تنويع استعمال توزيع مختلط جديد لتقدير دالة بقاء كورونا

الباحثة: غفران خالد عبد الحسين الاستاذ المساعد الدكتورريسان عبد الامام زعلان

كلية الادارة والاقتصاد / قسم الاحصاء

جامعة البصرة[1]

المستخلص :

في هذا البحث تم اقتراح خليط جديد من التوزيعين (Power Function) و (Truncated Burr III) اذ تم صياغة النموذج المقترح مع ايجاد بعض خصائص التوزيع الرياضية والاحصائية .ثم تم تقدير المعالم ودالة البقاء للتوزيع المقترح (Power Function –Truncated Burr III) باستخدام طرائق مختلفة للتقدير وهي طريقة المقدرات التجزيئية (PS) وطريقة المربعات الصغرى (OLS), اذ وجد ان طريقة المقدرات التجزيئية (PS) كانت الافضل في التقدير عند احجام العينات الكبيرة.

الكلمات المفتاحية: توزيع دالة القوة , توزيع Burr III , خلط التوزيعات , التوزيعات المبتورة

[1]) بحث مستل من **رسالة الماجستير الموسومة(مقارنة بين توزيعات مختلفة لاختيار افضل توزيع لتقدير دالة البقاء لمرضى كورونا) كلية الإدارة والاقتصاد قسم الإحصاء جامعة البصرة.**

Using a new mixed distribution to estimate the corona survival function

Researcher Ghufran Khalid Abdulhussein **Assistant Professor Dr. Raissan Abdalimam Zalan**

College of Administration and Economics / Department of Economics

University of Basrah

Abstract :

In this research, a new mixture of the two distributions (Power Function) and (Truncated Burr III) was proposed, as the proposed model was formulated with finding some mathematical and statistical properties of the distribution. Then the parameters and survival function of the proposed distribution (Power Function –Truncated Burr III) were estimated using different methods of estimation, namely: The method of Percentiles Estimation (PS) and method of Least Squares (OLS), as it was found that the method of Percentiles Estimation (PS) was the best in estimating at large sample sizes.

Keywords: power function distribution, Burr III distribution, mixing distributions, truncated distributions

المقدمة:

يمكن دراسة متوسط العمر المتوقع للإنسان والحيوان والأجهزة في العلوم الهندسية والطبية عن طريق توزيعات البقاء والمعولية. التوزيعات الاحتمالية مهمة في الحياة لوصف الظواهر الواقعية والتنبؤ بها. تم استخدام التوزيعات لنمذجة البيانات في العديد من مجالات الطب ، والبيئة ، والاقتصاد ، والهندسة ، وغيرها. لكن في بعض الحالات ، لا تكون التوزيعات الاحتمالية الكلاسيكية مناسبة للظاهرة المدروسة ، ولتحسين ملاءمة البيانات للتوزيع ، تم إنشاء عائلات جديدة من التوزيعات ، وهي التوزيعات المختلطة. لذلك، سيتم الحصول على التوزيعات المختلطة عن طريق إضافة واحد أو أكثر من المعلمات إلى التوزيع لجعل هذه التوزيعات أكثر مرونة لتطبيقها العملي على البيانات الحقيقية.

2 مشكلة البحث:

مع التطور الحاصل في أنواع البيانات ، بدأت تظهر العديد من المشاكل في نمذجة هذه البيانات. وتم استخدام التوزيعات الاحتمالية التقليدية لتمثيل البيانات ، ولأن التوزيعات الاحتمالية الكلاسيكية ليست كافية لشرح بعض الظواهر العلمية ، نشأت الحاجة لإيجاد توزيعات احتمالية جديدة تكون اكثر مرونة في معالجة البيانات ونمذجتها وهي التوزيعات الاحتمالية المختلطة.

3 هدف البحث:

يهدف البحث الى بناء نموذج احتمالي جديد باستخدام خلط التوزيعات وبعدها اشتقاق الخصائص الاحصائية للتوزيع الجديد فضلا عن تقدير معلماته ومن ثم المقارنة بين طريقي التقدير وهما المربعات الصغرى والمقدرات التجزيئية واختيار افضل طريقة بأستخدام متوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE واستخدام الطريقة الافضل في تقدير دالة البقاء لمرضى كورونا.

4 توزيع Power Function: (3)

يعد توزيع دالة القوة أحد التوزيعات المهمة والتي يتم استخدامها بشكل متكرر في نمذجة بيانات الفشل ، وتوزيع دالة القوة هو حالة خاصة لتوزيع باريتو..

اذا كان x متغيراً عشوائياً مستمراً تكون دالة الكثافة الاحتمالية كما يلي:

$$f(x) = \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}} \qquad 0 \le x \le \beta \qquad \alpha, \beta > 0 \qquad \dots (1)$$

Scale parameterمعلمة القياس (β), Shape parameter معلمة شكل(α حيث

اما دالة التوزيع التراكمية فتكون على النحو الاتي:

$$F(x) = \frac{x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}} \qquad \dots (2)$$

5 توزيع Burr III: (8),(10)

تم تقديم توزيع Burr لأول مرة من قبل الباحث Burr (1942) الذي طور اثني عشر نوعًا من الدوال التراكمية التي تم استخدامها لتحليل ونمذجة بيانات العمر.

