" دراسة مقارنة بين طريقة (لاسو – ماف) وطريقة (لاسو التكيفيه – ماف) لاختيار المتغير في نماذج المؤشر الواحد شبه المعلميه "

م.د. طارق عزيز صالح
جامعة واسط/كلية الادارة والاقتصاد– قسم الاحصاء

المستخلص:

ان نماذج المؤشر الواحد شبه المعلميه هي ادوات مهمة واساسية لمعالجة مشكلة الابعاد العالية اذ تلعب دوراً مهماً في عملية بناء الانموذج واختيار المتغيرات المعنويه . وفي هذا البحث تم استعمال بعض اساليب اختيار المتغير التلقائي الحديثة والتي تعمل على تقدير متجه المعلمات β ودالة الربط $g\,(X^T\beta\,)$ واختيار المتغير في آن واحد لنماذج المؤشر الواحد شبه المعلميه وهي طريقة (LASSO – MAVE) وطريقة (Adaptive LASSO –MAVE) بهدف تحسين دقة وتنبؤ الانموذج ومن اجل تحقيق هذا الهدف تم اجراء تجارب المحاكاة لبيان افضلية الطرائق المستعملة في تقدير واختيار المتغير للانموذج قيد الدراسة وباستعمال نماذج مختلفة ، تباينات مختلفة ، وحجوم عينات مختلفة وقيم ارتباط مختلفة فضلاً عن استخدام البيانات الحقيقية المتمثلة بالعوامل المؤثرة في القيمة السوقية للسهم لقطاع المصارف في سوق العراق للاوراق المالية لغرض المقارنة والتحقق من اداء هذه الطرائق في الواقع العملي . وتم التوصل عن طريق تجارب المحاكاة والبيانات الحقيقية الى استنتاجات بينت افضلية طريقة (LASSO –MAVE) اذ اعطت نتائج افضل من طريقة (LASSO – MAVE Adaptive) بالاعتماد على المعيارين معدل متوسط مربعات الخطا (AMSE) ومعدل متوسط الخطا المطلق (AMAE) اساساً للمقارنة وتم الحصول على النتائج بالاعتماد على برنامج (R-package).

– <u>المصطلحات</u> : انموذج المؤشر الواحد ، اختيار المتغير ، مشكلة الابعاد ، طريقة ماف ، طريقة لاسو – ماف ، طريقة لاسو التكيفية – ماف .

"A comparative study between LASSO-MAVE method and Adaptive LASSO-MAVE method for variable selection in semi-parametric single index models "

- **<u>ABSTRACT</u>**

The semi-parametric single – index model (SSIM) are important tools and basic to treatment the problem of high – dimensional , As it plays an important role in the process of model building and variable selection of significant . in this research has been the use some methods variable selection of automatic modern and that work on estimation vector of parameters β and link function $g\,(X^T\beta\,)$ With variable selection at the same time for semi-parametric single-index model are LASSO -MAVE method and Adaptive LASSO - MAVE method for aim to improve the accuracy and predict of the model . in order to achieve this aim , it was conducted simulation experiment to show methods preference used in estimation and variable selection for model under study by using different models , different variances , different sample sizes and different correlation values as well as the use of a real data of influencing factors on market value share for the banks sector in the iraqi stock exchange for purpose of comparison and a check from performance these methods in practice . it was reached through simulation experiments and a real data to conclusion showed favorite Adaptive LASSO - MAVE method as it gave better results from LASSO-MAVE method depending on the two criteria Average mean squared error (AMSE) and Average

mean absolute error (AMAE) basically for Comparison , and were obtained on results depending on program R– package.

Keywords: single index model , variable selection , curse of dimensionality , mave method , lasso–mave method , adaptive lasso mave method .

1.المقدمة : (introduction)

يعد انموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي امتداد طبيعي لانموذج الانحدار الخطي العام وهذا الانموذج يكون اكثر مرونه من النماذج المعلميه وله مركبة خطية (P) من معاملات الانحدار والمتغيرات التوضيحيه . كما انه يتجنب مشكلة الابعاد العالية في البيانات من خلال هيكل المؤشر اذ يلخص تاثيرات المتغيرات التوضيحية ضمن متغير واحد (single variable) يدعى بالمؤشر (index) المتمثل في $X^T\beta$ للتغلب على مشكلة الابعاد العالية بسبب ان هذه القيمة هي مؤشر واحد على الرغم من ان X هو متجه .واكتسب انموذج المؤشر الواحد الكثير من الاهتمام بسبب استعماله في العديد من المجالات منها المال والاعمال ، الطب ، الهندس، البيئه ، الاحصاء الحيوي وغيرها .

اذ ان الغاية الاساسية من صياغة هذا الانموذج هي تخفيض الابعاد عن طريق تحديد المتغيرات المعنوية (المهمة) ووضعها في مؤشر واحد مجتمعة في اسلوب للحد من البعد وهذا الاسلوب يجعل تحديد اختيار المتغير اسهل من الاساليب المعتمدة على انموذج متعدد المؤشرات ، اذ تلعب عملية اختيار المتغير دورا مهماً في عملية بناء الانموذج عندما يكون متجه المؤشر ابعاد عالية ويتم اختيار المتغيرات التي لديها القدرة على التنبؤ في النماذج المعتمدة على جميع المتغيرات ومن المنطقي استبعاد المتغيرات غير المعنوية في انموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي وبغية تحقيق هذه الغاية تم استخدام طرائق شبه معلمية حديثة تعتمد على دوال الجزاء والتي من خلالها يتم اختيار المتغيرات المعنوية وتقدير معاملات الانحدار ودالة الربط في آن واحد لنماذج المؤشرالواحد و من اجل تحليل نماذج المؤشر الواحد شبه معلمي (SSIM) تم استعمال بعض الطرائق شبه المعلميه في هذا البحث وهي طريقة (LASSO–MAVE) و (Adaptive LASSO–MAVE) والتي تعمل على تقديرمتجه المعلمات ودالة الربط و اختيار المتغيرات في آن واحد للانموذج .

٢. انموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي :

(semi–parametric single index model)

ان انموذج المؤشر الواحد (SIM) هو واحد من النماذج شبه المعلميه الاكثر شيوعاً في مجال الاقتصاد القياسي والمقترح من لدن الباحثين (Hardle & Stocker) عام (١٩٨٩) وتم تطبيقه واقتراح طرائق شبه معلميه لتقديره من قبل الباحث (Ichimura) عام (١٩٩٣) . وهذا الانموذج يسمح لمتوسط الاستجابة ليكون دالة لامعلميه من التركيبات الخطية للمتغيرات التنبؤية (predictive variables) . ويمكن وصف انموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي رياضياً بالشكل الاتي : **[٣]،[٤]**

$$Y=g(X^T\beta) + \in \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

ودالة التوقع الشرطي (دالة الربط) له : $E[Y|X] = g(X^T\beta)$

اذ ان :

Y: يمثل المتغير المعتمد (متغير الاستجابة) من درجة n*1 . $Y = (Y_1 , Y_2 , \ldots , Y_n)^T$

X: يمثل متجه صفي للمتغيرات التوضيحية من درجة p*1 . $X^T = (X_1 , X_2 , \ldots , X_P)$

β : يمثل متجه المعلمات غير المعلومة من درجة P*1 والتي تمثل الجزء المعلمي للانموذج وتحقق الشرط $\beta^T\beta = 1$ او $\| \beta \| =1$ لغرض تشخيص الانموذج .

$$\beta = (\beta_1 , \beta_2, \ldots, \beta_p)^T$$

$g(X^T\beta)$: يمثل دالة الربط غير المعلومة قابلة للقياس والتي تمثل الجزء اللامعلمي للانموذج.

$\in$:يمثل الخطا العشوائي ذو توزيع طبيعي بمتوسط صفر وتباين محدد σ^2 ويحقق :

$E[\in \mid X^T\beta] = 0$

ولهذا الانموذج مركبة خطية مفردة للمتغيرات التوضيحية والتي يمكن الحصول عن طريقها على معظم المعلومات حول العلاقة بين متغير الاستجابة (المعتمد) والمتغير ات التوضيحية ومن ثم تجنب مشكلة الابعاد ويمكن تقدير انموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) من خلال استعمال اسلوب للتقدير بخطوتين ، الخطوة الاولى تتمثل بتقدير متجه المعلمات β وايجاد قيمة المؤشر $(X_i^T\hat{\beta})$ والخطوة الثانية يتم استخدام قيم المؤشر لكل مشاهدة لتقدير دالة الربط $g(X_i^T\hat{\beta})$ باستعمال الانحدار اللامعلمي احادي المتغير كدالة تمهيد تعتمد على البيانات $(X_i^T\hat{\beta}، Y_i)$. [١٠]،[١٢]

٣. مزايا انموذج المؤشر الواحد:

(Advantages of single index model)

يمتاز انموذج المؤشر الواحد (SIM) بمزايا عديدة و قد درست هذه المزايا من العديد من الباحثين و لعدد من المجالات منها الاقتصادية والاجتماعية و من هؤلاء الباحثين (Duan , Ichimura , Hall , Hardle , Powell , Stock , Stocker , Fan , Horowitz & Carroll) ، و يمكن توضيحها بالشكل الاتي :

١.ان انموذج المؤشر الواحد (SIM) لا يفترض ان تكون دالة الربط g(.) معلومة و من ثم تكون أكثر مرونة و أقل تعقيداً من النماذج المعلميه لدوال التوقع الشرطي مثل النماذج الخطية و نماذج الأحتمال الثنائي . **[١]**

٢.ان استعمال أنموذج المؤشر الواحد (SIM) يقلل من مخاطر التوصل الى نتائج مضللة . **[١]**

٣.على الرغم من ان التقدير اللامعلمي لدالة التوقع الشرطي يزيد من المرونة و يقلل من مخاطر خطأ التوصيف (Specification error) ولكن لا يلغيها و قيمة هذه المرونة يمكن أن تكون عالية لعدة أسباب و هي :

أ. تناقص دقة التقديرات اللامعلميه بسرعة مع تزايد أبعاد X و للحصول على دقة تقدير مقبولة عندما يكون X متعدد الأبعاد قد يكون هناك حاجة إلى عينات كبيرة .

