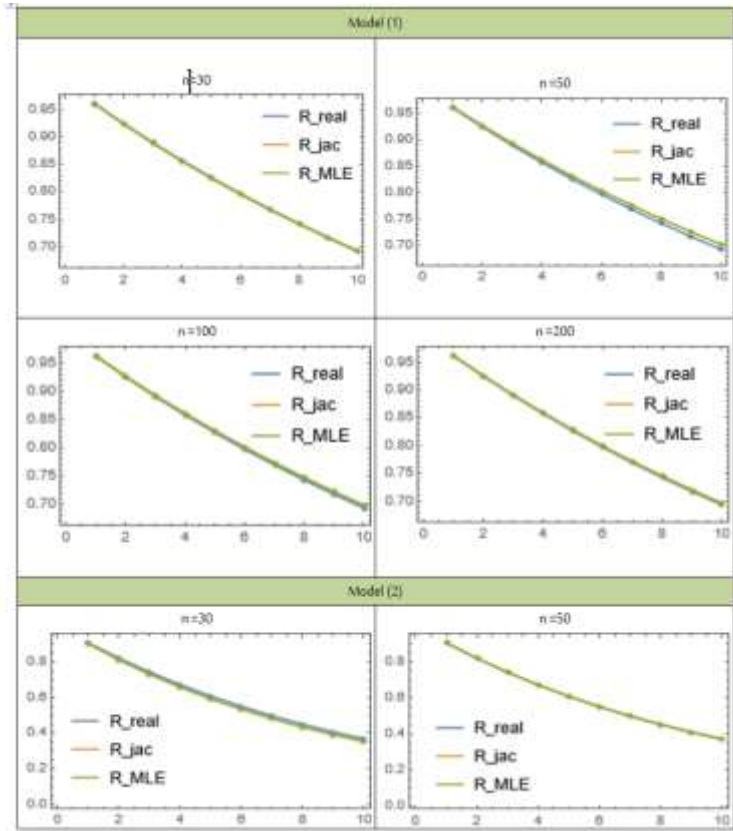
Model 2 ( $\theta = 1$ )									
ti	S_real	S_MLE				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.90484	0.89964	0.90488	0.90393	0.90457	0.000335	0.000105	0.000071	0.000043
0.2	0.81873	0.80965	0.81890	0.81716	0.81829	0.001070	0.000343	0.000231	0.000139
0.3	0.74082	0.72894	0.74120	0.73878	0.74028	0.001927	0.000630	0.000423	0.000254
0.4	0.67032	0.65653	0.67095	0.66798	0.66974	0.002745	0.000913	0.000613	0.000368
0.5	0.60653	0.59152	0.60743	0.60402	0.60595	0.003440	0.001163	0.000781	0.000469
0.6	0.54881	0.53315	0.55000	0.54622	0.54826	0.003978	0.001367	0.000917	0.000550
0.7	0.49659	0.48071	0.49806	0.49400	0.49610	0.004352	0.001519	0.001018	0.000610
0.8	0.44933	0.43358	0.45108	0.44681	0.44892	0.004573	0.001621	0.001085	0.000650
0.9	0.40657	0.39121	0.40859	0.40416	0.40624	0.004662	0.001676	0.001121	0.000671
1	0.36788	0.35311	0.37014	0.36561	0.36764	0.004641	0.001691	0.001130	0.000676
IMSE						0.003172	0.001103	0.000739	0.000443
ti	S_real	S_jac				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.90484	0.89953	0.90484	0.90392	0.90457	0.000348	0.000109	0.000072	0.000043
0.2	0.81873	0.80947	0.81884	0.81715	0.81829	0.001112	0.000355	0.000234	0.000139
0.3	0.74082	0.72872	0.74112	0.73877	0.74027	0.002001	0.000651	0.000429	0.000255
0.4	0.67032	0.65627	0.67086	0.66796	0.66973	0.002849	0.000943	0.000621	0.000370
0.5	0.60653	0.59126	0.60734	0.60399	0.60594	0.003567	0.001202	0.000791	0.000471
0.6	0.54881	0.53288	0.54991	0.54620	0.54826	0.004122	0.001412	0.000928	0.000553
0.7	0.49659	0.48045	0.49797	0.49398	0.49609	0.004506	0.001568	0.001031	0.000613
0.8	0.44933	0.43334	0.45100	0.44679	0.44891	0.004733	0.001673	0.001098	0.000653
0.9	0.40657	0.39100	0.40851	0.40414	0.40624	0.004822	0.001730	0.001134	0.000674
1	0.36788	0.35292	0.37007	0.36559	0.36764	0.004797	0.001745	0.001143	0.000679
IMSE						0.003286	0.001139	0.000748	0.000445
Best / sample size (n)						S_MLE	S_MLE	S_MLE	S_MLE
Best / model						S_MLE			

تابع للجدول (2-10)

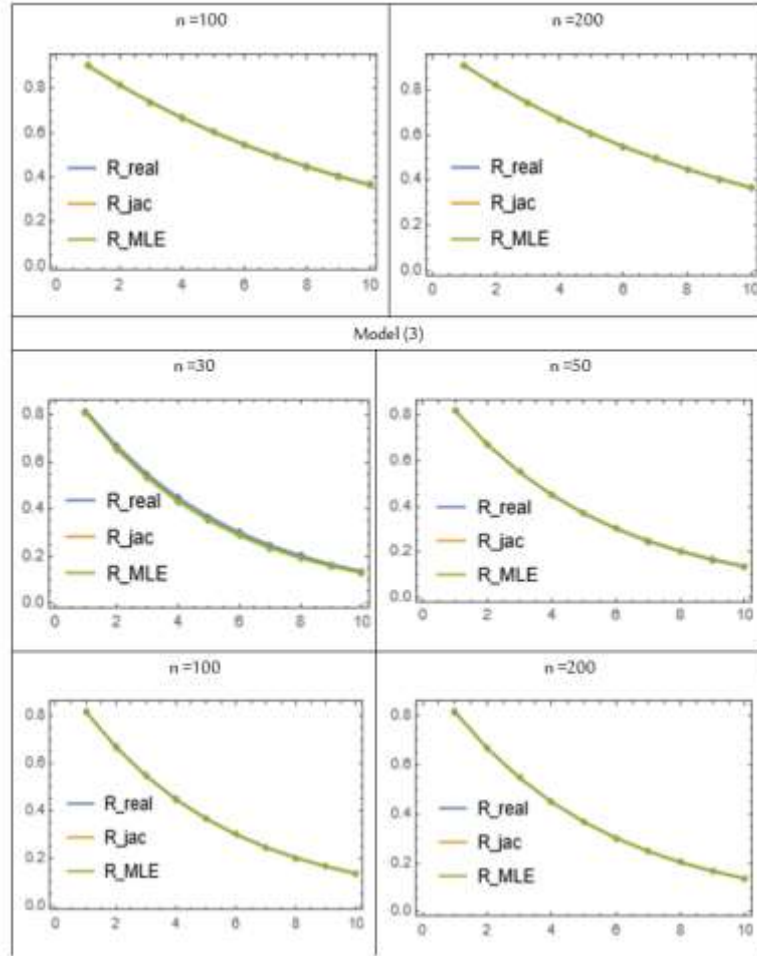
Model 3 ( $\theta = 2$ )									
ti	S_real	S_MLE				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.81873	0.80964	0.81890	0.81716	0.81828	0.001070	0.000343	0.000231	0.000139
0.2	0.67032	0.65651	0.67094	0.66798	0.66972	0.002744	0.000913	0.000613	0.000368
0.3	0.54881	0.53313	0.54999	0.54622	0.54824	0.003977	0.001367	0.000917	0.000550
0.4	0.44933	0.43356	0.45107	0.44680	0.44889	0.004572	0.001620	0.001085	0.000650
0.5	0.36788	0.35309	0.37012	0.36560	0.36762	0.004639	0.001691	0.001130	0.000675
0.6	0.30119	0.28795	0.30385	0.29926	0.30112	0.004356	0.001629	0.001086	0.000648
0.7	0.24660	0.23516	0.24957	0.24504	0.24670	0.003881	0.001485	0.000987	0.000587
0.8	0.20190	0.19230	0.20508	0.20071	0.20215	0.003333	0.001302	0.000863	0.000512
0.9	0.16530	0.15745	0.16860	0.16445	0.16568	0.002784	0.001107	0.000732	0.000432
1	0.13534	0.12909	0.13868	0.13479	0.13582	0.002278	0.000920	0.000606	0.000356
IMSE						0.003363	0.001238	0.000825	0.000492
ti	S_real	S_jac				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.81873	0.80946	0.81884	0.81714	0.81828	0.001112	0.000355	0.000234	0.000139
0.2	0.67032	0.65626	0.67085	0.66796	0.66971	0.002848	0.000943	0.000621	0.000370
0.3	0.54881	0.53286	0.54990	0.54619	0.54824	0.004120	0.001412	0.000928	0.000552
0.4	0.44933	0.43332	0.45098	0.44678	0.44889	0.004731	0.001673	0.001098	0.000653
0.5	0.36788	0.35289	0.37005	0.36559	0.36761	0.004795	0.001745	0.001143	0.000679
0.6	0.30119	0.28781	0.30380	0.29925	0.30112	0.004498	0.001680	0.001098	0.000651
0.7	0.24660	0.23506	0.24953	0.24503	0.24670	0.004006	0.001532	0.000999	0.000590
0.8	0.20190	0.19224	0.20505	0.20070	0.20215	0.003438	0.001343	0.000873	0.000514
0.9	0.16530	0.15744	0.16859	0.16445	0.16568	0.002871	0.001142	0.000740	0.000434
1	0.13534	0.12910	0.13868	0.13479	0.13582	0.002348	0.000949	0.000613	0.000358
IMSE						0.003477	0.001277	0.000835	0.000494
Best / sample size (n)						S_MLE	S_MLE	S_MLE	S_MLE
Best / model						S_MLE			

