

مدخل إلى مؤلّدات الأعداد العشوائية وأسلوب المحاكاة

عبد الكريم إبراهيم شيت

قسم الرياضيات ، كلية التربية الأساسية ، جامعة الموصل ، الموصل ، العراق

(تاريخ الاستلام: ٦ / ١٠ / ٢٠٠٨ ، تاريخ القبول: ١٣ / ٤ / ٢٠٠٩)

الملخص:

يهدف هذا البحث إلى التقديم لموضوع المحاكاة كأسلوب رياضي حديث بديلاً عن الأساليب الرياضية الكلاسيكية المستخدمة لمعالجة المسائل الرياضية عددياً، إضافة إلى التقديم للأعداد العشوائية وطرائق توليدها وأهم مولّدات هذه الأعداد مع تحليل خواصها.

١. تمهيد:

إذ أن a و c عدنان صحيحان غير سالبين يتم إختيارهما وفق قواعد خاصة من أجل تجنب أخطاء التوزيع، m فهو عدد صحيح موجب كبير بالنسبة لحجم الكلمة في الحاسوب المستخدم، X_0 فهو عدد ابتدائي يسمى عادة العدد البذرة ، وأما $(.)$ Remainder فيعني الجزء الصحيح من العدد الموجود داخل القوسين.

إنّ الزيف في الأعداد العشوائية الزائفة ناجم عن أنّ هذه الأعداد مؤلّدة بواسطة برمجيات لمؤلّد عدد عشوائي بحاسوب، وأنّ مثل هذه الأعداد ليست عشوائية فعلاً لأنّ نمطها يتكرر دورياً ويتطلب الأمر غالباً أن تكون قابلة للتوليد ثانية. وتُعدّ الظواهر الفيزيائية، مثل الأشعة الكونية والتفاعلات النووية، من أهم مصادر الأعداد العشوائية. تعدّ الأعداد العشوائية جزءاً مركزياً في محاكاة المونت كارلو، التي تعدّ من الطرائق العددية الخاصة والتي تتعامل مع المتغيرات العشوائية، وتطبيقاتها المتمثلة بحساب المساحة تحت منحنى دالة معينة وكذلك في حساب الحجم وغيرها من التطبيقات الحياتية. إنّ متتابعة الأعداد العشوائية تكون عادة منتهية ويفترض أنها غير مترابطة وتتوزع منتظماً، وأنها تعيد نفسها بعد بداية توليدها بفترة قد تكون قصيرة أو طويلة اعتماداً على طبيعة المؤلّد وعناصره. إنّ الأعداد المؤلّدة ضمن الدورة الواحدة تشكل دورة كاملة، وأنّ مقدار الدورة الكاملة لا يكون معروفاً عادة، إضافة إلى أنّ المستخدمين لا يهتمون به أيضاً على الرغم من أهميته. وعند انتهاء المؤلّد من توليد عناصر الدورة الكاملة فإنه يعود للتوليد من جديد بإعادة العناصر مرة أخرى مما يشكل ظاهرة غير مرغوب فيها حيث تؤدي بالنتيجة إلى توليد عناصر مترابطة فيما بينها [3].

3. طرائق توليد الأعداد العشوائية:

بشكل عام هناك طريقتان لتوليد متتابعات أعداد عشوائية وكفاءات مختلفة:

أولاً- طرائق الأوسط

وهي تتمثل بأنواعها الثلاثة التالية:

١- طريقة التربيع الأوسط:

تعود فكرة هذه الطريقة إلى الباحثين المعروفين Neumann و Metropolis وذلك بحدود عام ١٩٤٦ وتتلخص فكرة الطريقة كالاتي [4]:

أ- اخترأعداد البذرة وليكن X_0 ، الذي هو عبارة عن عدد صحيح مؤلف

من n من المراتب العشرية.

ب- إحسب مُربّع هذا العدد.

ت- إقطع % ٢٥ من طرفي العدد الناتج.

ث- فيكون المقدار الأوسط هو العدد العشوائي الجديد وليكن X_1 .