ب .نتائج التقدير اللامعلمي يمكن أن تكون صعبة التفسير عندما يكون X متعدد الأبعاد .

ج .التقدير اللامعلمي لا يسمح بالاستقراء و أنه لا يوفر التنبؤات لـ E[Y|X] في نقاط x التي ليست ضمن بيانات X و هذا من العيوب الخطيرة في التحليل و التنبوء على النقيض من ذلك فأن أنموذج المؤشر الواحد يسمح باستقراء الحدود و انه يعطي تنبؤات لـ E[Y|X] في قيم X التي ليست ضمن بيانات X ولكن هي من ضمن بيانات $X^T\beta$. **[٨]**

٤.لانموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي القدرة على التغلب على مشكلة تعدد الابعاد (Curse of dimensionality) من خلال هيكل المؤشر لأن $X^T\beta$ هي مؤشر لمجاميع أبعاد X .و في نفس الوقت فأن متجه المعلمات β يمكن تقديرها مع نفسه نسبة معدل التقارب ـ $\sqrt{n}$ المتحقق في الأنموذج المعلمي فهو دقيق كالأنموذج المعلمي في تقدير متجه المعلمات β ودقيق كالانموذج اللامعلمي ذات البعد الواحد في تقدير دالة الربط $g(X_i^T\beta)$. **[١٢]**

٤. بعض المفاهيم الاساسية :

<u>٤.١ اختيار المتغير :</u> (Variable selection)

ان تقنية اختيار المتغير هوموضوع مهم جداً في العديد من انواع النمذجه الاحصائية ومنها النمذجه شبه المعلميه لانها تسعى في آن واحد الى اختزال فرص البيانات غير المناسبة والتقليل من آثار التحيز [14]. ففي العديد من التطبيقات التي تمتلك بيانات كبيرة نحن بحاجة الى تحديد عدد من المتغيرات المهمة (المعنوية) ومن مجالات هذا التطبيق المال والاعمال والطب والهندسة والبيئة وعلم الاجتماع وغيرها وان عملية اختيار المتغير هو جزء مهم في معظم التطبيقات و تظهر اهمية اختيار المتغير عندما تكون الدالة الحقيقية هي غير خطية و مجموعة البيانات غالباً ما تحتوي على مشكلة تعدد خطي او قيم متطرفة ومن المعلوم ان ادخال عدد كبير من المتغيرات في معادلة الانحدار لاي ظاهرة او دراسة يكلف وقتاً وجهداً وثمناً ووجود بعض المتغيرات غير الاساسية في تاثيرها المتغير المعتمد او يكون تاثيرها مماثل لتاثير متغيرات اخرى او يكون لهذه المتغيرات ارتباط داخلي عال فيما بينها مما يجعل تاثيرها غير معنوي مما يدعو الى استبعاد مثل هذه المتغيرات وفي هذا البحث تم استخدام تقنيات حديثه في عملية اختيار المتغيرات المعنوية المعتمدة على دوال جزاء مختلفة وهي دالة جزاء لاسو ودالة جزاء لاسو التكيفية . اذ برزت هذه التقنية منذ عام (١٩٩٠) والتي تدعى بالطرائق الجزائيه (Penalization Method) و هو اسلوب بديل لاختيار المتغير في نماذج الانحدار الخطي و هذه الطرائق تم توضيفها على النمذج شبه المعلميه ومنها انموذج المؤشر الواحد التي لها سلوك في تقدير و أختيار المتغير في عملية النمذجة نفسها اي تعمل على تقدير متجه المعلمات β و دالة الربط g(.) و الاختيار التلقائي للمتغيرات المعنوية في آن واحد .[20]

4.2 دالة الجزاء : (Penalty function)

ان مهمة دالة الجزاء هي انها تمنع حدوث مشكلة التحيزالى الاعلى (Over fitting) بمعنى ان الانموذج مع العديد من المتغيرات الداخلة قد تكون دون المستوى الامثل (غير مهمة)عندما يكون الانموذج الصحيح مبعثر (sparse) اي ان المتغير المعتمد يعتمد فقط على عدد قليل من المتغيرات الداخلة (المعنوية) ، اذ ان دالة الجزاء تعتمد على معلمة الجزاء (λ) ومن خلال هذه المعلمة يتم وضع حد جزاء وهذا الحد سوف يدفع باتجاه الحصول على معلمات كبيرة جداً والمعلمات الصغيرة والاقل من قيمة معلمة الجزاء تكون قيمتها صفر وبالتالي يكون اختيار الانموذج المناسب تلقائياً . **[١١]،[١٣]**

ففي عام (٢٠٠١) بين الباحثان (Fan & Li) ان دالة الجزاء الجيدة ينبغي ان تؤدي الى مقدر له ثلاث خصائص اساسية وهي عدم التحيز(unbiasedness) والتبعثر (sparsity) والاستمرارية (continuity) ودوال الجزاء المستخدمة في هذا البحث هي :

١. دالة جزاء ـ لاسو [١٤] (Lasso – penalty function)

و هي مقترحة من قبل الباحث (Tibshirani) عام (١٩٩٦) و تسمى ايضاً بدالة جزاء ـ L_1 و لها الصيغة الآتية :

$$P_\lambda (|\beta_j|) = \lambda |\beta_j|$$

٢. دالة جزاء – لاسو المتكيفة [٢٠] (Adaptive lasso – penalty function)

و هي مقترحة من الباحث (Zuo) عام (٢٠٠٦) و لها الصيغة الآتية :

$$P_\lambda (|\beta_j|) = \lambda \sum_{j=1}^{p} w_j | \beta_j |$$

إذ أن w_j : تمثل الأوزان المعتمدة على البيانات وتحسب بالشكل الآتي :

$$W_j = \frac{1}{|\hat{\beta}_{ols}|^{\gamma}} \quad , \quad \gamma > 0$$

γ : تمثل معلمة الأنكماش

٤.٣ اختيار معلمة الجزاء: (panalty parameter selection)

معلمة الجزاء تدعى كذلك بمعلمة الضبط (tuning parameter) ويرمز لها بالرمز (λ). اذ ان معلمة الجزاء تلعب دوراً مهماً في عملية اختيار المتغير المعنوي كما انها تسيطر على درجة الانكماش للمقدر لذا من المهم تحديدها بشكل دقيق و مناسب [١٨] . فعند تحليل البيانات في الجانب العملي فان قيمة معلمة الجزاء تكون مجهولة لذا استعمل الباحث (Anderos. A) وآخرون عام (٢٠١٢) معيار معلومات بيز (BIC) لغرض تحديد معلمة الجزاء (λ) المثلى و تم أستعمال هذا المعيار لأنه يتطلب أقل جهد حسابي ويحسب من خلال الصيغة الآتية : [١٣]،[١٧]

$$\mathrm{BIC}(\lambda) = \ln(\hat{\sigma}) + df(\lambda)\,\frac{\ln(n)}{n} \qquad (2)$$

اذ أن :

$\hat{\sigma}$: تمثل القيمة التقديرية للأنحراف المعياري للخطأ العشوائي و يحسب وفق الصيغة الآتية :

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-d}\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - \hat{g}\left(X_i^T\hat{\beta}\right)\right]^2} \qquad (3)$$

d : تمثل البعد لـ $\hat{\beta}$

$\hat{g}\left(X_i^T\hat{\beta}\right)$: تمثل القيمة التقديرية لدالة الربط .

$df(\lambda)$: تمثل درجة حرية الأنموذج و تحدد من خلال عدد المعالم المقدرة غير الصفرية في $\hat{\beta}$

n : يمثل حجم العينة .

λ : تمثل معلمة الجزاء أو معلمة الضبط .

ونتائج معلمة الجزاء أو معلمة الضبط المثلى تعرف عن طريق $\hat{\lambda}_{BIC}$.

٤.٤ اختيار الدالة اللبية : (kernel function selection)

ان اختيار دالة (kernel) لايهم كثيراً من حيث الحصول على تقريب جيد الى دالة الكثافة الصحيحة اذ ان اختيارها يؤثر على شكل كثافة التقدير .