توزيع Burr III هو احد التوزيعات المرنة الذي يستخدم لنمذجة البيانات التي قدمها Burr.تعطى دالة التراكمية للتوزيع كما يلي:

$$F(x) = (1 + x^{-\lambda})^{-\theta} \qquad \dots (3)$$

اما دالة الكثافة الاحتمالية فتعطى بالشكل الاتي:

$$f(x) = \lambda\theta x^{-\lambda-1}(1 + x^{-\lambda})^{-\theta-1} \quad , 0 < x < \infty \quad \lambda, \theta > 0 \qquad \dots (4)$$

حيث ان كلا المعلمتين (λ, θ) هما معلمات شكل (Shape parameter)

6 توزيع Burr III المبتور: (12)

التوزيعات الاحتمالية المقتطعة لها العديد من التطبيقات في مختلف المجالات ويتم أخذها عندما يكون النطاق الكامل لمتغير عشوائي غير قابل للملاحظة أو عندما يتم تجاهل مجموعة من القيم المتغيرة العشوائية.

سيتم اقتطاع التوزيع من جهة اليمين من خلال تطبيق العلاقة الاتية:

$$f^*(x) = \frac{f(x)}{F(b)} \qquad 0 < x < b \qquad \dots (5)$$

نقوم بتعويض دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية بعد التعويض عن X بقيمة العليا المبتورة لتوزيع (Burr III) نحصل على:

$$f^*(x) = \frac{\lambda\theta x^{-\lambda-1}(1+x^{-\lambda})^{-\theta-1}}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}} \qquad 0 < x < \beta \qquad \dots (6)$$

حيث ان كلا المعلمتين (λ, θ) هما معلمات شكل (Shape parameter) اما β فتعد معلمة القياس (Scale parameter) .

7 توزيع Power Function – Truncated Burr III المختلط: (9)

التوزيعات المختلطة هي مزيج من اثنين أو أكثر من التوزيعات التي تنشأ عندما تكون المجموعات السكانية غير متجانسة. التوزيعات المختلطة لها وزن ثابت.

سيتم خلط التوزيعين باستخدام العلاقة الاتية:

$$g(x) = w_1 f_1(x) + w_2 f^*{}_2(x)$$

$$w_1 + w_2 = 1 \qquad w_2 = 1 - w_1$$

$$g(x) = w_1 f_1(x) + (1 - w_1) f^*{}_2(x)$$

$f_1(x)$) تمثل توزيع دالة القوة Power Function Distribution(

$f^*{}_2(x)$ تمثل توزيع دالة (Burr III) المبتور (Truncated Burr III Distribution)

على فرض ان $w_1 = \gamma$ اذن :

$$g(x) = \gamma f_1(x) + (1 - \gamma) f_2(x) \qquad \ldots . (7)$$

$$g(x) = \gamma \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}} + (1 - \gamma) \frac{\lambda\theta x^{-\lambda-1}\left(1 + x^{-\lambda}\right)^{-\theta-1}}{(1 + \beta^{-\lambda})^{-\theta}} \quad ,0 < x < \beta \qquad \ldots (8)$$

حيث ان المعلمات $(\alpha, \lambda, \theta)$ معلمات شكل (Shape parameters) اما β فهي معلمة قياس

(Scale parameter), γ معلمة الخلط (Mixed parameter).

ولاثبات دالة التوزيع المذكورة أنفاً انها دالة كثافة احتمالية يجب اثبات:

$$\int_0^{\beta} g(x, \alpha, \beta, \lambda, \theta, \gamma) dx = 1$$

$$\int_0^{\beta} \gamma \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}} + (1 - \gamma) \frac{\lambda\theta x^{-\lambda-1}\left(1 + x^{-\lambda}\right)^{-\theta-1}}{(1 + \beta^{-\lambda})^{-\theta}} \, dx$$

$$= \frac{\gamma\alpha}{\beta^{\alpha}} \left[\frac{x^{\alpha}}{\alpha}\right]_0^{\beta} + \frac{(1 - \gamma)}{(1 + \beta^{-\lambda})^{-\theta}} * \left(1 + \beta^{-\lambda}\right)^{-\theta}$$

$$= \gamma + 1 - \gamma$$

$$= 1$$

8 الدالة التراكمية لتوزيع Power Function – Truncated Burr III: (8)

$$G(x) = \int_0^x g(u) du$$

$$G(x) = \int_0^x \gamma \frac{\alpha u^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}} + (1 - \gamma) \frac{\lambda\theta u^{-\lambda-1}\left(1+u^{-\lambda}\right)^{-\theta-1}}{\left(1+\beta^{-\lambda}\right)^{-\theta}} du$$

$$G(x) = \frac{\gamma x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}} + \frac{(1-\gamma)}{\left(1+\beta^{-\lambda}\right)^{-\theta}} * \left(1 + x^{-\lambda}\right)^{-\theta} \qquad \ldots (9)$$