تعد مسألة إبرة بفن من المسائل الرائدة في مجال المحاكاة، إذ تضمنت أفكاراً عن كيفية حساب قيمة النسبة الثابتة π عملياً ووفق أنموذج احتمالي معين [14]. ويُعدّ أسلوب المحاكاة في الوقت الحاضر من الأساليب المهمة في شتى المجالات الرياضية والحاسوبية والهندسية، وهو يمتاز عن غيره من الأساليب الرياضية الكلاسيكية في أنّ اتجاهه يكون معاكساً لاتجاه تلك الأساليب، والتي تبدأ عادة ببيانات ومعلومات كي تنتهي بأنموذج رياضي. وهذا يعني أنّ أسلوب المحاكاة يبدأ بالأنموذج الرياضي كي ينتهي بتوليد بيانات ذات مواصفات محددة للاستفادة منها لأغراض شتى.

لما كانت النتائج العملية لطرائق التكامل العددي المعروفة غير خالية من بعض حالات الضعف، خاصة عندما يكون عدد أبعاد التكامل كبيراً، وكذلك عندما تكون الدوال قيد الدراسة عبارة عن دوال معقدة البنية الرياضية، إضافة إلى ارتفاع تكلفة هذه الطرائق نتيجة إلى ازدياد عدد مرات حساب الدالة المراد حساب تكاملها بشكل نمو أسي [11]. كان لابد من معالجة هذه السليبات بالبحث عن طرائق سلسلة، يطلق عليها طرائق المونت كارلو، تستند في عملها على أسلوب المحاكاة وعلى المتغيرات العشوائية كجزء رئيسي من خوارزمية الحل، وهي تقدم الحل لأي تكامل عددي مهما كانت ظروفه وأبعاده والتي تعتبر الملاذ الأخير عند فشل الطرائق العددية المعروفة.

2. الأعداد العشوائية:

إنّ الأعداد العشوائية هي متتالية أعداد لها الخاصية العشوائية، إذ لا يمكن التنبؤ بأي عنصر انطلاقاً من العناصر التي تسبقه، وبوجه خاص، لا يمكن لهذه الأعداد أن تكون متوالية أو أن تتبع أي نمط منتظم أو متكرر. وتتوافر في الوقت الحاضر مؤلّدات أعداد عشوائية ذات دورات مختلفة الأطوال كجزء من برمجيات معظم الحواسيب أو الأنظمة الحاسوبية، للحصول على متتالية من الأعداد العشوائية. وبما أنّ المحاكاة الحاسوبية للأعداد العشوائية تتطلب أنه يمكن الحصول عليها من جديد بهدف المقارنة والتحقق، فإنّها لا تعطينا أعداداً عشوائية فعلية، وإنما فقط متتالية شبه عشوائية ويكون ذلك غالباً بأخذ البواقي بمقياس عدد أولي كبير (طرائق تطابقية). وفي الطرائق التطابقية يُولّد كل عدد X_i من سابقه بواسطة علاقة التطابق الخطي الآتية [7]:

$$X_i = (a X_{i-1} + c) \bmod (m) \\ = \text{Remainder} \left(\frac{a X_{i-1} + c}{m} \right); i = 1, 2, \dots \quad (1)$$

وبالإمكان تكرار العملية للحصول على متتابعة من الأعداد العشوائية. من خواص هذه الطريقة أنها بطيئة التوليد لكثرة العمليات الحسابية المرافقة لعملية التوليد، كما أنها تضمحل بسرعة عندما يكون العدد المُولَّد يساوي صفراً، يضاف إلى ذلك أنها ذات دورة قصيرة عادة.

٢ - طريقة المضروب الأوسط:

إنَّ هذه الطريقة مشابهة لطريقة التربيع الأوسط بإختلاف واحد هو أنَّ العدد المولد الجديد نحصل عليه من الصيغة الآتية [12]:

$$X_i = k X_{i-1} ; i = 1, 2, \dots \quad (2)$$

إذ أنَّ k عدد صحيح موجب. ومن خواص هذه الطريقة أنها تتوزع بانتظام أكثر من سابقتها ولها دورة أطول، وهي تميل إلى الاضمحلال أيضاً.