وفي عام (٢٠١٢) بين الباحثان (J.Blarchet and J.Wodsworth) نقطة مهمة حول اختيار دالة (kernel) والمتظمنة ان اي اختيار معقول لدالة (kernel) تنتج نتائج معقولة وبالتالي فان اختيارها هي ليست في غاية الاهمية . ويتم اختيار الدالة اللبية التي تحقق الشروط التالية : [٤]،[٧]

1. $\int_{-\infty}^{\infty} K(u)du = 1 \; is\ pdf$
2. $K(u)=K(-u)$ is symmetric
3. $\int_{-\infty}^{\infty} uK(u)du = 0$
4. $\int_{-\infty}^{\infty} u^2K(u)du = \mu_2(K) \neq 0 \quad moments\ of\ kernel$
5. $K(u) \geq 0$

٤.٥ اختيار معلمة عرض الحزمة : (Bandwidth parameter selection)

يرمز لمعلمة عرض الحزمة بالرمز(h) وهي تعمل للسيطرة على مستوى التمهيد للتقدير [٤]. ان تحديد القيمة المناسبة لمعلمة عرض الحزمة هو امر بالغ الاهمية للمنحنى المطابق (curve fitting) اذ تلعب هذه المعلمة دوراً اساسياً في آداء المقدر اللبي (kernel estimation) اذ يتطلب اختيارها التوازن بين التحيز(bias) والتباين (variance) والتحكم به عن طريق متوسطمربعات الخطأ (MSE) فاذا كانت قيمة معلمة عرض الحزمة صغيرة جداً فان التحيز يكون قليل ولكن بتباين كبير ويكون تقدير دالة الكثافة هي ليست ممهدة جيداً واذا كان اختيار قيمة

معلمة عرض الحزمة كبير للغاية فان التحيز يكون كبيراً ولكن بتباين قليل ونحصل على دالة كثافة فوق التمهيد (over smoothing) وهذا يشوه شكل دالة الكثافة الصحيح . [١٣]

اذ ان الفكرة الاساسية لاختيار معلمة عرض الحزمة هو تقليل متوسط مربعات الخطأ (MSE) وفي هذا البحث تم استعمال طريقة التقاطع الشرعي (cross – validation) لسهولة حسابها وهيكلها قابل للتطبيق لاي انموذج انحدار ويتم حسابها من خلال بناء دالة التقاطع الشرعي (CV) باستبعاد مشاهدة واحدة في كل مرة و بالشكل الآتي :

$$CV(h) = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} [\, Y_i - \hat{g}_{-i}(X_i^T\hat{\beta})]^2 \quad \text{------------------------------} \quad (4)$$

اذ يتم احتساب تقدير دالة الربط ($\hat{g}_{-i}(X_i^T\hat{\beta}$ لجميع المشاهدات وفي كل مرة يتم استبعاد مشاهدة واحدة ثم يتم اختيار القيمة المهيدية (عرض الحزمة) المقابلة لاصغر (CV) . [١٥]

٥. طرائق التقدير شبه المعلميه لانموذج المؤشر الواحد .

٥.١ طريقة (LASSO – MAVE).

Minimum average variance estimation (MAVE) Method with lasso penalty function .

طريقة تقدير اقل معدل تباين مع دالة جزاء لاسو :

في عام (٢٠٠٢) أقترح الباحثون (Xia , Tang , Li & Zhu) طريقة تقدير عامة تدعى طريقة تقدير اقل معدل تباين (MAVE) و تعني (Minimum average variance estimation) للنماذج شبه المعلميه (Semiparametric models) و من ضمن هذه النماذج هو أنموذج المؤشر الواحد (Single index model) إذ بين الباحثون أن هذه الطريقة مرنه لتتحد مع غيرها من الطرائق من أجل أدماج المتطلبات الأحصائية الأضافية . و أظهروا أن لها ميزة مهمة وهي أنها سهلة التنفيذ مع توافر الخوارزميات لها . [١٩]

إن التقدير للنماذج شبه المعلميه و خاصة تلك التي تحتوي على مؤشر واحد تحتاج إلى حل معقد لمسألة التقليل غير الخطية و التي يمكن أن تكون صعبة والأسلوب المستعمل هو طريقة نيوتن رافسن (Newton – Raphson method) وهي التي نحتاجها ومع ذلك فاننا نعلم ان تقدير المشتقات يمكن ان تكون معقدة ولذلك فان طريقة نيوتن رافسن لا تعمل بشكل جيد عوضاً عن ذلك فان طريقة ـ (MAVE) توفر اسلوب بسيط جداً للحساب من خلال التقريب الخطي الموضعي (Local linear approximation) بحيث يتم في النهائية تحويلها إلى مسائل للتقليل الخطي (Linear minimization) و الحساب للأخير هو سهل جداً و العديد من الخوارزميات هي كفوءة و متاحة.

و في عام (٢٠٠٨) أقترح الباحث (Chen Lei Leng) طريقة تقدير (MAVE) مع دالة جزاء (Lasso) لأنموذج المؤشر الواحد لتقدير و آختيار المتغير في آن واحد .

اذ أن دالة جزاء (Lasso) تدعى أيضاً بدالة جزاء ـ L_1 وهي شائعة وتستعمل لأختيار المتغير (Variable selection) لطريقة (Lasso) و تعني (Least absolute shrinkage and selection operator)

ان جميع حلول تقديرات Lasso تعتمد على قاعدة مستوى العتبة (Soft – thresholding) عندما يكون X هو (Orthonormal) أي أن : $X^T X = I$ وبالشكل الآتي :–[16] , [5]

$$\hat{\beta}^{\,Lasso} = \text{sign}\,(\hat{\beta}_j^{OLs})\,(\hat{\beta}_j^{OLs} - \lambda/2\,)_+ \qquad , j = 1\,,\,2\,,\,\dots\,,\,p$$

$$\hat{\beta}^{\,Lasso} = \begin{cases} \hat{\beta}_j^{OLs} - \lambda/2 & \text{if} \quad \hat{\beta}_j^{OLS} > \lambda/2 \\ 0 & \text{if} \quad |\hat{\beta}_j^{OLS}| \le \lambda/2 \\ \hat{\beta}_j^{OLs} + \lambda/2 & \text{if} \quad \hat{\beta}_j^{OLS} < -\lambda/2 \end{cases} \quad \text{--------------} \quad (5)$$

اذ أن :

λ : تمثل معلمة الضبط و يتم أيجادها من خلال أستعمال طريقة ـ (BIC) .

أشارة + : تدل على الجزء الموجب داخل القوسين .

وعليه يمكن تطبيق فكرة (Lasso) لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) و الحصول على تقديرات متجه المعلمات ودالة الربط في آن واحد من خلال الصيغة الآتية :

$$Q\ (\hat{g}, \hat{\beta}) = \operatorname{argmin} \{ \sum_{i=1}^{n} (Y_i - g(X_i^T \beta))^2 + \lambda \sum_{j=1}^{p} |\beta_j^{Lasso}| \} \quad \text{------------} \quad (6)$$

و عندما يكون البعد ـP كبيراً تظهر مشكلة تعدد الابعاد (Curse of dimensionality) ودائماً تكون المعاملات مبعثرة (Sparse) ونتيجة لذلك فان العديد من المعاملات تكون أصفار و لتحديد المتغيرات مع المعاملات غير الصفرية تلقائياً و الى تقدير أنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) تم دمج طريقة ماف (MAVE) مع دالة جزاء لاسو (Lasso) وهي فكرة الباحث (Chen Lei Leng) عام (٢٠٠٨) عن طريق تقدير متجه المعلمات بموجب الصيغة الآتية :-

$$\hat{\beta}^{LASSO-MAVE} = \operatorname{argmin}\{ \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \{Y_i - a_j - b_j X_{ij}^T \beta\}^2 . w_{ij} + \lambda \sum_{k=1}^{p} |\beta_k| \} \quad \text{---------} \quad (7)$$

$\beta : ||\beta|| = 1$

$a_j, b_j, j = 1,2, \ldots n$

اذ أن :

w_{ij} : تمثل وزن (kernel) و هو دالة للمسافة بين (Xi و Xj) و يحقق ١ = ($\sum w_{ij}$) .

||.|| : تمثل القاعدة الأقليدية و ان : $|\beta_k| = |\beta_1| + \ldots + |\beta_p|$

والحساب لمسألة التقليل المذكورة آنفاً يمكن أن تحلل الى تقليل مسألتين :

وفق الخوارزمية (LASSO – MAVE) لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM).[2]،[٩]

<u>الخطوة (٠)</u> : نفرض تقدير أولى (أبتدائي) للمعلمة $\beta^{(0)}$ بأستعمال طريقة المربعات الصغرى الأعتيادية (OLS) أو أي متجة أعتباطي من درجة (P).

<u>الخطوة (١)</u> : يتم تثبيت $\hat{\beta} = \hat{\beta}^{(0)}$ و نحسب متجه الحل إلى (a_j , b_j) من خلال الصيغة الآتية :-

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_j \\ \hat{b}_j \end{pmatrix} = \left\{ \sum_{i,j}^{n} w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)}} \begin{pmatrix} 1 \\ X_{ij}^T \hat{\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ X_{ij}^T \hat{\beta} \end{pmatrix}^T \right\}^{-1} . \sum_{i,j}^{n} w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)}} \begin{pmatrix} 1 \\ X_{ij}^T \hat{\beta} \end{pmatrix} Y_i \quad \text{----------------} \quad (8)$$

اذ ان :

$$w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)}} = k_h(X_{ij}^T \hat{\beta}^{(0)}) = \frac{k\left(\frac{X_i^T \hat{\beta}^{(0)} - X_j^T \hat{\beta}^{(0)}}{h}\right)}{\sum_{i=1}^{n} k\left(\frac{X_i^T \hat{\beta}^{(0)} - X_j^T \hat{\beta}^{(0)}}{h}\right)}$$

<u>الخطوة (٢)</u> : يتم تحديد ($\hat{a}_j$ ، $\hat{b}_j$) و تقدير متجه المعلمات β وفق الصيغة الآتية :

$$\hat{\beta}^{LASSO-MAVE} = \operatorname{argmin} \{ \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \{ Y_i - \hat{a}_j - \hat{b}_j X_{ij}^T \beta \}^2 w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)}} + \lambda \sum_{k=1}^{p} |\beta_k| \}$$

$a_j, b_j, \beta : ||\beta|| = 1$

للتبسط نقوم بتحويل البيانات الى :

$$Y_{ij}^* = Y_i \, (w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)}})^{1/2} - \hat{a}_j (w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)*}})^{1/2}$$

$$X_{ij}^* = \hat{b}_j \, X_{ij} \, (w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)}})^{1/2}$$

لتصبح المسأله التي تقلل بالشكل الآتي :

$$\hat{\beta}^{LASSO-MAVE} = \operatorname{argmin} \left\{ \sum_{i,j=1}^{n} \{ Y_{ij}^* - X_{ij}^{*T} \beta \}^2 + \lambda \sum_{k=1}^{p} |\beta_k| \right\}$$

β

<u>الخطوة (٣)</u> : يتم تكرار الخطوتين (١) و (٢) مع ($\hat{\beta}^{(0)}$ =sign($\hat{\beta}_1$) $\frac{\hat{\beta}}{\|\hat{\beta}\|}$) حتى التقارب و المتجه الأخير هو متجه مقدر (LASSO – MAVE) لـ $\hat{\beta}^{(0)}$ و يعرف من خلال $\hat{\beta}^{LASSO-MAVE}$ و تقدير دالة الربط g(.) النهائي يكون: ($\hat{a}_j = \hat{g}$ (u , $\hat{\beta}^{LASSO-MAVE}$) .