الشكل (10-1)

يوضح نتائج تجربة المحاكاة للتوزيع الاسي



تابع للشكل (1-10)



من خلال النتائج المبينة في الجدول (2-10) نلاحظ مايلي:

- 1- ان الافضلية لطريقة الامكان الاعظم ( $S_{MLE}$ ) مقارنة بطريقة Jackknife ( $S_{Jac}$ ) في تقدير دالة البقاء للتوزيع الاسي لإمتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي ( $IMSE$ ) حسب احجام العينات والنماذج المفترضة كافة.
  - 2- ان تقديرات دالة البقاء باستعمال طريقة الامكان الاعظم وطريقة Jackknife قد اظهرتا متوسط اقرب الى القيم الحقيقية لدالة البقاء وذلك للنماذج واحجام العينات المفترضة كافة.
  - 3- ان قيم دالة البقاء الحقيقية والمقدرة تتناقص بزيادة الزمن ( $t_i$ ) وهي على الدوام تقع قيمها ضمن الفترة (1.0).
  - 4- ان قيم المقياس الاحصائي ( $MSE$ ) والمقياس ( $IMSE$ ) تتناقص بازياد حجم العينة.
- وكذلك الشكل (1-3) يوضح ماتوصل اليه في ما يخص اقتراب القيم التقديرية لدالة البقاء من القيم الحقيقية عند كل حجم من حجوم العينات المفترضة.

2-1-1-10- نتائج تجربة المحاكاة لتوزيع مارشال اولكن الاسي:

تم تلخيص نتائج محاكاة توزيع مارشال أولكن الأسي في الجدول (3-8) والشكل (2-8) أدناه .

جدول (3-10)

نتائج تجربة المحاكاة لتوزيع مارشال أولكن الأسي

Model 1 ( $\theta = 0.2, \alpha = 0.5$ )									
ti	S_real	S_MLE				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.96117	0.96041	0.96250	0.96185	0.96158	0.000196	0.000085	0.000059	0.000025
0.2	0.92454	0.92334	0.92714	0.92587	0.92533	0.000670	0.000292	0.000205	0.000085
0.3	0.88994	0.88852	0.89372	0.89188	0.89107	0.001298	0.000565	0.000400	0.000167
0.4	0.85721	0.85571	0.86207	0.85971	0.85865	0.001996	0.000868	0.000618	0.000259
0.5	0.82621	0.82472	0.83204	0.82922	0.82792	0.002710	0.001175	0.000841	0.000354
0.6	0.79682	0.79537	0.80351	0.80026	0.79876	0.003404	0.001472	0.001057	0.000447
0.7	0.76891	0.76753	0.77636	0.77274	0.77106	0.004057	0.001749	0.001259	0.000536
0.8	0.74238	0.74107	0.75049	0.74654	0.74470	0.004655	0.001999	0.001443	0.000617
0.9	0.71714	0.71588	0.72580	0.72157	0.71960	0.005192	0.002221	0.001606	0.000691
1	0.69309	0.69186	0.70223	0.69774	0.69568	0.005664	0.002412	0.001746	0.000755
IMSE						0.002984	0.001284	0.000923	0.000394
ti	S_real	S_jac				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.96117	0.96042	0.96251	0.96185	0.96158	0.000203	0.000087	0.000060	0.000025
0.2	0.92454	0.92336	0.92715	0.92587	0.92533	0.000693	0.000299	0.000207	0.000086
0.3	0.88994	0.88856	0.89373	0.89188	0.89107	0.001340	0.000579	0.000403	0.000168
0.4	0.85721	0.85576	0.86209	0.85971	0.85865	0.002060	0.000890	0.000623	0.000260
0.5	0.82621	0.82479	0.83207	0.82922	0.82793	0.002795	0.001206	0.000848	0.000356
0.6	0.79682	0.79546	0.80355	0.80027	0.79877	0.003510	0.001510	0.001066	0.000450
0.7	0.76891	0.76764	0.77640	0.77275	0.77106	0.004182	0.001794	0.001270	0.000538
0.8	0.74238	0.74119	0.75054	0.74655	0.74470	0.004798	0.002051	0.001455	0.000620
0.9	0.71714	0.71601	0.72586	0.72158	0.71961	0.005350	0.002279	0.001619	0.000694
1	0.69309	0.69200	0.70228	0.69775	0.69568	0.005836	0.002475	0.001761	0.000759
IMSE						0.003077	0.001317	0.000931	0.000395
Best / sample size (n)						S_MLE	S_MLE	S_MLE	S_MLE
Best / model						S_MLE			

تابع الى الجدول (3-10)

Model 2 ( $\theta = 0.2, \alpha = 2$ )									
ti	S_real	S_MLE				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.99000	0.98976	0.99029	0.99015	0.99010	0.000017	0.000008	0.000005	0.000002
0.2	0.98000	0.97954	0.98059	0.98031	0.98020	0.000068	0.000032	0.000020	0.000008
0.3	0.97001	0.96936	0.97091	0.97048	0.97031	0.000147	0.000070	0.000045	0.000018
0.4	0.96002	0.95921	0.96123	0.96065	0.96042	0.000253	0.000121	0.000077	0.000032
0.5	0.95004	0.94910	0.95157	0.95083	0.95055	0.000383	0.000182	0.000116	0.000048
0.6	0.94007	0.93901	0.94193	0.94103	0.94068	0.000534	0.000253	0.000163	0.000067
0.7	0.93011	0.92896	0.93230	0.93124	0.93082	0.000703	0.000332	0.000215	0.000089
0.8	0.92017	0.91893	0.92268	0.92146	0.92097	0.000888	0.000419	0.000272	0.000113
0.9	0.91024	0.90894	0.91308	0.91170	0.91114	0.001087	0.000512	0.000333	0.000139
1	0.90033	0.89899	0.90350	0.90195	0.90133	0.001298	0.000610	0.000399	0.000166
IMSE						0.000538	0.000254	0.000165	0.000068
ti	S_real	S_jac				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.99000	0.98976	0.99029	0.99015	0.99010	0.000018	0.000009	0.000005	0.000002
0.2	0.98000	0.97954	0.98059	0.98031	0.98020	0.000070	0.000033	0.000021	0.000008
0.3	0.97001	0.96937	0.97091	0.97048	0.97031	0.000152	0.000072	0.000045	0.000018
0.4	0.96002	0.95922	0.96123	0.96065	0.96042	0.000262	0.000123	0.000077	0.000032
0.5	0.95004	0.94911	0.95157	0.95083	0.95055	0.000395	0.000186	0.000117	0.000048
0.6	0.94007	0.93902	0.94193	0.94103	0.94068	0.000551	0.000259	0.000164	0.000068
0.7	0.93011	0.92897	0.93230	0.93124	0.93082	0.000725	0.000340	0.000217	0.000089
0.8	0.92017	0.91896	0.92269	0.92146	0.92097	0.000916	0.000429	0.000274	0.000113
0.9	0.91024	0.90897	0.91309	0.91170	0.91114	0.001122	0.000524	0.000336	0.000139
1	0.90033	0.89902	0.90351	0.90195	0.90133	0.001339	0.000624	0.000402	0.000167
IMSE						0.000555	0.000260	0.000166	0.000069
Best / sample size (n)						S_MLE	S_MLE	S_MLE	S_MLE
Best / model						S_MLE			

