مجلة لادارة و لاقتصاد / السنة – 42 العدد 2019/ 121
ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.121.17

استخدام أسلوب البوتستراب في تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي بطريقة الإمكان الأعظم - بحث تطبيقي

أ.د. حمزة إسماعيل شاهين*　　　　مصطفى نصيف جاسم**

المستخلص

يتناول هذا البحث اجراء تطبيق عملي على بيانات حقيقية تخص العملية الجراحية لورم الدماغ ولعينة حجمها (130) مريض لعام (2017) لتقدير أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي الاعتيادي وباستخدام أسلوب البوتستراب وفق طريقة تقدير الإمكان الأعظم إذ تمت المقارنة بين أنموذج الانحدار اللوجستي الاعتيادي وباستخدام أسلوب البوتستراب بالاعتماد على معايير المقارنة متوسط مربعات الخطأ Mean Square Error (MSE) و متوسط الخطأ المطلق Mean Absolute Error (MAE) وتم الحصول على النتائج باستخدام برنامج (Xplore) وتبين افضلية أسلوب البوتستراب في تقدير الأنموذج.

الكلمات المفتاحية : أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي ، أسلوب البوتستراب

The use of the bootstrap method in estimating the logistic regression model in the greatest possible way: Applied research

Abstract

This study deals with the practical application of real data on the operation of brain tumor and a sample size (130) patients (2017) to estimate the model of the logistic regression binary and using the method of bootstrap according to the method of estimating the greatest possible, as was compared between the standard logistic regression model and using the method of bootstrap based On the comparison criteria, Mean Square Error (MSE) and Mean Absolute Error (MAE) were obtained using the Xplore program.

Keywords: Binary Logistic Regression Model, Bootstrap Method.

1 . المقدمة ومشكلة وهدف البحث

يعد أسلوب البوتستراب (Bootstrap procedure) أحد التقانات الإحصائية المفيدة لما له أهمية كبيرة للحصول على تقديرات أكثر دقة حيث يعتمد عليه للاستدلال لأخذ العينات من خلال سحب عينات متكررة جزئية مع الارجاع مستمدة من العينة الاصلية للمجتمع بدلاً من استخدام بيانات المجتمع كله أي انه يعتمد على أسلوب المعاينة مع الارجاع، وهو أسلوب حسابي يستعمل لتحديد قياس الدقة لتقدير الاحصاءة ومن هنا تبرز اهمية استعماله من اجل الحصول على تقديرات أكثر دقة ومرونة، عند محاولة الباحثين استخدام تحليل الانحدار الخطي (البسيط او المتعدد) لتوفيق البيانات ذات المتغير التابع الوصفي فإن هذا يشكل تحدياً كبيراً بالنسبة للباحثين نتيجة لذلك جعل المختصين في ميدان النمذجة الإحصائية يبحثون عن بدائل للانحدار الخطي (البسيط او المتعدد) ومن اشهر هذه البدائل هي تقانة الانحدار اللوجستي (Logistic Regression Technique)، كذلك عند تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي فإن طريقة المربعات الصغرى (Least Square Method) تكون غير مناسبة والسبب في ذلك عدم تحقق الفروض الخاصة بها وفي هذه الحالة لابد من البحث عن طرائق تقدير مناسبة لتقدير أنموذج الانحدار اللوجستي ومن هذه الطرائق طريقة تقدير الإمكان الأعظم.

يهدف البحث الى استخدام طريقة تقدير الإمكان الأعظم في تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي الاعتيادي وباستخدام أسلوب البوتستراب واجراء المقارنة بينهما من خلال معايير المقارنة متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط الخطأ المطلق (MAE) بالاعتماد على بيانات تخص العملية الجراحية لورم الدماغ لعينة من المرضى بحجم (130) مريض.