٥.٢ طريقة (Adaptive LASSO – MAVE).

Minimum average variance estimation (MAVE) method With Adaptive least absolute shrinkage and selection operator (Alasso) penalty function.

طريقة تقدير اقل معدل تباين مع دالة جزاء لاسو التكيفية :

بين الباحث (Tibshirani) في عام (١٩٩٦) أن أسلوب (Lasso) يفتقر إلى خصائص أوراكل (Oracle properties) وهذه الخصائص تتمثل بالاتساق في اختيار المتغير اي ان تقدير المعلمات يكون مساوي بالضبط صفراً وهذا يعني ان احتمال استبعاد المتغير غير المعنوي يميل الى الواحد عندما $n \to \infty$ وتدعى هذه الخاصيه بخاصية التبعثر (sparsity) والخاصيه الثانية تتمثل بان المعلمات غير الصفرية يتم تقديرها بكفاءة عندما يكون الانموذج الصحيح معروف وتدعى هذه الخاصية بتقارب الامثلية . كما توصل الباحثان (Fan &Li) عام (٢٠٠١) أن هذا الأسلوب لديه تحيز في تقدير المعاملات غير الصفرية الكبيرة و أظهروا أيضاً انه لا يمتلك خصائص أوراكل مما دفع الباحث (Zou) عام (٢٠٠٦) إلى أقتراح أسلوب جديد يدعى لاسو التكيفية (Adaptive Lasso) للانموذج الخطي العام إذ أن فكرة هذا الأسلوب يعمل على تعيين أوزان تكيفية مختلفة للمعاملات المختلفة الجزائية في دالة جزاء ـ L_1 مما يؤدي إلى زيادة الجزاء للمعاملات التي تقترب من الصفر و من ثم أختزال التحيز في تقدير الدالة و تحسين دقة أختيار المتغير . **[٦]،[١٠]**

و بين الباحث (Zou) عام (٢٠٠٦) أن طريقة لاسو التكيفية (ALasso) هي طريقة وزن جزائية لدالة جزاء– L_1 لتقدير وأختيار الأنموذج في آن واحد و لها خصائص أوراكل المتمثلة بنسبة التقارب المثلى و الأتساق في أختيار المتغير .

وصيغة مقدر (Alasso) لمتجه المعلمات β لأنموذج الخطي العام (GLM) من خلال تقليل المعادلة الآتية :

$$\hat{\beta}^{ALASSO-MAVE} = \underset{\beta}{\text{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} (Y_i - X_i^T \beta)^2 + \lambda \sum_{k=1}^{p} \hat{w}_k |\beta_k| \right\} \quad ---------------- \quad \textbf{(9)}$$

وبناءً على ما تم ذكره آنفاً فأن مقدر لاسو التكيفية (Alasso) لـ $\underline{\hat{\beta}}$ و لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) يمكن الحصول عليه من خلال الصيغة الآتية :-

$$\hat{\beta}^{ALASSO-MAVE} = \underset{\beta}{\text{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} (Y_i - g(X_i^T \beta))^2 + \lambda \sum_{k=1}^{p} \hat{w}_k |\beta_k| \right\} \quad -------------- \quad (10)$$

اذان:

P_λ (|β_K|) $= \lambda \sum_{k=1}^{p} \hat{w}_k |\beta_k|$: تمثل دالة جزاء – (Alasso) مع معلمة الضبط (λ) .

w = ($w_1, w_2, \ldots, w_p$) : تمثل الأوزان التكيفية (Adaptive weight) و بين الباحث (Zou) أنه إذا كان أختيار الأوزان (W_k) بكفاءة وبطريقة تعتمد على البيانات فأن طريقة لاسو التكيفية (Alasso) يمكن أن نحقق خصائص أوراكل بحيث ينفذ كما لو كان الأنموذج الصحيح معروف و قد أقترح أستعمال الأوزان المقدرة وبالشكل الآتي :-

$$\hat{w}_k = \frac{1}{|\hat{\beta}_k|^{\gamma}} \quad , \quad k = 1,2,\ldots, p$$

عن طريق أستعمال تقديرات المربعات الصغرى الأعتيادية (OLS) لأختيار $\hat{w}_k$ اذأن $\hat{\beta}_k$ تمثل تقديرات (OLS) و هي مقدر أبتدائي متسق ـ $\sqrt{n}$ لـ β (يحتوي على $\sqrt{n}$ نسبة التقارب) . **[١٨]**

و أن γ : يمثل معلمة الأنكماش و قيمتها أكبر من الصفر و نفترض أن تكون قيمتها تساوي واحد (γ = ١) .

وبناءً على فكرة الباحثان (Zho & Zang He) في عام (٢٠١١) اللذان أستعمb طريقة النوع ـ (Lasso) و طريقة ـ (SCAD) لتقدير وأختبار المتغير لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) تم اقتراح خوارزمية من الباحث لطريقة (AdaptiveLASSO– MAVE) من

خلال دمج دالة الخسارة لطريقة – (MAVE) مع دالة جزاء – (Adaptive LASSO) وتوظيفها لتقدير و أختبار المتغير لأنموذج المؤشر الواحد في المعادلة الآتية :–

$$\min_{a,b,\beta,\|\beta\|=1} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\left[Y_i - a_j - b_j\beta^T(X_i - X_j)\right]^2 W_{ij} + \lambda \sum_{k=1}^{p} \hat{w}_k\,|\beta_k| \quad \text{----------} \quad (11)$$

نلاحظ أن الجزء الأول للمعادلة المذكور انفا هو دالة الخسارة إلى طريقة ـ (MAVE) لتقدير قيمة المعلمات β ولها

و الجزء الثاني لها يمثل دالة جزاء لاسوالتكيفية (Adaptive lasso penalty function) وهذا الجزء يجعل $\hat{\beta}$ متناثرة (Sparsity) و من ثم يؤدي إلى أختيار المتغير (Variable selection) .

و يمكن تلخيص الخوارزمية المقترحة لطريقة (ALASSO – MAVE) لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) و التي تعمل على تقدير و أختيار المتغير في آن واحد بالخطوات الآتية :– **[١٩]،[٢٠]**

<u>الخطوة (٠)</u> : نحصل على تقدير أولي (أبتدائي) لـ β وليكن $\hat{\beta}^{(0)}$ بطريقة المربعات الصغرى الأعتيادية (OLS) و نفرض ان :

$$\hat{\beta} = \text{sign}\,(\hat{\beta}_1^{(0)})\ \frac{\hat{\beta}^{(0)}}{\|\hat{\beta}^{(0)}\|}$$

اذ ان :

$\text{sign}\,(\hat{\beta}_1^{(0)})$: يمثل أشارة العنصر الأول لـ $\hat{\beta}^{(0)}$ وان ١ = $\|\hat{\beta}\|$ لغرض التشخيص.

<u>الخطوة (١)</u> : نحدد $\hat{\beta}$ و يتم الحصول على $\{\hat{a}_j, \hat{b}_j\}_{j=1}^{n}$ من خلال حل المعادلة الآتية :–

$$(\hat{a}_j, \hat{b}_j) = \underset{a,b}{\text{argmin}} \left\{\sum_{i=1}^{n} \left[Y_i - a_j - b_j\,(X_i^T\hat{\beta} - u)\right]^2 . K_h\,(X_i^T\hat{\beta} - u)\right\}$$

اذ ان :

K(.) : تمثل دالة kernel المتماثلة و تم أستعمال دالة (Gaussian) .

h : تمثل معلمة عرض الحزمة (Bandwidth) و نختارها لتكون الأمثل و تحسب عن طريق طريقة العبور(التقاطع) الشرعي (CV) .

<u>الخطوة (٢)</u> : نحدد $\{\hat{a}_j, \hat{b}_j\}_{j=1}^{n}$ للحصول على $\hat{\beta}^{ALASSO-MAVE}$ من خلال حل المعادلة الآتية:–

$$\hat{\beta}^{ALASSO-\beta MAVE} = \underset{\beta}{\text{argmin}}\left\{\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\left[Y_i - \hat{a}_j - \hat{b}_j\left(X_i - X_j\right)^T\beta\right]^2 w_{ij} + \lambda \sum_{k=1}^{p}\hat{w}_k|\beta_k|\right\}$$

للتبيسط نقوم بتحويل البيانات الى:

$$Y_{ij}^* = Y_i - \hat{a}_j \qquad \text{and} \qquad X_{ij}^* = \hat{b}_j\left(X_i - X_j\right)^T$$

وتصبح المسألة التي تقلل بالشكل الآتي :

$$\hat{\beta}^{ALASSO-MAVE} = \underset{\beta}{\text{argmin}}\left\{\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\left[Y_{ij}^* - X_{ij}^{*T}\beta\right]^2 w_{ij}^* + \lambda\sum_{k=1}^{p}\hat{w}_k|\beta_k|\right\}$$

اذ ان :

في الخطوة الثانية يتم تقدير β للمشاهدات $\{Y_{ij}^*, X_{ij}^*\}_{i,j=1}^{n}$ مع الأوزان $\{w_{ij}^*\}_{j=1}^{n}$.