٣ - طريقة الفايوناسي:

إنَّ أساس هذه الطريقة هو متتابعة الفايوناسي، إذ يتم توليد العدد العشوائي الجديد باستخدام الصيغة الآتية [7]:

$$X_i = (X_{i-p} \otimes X_{i-q}) \bmod(m) ; i = 1, 2, \dots \quad (3)$$

إذ أنَّ p و q عدنان صحيحان كبيران تحت شرط أنَّ $p < q$ ، وأنَّ $\otimes$ هي عملية حسابية معينة كعملية الجمع والطرح والضرب، كما يمكن أن تكون $\otimes$ عملية منطقية مثل عملية الانفصال الشاملة. نجد أنَّ هذه الطريقة تعمل على تحسين خواص الأعداد العشوائية المُولَّدة وذلك باستخدامها أكثر من بذرة أولية عند توليد العدد العشوائي الجديد كما أنَّ كفاءة هذه الطريقة وطول دورتها يعتمد على نوع العملية الحسابية المستخدمة.

ثانياً - طرائق التطابق الخطي:

تعود بدايتها إلى عام ١٩٥١ فقد وضع أسسها الباحث D.H. Lehmer، إذ يتم توليد كل عدد عشوائي من سابقه باستخدام علاقة التطابق الخطي (١)، ولهذه الطرائق سرعة فائقة في توليد أعداد عشوائية بين الصفر و (١ - m) عندما $C \neq 0$ ، وبين ١ و ($m - 1$) عندما $C = 0$ ، إذ أنَّ m كمية مُعرَّفة مسبقاً. ولغرض جعل هذه الأعداد المُولَّدة تقع ضمن الفترة [١، ٠) نستخدم التحويل الآتي [11]:

$$U_i = X_i / m ; i = 1, 2, \dots \quad (4)$$

لقد أوضح الباحثون [10] كيفية إيجاد قيم a و c عند استخدام النظام الثنائي وكما يأتي :

$$a = 2^s + 1 \text{ لقيم } s > 2, \text{ وأنَّ } c \text{ تحقق العلاقة } c \bmod 8 = 5.$$

أما عند استخدام النظام العشري فإن:

$$a = 10^s + 1 \text{ لقيم } s > 1, \text{ وأنَّ } c \text{ تحقق العلاقة } c \bmod 200 = 21.$$

يطلق على طريقة التطابق الخطي أنها طريقة تطابق مضروب عندما

$$a \neq 0 \text{ و } c = 0, \text{ وأنها طريقة تطابق مختلط عندما } a \neq 0 \text{ و } c \neq 0$$

عند استخدام الصيغة:

$$X_i = (d X_{i-1}^2 + c X_{i-1} + a) \bmod(m) ; i = 1, 2, \dots \quad (5)$$

لتوليد العدد العشوائي الجديد فيطلق على طريقة التوليد بانها طريقة تطابق تربيعي إذ يتم اختيار الثابت الصحيح d وفق قواعد اختيار الثابت c .

٤. مُولَّدات الأعداد العشوائية

إنَّ مُولَّدات الأعداد العشوائية ليست دوال حقيقية كدوال الجيب والجبب تمام، وإنما هي برمجيات تُستخدم طرائق توليد مختلفة، وتحتاج هذه المُولَّدات إلى ذاكرة كافية لتحميل المُولَّد، ولكل مُولَّد بذرة قياسية يتم اختيارها في حالة كون البذرة الأولية تساوي صفراً، وبشكل عام فهناك نوعان رئيسان من هذه المُولَّدات هما:

١. مُولَّدات التطابق الخطي:

إنَّ هذه المُولَّدات تُستخدم طرائق التطابق الخطي ويرمز لها $L(a, c, m)$ ، إذ أنَّ a و c و m هي كميات ثابتة معرفة مسبقاً. إنَّ طول دورة هذه المُولَّدات تعتمد على قيم a و c وهي تساوي 2^{31} أو أكثر. ومن مُولَّدات التطابق الخطي الشائعة الاستخدام ذوات الكفاءة العالية وسرعة التوليد، المُولَّد $RAND$ والمُولَّد $RANDOM$ والمُولَّد $RAND48$ ، أما المُولَّد $RANDU$ فهو أقل كفاءة من هذه المُولَّدات (أنظر الجدول ٢).