* الجامعة المستنصرية / كلية الادارة والاقتصاد .
** باحث .
مستل من رسالة ماجستير
مقبول للنشر بتأريخ 2018/10/10

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.121.17

2. أنموذج الانحدار اللوجستي ثنائي الاستجابة:(6)، (4)، (3)،(1)

Logistic Regression Model (Binary Response)

إن أنموذج الانحدار اللوجستي يقوم على فرض أساسي حيث ينص هذا الفرض على إن المتغير الذي نهتم بدراسته وهو متغير الاستجابة (Response Variable) (y) يكون متغيراً منفصلاً وهذا المتغير يتوزع توزيع بيرنولي (Bernoulli) حيث يأخذ متغير الاستجابة القيمة (1) في حالة النجاح (Success) باحتمال مقداره (π) ويأخذ القيمة (0) في حالة الفشل (Failure) باحتمال مقداره ($1-\pi$) أي إن

π : هو احتمال حدوث الاستجابة عندما ($y=1$)

$1-\pi$: هو احتمال عدم حدوث الاستجابة عندما ($y=0$)

إن المتغيرات التوضيحية وكذلك متغير الاستجابة في الانحدار الخطي البسيط تأخذ قيماً مستمرة لذلك فأن الأنموذج الاتي هو الذي يربط بين هذه المتغيرات:

$$Y=\beta_0+\beta_1 x_i + \epsilon_i \quad , \; i=1,2,\ldots,p \quad \ldots\ldots\ldots(1)$$

إذ إن (y) هو المتغير المعتمد الذي يكون متغيراً مستمراً (Continuous Variable) وعلى فرض إن متوسط قيم المتغير (y) الفعلية او المشاهدة عند قيمة معينة من قيم المتغير التوضيحي (x) تمثل E(y) لذلك فأن الأنموذج يمكن كتابته كالاتي:

$$E(y\,|\,x) = \beta_0 + \beta_1 x_i \quad , \; i=1,2,\ldots,p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

من المعروف إن الطرف الأيمن لأنموذج الانحدار الخطي أعلاه يأخذ قيماً من سالب ما لانهاية ($-\infty$) الى موجب ما لانهاية (∞) فأن استخدام هذا الأنموذج مع البيانات الوصفية لا يكون ملائماً والسبب في ذلك لأن:

$$E(y\,|\,x) = p(y=1) = \pi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

لذلك فأن قيمة الطرف الأيمن تكون محصورة بين (1,0) وعليه فأن أنموذج الانحدار الخطي من خلال وجهة نظر الانحدار يكون غير قابل للتطبيق لأن القيم المتوقعة لمتغير الاستجابة $E(y\,|\,x)$ تتجاوز الرقمين (1,0) لذلك في هذه الحالة نستخدم الانحدار اللوجستي الذي يأخذ شكل حرف الـــ (S) ويتضح من الشكل أن العلاقة بين المتغيرين (y,x) غير خطية ولصعوبة استخدام النماذج اللاخطية لوصف وتحليل البيانات هذا ما دفع الباحثون الى تحويل أنموذج الانحدار اللوجستي الى الشكل الخطي هذا ما اقترحه الباحث (Berkson) عام 1944 [2] من خلال ادخال تحويلة رياضية تعرف بتحويل اللوجيت (Logit Transformation) على المتغير المعتمد (y)، من المعروف إن قيمة π محصورة بين (1,0) وبعد ذلك النسبة ($\pi/(1-\pi)$) وهي محصورة بين ($0 , \infty$) هذا يعني انها مقدار موجب حيث نقوم بأخذ اللوغاريتم الطبيعي (Normal Logarithm) للأساس (e) للنسبة ($\pi/(1-\pi)$) أي إن ($-\infty \le \log_e\left(\frac{\pi}{1-\pi}\right) \le \infty$) هذا يعني مجال قيمة تكون محصور بين ($-\infty, \infty$)، وعليه فأن أنموذج الانحدار اللوجستي البسيط ثنائي الاستجابة (Binary) الخطي في حالة متغير توضيحي واحد ويمكن كتابته كالاتي:

$$\log_e\left(\frac{\pi}{1-\pi}\right) = \beta_0 + \beta_1 x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

إن أنموذج الانحدار اللوجستي الخطي ثنائي الاستجابة (Binary) في حالة أكثر من متغير واحد من المتغيرات التوضيحية فيمكن كتابته كالاتي:

$$\log_e\left(\frac{\pi}{1-\pi}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots\ldots + \beta_k X_p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

إذ إن:

(p) عدد المتغيرات التوضيحية.

(k) عدد المعلمات.

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.121.17

X1 , X2 , ….. , Xp : تمثل المتغيرات التوضيحية.

β0 , β1 , …., βk : معلمات الأنموذج التي يجب تقديرها.

((π/(1-π)): تسمى نسبة الأفضلية او افضلية النجاح (odds of success) وكذلك يمكن إن تسمى افضلية الفشل (odds of failure).