<u>الخطوة (٣)</u> : يتم الأستمرار بتكرار الخطوتين (١) و (٢) حتى التقارب و يكون التقدير النهائي لـ $\hat{\beta}^{ALASSO-MAVE}$.

و التقدير النهائي لـ g(.) هو ($\hat{a} = \hat{g}\,(u\ ،\hat{\beta}^{ALASSO-MAVE}$ ويتم الحصول عليه من خلال حل المعادلة الآتية :–

$$(\hat{a}\ ,\ \hat{b}) = \text{argmin}\left\{\sum_{i=1}^{n}\left[Y_i - a - b(X_i^T\hat{\beta}^{ALASSO-MAVE} - u)\right]^2 k\left(\frac{X_i^T\hat{\beta}^{ALASSO-MAVE} - u}{h}\right)\right\}$$

٦. الجانب التجريبي :

في هذا المبحث تم استخدام اسلوب المحاكاة لغرض مقارنة الطرائق المستعملة في تقدير واختيار المتغير لنماذج المؤشر الواحد شبه المعلمية ولوصف تجارب المحاكاة تم وضع الافتراضات الاتية :

١. حجوم العينات : n= 25 ,50 ,100

٢. توزيع الخطأ : يتوزع الخطأ العشوائي توزيعاً طبيعياً بمتوسط صفر وبتباينات مختلفة $\sigma^{2} = (1, 5, 9)$ لجميع النماذج المستعملة . $ei \sim N(0, \sigma 2)$

٣. قيم X مكونة من ثمانية متغيرات (p=8) . $X^T = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8)$

موزعة توزيعاً طبيعياً بمتوسط صفر وتباين واحد $X \sim N(0, 1)$ لكل متغير ولجميع النماذج . مع مصفوفة الارتباط الاتية : i ، j =١،٢، ... ، ٨ ، $Corr = \rho^{|i-j|}$ وبافتراض قيم ($\rho = 0.1$, 0.9) .

وان العلاقة بين X , e مستقلة (independent) .

٤. الدالة اللبية المستعملة هي دالة كاوس (Gaussian) الاتية :

$$K_h(X^T\beta) = \frac{1}{h\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-1}{2}\left(\frac{X^T\beta}{h}\right)^2\right] \quad , \quad -\infty < X^T\beta < \infty$$

٥. المعلمة التمهيدية (عرض الحزمة) h المستعملة يتم ايجادها بطريقة العبور الشرعي (CV) .

٦. النماذج المستعملة (تم ستعمال ثلاث نماذج شبه معلميه للمؤشر الواحد) الاتية :[١٨]،[٣]، [١٢]

1) $Y = 1+2(X^T\beta + 3)\log(3|X^T\beta| + 1) + \epsilon$

2) $Y = 5\cos(X^T\beta) + \exp(-X^T\beta) + \epsilon$

3) $Y = \sin(X^T\beta) + \epsilon$

٧. قيم متجه المعلمات β الابتدائية تم افتراضها بالشكل الاتي بحيث تحقق شرط تشخيص الانموذج $\|\beta\|=1$

$$\beta = (0.4, -0.4, 0.8, -0.2, 0, 0, 0, 0)^T$$

٨. عدد تكرارات التجربة (٢٠٠) تكرار .

٩. تمت المقارنة بين طريقة (LASSO–MAVE) وطريقة (Adaptive LASSO – MAVE) بالاعتماد على المعيارين معدل متوسط مربعات الخطأ Average mean squared error(AMSE) ومعدل متوسط الخطأ المطلق Average mean absolute error(AMAE) الاتيين :

$$AMSE = \frac{1}{n} E \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{g}(X_i^T\hat{\beta})\right)^2$$

$$AMAE = \frac{1}{n} E \sum_{i=1}^{n} \left|Y_i - \hat{g}(X_i^T\hat{\beta})\right|$$

تفسير النتائج:

تم الاعتماد على برنامج (R–Package) في الحصول على نتائج تجارب المحاكاة والمبينة في الجداول رقم (١) ، (٢) و(٣) المعروضة ادناه :

جدول رقم (١)

يمثل قيم معدل متوسطمربعات الخطأ (AMSE) ومعدل متوسط الخطأ المطلق (AMAE) لطرائق التقدير المستعملة لانموذج المؤشر الواحد الاول $Y= 1+2(X^T\beta + 3)\ \log\ (3\ |X^T\beta| + 1) + \epsilon$ **لمختلف حجوم العينات وتباينات الاخطاء في حالة وجود ارتباط واطئ وعالٍ عندما p=8 .**

من الجدول رقم (١) والخاص بانموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي الاول :

Criteria	method	n	Low correlation=٠.١			High correlation =0.9		
			σ^2=1	σ^2=4	σ^2=9	σ^2=1	σ^2=4	σ^2=9
AMSE	LASSO–MAVE	٢٥	٦.٨٥٠٩	١٤.٠٤٢٣	٢٦.٦٨٢٠	٤.٦٥٤٦	١٢.٠٨٠٤	٢١.٠١٧٠
		٥٠	٩.٠٥١٣	١١.٨٦٧٦	٢١.٥٨٢٠	٤.٧٦١٦	١١.٣٠٤٩	١٩.١٨٥١
		١٠٠	٧.٤٠١٠	١١.٥٦٠٩	٢٣.٢٧٠٠	٦.٢٣٨٣	١٦.٤٨٤٢	٣٠.٧٧٢٠
	Adaptive LASSO–MAVE	٢٥	٥.٣١٢٨	٩.٦٦٩١	٢٥.٨٥٨٧	١٩.٦٨٧١	٢٧.٨٣٢١	٤٤.٣١٦٥
		٥٠	٩.٢٢١١	١٢.٨٦٣٢	٢٦.٨٦٧٨	١٣.٥٠٤٥	٣٤.٣٢٢٠	٥٤.٣٠٥١
		١٠٠	٧.٥٩٧٩	١١.٩٩٧٩	٢٣.٨٩٨٩	١٦.٥٨٣٤	٤٦.٨٠١٥	٦١.٦١٨٢
AMAE	LASSO–MAVE	٢٥	٠.٨٢٤٢	١.٣١٠٤	١.٨٨٨٨	٠.٦٤٧٤	١.١٩١٥	١.٦٣٥٥
		٥٠	٠.٩٣٩٥	١.١٧٣٧	١.٦٧٧٦	٠.٦٥٥١	١.١٩٣٥	١.٦٠٢٢
		١٠٠	٠.٨٤٣٧	١.١٧١٥	١.٦٨٠٨	٠.٧٤٤٩	١.٣١١٧	١.٩٢٠٦
	Adaptive LASSO–MAVE	٢٥	٠.٧٦٥٩	١.١٢٣٥	١.٨٤٨٦	١.٩٠٧١	٢.٣٨٣٤	٣.٠١٥٧
		٥٠	٠.٩٥٢٠	١.٢٠٧٨	١.٨٧٧٥	١.٣٥٩٧	٢.٣٨٣٠	٣.٢٧٤١
		١٠٠	٠.٩٢٤٤	١.١٨٦٠	١.٧٣٩٠	١.٦٣٥٨	٢.٩٦٦١	٣.٥٤٥٢

فقد اظهرت النتائج تفوق طريقة (**Adaptive LASSO–MAVE**) في حالة حجم العينة الصغيرة (٢٥) ولمختلف تباينات الاخطاء ولحالة وجود ارتباط واطئ (low correlation) لكونها تعطي اقل قيم للمعيارين (معدل متوسط مربعات الخطأ (**AMSE**) ومعدل متوسط الخطأ المطلق (**AMAE**)) مقارنة مع طريقة (**LASSO–MAVE**) ، في حين حققت طريقة (**LASSO–MAVE**) تفوق واضح في حالة حجوم العينات المتوسطة (٥٠) والكبيرة (١٠٠) .

وفي حالة وجود ارتباط عالٍ (high correlation) اظهرت النتائج تفوق طريقة (**LASSO-MAVE**) لجميع حجوم العينات ولمختلف تباينات الاخطاء اعتماداً على قيم المعيارين (**AMSE**) و(**AMAE**) اذ اعطت اقل قيم من الطريقة الاخرى .

جدول رقم (2)

يمثل قيم معدل متوسطمربعات الخطأ (AMSE) ومعدل متوسط الخطأ المطلق (AMAE) لطرائق التقدير المستعملة لانموذج المؤشر الواحد الثاني $Y = 5\cos(X^T\beta) + \exp(-X^T\beta) + \epsilon$ لمختلف حجوم العينات وتباينات الاخطاء في حالة وجود ارتباط واطئ وعالٍ عندما p=8 .