تابع الى الجدول (10-3)

Model 3 ( $\theta = 1, \alpha = 0.5$ )									
ti	S_real	S_MLE				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.82621	0.82472	0.83205	0.82923	0.82794	0.002710	0.001176	0.000841	0.000354
0.2	0.69309	0.69187	0.70224	0.69776	0.69569	0.005665	0.002413	0.001746	0.000755
0.3	0.58833	0.58664	0.59864	0.59339	0.59117	0.007124	0.002955	0.002142	0.000956
0.4	0.50412	0.50104	0.51413	0.50871	0.50678	0.007450	0.002994	0.002159	0.001000
0.5	0.43527	0.43021	0.44414	0.43890	0.43753	0.007150	0.002775	0.001985	0.000957
0.6	0.37818	0.37094	0.38550	0.38062	0.37994	0.006575	0.002463	0.001745	0.000878
0.7	0.33031	0.32097	0.33594	0.33150	0.33154	0.005925	0.002147	0.001506	0.000788
0.8	0.28976	0.27862	0.29374	0.28978	0.29049	0.005294	0.001866	0.001297	0.000702
0.9	0.25515	0.24258	0.25762	0.25411	0.25542	0.004720	0.001633	0.001124	0.000624
1	0.22540	0.21179	0.22656	0.22346	0.22527	0.004209	0.001444	0.000987	0.000558
IMSE						0.005682	0.002187	0.001553	0.000757
ti	S_real	S_jac				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.82621	0.82480	0.83208	0.82924	0.82794	0.002795	0.001206	0.000848	0.000356
0.2	0.69309	0.69201	0.70230	0.69778	0.69570	0.005836	0.002476	0.001762	0.000759
0.3	0.58833	0.58679	0.59870	0.59341	0.59117	0.007340	0.003035	0.002161	0.000961
0.4	0.50412	0.50114	0.51419	0.50873	0.50678	0.007680	0.003078	0.002179	0.001005
0.5	0.43527	0.43025	0.44418	0.43890	0.43753	0.007378	0.002856	0.002004	0.000962
0.6	0.37818	0.37091	0.38551	0.38062	0.37994	0.006793	0.002538	0.001763	0.000882
0.7	0.33031	0.32088	0.33591	0.33150	0.33154	0.006128	0.002215	0.001522	0.000792
0.8	0.28976	0.27848	0.29370	0.28977	0.29049	0.005480	0.001929	0.001311	0.000705
0.9	0.25515	0.24240	0.25756	0.25410	0.25542	0.004888	0.001689	0.001137	0.000628
1	0.22540	0.21159	0.22647	0.22344	0.22527	0.004359	0.001495	0.000998	0.000560
IMSE						0.005868	0.002252	0.001569	0.000761
Best / sample size (n)						S_MLE	S_MLE	S_MLE	S_MLE
Best / model						S_MLE			



تابع الى جدول (3-10)

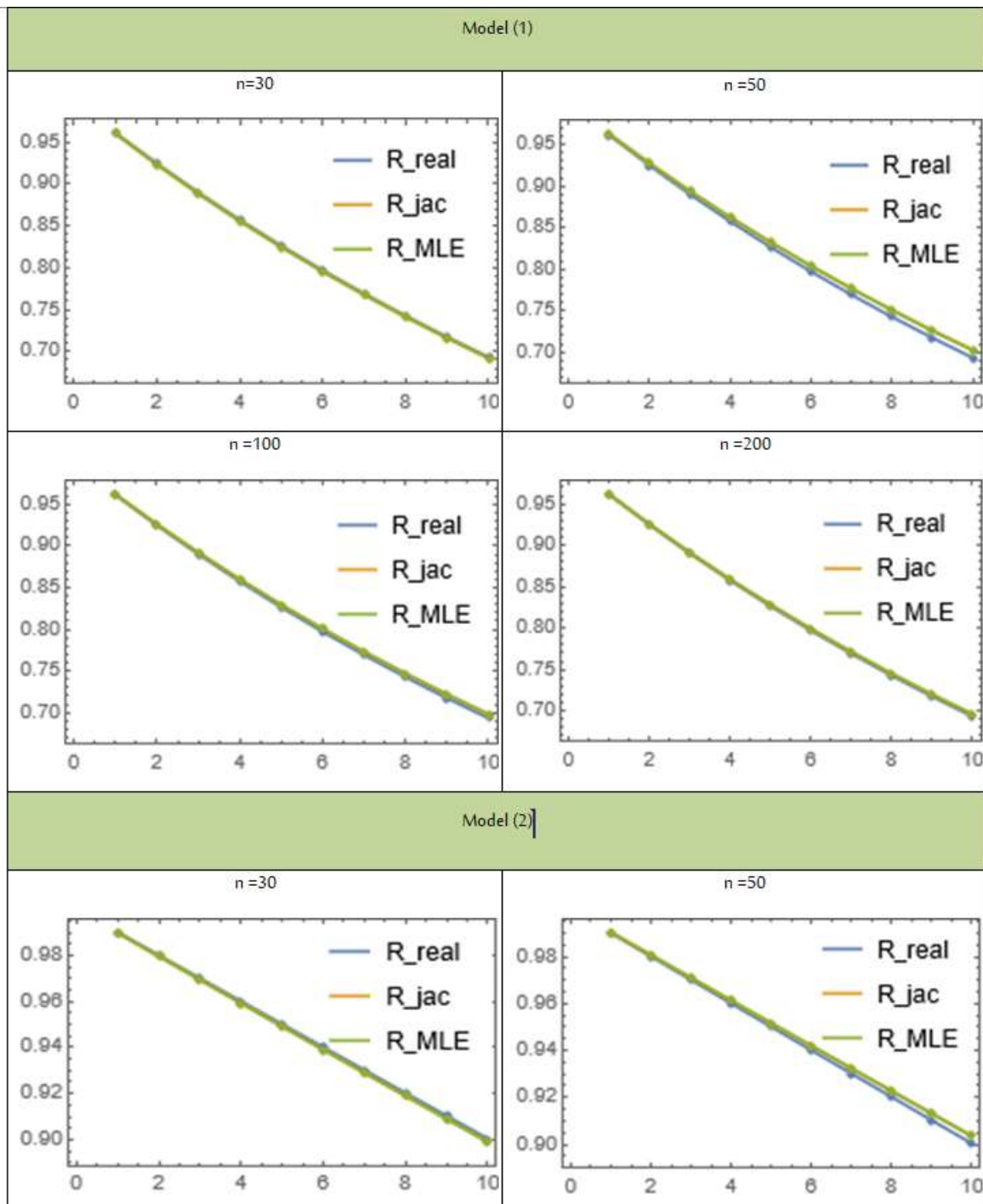
Model 4 ( $\theta = 1, \alpha = 2$ )									
ti	S_real	S_MLE				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.95004	0.94910	0.95158	0.95084	0.95055	0.000383	0.000182	0.000116	0.000048
0.2	0.90033	0.89900	0.90352	0.90197	0.90133	0.001298	0.000610	0.000399	0.000166
0.3	0.85112	0.84971	0.85593	0.85356	0.85257	0.002470	0.001144	0.000762	0.000320
0.4	0.80263	0.80127	0.80892	0.80579	0.80447	0.003699	0.001688	0.001141	0.000484
0.5	0.75508	0.75377	0.76265	0.75883	0.75724	0.004847	0.002176	0.001489	0.000639
0.6	0.70869	0.70731	0.71726	0.71286	0.71108	0.005826	0.002570	0.001777	0.000772
0.7	0.66362	0.66199	0.67290	0.66804	0.66616	0.006588	0.002852	0.001988	0.000877
0.8	0.62005	0.61793	0.62973	0.62453	0.62264	0.007120	0.003021	0.002118	0.000951
0.9	0.57810	0.57528	0.58788	0.58247	0.58067	0.007429	0.003086	0.002174	0.000995
1	0.53788	0.53417	0.54749	0.54199	0.54036	0.007542	0.003063	0.002165	0.001013
IMSE						0.004720	0.002039	0.001413	0.000626
ti	S_real	S_jac				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.95004	0.94911	0.95158	0.95084	0.95055	0.000395	0.000186	0.000117	0.000048
0.2	0.90033	0.89903	0.90353	0.90197	0.90133	0.001339	0.000624	0.000402	0.000167
0.3	0.85112	0.84976	0.85594	0.85356	0.85257	0.002545	0.001171	0.000768	0.000322
0.4	0.80263	0.80135	0.80895	0.80579	0.80447	0.003809	0.001728	0.001151	0.000486
0.5	0.75508	0.75388	0.76269	0.75883	0.75724	0.004989	0.002228	0.001502	0.000642
0.6	0.70869	0.70742	0.71730	0.71287	0.71108	0.005996	0.002633	0.001792	0.000776
0.7	0.66362	0.66210	0.67295	0.66805	0.66616	0.006782	0.002923	0.002005	0.000881
0.8	0.62005	0.61805	0.62977	0.62454	0.62264	0.007331	0.003098	0.002137	0.000955
0.9	0.57810	0.57538	0.58792	0.58248	0.58067	0.007652	0.003167	0.002193	0.001000
1	0.53788	0.53424	0.54753	0.54200	0.54036	0.007772	0.003146	0.002185	0.001018
IMSE						0.004861	0.002090	0.001425	0.000629
Best / sample size (n)						S_MLE	S_MLE	S_MLE	S_MLE
Best / model						S_MLE			