٢. المُولَّدات المتوازية:

إنَّ هذه المُولَّدات تُستخدم طريقة الفايوناسي ويرمز لها $F(p, q, \otimes)$ ، إذ أنَّ p و q هما كميتان مُعرَّفتان مسبقاً، وأنَّ $\otimes$ تمثل عملية حسابية معينة. إن المُولَّدات المتوازية تهدف أساساً إلى تحسين مُولَّدات التطابق الخطي إذ أنها تستخدم أكثر من بذرة أولية لتوليد العدد العشوائي الجديد. إنَّ طول دورة هذه المُولَّدات يعتمد على نوع العملية الحسابية المستخدمة في الصيغة (٣،١)، إذ تكون دورة المُولَّد مساوية إلى 2^{p+q-1} بالنسبة لعمليتي الجمع والطرح، ومساوية إلى 2^{p+q-3} بالنسبة لعملية الضرب، أما بالنسبة لعملية الانفصال الشاملة فإنَّ دورة المُولَّد تساوي $(1 - 2^{p+q})$. ومن أشهر المُولَّدات المتوازية ذوات الكفاءة العالية وسرعة التوليد وذوات الدورات الطويلة جداً والارتباط الواطئ التي تجتاز معظم الاختبارات الإحصائية مُولَّدات الأعداد العشوائية التالية : [20],[8]

• المُولَّد $GFSR$ (Generalized Feedback Shift Register Generator)،

• المُولَّد $MT19937$ (Mersenne Twister Generator)،

• المُولَّد $TT800$ (Twisted GFSR II Generator).

١، ٤ تحليل مُولَّدات الأعداد العشوائية:

إنَّ مُولَّد الأعداد العشوائية يجب عدم اختياره عشوائياً، ولابد لأي مُولَّد عشوائي مثالي أن يتمتع بمجموعة من الخصائص التي يمكن تلخيصها بما يأتي [5]:

١- العشوائية، إنَّ متتابعة الأعداد العشوائية المُولَّدة يجب أن تكون غير مرتبطة وتتوزع منتظماً.

٢- للمُولَّد دورة طويلة وسرعة كبيرة في التوليد.

٣- أن لا تعتمد طول الدورة والخاصية العشوائية على البذرة الأولية.

٤- لا يحتاج برنامج المُولَّد إلى عدد كبير من الأقطاب.

٥- يجب أن لا تتحل طريقة التوليد المستخدمة بتكرار التوليد.

١٩٤ - يجب أن يجتاز المُولَّد الاختبارات الإحصائية المعروفة [12].

يمكن إجراء مقارنة بين مُولَّدات التطابق الخطي والمُولَّدات المتوازية وذلك

من خلال الجدول (١).

الجدول ١: خواص مُولَّدات الأعداد العشوائية الخطية والمتوازية.

مولّدات التوافق الخطي	مولّدات المتوازنة
١- تستخدم طرائق التوافق الخطي للتوليد.	١- تستخدم طريقة الفايوناسي للتوليد.
٢- تحتاج إلى بذرة أولية واحدة.	٢- تحتاج إلى أكثر من بذرة أولية.
٣- طول دورتها يعتمد على طريقة اختيار الثوابت a و c وهي على الأغلب تساوي 2^{32} بالنسبة للأعداد الصحيحة المؤلفة من 32 مرتبة ثنائية.	٣- طول دورتها يعتمد على نوع العملية الحسابية المستخدمة وهي تصل إلى $(1 - 2^{31})$ في حالة عملية الانفصال الشاملة.
٤- تستخدم كلمة واحدة مكونة من 32 مرتبة ثنائية للخرن الداخلي.	٤- تستخدم 624 كلمة للخرن الداخلي، إذ أنّ الكلمة الواحدة تتكون من 32 مرتبة ثنائية.

ويمكن تجنب العديد من خصائص مولّدات الأعداد العشوائية غير المرغوب بها وذلك عن طريق المزاوجة بين مولّدين أو أكثر، إذ يعدّ المؤدّد *RANMAR* [9] من أشهر المؤدّدات المختلطة الناجمة عن مزاوجة مؤدّد تطابق خطي مع مؤدّد متوازٍ، إنّ لهذا المؤدّد دورة أمدها 2^{144} ، وهو مؤدّد أمثل يجتاز العديد من الاختبارات الإحصائية. أما المؤدّد الآخر *RANECU* فهو ناتج من مزاوجة مؤدّد تطابق خطي $L(40014, 0, 2147483563)$ و $L(40692, 0, 2147483399)$ مع بعضها البعض.