9 دالة البقاء لتوزيع Power Function – Truncated Burr III: (6),(5)

$$S(x) = 1 - G(x)$$

$$= \frac{\beta^{\alpha}\left(1+\beta^{-\lambda}\right)^{-\theta} - \gamma x^{\alpha}\left(1+\beta^{-\lambda}\right)^{-\theta} - (1-\gamma)\beta^{\alpha}\left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta}}{\beta^{\alpha}(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}} \quad \dots(10)$$

10 دالة المخاطرة لتوزيع Power Function – Truncated Burr III: (6),(5)

$$h(x) = \frac{g(x)}{S(x)}$$

$$= \frac{\gamma\alpha x^{\alpha-1}\left(1+\beta^{-\lambda}\right)^{-\theta} + (1-\gamma)\lambda\theta\beta^{\alpha}x^{-\lambda-1}\left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta-1}}{\beta^{\alpha}(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta} - \gamma x^{\alpha}(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta} - (1-\gamma)\beta^{\alpha}(1+x^{-\lambda})^{-\theta}} \quad ..(11)$$

11 الخصائص الهيكلية لتوزيع Power Function – Truncated Burr III:

1- العزوم اللامركزية (13)

$$\mu_r^* = E(x^r) = \int_0^{\beta} x^r g(x)dx$$

$$\mu_r^* = E(x^r) = \frac{\gamma\alpha\beta^r}{\alpha+r} + \frac{(1-\gamma)\theta}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}}(-1)^{-\frac{r}{\lambda}}\beta\left(\beta, 1-\frac{r}{\lambda}, -\theta\right) \quad \dots(12)$$

اذا كانت r=1 فأنها تمثل الوسط الحسابي للتوزيع

اما لأيجاد التباين فنستخدم الصيغة الاتية:

$$v(x) = E(x^2) - \left(E(x)\right)^2 \quad \dots(13)$$

2- العزوم المركزية (11)

$$\mu_k = E(x - E(x))^k$$

$$\mu_k = E\left[\sum_{j=0}^{k} C_j^k (-1)^j x^{k-j} \mu_1^{*j}\right] \quad \dots(14)$$

12 طرائق التقدير:

1- طريقة المربعات الصغرى OLS : (4),(1)

إنها إحدى الطرائق المهمة لتقدير المعلمات وتعتمد على وجود علاقة بين متغيرين أو أكثر. تعتمد هذه الطريقة على تحديد الخطأ العشوائي بناءً على بيانات المراقبة ، ويتم تمثيلها بتقليل صناديق الخطأ. هذه الطريقة متسقة وغير متحيزة.

تكون صيغة الدالة كما يلي:

$$Y_i = a + bX + e_i$$

فهو المتغير المستقل (التوضيحي).X هو المتغير المعتمد (الاستجابة) اما Yحيث ان

$$Q = \sum_{i=1}^{n} [G(x) - E(\hat{G}(x_i)]^2$$

$\hat{G}(x_i)$(تمثل تقدير غير متحيز لدالة التوزيع التجميعي.)

$$\hat{G}(x_i) = \frac{i}{n+1}$$

حيث (i) عدد صحيح موجب يمثل مرتبة المشاهدة.

$(\hat{G}(x_i))$ تمثل تقدير غير متحيز لدالة التوزيع التجميعي.

$$E\left(\hat{G}(x_i)\right) = \frac{i}{n+1}$$

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\gamma x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}} + \frac{(1-\gamma)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}} * \left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta} - \frac{i}{n+1}\right]^2 \quad \dots (15)$$

باشتقاق الدالة المذكورة أنفاً بالنسبة للمعلمات نحصل على نظام المعادلات الاتية:

$$\frac{dQ}{d\alpha} = \left\{2\sum_{I=1}^{N}\left[\frac{\gamma x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}} + \frac{(1-\gamma)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}} * \left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta} - \frac{i}{n+1}\right] * \left[\frac{\gamma x^{\alpha}\ln(x) - \gamma x^{\alpha}\ln(\beta)}{\beta^{\alpha}}\right]\right\} = 0 \quad \dots (15)$$

$$\frac{dQ}{d\beta} =$$

$$\left\{2\sum_{I=1}^{N}\left[\frac{\gamma x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}} + \frac{(1-\gamma)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}} * \left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta} - \frac{i}{n+1}\right] * \left[\frac{-\gamma x^{\alpha}\alpha}{\beta^{\alpha+1}} - \frac{(1-\gamma)(1+x^{-\lambda})^{-\theta}\theta\lambda\beta^{-\lambda-1}}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta+1}}\right]\right\} = 0 \quad \dots (16)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda} =$$

$$\left\{2\sum_{I=1}^{N}\left[\frac{\gamma x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}}+\frac{(1-\gamma)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}}*\left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta}-\frac{i}{n+1}\right]*\right.$$

$$\left.\left[-\frac{(1-\gamma)(1+x^{-\lambda})^{-\theta}\theta\beta^{-\lambda}ln(\beta)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}(1+\beta^{-\lambda})}\right]\right\}=0 \quad ..(17)$$