تابع الى الجدول (10-3)

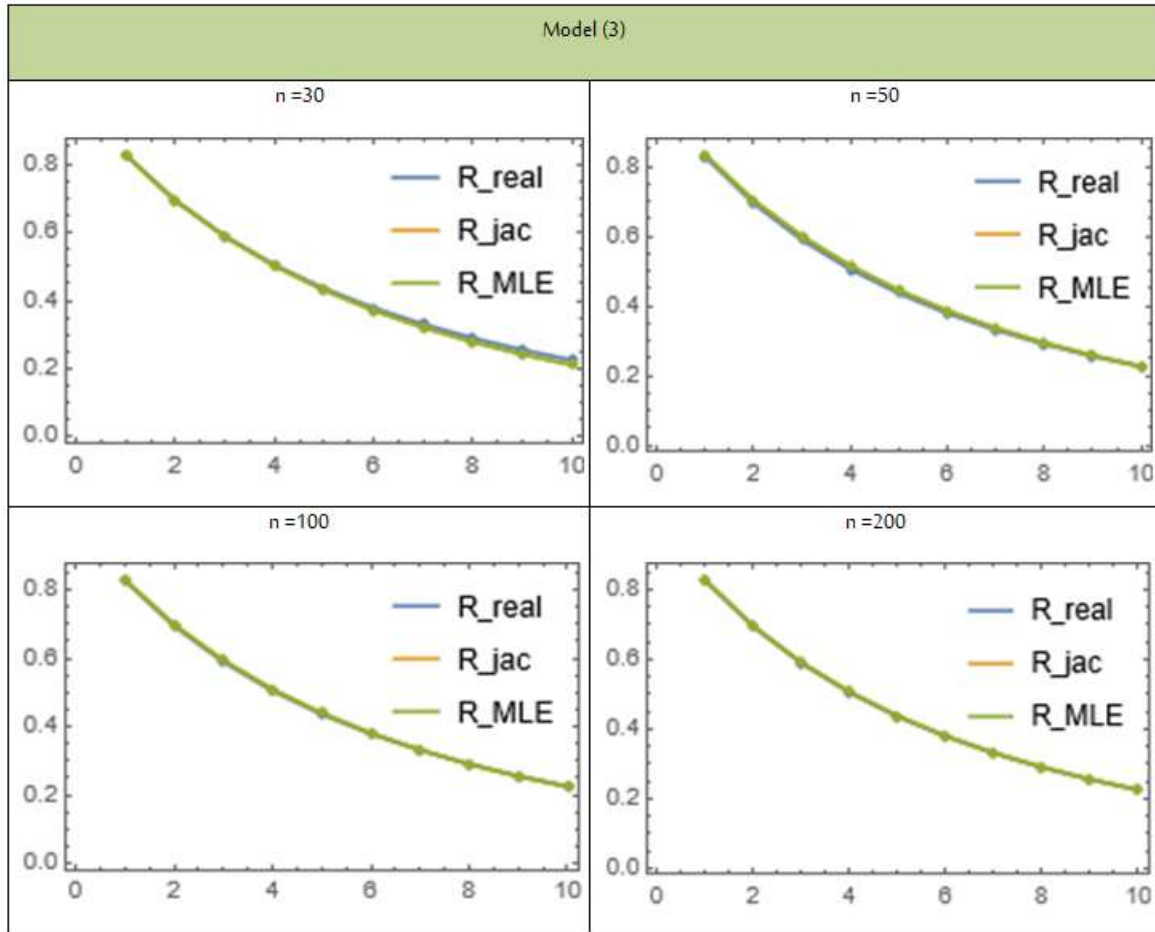
Model 5 ( $\theta = 2, \alpha = 0.5$ )									
ti	S_real	S_MLE				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.69309	0.69189	0.70227	0.69778	0.69571	0.005664	0.002413	0.001747	0.000755
0.2	0.50412	0.50105	0.51415	0.50872	0.50680	0.007450	0.002995	0.002159	0.001000
0.3	0.37818	0.37095	0.38550	0.38062	0.37995	0.006575	0.002463	0.001745	0.000878
0.4	0.28976	0.27862	0.29373	0.28977	0.29049	0.005294	0.001867	0.001297	0.000702
0.5	0.22540	0.21179	0.22653	0.22345	0.22527	0.004209	0.001443	0.000987	0.000558
0.6	0.17730	0.16277	0.17643	0.17403	0.17656	0.003349	0.001166	0.000789	0.000451
0.7	0.14064	0.12639	0.13859	0.13666	0.13954	0.002655	0.000972	0.000653	0.000370
0.8	0.11228	0.09909	0.10967	0.10805	0.11101	0.002091	0.000819	0.000547	0.000307
0.9	0.09010	0.07839	0.08738	0.08594	0.08880	0.001635	0.000688	0.000458	0.000254
1	0.07258	0.06253	0.07005	0.06872	0.07135	0.001273	0.000574	0.000378	0.000209
IMSE						0.004020	0.001540	0.001076	0.000548
ti	S_real	S_jac				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.69309	0.69202	0.70233	0.69779	0.69571	0.005836	0.002476	0.001762	0.000759
0.2	0.50412	0.50116	0.51420	0.50873	0.50680	0.007680	0.003079	0.002180	0.001005
0.3	0.37818	0.37092	0.38551	0.38062	0.37995	0.006793	0.002538	0.001763	0.000882
0.4	0.28976	0.27848	0.29368	0.28976	0.29049	0.005480	0.001929	0.001311	0.000705
0.5	0.22540	0.21159	0.22645	0.22343	0.22526	0.004358	0.001495	0.000998	0.000560
0.6	0.17730	0.16254	0.17634	0.17401	0.17655	0.003465	0.001209	0.000798	0.000453
0.7	0.14064	0.12617	0.13849	0.13663	0.13953	0.002743	0.001007	0.000661	0.000372
0.8	0.11228	0.09890	0.10958	0.10803	0.11101	0.002156	0.000847	0.000554	0.000308
0.9	0.09010	0.07822	0.08730	0.08592	0.08879	0.001683	0.000710	0.000463	0.000255
1	0.07258	0.06240	0.06998	0.06870	0.07134	0.001308	0.000591	0.000382	0.000210
IMSE						0.004150	0.001588	0.001087	0.000551
Best / sample size (n)						S_MLE	S_MLE	S_MLE	S_MLE
Best / model						S_MLE			

تابع الى الجدول (3-10)