الجدول (٢) يوضح مدى صلاحية مؤدّدات التوافق الخطي والمؤدّدات المتوازنة للأبعاد المتعددة [7]:

الجدول ٢: صلاحية بعض مؤدّدات الأعداد العشوائية للأبعاد المتعددة.

اسم المؤدّد	طول الدورة	مدى صلاحية المؤدّد للأبعاد المتعددة
<i>RAND</i>	2^{31}	يصلح للأبعاد ٦ فما دون.
<i>RANDU</i>	$1 - 2^{31}$	يصلح للأبعاد ١ و ٢ فقط.
<i>GFSR</i>	$1 - 2^{521}$	يصلح للأبعاد ١٦ فما دون.
<i>MT19937</i>	$1 - 2^{19937}$	يصلح للأبعاد ٦٠٠ فما دون.

5. أسلوب المحاكاة:

إنّ أسلوب المحاكاة هو تقليد للواقع يتعامل مع الحالات التي تعتبر فيها الخاصية العشوائية المفتاح لوصف ذلك النظام، وهو طريقة حل مسألة أنموذج مُعرّف لنظام واقعي ويسمح بتجميع المعلومات ذات الصلة بسلوك النظام عبر تطوره مع الزمن، إضافة إلى أنه يستخدم لتقدير دقة النماذج الرياضية لمسألة واقعية [16]. يعتبر أسلوب المحاكاة بأنه مهارة تزيد من فهم النظام المقلد [17]. لقد عرّف الباحثون [12] أسلوب المحاكاة بأنه أسلوب عددي قوي جداً وشائع لإجراء تجارب على الحاسوب، وهو يتضمن علاقات رياضية ومنطقية مختلفة ضرورية لوصف سلوك وتركيب أي نظام واقعي حقيقي وعلى فترات زمنية ممتدة. ويمكن تعريف أسلوب المحاكاة بأنه أسلوب لتقليد عملية تشغيل أي نظام واقعي حقيقي عبر تطوره مع الزمن [19]. أما الباحثون [13] فقد عرفوا أسلوب المحاكاة بأنه أسلوب عددي حاسوبي يستعمل بشكل واسع لحل المسائل المختلفة. ويرى الباحث [18] أنّ أسلوب المحاكاة هو أداة حاسوبية شائعة لتقليد سلوك الأنظمة الحياتية المعقدة. وفي ضوء التعاريف السابقة يمكننا أن نعرف أسلوب المحاكاة بأنه أسلوب حاسوبي مفيد وسهل التطبيق يستخدم في تحليل وتقليد المسائل المعقدة وهو يسمح باختبار وتقدير الأنظمة المتداولة دون الحاجة إلى إنجاز وتنفيذ ذلك النظام من الناحية الواقعية وكذلك عدم

الحاجة إلى اختبار النظام الواقعي. إنّ أسلوب المحاكاة يُعدّ الملاذ الأخير الذي يستخدم عند فشل الطرائق العددية الكلاسيكية في إيجاد الحلول للمسائل المعقدة. وكما أشرنا في المبحث (١) فإنّ لأسلوب المحاكاة في الوقت الحاضر استخدامات عديدة تشمل طيفاً واسعاً من التطبيقات العلمية والتقنية والطبية والهندسية والحياتية. تتلخص عملية المحاكاة بمجموعة خطوات أهمها [16]:

- ١- تعريف المسألة ومتغيراتها ثم بناء الأنموذج الرياضي لها.
- ٢- تعيين القيم المراد تفحصها ثم تسيير عملية المحاكاة.
- ٣- تفحص النتائج واختيار الأفضل منها.