$$\frac{dQ}{d\theta} =$$

$$\left\{2\sum_{I=1}^{N}\left[\frac{\gamma x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}}+\frac{(1-\gamma)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}}*\left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta}-\frac{i}{n+1}\right]*\left[-\frac{(1-\gamma)(1+x^{-\lambda})^{-\theta}ln(1+x^{-\lambda})}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}}+\right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{(1-\gamma)(1+x^{-\lambda})^{-\theta}ln(1+\beta^{-\lambda})}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}}\right]\right\}=0 \quad \dots(18)$$

$$\frac{dQ}{d\gamma}=\left\{2\sum_{I=1}^{N}\left[\frac{\gamma x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}}+\frac{(1-\gamma)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}}*\left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta}-\frac{i}{n+1}\right]*\left[\frac{x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}}-\frac{(1+x^{-\lambda})^{-\theta}}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}}\right]\right\}=$$

$$0 \quad ..(19)$$

المعادلات تمثل نظام معادلات لاخطية غير قابلة للحل الا باستعمال إحدى الطرائق الطريقة العددية من اجل الحصول على المقدرات وقد تم استخدام طريقة نيوتن-رافسن.

2- المقدرات التجزيئية PS (8)

تعتمد هذه الطريقة على دالة التوزيع التراكمي. بفرض ان P_i هو مقدر دالة التوزيع التجميعي وبجعل الدالة في نهايتها الصغرى من خلال ايجاد المقدر باستخدام الصيغة الاتية:

$$Q=\sum_{i=1}^{n}[p_i-G(x_i)]^2$$

حيث P_i هي المقدر اللامعلمي وياخذ الصيغة الاتية:

$$p_i=\frac{i-0.3}{n+0.25}$$

$$Q=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{i-0.3}{n+0.25}-\frac{\gamma x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}}-\frac{(1-\gamma)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}}*\left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta}\right]^2 \quad \dots(20)$$

نقوم باشتقاق المعادلة المذكورة أنفاً بالنسبة للمعلمات نحصل على:

$$\frac{dQ}{d\alpha} = \left\{2\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{i-0.3}{n+0.25} - \frac{\gamma x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}} - \frac{(1-\gamma)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}} * \left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta}\right] * \left[\frac{-\gamma x^{\alpha} ln(x) + \gamma x^{\alpha} ln(\beta)}{\beta^{\alpha}}\right]\right\} \quad \dots (21)$$

$$\frac{dQ}{d\beta} = \left\{2\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{i-0.3}{n+0.25} - \frac{\gamma x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}} - \frac{(1-\gamma)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}} * \left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta}\right] * \left[\frac{\gamma\alpha x^{\alpha}}{\beta^{\alpha+1}} + \frac{(1-\gamma)\theta\lambda\beta^{-\lambda-1}(1+x^{-\lambda})^{-\theta}}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta+1}}\right]\right\} \quad ..(22)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda} = \left\{2\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{i-0.3}{n+0.25} - \frac{\gamma x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}} - \frac{(1-\gamma)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}} * \left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta}\right] * \left[\frac{-(1-\gamma)\theta\left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta} x^{-\lambda} ln(x)}{(1+x^{-\lambda})(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}} + \frac{(1-\gamma)\theta\left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta}\beta^{-\lambda} ln(\beta)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta+1}}\right]\right\} \quad \dots (23)$$

$$\frac{dQ}{d\theta} = \left\{2\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{i-0.3}{n+0.25} - \frac{\gamma x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}} - \frac{(1-\gamma)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}} * \left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta}\right] * \left[\frac{(1-\gamma)\left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta} ln(1+x^{-\lambda})}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}} - \frac{(1-\gamma)\left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta} ln(1+\beta^{-\lambda}}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}}\right]\right\} \quad ..(24)$$

$$\frac{dQ}{d\gamma} = \left\{2\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{i-0.3}{n+0.25} - \frac{\gamma x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}} - \frac{(1-\gamma)}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}} * \left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta}\right] * \left[\frac{-x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}} + \frac{\left(1+x^{-\lambda}\right)^{-\theta}}{(1+\beta^{-\lambda})^{-\theta}}\right]\right\} \quad \dots (25)$$

المعادلات تمثل نظام معادلات لاخطية غير قابلة للحل الا باستعمال إحدى الطرائق العددية من اجل الحصول على المقدرات وقد تم استخدام طريقة نيوتن-رافسن.

13 مفهوم المحاكاة: (2),(8)

تم تنفيذ المحاكاة باستعمال برنامج Mathematic-13 على أربعة احجام عينات (30-60-100-150) لمعرفة تأثير حجم العينة في نتائج طرائق التقدير وايضا تم الاعتماد على مجموعة من النماذج الافتراضية لمعلمات توزيع (Power Function – Truncated Burr III) وقد تم تكرار التجربة 1000 مرة لكل نموذج للحصول على اعلى تجانس ممكن

الجدول (1) القيم الاولية للمعلمات والنماذج المقترحة

Model	α	β	θ	λ	γ
Model 1	4	4	2	2	0.5
Model 2	4	4	2	2	0.1
Model 3	4	4	2	2	0.9
Model 4	3	1	1	3	0.7
Model 5	3	1	1	3	0.1
Model 6	1	3	1	3	0.1
Model 7	1	3	2	1	0.1
Model 8	1	3	2	1	0.8
Model 9	3	2	5	1	0.1
Model 10	1	1	1	1	0.5

تم استخدام طريقة الرفض والقبول لتوليد الارقام العشوائية وذلك لتعذر الحصول على دالة المعكوس لدالة التوزيع التراكمي.