Model 6 ( $\theta=2, \alpha=2$ )									
ti	S_real	S_MLE				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.90033	0.89901	0.90351	0.90198	0.90135	0.001298	0.000610	0.000399	0.000166
0.2	0.80263	0.80129	0.80891	0.80579	0.80449	0.003699	0.001688	0.001141	0.000484
0.3	0.70869	0.70732	0.71725	0.71287	0.71110	0.005826	0.002570	0.001777	0.000772
0.4	0.62005	0.61795	0.62972	0.62454	0.62266	0.007121	0.003020	0.002119	0.000951
0.5	0.53788	0.53417	0.54749	0.54200	0.54037	0.007543	0.003063	0.002165	0.001013
0.6	0.46295	0.45702	0.47157	0.46618	0.46508	0.007318	0.002836	0.002011	0.000987
0.7	0.39563	0.38733	0.40268	0.39768	0.39726	0.006723	0.002493	0.001764	0.000910
0.8	0.33596	0.32557	0.34123	0.33676	0.33706	0.005971	0.002143	0.001508	0.000813
0.9	0.28370	0.27181	0.28726	0.28336	0.28431	0.005193	0.001837	0.001280	0.000712
1	0.23841	0.22575	0.24052	0.23715	0.23860	0.004451	0.001585	0.001092	0.000618
IMSE						0.005514	0.002184	0.001526	0.000743
ti	S_real	S_jac				MSE			
		n				n			
		30	50	100	200	30	50	100	200
0.1	0.90033	0.89904	0.90352	0.90198	0.90135	0.001339	0.000624	0.000402	0.000167
0.2	0.80263	0.80137	0.80894	0.80580	0.80449	0.003809	0.001728	0.001151	0.000487
0.3	0.70869	0.70744	0.71729	0.71287	0.71110	0.005997	0.002633	0.001792	0.000776
0.4	0.62005	0.61806	0.62977	0.62455	0.62266	0.007331	0.003098	0.002137	0.000956
0.5	0.53788	0.53425	0.54753	0.54201	0.54037	0.007773	0.003145	0.002185	0.001018
0.6	0.46295	0.45704	0.47158	0.46618	0.46508	0.007551	0.002918	0.002030	0.000992
0.7	0.39563	0.38727	0.40268	0.39767	0.39726	0.006946	0.002570	0.001783	0.000915
0.8	0.33596	0.32546	0.34120	0.33675	0.33706	0.006176	0.002213	0.001524	0.000817
0.9	0.28370	0.27166	0.28722	0.28335	0.28430	0.005374	0.001899	0.001295	0.000716
1	0.23841	0.22559	0.24046	0.23713	0.23860	0.004607	0.001641	0.001105	0.000621
IMSE						0.005690	0.002247	0.001540	0.000746
Best / sample size (n)						S_MLE	S_MLE	S_MLE	S_MLE
Best / model						S_MLE			

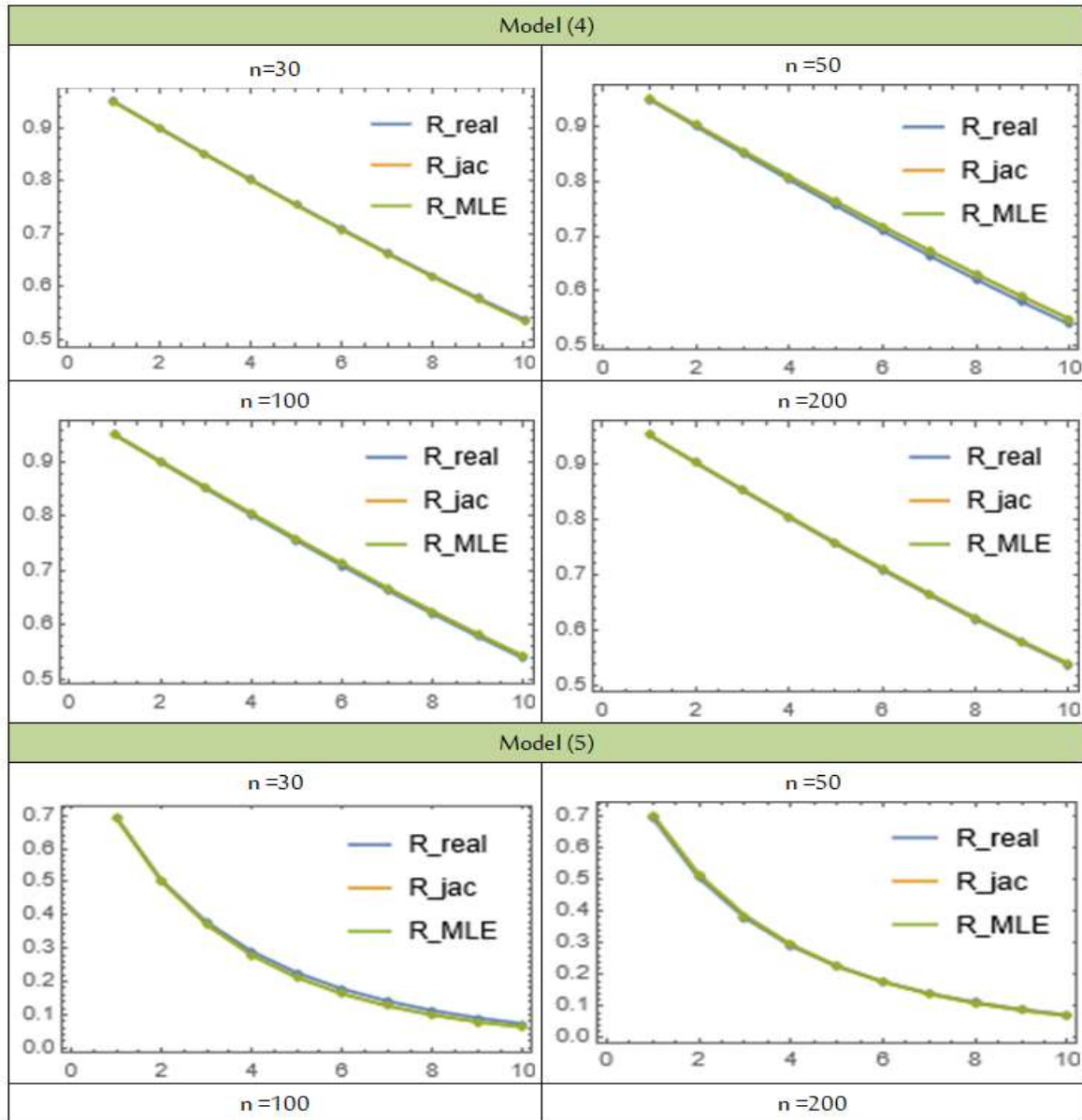


المقارنة بين التوزيع الأسّي وتوزيع مارشال أولكن الأسّي لتقدير دالة بقاء مرضى كورونا