ولابد من الإشارة إلى إيجابيات ومآخذ عملية المحاكاة نوجزها بالآتي:

- الإيجابيات:**
- ١- إنّ أسلوب مرن جداً يمكنه أن يستخدم لحل المسائل التي لا يمكن أو يصعب إيجاد الحل التحليلي لها.
 - ٢- يسمح بادخال الأنظمة الحياتية المعقدة دون أن يتداخل معها.
 - ٣- له إمكانية تقليص زمن التشغيل وتقليل التكلفة.
 - ٤- يسمح بدراسة تأثير متغيرات المسألة.
- المآخذ:**
- ١- يمكن أن تستغرق عملية المحاكاة وقتاً طويلاً.

٢- يعطي أنموذجاً وحيداً أحياناً لا يمكن نقله لمسألة أخرى وقد لا يولد الحل الأمثل للمسألة.

٣- يتطلب إدارة توليد المتغيرات الوسطية التي تصف قيود المسألة قيد الدراسة.

١, ٥ أنواع المحاكاة:

هناك أربعة أنواع رئيسة من أساليب المحاكاة وهي:

١- المحاكاة المتقطعة:

في هذا النوع من المحاكاة تكون المتغيرات والمشاهدات ذات طابع متقطع. إن أسلوب المحاكاة المتقطعة هو أسلوب واسع الاستخدام في العديد من الأنظمة الهندسية والعلوم الإدارية ومسائل التخزين وصفوف الانتظار [1].

٢- المحاكاة المستمرة:

يختص هذا النوع من المحاكاة بمحاكاة نماذج الأنظمة ذات المتغيرات المستمرة بالنسبة للزمن. وهذه النماذج تتضمن نظاماً من المعادلات التفاضلية التي تعطي العلاقة بين معدلات تغير حالة المتغيرات بالنسبة للزمن إن الحلول التحليلية لأغلب الأنظمة المستمرة تكون غير ممكنة، وعليه فإن الطرائق العددية سوف تستخدم لإيجاد الحلول المناسبة. ويُعد أنموذج Prey - Predator للتنافس البيئي بين مجموعتين من الكائنات الحية من النماذج البيولوجية المثلى لأسلوب المحاكاة المستمرة [15].

الجدول ٣: بعض اللغات الحاسوبية لأسلوب المحاكاة.

نوع المحاكاة	اللغات الحاسوبية
المحاكاة المتقطعة	<i>SIMULA, SLAM, GASP II, GPSS III.</i>
المحاكاة المستمرة	<i>GASP IV(23,62), DYNAMO, CSMP.</i>
المحاكاة المركبة	<i>GASP IV, SLAM.</i>
المحاكاة المهيجنة	<i>SOL, SIMSCRIPT 2.5.</i>

٣- الطريقة المختبرية:

وهي من طرائق المحاكاة الأقل تكلفة والأكثر مرونة وشيوعاً من الطريقة المتطابقة والطريقة شبه المتطابقة، وتتم معتمدة بالدرجة الأساس على الحاسب الإلكتروني عن طريق كتابة برامج حاسوبية لمعالجة النماذج الرياضية التي تخضع لها المنظومة قيد المحاكاة.

٦- الاستنتاجات:

لقد أثبتت الدراسات العلمية أن أسلوب المحاكاة هو الملاذ الأخير الذي يرجع إليه الباحثون لإيجاد الحلول العددية للمسائل المعقدة والتي تعجز الطرائق الكلاسيكية عن ذلك. إن طرائق التطابق الخطي هي الأكثر شيوعاً في الاستخدامات العملية من بقية طرائق التوليد إذ أنها تعطي نتائج أكثر دقة من غيرها. وبالنظر لاعتماد طريقة المحاكاة المختبرية على برامج حاسوبية لمعالجة النماذج الرياضية فإن هذه الطريقة تعد الطريقة الأكثر شيوعاً واستخداماً من بقية طرائق المحاكاة.

٢, ٥ طرائق المحاكاة:

هناك ثلاث طرائق رئيسة لحل نظم المحاكاة ندرج في أدناه استعراضاً موجزاً عنها [21]:

١- الطريقة المتطابقة:

تستند هذه الطريقة إلى بناء النظام المدروس بكامل التفاصيل، مثال ذلك اختبار الطائرات داخل النفق الهوائي. تعد هذه الطريقة من أدق طرائق المحاكاة ولكنها من ناحية أخرى تعتبر الأصعب من ناحية التنفيذ والأكثر تكلفة، وتحتاج إلى مهندسين متخصصين في كل جزء من أجزاء المنظومة.