14 مناقشة نتائج المحاكاة:

للمقارنة بين طرائق التقديرللمعلمات تم الاعتماد على اسلوب الرتب سيتم اعطاء كل طريقة تقدير رتبة من الاصغرالتي تعطى الى القيمة الاقل الى الاكبر التي تعطى للقيمة الاكبر وتسمى الرتب في هذه المرحلة بالرتب الجزئية ومن ثم تأخذ مجموع الرتب الجزئية لكل طريقة تقدير واعطاء رتب جديدة لها وهنا تسمى الرتب بالرتب الكلية.

الجدول (2) الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير كافة ولجميع نماذج قيم المعلمات الافتراضية واحجام العينات كافة

n		OLS	PS
30	Sum of Ranks	10	20
	Overall Ranks	1	2
60	Sum of Ranks	12.5	17.5
	Overall Ranks	1	2
100	Sum of Ranks	16	14
	Overall Ranks	2	1
150	Sum of Ranks	19.5	10.5
	Overall Ranks	2	1

من الجدول المذكور أنفاً نستنتج ان طريقة المربعات الصغرى هي الافضل عند حجم العينة 30-60 فقد كانت تحتل المرتبة الاولى اما بالنسبة للعينة 100-150 فقد كانت تحتل المرتبة الثانية

طريقة المقدرات التجزيئية كانت تحتل المرتبة الثانيه بالنسبة لحجم العينة 30-60 اما بالنسبة لحجم العينة 100-150 فقد كانت تحتل المرتبة الاولى وهذا يدل على ملاءمتها للعينات الكبيرة.

15 التطبيق العملي على مرضى كورونا

اخذت عينة عشوائية بحجم n=140 والتي تتمثل بمدة البقاء على قيد الحياة بالاسابيع من وقت التشخيص والعلاج الى حين الوفاة لمرضى فايروس كورونا.

الجدول (3) يبين ابرز احصاءات عينة البيانات الحقيقة:

mean	**1.58673**
Variance	0.875713
mean	0.488767
Variance	2.67191
mean	1.57143
Variance	0.935796

16 تحليل البيانات الحقيقية

تم تحليل البيانات الحقيقية بطريقة المقدرات التجزيئية . تم استخدام اختبار Kolmogorov-Smirnov لمعرفة اذا كانت البيانات تتبع التوزيع (Power Function- Truncated Burr III) وحسب الفرضية :

H_0: البيانات تتبع التوزيع (Power Function- Truncated Burr III)

H_1: البيانات لا تتبع التوزيع (Power Function- Truncated Burr III)

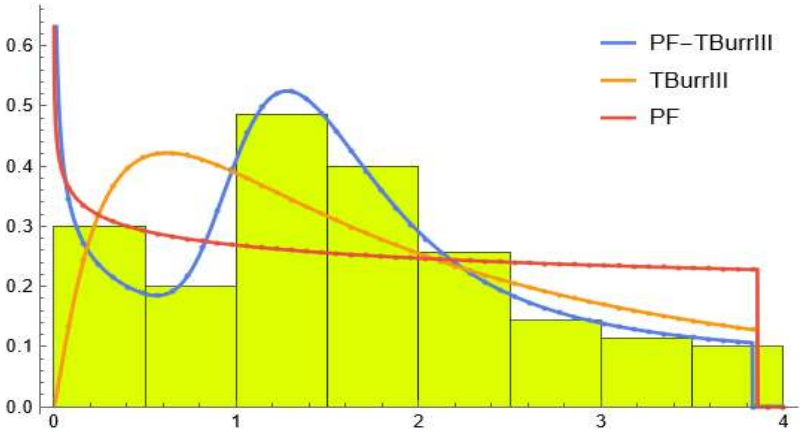
	Statistic	**P-Value**
Kolmogorov-Smirnov	0.080964	0.301357

نلاحظ من الجدول المذكور أنفاً ان قيمة P-value اكبر من مستوى المعنوية (0.05) لذلك نقبل فرضية العدم والبيانات تتوزع على وفق توزيع (Power Function- Truncated Burr III).