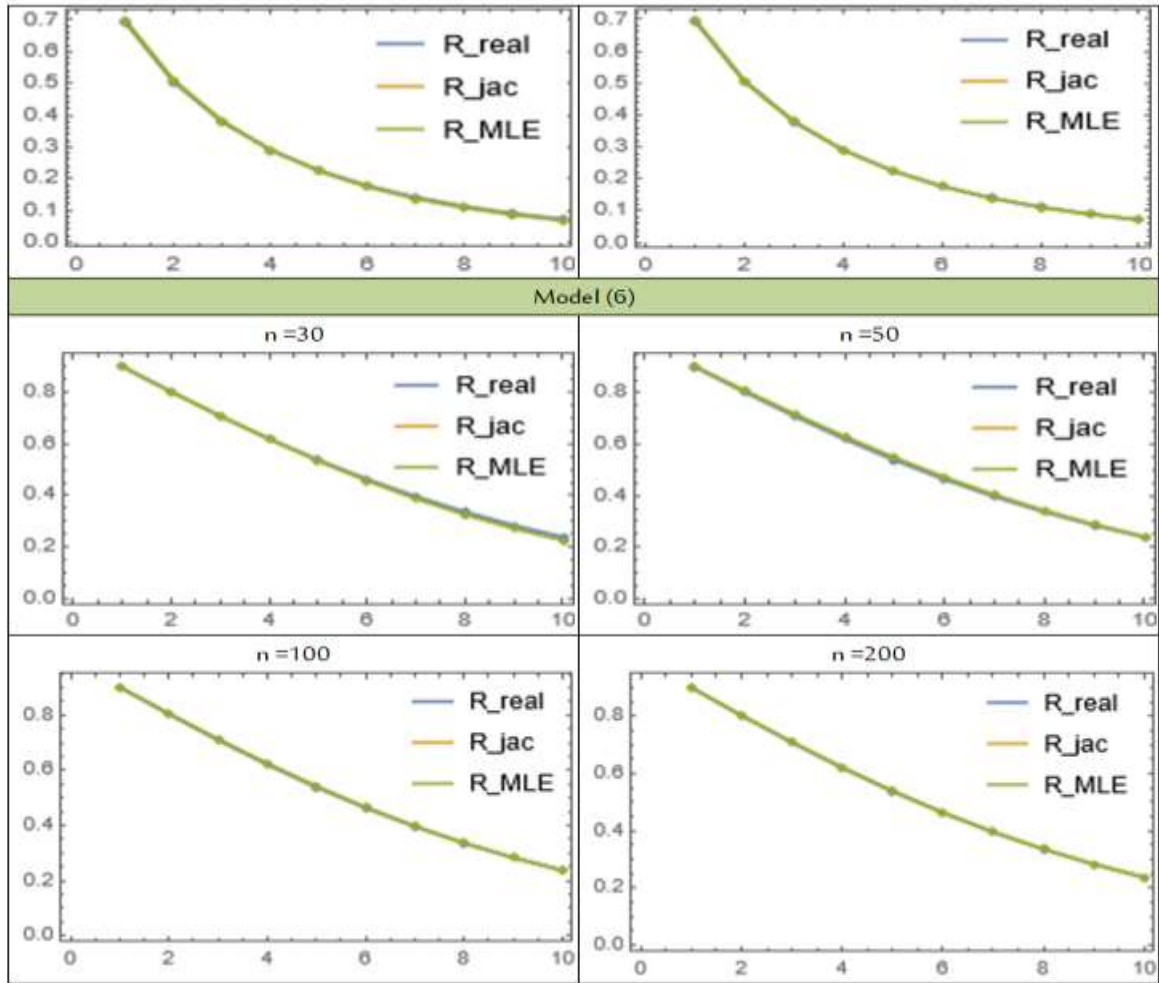


الشكل (10-2)

يوضح نتائج تجربة المحاكاة لتوزيع مارشال اولكن الاسي



المقارنة بين التوزيع الأسّي وتوزيع مارشال أولكن الأسّي لتقدير دالة بقاء مرضى كورونا



من خلال النتائج المبينة في الجدول (3-10) نلاحظ مايلي:

- 1- ان الافضلية لطريقة الامكان الاعظم (S\_MLE) مقارنة بطريقة Jackknife (S\_Jac) في تقدير دالة بقاء توزيع مارشال اولكن الاسي لإمتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي (IMSE) حسب احجام العينات والنماذج المفترضة كافة.
  - 2- ان تقديرات دالة البقاء باستعمال طريقة الامكان الاعظم وطريقة Jackknife قد اظهرتا متوسط اقرب الى القيم الحقيقية لدالة البقاء وذلك للنماذج واحجام العينات المفترضة كافة.
  - 3- ان قيم دالة البقاء الحقيقية والمقدرة تتناقص بزيادة الزمن ( $t_i$ ) وهي على الدوام تقع قيمها ضمن الفترة (1,0).
  - 4- ان قيم المقياس الاحصائي (MSE) والمقياس (IMSE) تتناقص بازدياد حجم العينة.
- وكذلك الشكل (2-8) يوضح ماتوصل اليه في ما يخص اقتراب القيم التقديرية لدالة البقاء من القيم الحقيقية عند كل حجم من حجوم العينات المفترضة.

وأخيرا وبصورة عامة ومن خلال المقارنة بين الطرق و بين التوزيعات نلاحظ ما يلي :

1- ان طريقة الإمكان الأعظم كانت الأفضل في التقدير من طريقة Jackknife (S\_Jac) في تقدير دالة بقاء في كلا التوزيعين.

2- ان توزيع مارشال اولكن الاسي افضل من التوزيع الاسي في تقدير دالة البقاء وحسب معياري (MSE) و (IMSE).

#### 2-10-الجانب التطبيقي :

تم جمع البيانات والتي تتمثل في مدة بقاء المريض على قيد الحياة لحين الوفاة للمرضى المصابين بفيروس كورونا COVID-19 من سجلات المرضى الراقدين في مستشفى البصرة التعليمي في محافظة البصرة، اذ تم أخذ عينة عشوائية بحجم (n=155) مريض مصاب إذ تم أخذ العينة من أحصائية مستشفى البصرة التعليمي ، وتمثلت هذه البيانات بقياس أوقات البقاء (Lifetimes) بالأيام تحت العلاج لحين الوفاة وقد تم اعتبار مدة البقاء منذ التشخيص واخذ العلاج ولحين الوفاة واعتبارا من 2020/7/1 لغاية 2020/8/31 ، والجدول الآتي يوضح البيانات الحقيقية قيد الدراسة.

#### جدول (10-4)

يمثل مدة بقاء المريض المصاب بفيروس كورونا على قيد الحياة من تاريخ الدخول للمستشفى ولحين الوفاة (بالأيام)

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7
7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9
9	9	10	10	10	10	10	10	10	10	10	11	11	11	12
12	12	12	12	13	13	13	14	14	14	14	14	15	15	15
15	15	15	15	16	16	16	16	16	16	17	17	17	18	18
18	18	19	19	20	20	21	22	22	22	24	25	27	31	33
33	34	34	46	47										



2-10- تحليل البيانات :

لغرض معرفة مدى ملاءمة البيانات الحقيقية في الجدول (4-8) للتوزيعات الاحتمالية (( التوزيع الاسي (Exp) وتوزيع مارشال اولكن الاسي (M-O- Exp)) فقد تم اجراء اختبار حسن المطابقة للبيانات الحقيقية عن طريق اختبارين (Cramer- Von Mises, Anderson-Darling) وبحسب الفرضية :

$H_0 =$  البيانات تلائم التوزيع

$H_1 =$  البيانات لا تلائم التوزيع

وتكون صيغة الاختبارين (Cramer- Von Mises, Anderson-Darling)<sup>[24]</sup> بالشكل الآتي:

1-Anderson-Darling

$$A_d^* = n \sum_{i=0}^n \frac{[F_n(x) - F(x)]f(x)}{F(x)[1 - F(x)]} \quad (3 - 10)$$

إذ إن:

تمثل دالة التوزيع التجريبي  $F_n(x)$  :

2- Cramer- Von Mises

$$W_d^* = n \sum_{i=0}^n [F_n(x) - F(x)]f(x) \quad (4 - 10)$$

ويوضح الجدول (5-10) أدناه قيم اختبارات حسن المطابقة لعينة الدراسة.

جدول (5-10)

قيم اختبارات حسن المطابقة

Distributions	Cramer- V		Anderson-D		Decision
	statistic	P-Value	statistic	P-Value	
Exp	0.257202	0.0592779	1.95775	0.0675301	don't reject $H_0$
M-O- Exp	0.0747671	0.722657	0.793402	0.485481	don't reject $H_0$

يتبين من الجدول (5-10) الآتي:

1- ان قيمة P-Value للاختبارات (Anderson-Darling ، Cramer- Von Mises) أكبر من مستوى المعنوية (0.05) وهذا يؤدي الى عدم رفض فرضية العدم (ملاءمة البيانات الحقيقية للتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة).

2- إنَّ قيمة P-Value للتوزيع الاسي (Exp) أصغر من قيمة P-Value لتوزيع مارشال اولكن الاسي ( M-O-Exp) وهذا يدل على أنَّ التوزيعات الموسعة أكثر ملائمة للعينة قيد الدراسة.