٢- الطريقة شبه المتطابقة:

يتم في هذه الطريقة إلغاء بعض أجزاء المنظومة التي تحول دون إجراء عملية المحاكاة وكذلك استبدال بعض الأجزاء بأجزاء مشابهة، مثال على ذلك ما قامت به القوة الجوية الأمريكية عند دراسة المنظومات الدفاعية ضد الطائرات المعادية في حالة شن هجوم جوي شامل إذ استخدمت قذائف كاذبة في هذه العملية.

References:

- 1- Banks J., Carson J. S., Nelson B. L. and Nicole D. M., Discrete Event System Simulation, Prentice - Hall, Inc., 3rd Edition, 2001.
- 2- Coddington P. D., Analysis of random number generators using Monte Carlo simulation, International

Journal of Modern Physics, World Scientific Publishing, Company, 1992.

- ١٩٦٣- Giordano Frank R., Weir Maurice D. and Fox William P., A First Course in Mathematical Modeling, Brooks / cole, a division of Thomson Learning, Inc, 2003.

- 4- Glasserman P., Monte Carlo Methods in Financial Engineering, Springer-Verlag, New York, 2004.
 - 5- Knuth, D. E., The Art of Computer Programming - Vol. 2: Semi Numerical Algorithms, Addison-Wesley, 3rd Edition, 1998.
 - 6- Law A. M. and Kelton D., Simulation Modeling and Analysis, McGraw-Hill, Inc., 3rd Edition, Singapore, 2000.
 - 7- L'Ecuyer Pierre, Handbook on a Simulation, Jerry Banks Edition, Wiley, 1997.
 - ٨- Matsumoto, Makoto and Nishimura, Takuji, Mersenne Twister: A 623- dimensionally equidistributed uniform pseudo random number generator, ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation, ol. 8, No.1, pp.3-30,1998.
 - ٩- Marsaglia G. A. and Bray T. A., On line random number generators and their use in combination, Ass. Comput. Mach. Vol. 11, 1968.
 - 10- Naylor T. H., Balintfy J. L., Burdick D. S. and Kong C., Computer Simulation Techniques, John Wiley and Sons, New York, 1971.
 - 11- Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. H. and Flannery B. P., Numerical Recipes in C, Cambridge University Press, 2nd Edition, 1992.
 - 12- Phillips Don T., Ravindran A. and Solbery James, Operations Research: Principles and Practice, John Wiley and Sons, Inc, 1976.
 - 13- Pritsker A. Alan, O'Reilly Jean J. and Laval David K., Simulation with Visual Slam and Awesim, John Wiley and Sons, New York, 1997
 - 14- Stokes V. P., Monte Carlo simulation: basics, Survey Report, Uppsala Univ. Press, 2004.
 - 15- Swartzman Gordon L. and Kaluzny Stephen P., Ecological Simulation Primer, Macmillan Publishing Company, 1987.
 - 16- Taha Hamdy A., Operations Research, Person Education, Inc., 7th Edition, 2003.
 - 17- Tocher K. D., The Art of Simulation, English Universities Press, London, 1963.
 - 18- Uysal, Murat, Simulation techniques for wireless communication systems, Survey Report, Waterloo Univ. Press, 2003.
 - 19- Winston Wayne L., Operations Research, Duxbury Press, 1994.
 - 20- Ziff Robert M., Four -tap shift-register sequence random number generators, computers in physics, Computers in Physics Vol. 12, No. 4, 1998.
- ٢٠- عتاب، محمد رمضان (2004)، بعض جوانب تقليص التباين في أمثلية المحاكاة، رسالة دكتوراه في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية.

Introduction to Random Numbers Generators and Simulation Technique

Abd al Kareem I. Sheet

Dep .of Mathematics , College of Basic Education , Univ. of Mosul , Mosul , Iraq

(Received 6 / 10 / 2008 , Accepted 13 / 4 / 2009)

Abstract:

The aim of this work is to present to the simulation subject as a modern mathematical technique alternative than the classical mathematical techniques which used for treating the difficult mathematical problems numerically. This work also present to the random numbers and their generating methods, in addition to mention some some random numbers generator with their properties analysis.