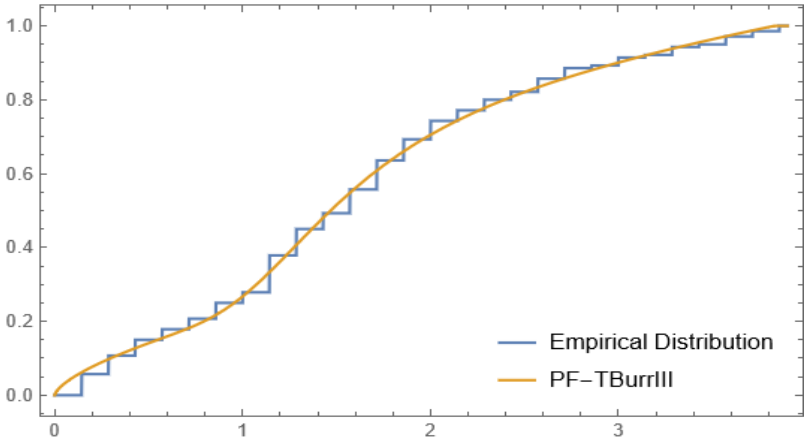
Dist.	**Parameter**					**Log (l)**	**AIC**	**AIC_C**
	α	β	θ	λ	γ			
PF-TBurrIII	0.66191	3.7994	3.42206	3.39451	0.532881	174.909	359.818	**360.266**
TBurrIII	_	3.85714	2.37274	0.94299	_	178.254	362.509	**362.685**
PF	0.878144	3.85714	_	_	_	187.755	379.51	**379.597**

من الجدول المذكور أنفاً يتضح ان افضل توزيع هو (Power Function- Truncated Burr III) وذلك لامتلاكه اقل قيمة للمعايير.

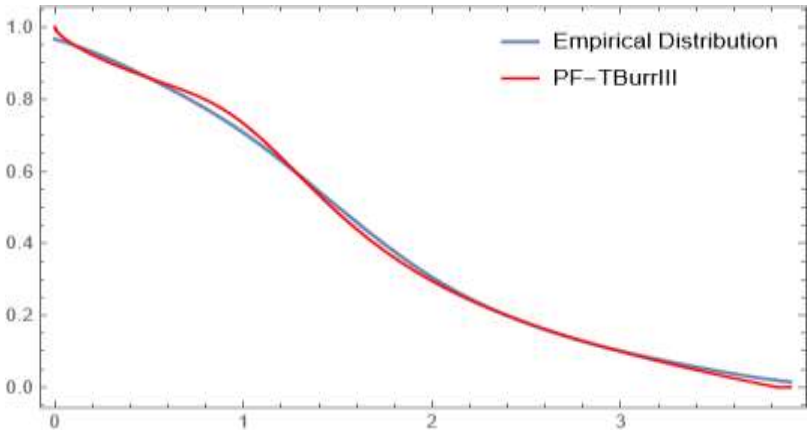
الشكل الاتي يبين مدى ملائمة توزيع (Power Function- Truncated Burr III) :



الشكل (1) دالة Pdf لتوزيع Power مقارنة Function- Truncated Burr III ببقية التوزيعات بالنسبة للبيانات الحقيقية.



الشكل (2) دالة Cdf لتوزيع Power مقارنة Function- Truncated Burr III ببقية التوزيعات بالنسبة للبيانات الحقيقية.



الشكل (3 دالة البقاء لتوزيع Power) Function- Truncated Burr III مقارنة ببقية التوزيعات بالنسبة للبيانات الحقيقية.

بعد تحليل البيانات تم استخراج قيم كل من دالة البقاء ودالة التوزيع التراكمية ودالة المخاطرة كما موضحة بالجدول الاتي:

الجدول (4) يبين قيم دالة البقاء ودالة التوزيع التراكمي ودالة المخاطرة

i	t_i	Cdf	S(x)	h(x)	i	t_i	Cdf	S(x)	h(x)
1	0.14	0.060748	0.939252	0.299672	56	1.29	0.406135	0.593865	**0.886049**
2	0.14	0.060748	0.939252	0.299672	57	1.29	0.406135	0.593865	**0.886049**
3	0.14	0.060748	0.939252	0.299672	58	1.29	0.406135	0.593865	**0.886049**
4	0.14	0.060748	0.939252	0.299672	59	1.29	0.406135	0.593865	**0.886049**
5	0.14	0.060748	0.939252	0.299672	60	1.29	0.406135	0.593865	**0.886049**
6	0.14	0.060748	0.939252	0.299672	61	1.29	0.406135	0.593865	**0.886049**
7	0.14	0.060748	0.939252	0.299672	62	1.29	0.406135	0.593865	**0.886049**
8	0.14	0.060748	0.939252	0.299672	63	1.29	0.406135	0.593865	**0.886049**
9	0.29	0.096114	0.903886	0.246353	64	1.43	0.480026	0.519974	**0.965127**
10	0.29	0.096114	0.903886	0.246353	65	1.43	0.480026	0.519974	**0.965127**
11	0.29	0.096114	0.903886	0.246353	66	1.43	0.480026	0.519974	**0.965127**
12	0.29	0.096114	0.903886	0.246353	67	1.43	0.480026	0.519974	**0.965127**
13	0.29	0.096114	0.903886	0.246353	68	1.43	0.480026	0.519974	**0.965127**
14	0.29	0.096114	0.903886	0.246353	69	1.43	0.480026	0.519974	**0.965127**
15	0.29	0.096114	0.903886	0.246353	70	1.57	0.548275	0.451725	**0.998722**
16	0.43	0.125724	0.874276	0.22269	71	1.57	0.548275	0.451725	**0.998722**
17	0.43	0.125724	0.874276	0.22269	72	1.57	0.548275	0.451725	**0.998722**
18	0.43	0.125724	0.874276	0.22269	73	1.57	0.548275	0.451725	**0.998722**
19	0.43	0.125724	0.874276	0.22269	74	1.57	0.548275	0.451725	**0.998722**
20	0.43	0.125724	0.874276	0.22269	75	1.57	0.548275	0.451725	**0.998722**
21	0.43	0.125724	0.874276	0.22269	76	1.57	0.548275	0.451725	**0.998722**
22	0.57	0.152525	0.847475	0.217382	77	1.57	0.548275	0.451725	**0.998722**
23	0.57	0.152525	0.847475	0.217382	78	1.57	0.548275	0.451725	**0.998722**
24	0.57	0.152525	0.847475	0.217382	79	1.71	0.608605	0.391395	**1.00517**
25	0.57	0.152525	0.847475	0.217382	80	1.71	0.608605	0.391395	**1.00517**
26	0.71	0.180095	0.819905	0.25681	81	1.71	0.608605	0.391395	**1.00517**
27	0.71	0.180095	0.819905	0.25681	82	1.71	0.608605	0.391395	**1.00517**
28	0.71	0.180095	0.819905	0.25681	83	1.71	0.608605	0.391395	**1.00517**
29	0.71	0.180095	0.819905	0.25681	84	1.71	0.608605	0.391395	**1.00517**
30	0.86	0.215605	0.784395	0.377489	85	1.71	0.608605	0.391395	**1.00517**
31	0.86	0.215605	0.784395	0.377489	86	1.71	0.608605	0.391395	**1.00517**
32	0.86	0.215605	0.784395	0.377489	87	1.71	0.608605	0.391395	**1.00517**
33	0.86	0.215605	0.784395	0.377489	88	1.71	0.608605	0.391395	**1.00517**
34	0.86	0.215605	0.784395	0.377489	89	1.71	0.608605	0.391395	**1.00517**
35	0.86	0.215605	0.784395	0.377489	90	1.86	0.660855	0.339145	**1.00002**
36	1.00	0.266252	0.733748	0.562842	91	1.86	0.660855	0.339145	**1.00002**
37	1.00	0.266252	0.733748	0.562842	92	1.86	0.660855	0.339145	**1.00002**

38	1.00	0.266252	0.733748	0.562842	93	1.86	0.660855	0.339145	**1.00002**
39	1.00	0.266252	0.733748	0.562842	94	1.86	0.660855	0.339145	**1.00002**
40	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	95	1.86	0.660855	0.339145	**1.00002**
41	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	96	1.86	0.660855	0.339145	**1.00002**
42	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	97	1.86	0.660855	0.339145	**1.00002**
43	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	98	2.00	0.705872	0.294128	**0.994348**
44	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	99	2.00	0.705872	0.294128	**0.994348**
45	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	100	2.00	0.705872	0.294128	**0.994348**
46	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	101	2.00	0.705872	0.294128	**0.994348**
47	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	102	2.00	0.705872	0.294128	**0.994348**
48	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	103	2.00	0.705872	0.294128	**0.994348**
49	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	104	2.00	0.705872	0.294128	**0.994348**
50	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	105	2.14	0.744813	0.255187	**0.99552**
51	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	106	2.14	0.744813	0.255187	**0.99552**
52	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	107	2.14	0.744813	0.255187	**0.99552**
53	1.14	0.332112	0.667888	0.748589	108	2.14	0.744813	0.255187	**0.99552**
54	1.29	0.406135	0.593865	0.886049	109	2.29	0.778813	0.221187	**1.00866**
55	1.29	0.406135	0.593865	0.886049	110	2.29	0.778813	0.221187	**1.00866**
111	2.29	0.778813	0.221187	1.00866	126	3.00	0.903152	0.096848	**1.44548**
112	2.29	0.778813	0.221187	1.00866	127	3.00	0.903152	0.096848	**1.44548**
113	2.43	0.808853	0.191147	1.03796	128	3.00	0.903152	0.096848	**1.44548**
114	2.43	0.808853	0.191147	1.03796	129	3.14	0.92253	0.07747	**1.69829**
115	2.43	0.808853	0.191147	1.03796	130	3.29	0.940812	0.059188	**2.10519**
116	2.57	0.835737	0.164263	1.08797	131	3.29	0.940812	0.059188	**2.10519**
117	2.57	0.835737	0.164263	1.08797	132	3.29	0.940812	0.059188	**2.10519**
118	2.57	0.835737	0.164263	1.08797	133	3.43	0.958185	0.041815	**2.84075**
119	2.57	0.835737	0.164263	1.08797	134	3.57	0.974794	0.025206	**4.51817**
120	2.57	0.835737	0.164263	1.08797	135	3.57	0.974794	0.025206	**4.51817**
121	2.71	0.860101	0.139899	1.16485	136	3.57	0.974794	0.025206	**4.51817**
122	2.71	0.860101	0.139899	1.16485	137	3.71	0.990757	0.009243	**11.8699**
123	2.71	0.860101	0.139899	1.16485	138	3.71	0.990757	0.009243	**11.8699**
124	2.71	0.860101	0.139899	1.16485	139	3.86	1	0	**0**
125	2.86	0.882444	0.117556	1.27837	140	3.86	1	0	**0**
Sum							70.3915	69.6085	**147.002**
Mean							0.5028	0.4972	**1.05001**

من الجدول المذكور أنفاً يتضح الأتي:

1- تتناقص دالة البقاء مع الوقت ، أي تتناسب عكسياً مع الوقت ، وهو ما يتوافق مع النظرية الإحصائية.