$\log_e (\pi/(1-\pi))$: يسمى اللوجيت (Logit) او لوغاريتم نسبة الأفضلية (odds ratio log).

وبإختصـــار فإن أنموذج الانحدار اللوجســتي هو ببســاطه تحويلة لوغاريتمية للانحدار الخطي إلا أننا في الانحدار اللوجستي يكون هدفنا ليس تفسير التغير في قيم متغير الاستجابة وإنما تفسير احتمال حدوث وعدم حدوث الظاهرة محل الدراسة.

من مميزات أنموذج الانحدار اللوجستي إن الافتراضات الاتية لا يشترط توافرها:

1. توزيع المتغيرات إن يكون توزيعاً طبيعياً (Normal Distribution).
2. وجود علاقة خطية ما بين المتغير المعتمد والمتغيرات المفسرة.
3. تجانس التباين (Homoscedasticity) (تحقق خاصية ثبات التباين).

3. طريقة تقدير الإمكان الأعظم:[10،7]

Maximum Likelihood Estimation Method

من اجل تقدير معلمات أنموذج الانحدار اللوجســـتي يتم اللجوء الى طريقة تقدير الإمكان الأعظم وهي من الطرائق المعلمية الأكثر شـيوعاً في تقدير معلمات أنموذج الانحدار اللوجسـتي ($\hat{\beta}$) التي تعظم دالة الإمكان وتجعلها أعظم ما يمكن وطريقة الإمكان الأعظم هي طريقة تكرارية يتم فيها تكرار العمليات الحســابية أكثر من مرة (عدة مرات) وبذلك يتم الحصول على أفضل قيم لتقدير المعلمات.

وعندما (y) يتبع توزيع ثنائي الحدين فأن دالة الكثافة الاحتمالية لـ (y) هي:

$$P(y = y_i) = C_{yi}^{ni} \ \pi_i^{yi} \ (1-\pi_i)^{ni-yi} \quad \ldots\ldots\ldots(6)$$

إذ إن:

i=1,2,…,n

إن دالة الكثافة الاحتمالية لـ (y) لدالة الإمكان هي:

$$L(\beta,y) = \prod_{i=1}^{n} \ C_{yi}^{ni} \ \pi_i^{yi} \ (1-\pi_i)^{ni-yi} \quad \ldots\ldots\ldots(7)$$

وبتبسيط المعادلة (7) نحصل على:

$$L(\beta,y) = \prod_{i=1}^{n} \ C_{yi}^{ni} \ [\frac{\pi i}{1-\pi i}]^{yi} \ (1-\pi i)^{ni} \quad \ldots\ldots\ldots(8)$$

وبأخذ اللوغاريتم للمعادلة (8) نحصل على لوغاريتم دالة الإمكان وكالاتي:

$$LnL(\beta,y) = \sum_{i=1}^{n}[\ \ln C_{yi}^{ni} \ + y_i \ Ln(\frac{\pi i}{1-\pi i}) + n_i \ Ln(1-\pi_i)\ ] \ \ldots\ldots\ldots(9)$$

إذ إن (πi) هو احتمال النجاح وتكون صيغته على النحو الاتي:

$$\pi_i = \frac{e^{\beta 0+\sum \beta j X i}}{1+e^{\beta 0+\sum \beta j X i}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

مجلة لادارة و لاقتصاد / السنة – 42 العدد 2019 /121
ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.121.17

وعند تعويض المعادلة (10) في المعادلة (9) نحصل على الآتي:

$$LnL(\beta,y) = \sum_{i=1}^{n}\left[Ln\, C_{yi}^{ni} + y_i\,(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_p) + n_i\, Ln\left(\frac{1}{1+e^{\beta_0+\sum \beta j Xi}}\right)\right] \quad \dots\dots\dots(11)$$

إن تقديرات الإمكان الأعظم هي قيم المعلمات المقدرة ($\hat{\beta}$) التي تعظم دالة الإمكان ولإيجاد تقديرات الإمكان الأعظم نقوم باشـــتقاق المعادلة (11) للمعلمة المراد تقديرها وبعدها نقوم بمســـاواتها للصـــفر لنحصـــل على (k+1) من المعادلات حيث نستخدم طريقة نيوتن-رافسون (Newton-Raphson) لحلها.