#### اختيار افضل توزيع

سيتم استعمال معيار معلومات اكاكي (AIC) ومعيار معلومات اكاكي المصحح (AICc) لغرض تحديد أفضل توزيع يمثل ويصف عينة الدراسة وحصلنا على قيم المعايير الموضحة في الجدول (6-10) أدناه باستعمال برنامج (Mathematica 12.2)

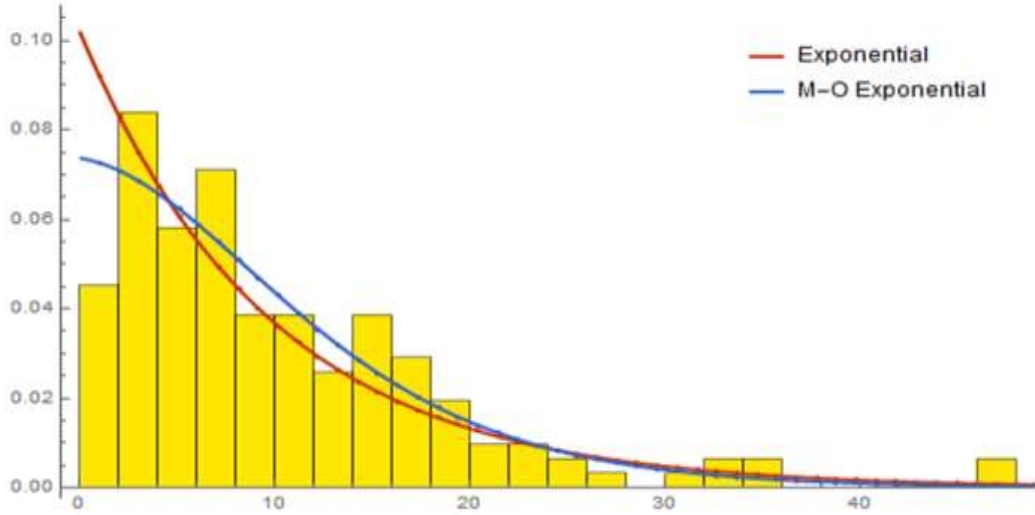
#### جدول (6-10)

#### قيم المعايير (AICc, AIC)

Distributions	Estimate of Parameter	AIC	AICc
Exp	$\theta = 0.102041$	1280.59	1280.62
M-O-Exp	$\theta = 0.137716$	1279.73	1279.79
	$\alpha = 1.86832$		

يتضح من الجدول (6-10) أعلاه افضلية توزيع مارشال اولكن الاسي (M-O-Exp) مقارنة بالتوزيع الاسي نتيجة امتلاكه أقل قيمة للمعايير (AICc, AIC)، وبذلك يعد هو التوزيع الأفضل في تمثيل ووصف عينة الدراسة المتمثلة ببيانات البقاء لعينة من المرضى المصابين بفيروس كورونا (Covid-19) من تاريخ دخولهم المستشفى لحين الوفاة مقاسة بالأيام في محافظة البصرة. والشكل (3-10) أدناه يوضح دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة

الشكل (10-3)



10-2-3- تقدير دالة البقاء للبيانات الحقيقية :

بعد ان تبين من القسم التجريبي أفضل طريقة الإمكان الأعظم في تقدير دالة البقاء لتوزيع مارشال أولكن داكوم، تم تقدير دالة البقاء على قيد الحياة و دالة الكثافة التجميعية ودالة المخاطرة بواسطتها للبيانات الحقيقية وتم ادراج النتائج في الجدو (7-8) الآتي:

جدول (7-8)

يبين مقدرات دالة البقاء و دالة الكثافة التجميعية ودالة المخاطرة للبيانات الحقيقية

i	$t_i$	$S(t)$	$F(t)$	$h(t)$
1.	1	0.073240	0.926760	0.078399
2.	1	0.073240	0.926760	0.078399
3.	1	0.073240	0.926760	0.078399
4.	1	0.073240	0.926760	0.078399
5.	1	0.073240	0.926760	0.078399
6.	1	0.073240	0.926760	0.078399
7.	1	0.073240	0.926760	0.078399
8.	1	0.073240	0.926760	0.078399
9.	1	0.073240	0.926760	0.078399
10.	1	0.073240	0.926760	0.078399

11.	1	0.073240	0.926760	0.078399
12.	1	0.073240	0.926760	0.078399
13.	1	0.073240	0.926760	0.078399
14.	1	0.073240	0.926760	0.078399
15.	2	0.145097	0.854903	0.082998
16.	2	0.145097	0.854903	0.082998
17.	2	0.145097	0.854903	0.082998
18.	2	0.145097	0.854903	0.082998
19.	2	0.145097	0.854903	0.082998
20.	2	0.145097	0.854903	0.082998
21.	2	0.145097	0.854903	0.082998
22.	2	0.145097	0.854903	0.082998
23.	2	0.145097	0.854903	0.082998
24.	2	0.145097	0.854903	0.082998
25.	2	0.145097	0.854903	0.082998
26.	2	0.145097	0.854903	0.082998
27.	2	0.145097	0.854903	0.082998
28.	2	0.145097	0.854903	0.082998
29.	2	0.145097	0.854903	0.082998
30.	3	0.214954	0.785046	0.087469
31.	3	0.214954	0.785046	0.087469
32.	3	0.214954	0.785046	0.087469
33.	3	0.214954	0.785046	0.087469
34.	3	0.214954	0.785046	0.087469
35.	3	0.214954	0.785046	0.087469
36.	3	0.214954	0.785046	0.087469
37.	3	0.214954	0.785046	0.087469
38.	3	0.214954	0.785046	0.087469
39.	3	0.214954	0.785046	0.087469
40.	3	0.214954	0.785046	0.087469
41.	4	0.282262	0.717738	0.091777
42.	4	0.282262	0.717738	0.091777
43.	4	0.282262	0.717738	0.091777

المقارنة بين التوزيع الأسي وتوزيع مارشال أولكن الأسي لتقدير دالة بقاء مرضى كورونا

44.	4	0.282262	0.717738	0.091777
45.	4	0.282262	0.717738	0.091777
46.	4	0.282262	0.717738	0.091777
47.	4	0.282262	0.717738	0.091777
48.	4	0.282262	0.717738	0.091777
49.	5	0.346559	0.653441	0.095892
50.	5	0.346559	0.653441	0.095892
51.	5	0.346559	0.653441	0.095892
52.	5	0.346559	0.653441	0.095892
53.	5	0.346559	0.653441	0.095892
54.	5	0.346559	0.653441	0.095892
55.	5	0.346559	0.653441	0.095892
56.	5	0.346559	0.653441	0.095892
57.	5	0.346559	0.653441	0.095892
58.	5	0.346559	0.653441	0.095892
59.	6	0.407476	0.592524	0.099791
60.	6	0.407476	0.592524	0.099791
61.	6	0.407476	0.592524	0.099791
62.	6	0.407476	0.592524	0.099791
63.	6	0.407476	0.592524	0.099791
64.	6	0.407476	0.592524	0.099791
65.	6	0.407476	0.592524	0.099791
66.	6	0.407476	0.592524	0.099791
67.	6	0.407476	0.592524	0.099791
68.	6	0.407476	0.592524	0.099791
69.	6	0.407476	0.592524	0.099791
70.	6	0.407476	0.592524	0.099791
71.	7	0.464742	0.535258	0.103457
72.	7	0.464742	0.535258	0.103457
73.	7	0.464742	0.535258	0.103457
74.	7	0.464742	0.535258	0.103457
75.	7	0.464742	0.535258	0.103457
76.	7	0.464742	0.535258	0.103457
77.	7	0.464742	0.535258	0.103457
78.	7	0.464742	0.535258	0.103457
79.	7	0.464742	0.535258	0.103457

80.	7	0.464742	0.535258	0.103457
81.	8	0.518185	0.481815	0.106877
82.	8	0.518185	0.481815	0.106877
83.	8	0.518185	0.481815	0.106877
84.	8	0.518185	0.481815	0.106877
85.	8	0.518185	0.481815	0.106877
86.	9	0.567718	0.432282	0.110047
87.	9	0.567718	0.432282	0.110047
88.	9	0.567718	0.432282	0.110047
89.	9	0.567718	0.432282	0.110047
90.	9	0.567718	0.432282	0.110047
91.	9	0.567718	0.432282	0.110047
92.	9	0.567718	0.432282	0.110047
93.	10	0.613339	0.386661	0.112967
94.	10	0.613339	0.386661	0.112967
95.	10	0.613339	0.386661	0.112967
96.	10	0.613339	0.386661	0.112967
97.	10	0.613339	0.386661	0.112967
98.	10	0.613339	0.386661	0.112967
99.	10	0.613339	0.386661	0.112967
100.	10	0.613339	0.386661	0.112967
101.	10	0.613339	0.386661	0.112967
102.	11	0.655110	0.344890	0.115641
103.	11	0.655110	0.344890	0.115641
104.	11	0.655110	0.344890	0.115641
105.	12	0.693154	0.306846	0.118076
106.	12	0.693154	0.306846	0.118076
107.	12	0.693154	0.306846	0.118076
108.	12	0.693154	0.306846	0.118076
109.	12	0.693154	0.306846	0.118076
110.	13	0.727633	0.272367	0.120283
111.	13	0.727633	0.272367	0.120283
112.	13	0.727633	0.272367	0.120283