Criteria	method	n	Low correlation=٠.١			High correlation =0.9		
			σ^2=1	σ^2=4	σ^2=9	σ^2=1	σ^2=4	σ^2=9
AMSE	LASSO-MAVE	٢٥	١.٧٨٨٠	٦.١٨٠٠	١١.٣٢٤٩	١.٠٣٤١	١٣.٣٠٣٩	٢٣.١١٧٦
		٥٠	٢.٠٧٤٤	٦.٧٤٢٣	٢٠.٠١٤٢	٠.٨٧٧١	٥.١٨٠٤	٢٣.١٧٥٦
		١٠٠	١.٦٨٢٠	٦.٨٣٤١	١٨.٥٠٧٦	١.٢١١٩	٥.٩٨٣٩	٢٢.٨٧٧٠
	Adaptive LASSO-MAVE	٢٥	٢.٠٦٠٩	٥.٧٠٥٠	١٦.١٩٧٥	١.٦٦٩٣	٨.٥٩٥٩	١١.٨١٣١
		٥٠	٢.١٩٧٧	٤.٤١٧٦	١٤.٣٦٣٧	٧.٣٧٩٨	٩.٨٤٩٢	١٠.٤٢٤٥
		١٠٠	١.٦٨٠٣	٥.٤٦٨٧	١٨.٥٠٧٣	٢.٨٢٦٥	٨.٨٢٠٠	٥٣.١٦٥٦
AMAE	LASSO-MAVE	٢٥	٠.٤٢٢٨	٠.٨٧٢٢	١.١٩٣٥	٠.٣١٧٢	١.٠٨١١	١.٧٢٥٥
		٥٠	٠.٤٤٤٨	٠.٩٣١٩	١.٦٣٦٣	٠.٢٨١٩	٠.٨٠٤٨	١.٦٧٨٨
		١٠٠	٠.٣٨٤٧	٠.٩٢٥٧	١.٥٤٨٧	٠.٣٢٥٠	١.١٩٦٧	١.٦٥٢٦
	Adaptive LASSO-MAVE	٢٥	٠.٦٣٢٢	٠.٨٧٩٢	١.٤٧٢٦	٠.٤٠٩٩	٠.٩٦٠٥	١.١٨٠٦
		٥٠	٠.٤٣٥٥	٠.٧٣٨٦	١.٤٤٨٨	٠.٧٢٣٣	١.١٠٧٠	١.٣١٨١
		١٠٠	٠.٣٨٤٧	٠.٨١٥٢	١.٥٤٩٠	٠.٥١٣٠	١.٠٢٨٩	١.٩١٩١

من الجدول رقم (٢) والخاص بانموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي الثاني:

فقد اظهرت النتائج ولحالة وجود ارتباط واطئ (low correlation) تفوق طريقة **(LASSO–MAVE)** لجميع حجوم العينات ولمختلف تباينات الاخطاء باستثناء حالة تباين الخطأ **(σ^2=4)** ولمختلف حجوم العينات فكانت الافضلية لطريقة **(Adaptive LASSO–MAVE)** بالاعتماد على المعيارين **(AMSE)** و**(AMAE)** . ولحالة وجود ارتباط عالٍ (high correlation) اظهرت طريقة **(LASSO–MAVE)** تفوقها لجميع حجوم العينات ولمختلف تباينات الاخطاء لكونها تعطي قيم اقل للمعيارين **(AMSE)** و**AMA)** مقارنة مع الطريقة الاخرى .

جدول رقم (٣)

يمثل قيم معدل متوسطمربعات الخطأ (AMSE) ومعدل متوسط الخطأ المطلق (AMAE) لطرائق التقدير المستعملة لانموذج المؤشر الواحد الثالث $Y=\sin(X^T\beta)+\epsilon$ **لمختلف حجوم العينات وتباينات الاخطاء في حالة وجود ارتباط واطئ وعالٍ عندما p=8 .**

Criteria	method	n	Low correlation=٠.١			High correlation =0.9		
			σ^2=1	σ^2=4	σ^2=9	σ^2=1	σ^2=4	σ^2=9
AMSE	LASSO–MAVE	٢٥	٠.٣٧٢٠	٤.٩١٠٢	١٦.٤١٨٢	٠.٢٩٠٧	٤.٦٦٥٦	١٧.٦٦٦٦
		٥٠	٠.٣٨٩١	٤.٩٦٩٠	١٤.٣٩٩٠	٠.٣١٣٤	٤.٩٤٩٨	١٧.٢٣٤٢
		١٠٠	٠.٣٤٣٦	٥.٠٨٠٩	١٦.٣١١٣	٠.٣٢٣٢	٥.٢١٩٥	١٦.٥٨٥٧
	Adaptive LASSO–MAVE	٢٥	٠.٤٨٨٦	٣.٢٤٢٦	١٧.٦٠٩٠	٠.٢٦٥٣	٤.٤٦٣٧	١٧.٧٣٥٨
		٥٠	٠.٣٧٢٤	٣.٧٤٦١	١٦.٩٠٣٤	٠.٣٣٧٩	٥.٥٤٥٤	١٧.٦٨٧٥
		١٠٠	٠.٣٥٧٥	٣.٢٩٨٦	١٦.٣٠٨٢	٠.٣٥٠١	٥.١٠٥٥	١٦.١٠٠٢
AMAE	LASSO–MAVE	٢٥	٠.٢١٩٧	٠.٨٣٦٧	١.٤٤١٩	٠.١٩٢١	٠.٨٠٥٦	١.٤٩٤٠
		٥٠	٠.٢٢٥٠	٠.٧٧٩٦	١.٣٥٦٩	٠.١٩٨٢	٠.٧٨٤٧	١.٤٩٥٤
		١٠٠	٠.٢٠٩٩	٠.٨٠٤٦	١.٤٤١٨	٠.٢٠٠٦	٠.٨١٥٩	١.٤٥٣٩
	Adaptive LASSO–MAVE	٢٥	٠.٢٣٤٠	٠.٦٢٢٢	١.٤٨١٦	٠.١٨٢٢	٠.٧٤١٢	١.٤٧٨٩
		٥٠	٠.٢٢١٠	٠.٦٩٦٣	١.٤٥٤٤	٠.٢١١١	٠.٨٣٩١	١.٤٨٧٢
		١٠٠	٠.٢١٣٦	٠.٦٥٧٤	١.٤٤١٦	٠.٢١٣١	٠.٨٠٦٢	١.٤٣٦١

من الجدول رقم (٣) والخاص بانموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي الثالث :

فقد اظهرت النتائج ولحالة وجود ارتباط واطئ (low correlation) تفوق طريقة **(Adaptive LASSO–MAVE)** لمختلف حجوم العينات عند تباين الخطأ **(σ^2=4)** وكما حققت افضليتها عند حجم العينة المتوسطة (٥٠) لحالة تباينات الاخطاء (١=**σ^2**) و**(σ^2=9)** بينما حققت طريقة **(LASSO–MAVE)** في الحالات الاخرى وبالاعتماد على المعيارين **(AMSE)** و**(AMAE)** . ولحالة وجود ارتباط عالٍ (high correlation) فقد حققت طريقة **(Adaptive LASSO–MAVE)** الافضلية لحالة حجم العينة الصغيرة (٢٥) ولجميع تباينات الاخطاء باستثناء حالة تباين الخطأ **(σ^2=9)** فكانت الافضلية لطريقة **(LASSO–MAVE)** بالاعتماد على المعيار **(AMSE)** . ولحالة حجوم العينات المتوسطة (٥٠) والكبيرة (١٠٠) ولحالة تباينات الاخطاء (١=**σ^2**) و**(σ^2=4)** فكانت الافضلية لطريقة **(LASSO–MAVE)** بالاعتماد على المعيار **(AMAE)** باستثناء حالة تباين الخطأ **(σ^2=9)** .

وبشكل عام عن طريق النتائج المبينه في الجداول المذكورة آنفاً نلاحظ الاتي :-

١. من خلال نتائج المحاكاة المبينه في الجداول المذكورة أنفاً نلاحظ تزايد قيم المعيارين **(AMSE)** و**(AMAE)** مع تزايد قيم تباينات الاخطاء ولجميع نماذج المؤشر الواحد شبه المعلميه وللطريقتين .

٢. نلاحظ تذبذب في قيم المعيارين **(AMSE)** و**(AMAE)** لمختلف حجوم العينات ولجميع النماذج وللطريقتين ويعود سبب ذلك الى سلوك الدوال المستعملة المتذبب .

٣. بشكل عام تكون طريقة **(LASSO-MAVE)** والخاصة بتقدير واختيار المتغير لنماذج المؤشر الواحد هي الافضل مقارنة مع طريقة **(Adaptive LASSO-MAVE)** لكونها تعطي قيم اقل وللمعيارين **(AMSE)** و**(AMAE)** ولمختلف النماذج المستعملة .

٤. نلاحظ ان انموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي الثالث هو افضل النماذج المستعملة في هذا البحث لكونه يعطي اقل قيم للمعيارين **(AMSE)** و**(AMAE)** مقارنة مع النماذج الاخرى .

٧.الجانب التطبيقي :

من اجل التحقق من اداء الطرائق المستعملة في هذا البحث تم تطبيقها على بيانات حقيقية لسوق العراق للاوراق المالية اذ يتكون مجتمع الدراسة من كافة الشركات المدرجة في سوق العراق للاوراق المالية لعام (٢٠١١م) والتي تتكون من (٧٣) شركة نظامية ضمن (٨) قطاعات مختلفة وهي قطاع المصارف (٢١) شركة ، قطاع التأمين (٤) شركات ، قطاع الاستثمار (٢) شركة ، قطاع الفنادق والسياحة (١٠) شركات ، قطاع الزراعة (٥) شركة وقطاع الاتصالات (١) شركة .

اما عينة الدراسة فتم اختيار قطاع المصارف (٢١) شركة وهي تشكل (٢٩%) من المجنمع الاصلي وهذا الاختيار تم وفق الشروط التالية وهي ان تكون مدرجة في السوق ويتم تداول اسهمها خلال العام (٢٠١١م) فضلاً عن امكانية الحصول على كافة المعلومات اللازمة والخاصة بهذا البحث ، اذ تم استعمال انموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي لتحديد العوامل المؤثرة على القيمة السوقية للسهم لقطاع المصارف في سوق العراق للاوراق المالية والمبينة بالشكل الآتي والبيانات المستعملة موضحة في الجدول رقم (٤) .