4. أسلوب البوتستراب:(6)،(5) Bootstrap procedure

طور العالم (Efron) عام (1977) طريقة جديدة لإعادة المعاينة بالإرجاع ســميت بأســلوب البوتســتراب (Bootstrap procedure) وهي إعادة عينة تشتمل على (b) من العناصر المسحوبة بالإرجاع بشكل عشوائي من (n) من البيانات الاصــلية، وإن أســلوب البوتســتراب يزودنا بتقديرات للخطأ المعياري والتحيز عن طريق (b) من العينات المسحوبة المأخوذة بالإرجاع من العينة الإصلية.

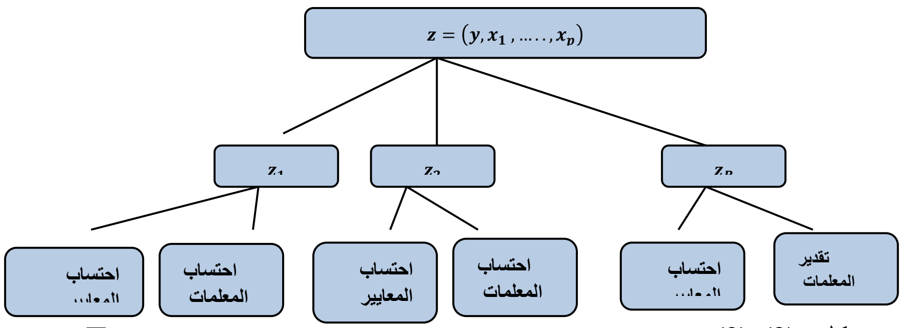
الخطوات المتبعة في استعمال أسلوب البوتستراب وهي على النحو الآتي:-

1- من العينة االأصـلية [$Z = (y, x_1, x_2, \dots, x_p)$] نسـحب عينة عشـوائية بالإرجاع وبحجم معين نرمز له (b) [$Z^* = (y^*, x_1^*, x_2^*, \dots, x_p^*)$] بدلاً من استخدام بيانات المجتمع كله كعينة بوتسترابية.

2- حساب تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي بطريقة الإمكان الأعظم للعينة المسحوبة وكذلك حساب معايير المقارنة للطريقة لنفس العينة.

3- نكرر الخطوات (1) و (2) لـــ (B) من المرات إذ إن (B≥1000) ومن ثم يتم حساب المتوسط العام للحصول على تقدير الأنموذج البوتسترابي للطريقة.

ويمكن توضيح الخطوات حسب المخطط الآتي:



5. اختبار مربع كاي:(2)،(9) Chi Square Test

يعد اختبار مربع كاي أحد الاختبارات المهمة المستعملة لمعرفة معنوية الأنموذج وذلك من خلال اختبار الفرضـيتين الآتيتين وعلى النحو الآتي:

فرضية العدم (H_0) :- لا يوجد تأثير للمتغيرات المستقلة على المتغير المعتمد (الأنموذج غير معنوي).

الفرضية البديلة (H_1) :- يوجد تأثير للمتغيرات المستقلة على المتغير المعتمد (الأنموذج معنوي).

كذلك يوضـح لنا هذا الاختبار كيف يصـف الأنموذج متغير الاسـتجابة، والذي يسـاوي مجموع مربعات الفروق بين القيم المشـاهدة والمتوقعة مقسـوماً على القيم المتوقعة، وتقدير معنوية الأنموذج يتضـمن تقارب القيم المتوقعة من القيم المشاهدة وعلى النحو الآتي:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad \dots\dots\dots\dots (12)$$

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.121.17

إذ ان (O_i) تعني القيم المشــاهدة و (E_i) تعني القيم المتوقعة، وتقارن قيمة إحصـــاءه الاختبار مع قيمة الجدولية لمربع كاي (χ^2) بدرجة حرية تساوي عدد المتغيرات التوضيحية ولمستوى معنوية (α).

6. اختبار (Wald):[2،9]

من الاختبارات المهمة التي تســـتعمل لبيان أهمية ومعنوية تأثير المتغير المســـتقل على المتغير المعتمد إذ يمكن اســـتخدام الاختبار للعديد من النماذج المختلفة بما فيها النماذج مع المتغيرات الثنائية او المتغيرات المســـتمرة. وفي حالة أنموذج (Logit) يتم اســـتخدام إحصــــاءه (Wald) لغرض احتســــاب معنوية المعلمات المقدرة لكل متغير توضيحي من اجل اختبار الفرضيتين الآتيتين:

H_0: إن تأثير معاملات الانحدار اللوجستي الثنائي المرتبط بالمتغير المستقل تساوي صفراً.