المقارنة بين التوزيع الأسي وتوزيع مارشال أولكن الأسي لتقدير دالة بقاء مرضى كورونا

113.	14	0.758745	0.241255	0.122274
114.	14	0.758745	0.241255	0.122274
115.	14	0.758745	0.241255	0.122274
116.	14	0.758745	0.241255	0.122274
117.	14	0.758745	0.241255	0.122274
118.	15	0.786707	0.213293	0.124064
119.	15	0.786707	0.213293	0.124064
120.	15	0.786707	0.213293	0.124064
121.	15	0.786707	0.213293	0.124064
122.	15	0.786707	0.213293	0.124064
123.	15	0.786707	0.213293	0.124064
124.	15	0.786707	0.213293	0.124064
125.	16	0.811747	0.188253	0.125666
126.	16	0.811747	0.188253	0.125666
127.	16	0.811747	0.188253	0.125666
128.	16	0.811747	0.188253	0.125666
129.	16	0.811747	0.188253	0.125666
130.	16	0.811747	0.188253	0.125666
131.	17	0.834099	0.165901	0.127097
132.	17	0.834099	0.165901	0.127097
133.	17	0.834099	0.165901	0.127097
134.	18	0.853994	0.146006	0.128370
135.	18	0.853994	0.146006	0.128370
136.	18	0.853994	0.146006	0.128370
137.	18	0.853994	0.146006	0.128370
138.	19	0.871658	0.128342	0.129501
139.	19	0.871658	0.128342	0.129501
140.	20	0.887305	0.112695	0.130503
141.	20	0.887305	0.112695	0.130503
142.	21	0.901137	0.098863	0.131388
143.	22	0.913344	0.086656	0.132169
144.	22	0.913344	0.086656	0.132169
145.	22	0.913344	0.086656	0.132169
146.	24	0.933563	0.066437	0.133463
147.	25	0.941879	0.058121	0.133996
148.	27	0.955583	0.044417	0.134873

149.	31	0.974170	0.025830	0.136062
150.	33	0.980332	0.019668	0.136457
151.	33	0.980332	0.019668	0.136457
152.	34	0.982842	0.017158	0.136617
153.	34	0.982842	0.017158	0.136617
154.	46	0.996692	0.003308	0.137504
155.	47	0.997117	0.002883	0.137531
Sum	1519	77.50000	77.50000	16.38554
Mean	9.8	0.500000	0.500000	0.105713

## الأستنتاجات والتوصيات :

### الأستنتاجات :

- 1- ان دالة البقاء متناقصة بزيادة الزمن (اي تتناسب عكسيا مع الزمن) وهذا مايتطابق مع خصائصها والتي عُرضت في البحث .
- 2- تقع قيم دالة الكثافة التجميعية بين الصفر والواحد، وهي في تزايد وتتناسب طرديا مع الزمن.
- 3- أظهر الجانب التجريبي بالأعتماد على المعيار الأحصائي متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) أفضلية طريقة الأماكن الأعظم مقارنة بطريقة Jackknife في تقدير دالة البقاء للتوزيع الأساسي ((التوزيع الأسي (Exp)) وتوزيع (مارشال أولكن الأسي (M-O-Exp)).
- 4- ان توزيع مارشال أولكن الاسي افضل من التوزيع الاسي في تقدير دالة البقاء وحسب معياري (MSE) و (IMSE).

### التوصيات :

- 1- أستعمال طريقة الأماكن الأعظم لتقدير دالة البقاء الأحمالي للتوزيع الأسي والتوزيع الموسع مارشال أولكن الأسي .
- 2- تطبيق التوزيعات الأتمالية المذكورة أنفا على حالة البيانات تحت المراقبة .
- 3- أستعمال طرائق أخرى لتقدير دالة بقاء للتوزيع الأسي قيد الدراسة ومقارنتها بطريقة الأماكن الأعظم MLE .
- 4- أستعمال توزيع مارشال أولكن الأسي في دراسات البقاء على قيد الحياة .



## المصادر :

- 1-الباقر، زينب محمد باقر صادق،(2017)، "تقديرات دالة المعولية لتوزيع بواسون مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير في علوم الاحصاء، جامعة كربلاء/ كلية الادارة والاقتصاد/ قسم الاحصاء.
- 2- الشمري، نجاه عبد الجبار رجب، (2008)، "استخدام المحاكاة في مقارنة مقدرات التقصص لمعلمة الشكل لتوزيع وايبل لبيانات المراقبة"، أطروحة دكتوراه في علوم الأحصاء، جامعة بغداد/ كلية الإدارة والأقتصاد /قسم الاحصاء.
- 3-العامري، بهاء عبد الرزاق قاسم،(2021)، "استعمال بعض التوزيعات المبتورة في بناء نظام خبير لتقدير الفترة المثلى لاستبدال المكونات والمعدات مع تطبيق عملي"، أطروحة دكتوراه في علوم الاحصاء، جامعة كربلاء/كلية الادارة والاقتصاد.
- 4-فهد، باقر كريم،(2018)، "اختيار أفضل طريقة لتقدير معالم توزيع كابا الاحتمالي مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير في علوم الاحصاء، جامعة كربلاء/كلية الادارة والاقتصاد.
- 5-لازم، جاسم حسن، (2012)، "مقارنة بعض طرائق تقدير دالة البقاء للتوزيع الاسي المبتور"، مجلة العلوم الاقتصادية والادارية، المجلد 18، العدد68، 403-419.
- 6- مهدي، منتظر جمعة، (2021)، "التحويل التكميبي لتوزيع Burr XII مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير في علوم الاحصاء، جامعة كربلاء/كلية الادارة والاقتصاد.
- 7- هرمز، امير حنا،(1990)، "الاحصاء الرياضي"كتاب منهجي، دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل، العراق.

## ثانيا: المصادر الاجنبية

- 8- Bdair, O. M. (2012). Different methods of estimation for Marshall-Olkin exponential distribution. Journal of Applied Statistical Science, 19(2), 13-29.
- 9- Cavanaugh, J. E. (1997), " Unifying the Derivations for the Akaike and Corrected Akaike Information Criteria", Statistics & Probability Letters 33, pp.201-208.
- 10- Collett, D, (2003). Modeling survival data in medical research, Chapman and Hall,London.
- 11- Ebeling, C.E.,(1997),"An introduction to reliability and maintainability engineering", University of Dayton, McGraw-Hill Companies.
- 12- Frank J. F, and Sergio M. F,and Svetlozar T. R, and Bala G. A,(2014),"Model Selection Criterion:AIC and BIC", 2014 John Wiley & Sons, Inc Published by John Wiley & Sons, Inc, Vol.95, No.3, pp. (631- 636) .
- 13- Harry, G. K.,(2012), "Engineering Reliability Failure models". Drexel university-USA.

- 14- Klein,J,P. and Moeschberger, M. L.,( 2003),"Survival Analysis: Techniques for censored and truncated data", 2rd ed. New York : Springer.
- 15- Lawless، J. F. (2011). Statistical models and methods for lifetime data (Vol. 362). John Wiley & Sons.
- 16- Marshall, A. W., & Olkin, I. (1997). A new method for adding a parameter to a family of distributions with application to the exponential and Weibull families. *Biometrika*, 84(3), 641-652.
- 17- Marvin, R.,( 2004), "System Reliability Theory, Models, Statistical Methods, and Applications". Second edition, Walter, Shewuhart & Samuel S. Wilks, Norwegian University of science and Technology, Norwege.
- 18- AL-Nasser, Abdul Majeed ,(2009) "Statistical Reliability" Ithraa Publishing and Distribution ,University of Baghdad.
- 19- Portet, S. , (2020), " A primer on model selection using the Akaike Information Criterion", *KeAi Chinese roots Global impact, S. Portet / Infectious Disease Modelling* 5, PP. 111-128.
- 20- Trivedi, K.S. (2002), "Probability and Statistics with Reliability", *Queuing & Computer Science Applications* , Second Edition , Awiley – Interscience publication , John Wiley & SONS , INC.
- 21- Tseng, K-W., (2015), "A simple lecture note on AIC and BIC", :  
<https://www.researchgate.net/publication/277137869>.