2- تقع قيم دالة التوزيع التراكمي بين صفر وواحد وتزداد مع الزمن ، وهو ما يتفق مع النظرية الإحصائية.

3- متوسط دالة البقاء على قيد الحياة هي 0.4972 أي أن احتمال بقاء المريض المصاب بالفيروس يبلغ حوالي 50٪.

4- دالة الخطر غير متكافئة ، لأنها تبدأ في الزيادة تدريجياً في بداية العلاج ، ثم تستقر بعض الشيء ، ثم تبدأ في الزيادة مرة أخرى لتصل إلى الحد الأقصى ، ثم تنخفض قيمتها تدريجياً.

الاستنتاجات والتوصيات:

في هذه الدراسة وجد توزيع (Power Function- Truncated Burr III) مع دراسة خواصها. كما تم تقدير معاملات التوزيع باستخدام طريقة المربعات الصغرى (OLS) والمقدرات التجزيئية (PS) ، ثم تم اختيار أفضل طريقة تقدير باستخدام متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) ، وكانت طريقة المقدرات التجزيئية هي أفضل طريقة.

إحدى النتائج التي حصلنا عليها هي أن دالة البقاء على قيد الحياة تتناقص بمرور الوقت وهذا يتوافق مع النظرية الإحصائية. تقع قيم الدالة التراكمية بين صفر وواحد وتتناسب طرديًا مع الوقت. مجموع قيم دالة البقاء على قيد الحياة وقيم الدالة التراكمية تساوي واحدًا ، ومتوسط قيم دالة البقاء على قيد الحياة هو 0.4972 ، مما يعني أن احتمالية بقاء المريض على قيد الحياة تبلغ نسبة بقاء المصاب حوالي 50٪ .

المصادر

1- اموري هادي كاظم الحسناوي وباسم شليبة مسلم, (2002), "القياس الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق", قسم الاحصاء, كلية الادارة والاقتصاد,جامعة بغداد, المكتبة الوطنية, دار الكتب والوثائق ببغداد.

2- زعلان, ريسان عبد الامام, (2008), " بناء نموذج محاكاة لتحسين أداء أنشطة مركز أورام سرطان البصرة", رسالة ماجستير في علوم الاحصاء, كلية الادارة والاقتصاد, جامعة البصرة.

3- سلمان, محمد صادق, (2020), "بناء نموذج احتمالي لتوزيع دالة القوة الموسع لتقدير دالة المخاطرة الضبابية", رسالة ماجستير في علوم الاحصاء, كلية الادارة والاقتصاد, جامعة كربلاء.

4- العاني, مي تحسين عبد الحليم, (2007), "مقارنة بين طرائق تقدير المعولية في حالة الاجهاد والمتانة لأنموذجي باريتو وويبل", رسالة ماجستير في بحوث العمليات, كلية الادارة والاقتصاد, جامعة البصرة.

5- كريم, اثير عبد الزهرة, (2018) " تحليل دالة البقاء عندما يتناسب معامل الخطورة مع الزمن (دراسة تطبيقية)", رسالة ماجستير في علوم الاحصاء, كلية الادارة والاقتصاد, جامعة كربلاء.

6- المحمداوي, حسام راضي نعيمة, (2022) , " تحليل دالة المخاطرة بأستخدام نموذج انحدار cox للاطفال المصابين بمرض السرطان في مستشفى (البصرة التخصصي للاطفال)", رسالة ماجستير في علوم الاحصاء, كلية الادارة والاقتصاد, جامعة البصرة.

7- مهدي, منتظر جمعة, (2021), " التحويل التكعيبي لتوزيع Burr XII مع تطبيق عملي", رسالة ماجستير في علوم الاحصاء, كلية الادارة والاقتصاد, جامعة كربلاء.

8- Bismi. G. Nadh,(2005)," Bivariate Burr Distribution" , Dept. of statistic , Cochin University of Science and Technology.

9- Geoffrey Mclachlan, David Peel, "Finite Mixture Models" ,(1946),United States of America.

10- Kim, Chansoo, Kim, Woosuk, (2014), " Estimation of the Parameters of Burr type III Distribution Based on dual Generalized Order Statistics", Hindawi Publishing Corporation, The Scientific World Journal.

11- Michael B. Miller," Mathematics & Statistics for Financial Risk Management" (1973), United States of America.

12- Mohie El-Din M.M. and other, (2013), " On Mid-Truncated Distribution and Its Applications", Journal of Advance Research in Applied Mathematics,5(2), 20-38.

13- Richard J. Larsen, Morris L. Marx, " An Introduction to Mathematical Statistics and its Applications" , (2012), United States of America.