Y: يمثل القيمة السوقية للسهم (دينار) .

x_1 : يمثل نسبة دوران السهم (%) .

x_2 : يمثل العائد على السهم (دينار) .

x_3 : يمثل نسبة الملكية (%) .

x_4 : يمثل مكرر الارباح (مرة) .

x_5 : يمثل نسبة التداول (مرة) .

x_6 : يمثل القيمة الدفترية للسهم (دينار) .

x_7 : يمثل سعر الاغلاق السنوي للسهم (دينار) .

x_8 : يمثل معدل السعر السنوي للسهم (دينار) .

جدول رقم (٤)

يمثل البيانات الحقيقية للعوامل المؤثرة في القيمة السوقية السهم لقطاع المصارف في سوق العراق للاوراق المالية لعام ٢٠١١م

N	Yi	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
1	١٢٧.٠٠٠	١٩.٤٠	٠.٠٧	٥٤.٦٣	١٨.١٤	٢.١٩	١.٣٥	١.٢٧٠	١.٣٠٠
2	٣٩٢.٨٩٢	١٠	٠.١٩	١٥.٩٥	١٨.٣٢	١.١٤	١.٢٤	٣.٤٨٠	٣.١٣٠
3	١٠٣.٤٠٧	٣٩.٨٠	٠.٠١	٣٦.٩٨	٩١.٨٢	١.٥٢	١.٠٠	١.٠١٠	٠.٩٩٠
4	١٨٢.٠٠٠	٦٢.٦٩	٠.١٨	٢٠.٨٤	١٠.٦٧	١.١٣	١.٣٨	١.٩٢٠	١.٦٤٠
5	٩٥.٠٠٠	٢٩.٢٩	٠.١٠٠	٣٥.٧٣	٩.٥٠	١.٤٩	١.١٧٠	٠.٩٥٠	١.٠٨٠
6	٨٥.٠٠٠	١.٤٠	٠.٠٢	٥٧.٠٩	٤٢.٥٠	٢.٢٨	١.٠٥	٠.٨٥٠	١.٠٢٠
7	٣٥٠.٠٠٠	٦.٤٢	٠.١٦	٣٤.٢٢	٢٢.٥٠	١.٥٢	١.٥٢	٣.٦٠٠	٣.٥٠٠
8	٤٤٩.٦٥٠	٠.٨٨	٠.١٠	١٣.٩٠	٤٢.٥٠	١.١٥	١.٠٥	٤.٢٥٠	٥.٥٩٠
9	٨٢.٠٠٠	١.٨٨	٠.٠٠٣	٦٣.٠٦	٢٧٣.٣٣	٢.٥٦	١.٠٦	٠.٨٢٠	٠.٣٤٠
10	٨١.٠٠٠	٧.٠٨	٠.٠٦	٣٩.٤١	١٦.٢٠	١.٤٩	١.٠٧	٠.٨١٠	٠.٩٢٠
11	١٤٩.٠٠٠	٢٣.٢٣	٠.١٠٠	٣١.٠٠	١٤.٩٠	١.٢٨	١.٢٢٠	١.٤٩٠	٠.٢٧٠
12	١٠٤.٩٨٩	١٤.٢٥	٠.١١	٣٣.٣٨	١٩.١٨	١.٤٢	١.١٤	١.٠١٠	١.٠٩٠
13	١٠١.٢٥٠	١٤.٣٩	٠.١٤	٣٤.٤٨	٩.٦٤	١.٤٨	١.١٩	١.٣٥٠	١.٣١٠
14	٦٢.٧٩٠	٢.٨٣	٠.٠٦٤	٤٤.٥٣	١٦.٤١	١.٧٠	١.٠٨	١.٠٥٠	١.٠٣٠
15	٥١.٧٥٠	١٣.٨٩	٠.٢٠	٢٣.٦٩	١٠.٠٥	١.١٤	١.٢٤	٢.٠١٠	٢.٨٤٠
16	٣٧٥.٠٠٠	٢.٢٦	٠.١٦٠	٣١.١٩	١٦.٦٣	١.٤٦	١.٣٧	٢.٥٠٠	٢.٠٩٠
17	٦٦.٠٣٣	٠.٠٦	٠.١٢٠	٤٩.٩٨	٨.٢٥	١.٨٤	١.٢٦٨	٠.٩٩٠	٠.٩٩٠
18	١٢٩.٠٠٠	٧.١٦	٠.٠٨	٤٠.٢٧	١٦.١٣	١.٦٣	١.٠٩	١.٢٩٠	١.٤٣٠
19	٣٨.٠٠٠	٥٨.٣٥	٠.٢٢	٣٧.٧٣	١٢.٢٣	١.٥٧	١.٢٤	٢.٦٩٠	٢.٤٠٠
20	٤٢.٥٠٠	٣.٤٢	٠.١٠٨	٢٠.٩٩	٧.٨٧	١.١٦	١.١٤٧	٠.٨٥٠	٠.٩٠٠
21	٩٧.٠٠٠	٥.٣٨	٠.٢١٠	٣٤.٨٧	٤.٦٢	١.٤١	١.٢٣	٠.٩٧٠	٠.٩٨٠

جدول رقم (٥)

يمثل تقديرات متجه المعلمات $\hat{\beta}$ والمقدرة بواسطة طريقة LASSO–MAVE و ALASSO–MAVE اعتماداً على البيانات الحقيقية .

method	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	$\hat{\beta}_6$	$\hat{\beta}_7$	$\hat{\beta}_8$
LASSO–MAVE	٠.٢٦٧٤١	٠.٢٦٩٠٤	٠.٠٠٠٠٠	٠.٣٥٢٩٨	٠.٥٣٣٩٨	٠.٣٠٢٠١	٠.٥٨٧٠٤	٠.١٠٢٩٧
ALASSO–MAVE	٠.٢٩١٥٨	٠.٤٥٨٧٩	٠.٠٠٠٠٠	٠.٥٣٨٠٠	٠.٣٢٢٥٤	٠.٠٠٠٠٠	٠.٥٥٧٦٧	٠.٠٠٠٠٠

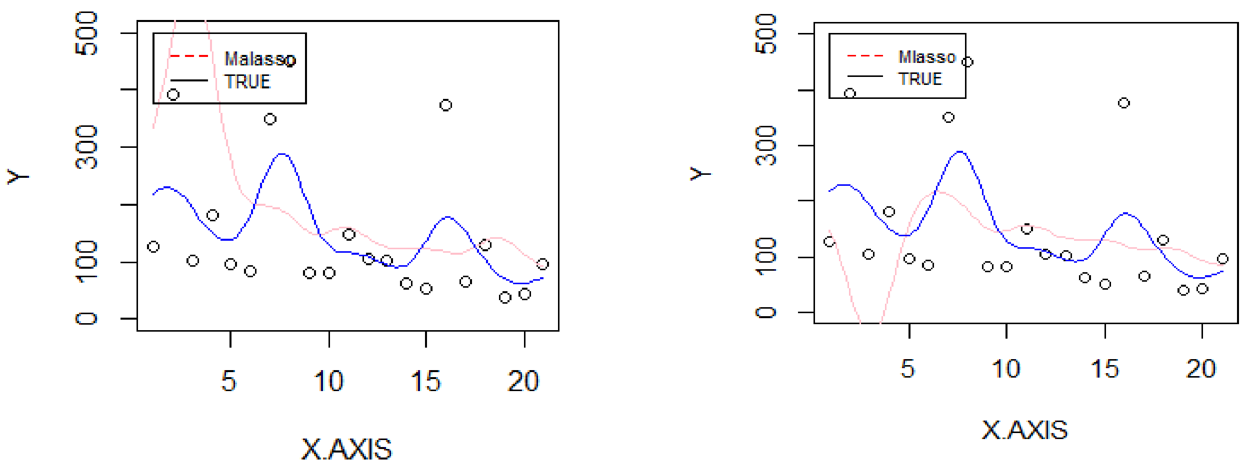
جدول رقم (٦)

يمثل متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط الخطأ المطلق (MAE) لانموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي والمقدر بواسطة طريقة LASSO–MAVEو ALASSO–MAVE اعتماداً على البيانات الحقيقية .

method	MSE	MAE
LASSO–MAVE	٢٥٦١٣.٠٣	١٠٤.٢٤٦٦
ALASSO–MAVE	٧٧١٠٥.١٩	١٣١.٣٠٩٨

شكل رقم (١)

يمثل شكل انموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي والمقدر بواسطة طريقة LASSO–MAVE و ALASSO–MAVE اعتماداً على البيانات الحقيقية .



عن طريق البيانات الحقيقية والمبينة في الجدول رقم (٤) واعتماداً على انموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) المستعمل للتنبؤ بالقيمة السوقية للسهم في سوق العراق للاوراق المالية لقطاع المصارف والمتمثل بالصيغة الاتية :–

$$Yi = g(x_{i1}\beta_1 + x_{i2}\beta_2 + x_{i3}\beta_3 + x_{i4}\beta_4 + x_{i5}\beta_5 + x_{i6}\beta_6 + x_{i7}\beta_7 + x_{i8}\beta_8) + \epsilon_i$$

تم التوصل الى نتائج البيانات الحقيقية المبينة في الجدولين رقم (٥) و(٦) والشكل رقم (١) بالاعتماد على برنامج (R–Package) والحصول على تقديرات متجه المعلمات $\boldsymbol{\beta}$ ودالة الربط $\boldsymbol{g(X^T\beta)}$ لدالة القيمة السوقية للسهم وللطريقتين (**LASSO–MAVE**) و (Adaptive **LASSO–MAVE**) نلاحظ الآتي :-

١. عملت طريقة (**LASSO–MAVE**) على استبعاد المتغير الثالث فقط المتمثل بنسبة الملكية باعتباره متغير غير معنوي واختارت هذه الطريقة المتغيرات الاخرى باعتبارها متغيرات لها تأثير معنوي على المتغير المعتمد المتمثل بالقيمة السوقية للسهم وبذلك يكون الانموذج التنبؤي بطريقة (**LASSO–MAVE**) هو :-

$$\widehat{Y}\text{i} = \widehat{g_7}(\ ٠.٢٦٧٤١\ x_{i1} + ٠.٢٦٩٠٤\ x_{i2} + ٠.٣٥٢٩٨\ x_{i4} + ٠.٠٥٣٣٩٨\ x_{i5} + ٠.٣٠٢٠١\ x_{i6} + ٠.٥٨٧٠٠\ x_{i7} + ٠.١٠٢٩٧\ x_{i8})$$

٢. عملت طريقة (**LASSO–MAVE** Adaptive) استبعاد ثلاث متغيرات وهي المتغير الثالث والمتمثل بنسبة الملكية والمتغبر السادس المتمثل بالقيمة الدفترية للسهم والمتغير الثامن المتمثل بمعدل السعر السنوي للسهم باعتبارها متغيرات غير معنوية واختارت المتغيرات المتبقية الاخرى باعتبارها متغيرات لها تاثير معنوي على القيمة السوقية للسهم وبذلك يكون الانموذج التنبؤي بطريقة (Adaptive **LASSO–MAVE**) هو :-

$$\widehat{Y}\text{i} = \widehat{g_5}(\ ٠.٢٩١٥٨\ x_{i1} + ٠.٤٥٨٩٧\ x_{i2} + ٠.٥٣٨٠٠\ x_{i4} + ٠.٣٢٢٥٤\ x_{i5} + +٠.٥٥٧٦٧\ x_{i7})$$

٣. اظهرت النتائج ان طريقة (**LASSO–MAVE**) هي الافضل في تقدير متجه المعلمات ودالة الربط (دالة القيمة السوقية) لقطاع المصارف في سوق العراق للاوراق المالية واختيار المتغيرات المعنوية لانموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي لكونها تعطي اقل قيمة لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) واقل قيمة لمتوسط الخطأ المطلق (MAE) مقارنة مع طريقة (Adaptive **LASSO–MAVE**) وهذا يعني ان طريقة (**LASSO–MAVE**) قادرة على تمثيل دالة القيمة السوقية لقطاع الصارف في سوق العراق للاوراق المالية . وان هذه النتائج بدورها تطابقت مع نتائج تجارب المحاكاة .

٨. الاستنتاجات والتوصيات :

٨.١ الاستنتاجات :

١. بينت النتائج من الجانب التجريبي والبيانات الحقيقية تفوق طريقة (**LASSO–MAVE**) في تقدير متجه المعلمات (الجزء المعلمي) ودالة الربط (الجزء اللامعلمي) واختيار المتغير المعنوي في آن واحد على طريقة (Adaptive **LASSO–MAVE**) لجميع نماذج المؤشر الواحد شبه المعلميه المستعملة فضلاً عن تقدير متجه المعلمات ودالة الربط المتمثلة بدالة القيمة السوقية للسهم في سوق العراق للاوراق المالية لقطاع المصارف .

٢. اظهرت طريقة (**LASSO–MAVE**) افضليتها وكفاءتها بشكل واضح في حالة وجود ارتبط عالٍ بين المتغيرات التوضيحية .

٣. يمكن الاستنتاج الى امكانية استعمال طريقة (**LASSO–MAVE**) لتقدير واختيار المتغير لاي انموذج مؤشر واحد شبه معلمي .

٤. نلاحظ من خلال الجدول رقم (٥) والشكل رقم (١) ان دالة القيمة السوقية للسهم اخذت شكل متذبذب وهذا يعني ان اي زيادة في مؤشرات المتغيرات التوضيحية المعنوية يؤدي الى زيادة في القيمة السوقية للسهم مما يشير الى وجود علاقة طردية بينهما بالاعتماد على المعادلة التنبؤية لانموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي التي تم الحصول عليها بواسطة استعمال طريقة (**LASSO–MAVE**) .

٨.٢ التوصيات :

في ضوء الجانب النظري وبناءً على ماتم التوصل الية من استنتاجات ادناه اهم التوصيات :-

١. اوصي باستعمال طريقة (**LASSO–MAVE**) في تقدير واختيار المتغيرات المعنوية لانموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي لكفاءتها العالية في تعاملها مع حالة وجود ارتباط عالٍ بين المتغيرات التوضيحية وفي ظل وجود تباينات اخطاء مختلفة .

٢. اوصي باستعمال صيغ اخرى من دوال اللب (kernel) فضلاً عن استعمال طرائق مختلفة في حساب المعلمة التهيدية وتوظيفها في طرائق التقدير شبه المعلميه الخاصة بتقدير نماذج المؤشر الواحد .

٣. اوصي باستعمال المعيار معدل متوسط الخطأ المطلق (AMAE) في تجارب المحاكاة واعتماده كأساس للمقارنة بين طرائق التقدير .

٤. اوصي باستعمال جميع المؤشرات المالية بأستثناء المؤشر (نسبة الملكية) لعدم تاثيره على القيمة السوقية للسهم والذي تم استبعاده من خلال طريقة التقدير(**LASSO–MAVE**) اذ ان ارتفاع قيم هذه المؤشرات يؤدي الى زيادة القيمة السوقية للسهم وانخفاضها يؤدي الى تناقص القيمة السوقية للسهم وعلى ضوء ذلك يمكن للمستثمر اتخاذ القرار الصحيح والمناسب في عملية بيع وشراء الاسهم .

المصادر:

1. حمود ، مناف يوسف ، (٢٠١٣) ، " حول الانموذج احادي المؤشر شبه المعلمي "، قبول للنشر في مجلة العلوم الاحصائية ، المعهد العربي للبحوث الاحصائية .

2. شهاب ، طارق عزيز صالح ، (٢٠١٦) ،" بعض الطرائق شبه المعلميه في تقدير واختيار المتغير لانموذج المؤشر الواحد " ، اطروحة دكتوراه فلسفة في الاحصاء ، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد .

3.Al – kenani ,A ., and Yu , K . (2013) , "Penalized single Index quantile regression " . International Journal of statistics and probability, vol.2 , No.3 , pp. 12-30 .

4.Akkus ,O . (2011) , " Xplore package for the popular parametric and semi-parametric single index models " .Journel of science ,vol.24 , No.4, pp. 753-762 .

5. Cassotti , M., and Grisoni , F.(2012) , " variable selection methods : an introduction " . Milano chewometrics and QSAR . research group ,department of environmental sciences , University of Milano-Bicocco. (Italy) .www.molecular descriptors .eu

6.Chand , S., and Kamal , S .(2011) , " variable selection by lasso – type method " . Pakistan Journal of statistics and operation research , pp. 451-464

7.Chen , S.X.(2002) , " local linear smoothers using asymmetric kernels " . Annals of the institute of statistical mathematics , vol.54 , No.2 , pp. 312-323

8. Hardle ,W., Hall , P., and Ichimura ,H.(1993) , " optimal smoothing in single index models " . the Annals of statistics , vol.21 , pp. 157-178 .

9. Huang , J., Ma , S., and Zhang , C.H. (2008) , " Adaptive lasso for sparse high- dimensional regression models " . statistica sinica 18 , pp . 1603- 1618 .

10.Kong , E ., Xia , Yi . (2007) , " variable selection for the single index model " . Biometrika 94 , pp. 217-229 .

11.Liu , X . (2011) , " penalized variable selection for semiparametric regression models " . submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree doctor of philosophy – nuniversity of Rochester , new york .

12.Naik , P.A., and Tsai, C.L. (2001) , " single index model selections " . Biometrika 88 , pp. 821-832 .

13. Peng , H., and Huang ,T.(2011) , " penalized least squares for single index models " . Journal of statistical planning and inference 141 , pp. 1362-1379 .

14.Su , L., and Zhang , Y . (2013) , " variable selection in non- parametric and semi-parametric regression model " . school of Economics , Singapore Management university .

15.Thomas , J.F. (2006)," Simulation study for single index model" . submitted to the Department of Mathematical sciences of Clemson university , in partial fulfilliment for The requirements for The degree of Master of science in Mathematical sciences .

16. Tibshirani , R . (1996) , " Regression shrinkage and selection via The lasso " . Journal of The Royal statistical society , series B , 58 , PP. 267-288 .

17.Wang , H., Li,R.Z., and Tsai . C.L. (2007) , "Tuning parameter selectors for the smoothly clipped absolute deviation method " . Guanghua school of management , peking university , Beijing , China , pp. 553-568 .

18. Wang , T., Xu .P.,and Zhu , L.(2013) ," Penalized Minimum Average Variance Estimation " . statistics sinica 23 ,pp.543-569.

19.Xia ,Y. , Hardle , W . , and Linton, O . (2009) , " optimal smoothing For a computationally and statistically Efficient single index Estimators ". Exploring Research Frontiers in contemporary Statistic and Econometrics , pp. 229 – 261.

20.Zou, H. (2006) , " The Adaptive lasso and Its Oracle properties"

Journal of the American statistical Association (JASA) 101,
PP .1418 - 1429.