H_1: إن تأثير معاملات الانحدار اللوجستي الثنائي المرتبط بالمتغير المستقل لا تساوي صفراً.

إن صيغة إحصاءه (Wald) تكون على النحو الآتي:

$$\text{Wald} = \left(\frac{\hat{\beta}}{SE(\hat{\beta})}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

إذ إن:

$\hat{\beta}$: قيمة معامل الانحدار اللوجستي المقدر للمتغير التوضيحي (x).

$SE(\hat{\beta})$: قيمة الخطأ المعياري لمعامل الانحدار اللوجستي المقدر للمتغير التوضيحي (x).

إن اختبار (Wald) هو اختبار من طرفين ويجب إن تكون معنوية المعلمات المناظرة لقبول او رفض فرضـية العدم باستعمال الاحتمالات اقل من (0.05) لكي يتم رفض فرضية العدم (H_0) وقبول الفرضية البديلة (H_1).

7. تـقييـم القـوة التفسيـريـة للأنمـوذج:[2،9]

مــن المعلــوم ان معــامــل التحـديـد R^2 هو مقياس يـوضح نسبــة التغـيــر في المتغـيـر المعتمد (y) الـذي سببها التغيــر في المتغيــر المستقل (x) و في أنموذج الانحــدار اللوجستي فــإن هنــالك العــديــد مــن المقــاييس لحساب معامـل التحـديـد R^2 اقتـرحت لقيـاس حسن المطابقـة وتسمى احيانـاً شبـه معامـل التحـديـد ومنها:-

1 – مـؤشـر *Cox and Snell* :-

إن صيغة $R^2_{Cox\,\&\,snell}$ تكون على النحو الآتي:

$$R^2_{Cox\,\&\,snell} = 1 - \left[\frac{L_0}{L_1}\right]^{2/n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(14)$$

إذ إن:

L_1 : تمثل قيمة الامكان الاعظم لأنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي عنـدمـا يحتوي الأنموذج على كل المتغيرات

L_0 : تمثل قيمة الامكان الاعظم لأنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي عنـدمـا يحتوي الأنموذج على الحد الثابت فقط.

n: تمثل حجم المجتمع.

2 – مـؤشـر *Nagelkerke* :

ويعـد هـذا المـؤشـر مصححاً او معدلًا لـ ($R^2_{Cox\,\&\,Snell}$) وهـو يعـد مقياساً لحسن المطابقـة العـامـة وصيغتـه:

$$R^2_{Nagelkerke} = R^2_{Cox\,\&\,Snell}/R^2_z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(15)$$

إذ إن:

$$R^2_z = 1 - (L_0)^{2/n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(16)$$

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.121.17

إن مؤشر Nagelkerke يكون دائمـاً أكـبر مـن $R^2_{Cox\,\&\,Snell}$, لأنه في الحقيقـة مصحـح لـه وإن أعلى قيمـة لهما هي الـواحد.

وبشكل عـام فان قيمة R^2 في الانحـدار اللـوجستي تعـد مقيـاساً للنمـاذج الجيـدة، وتكـون قيمهـا اقـل من R^2 في النمـاذج الخطيـة المقـدرة بطـريقـة المـربعـات الصغـرى الاعتيـاديـة وذلك لأنهـا تعتمـد عـلى المـدى وتـوزيع المتغيـرات المستقلـة وايضاً لان المتغيـرات الثنـائية تمـيـل الى إن يكـون R^2 منخـفـضاً حتى في عـلاقـة الانحـدار المثـاليـة.

8. متوسط مربعات الخطأ:(2)،(9) Mean Square Error (MSE)

وهو من المعايير المهمة التي تســتخدم للمقارنة بين النماذج وطرائق التقدير ويكون الأنموذج او الطريقة المثلى الذي يعطي اقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ (MSE) وتختلف صيغته من طريقة الى أخرى وعلى النحو الاتي:

1- صيغة معيار متوسط مربع الخطأ (MSE) حسب الطريقة المعلمية تكون كالآتي

$$\text{MSE} = \frac{1}{n-K}\sum_{i=1}^{n}(\, y_i - \hat{y}_i\,)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(17)$$

2- صيغة معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) حسب الطريقة اللامعلمية تكون كالآتي

$$\text{MSE} = \frac{1}{n-P}\sum_{i=1}^{n}(\, y_i - \hat{m}_{NW}(x)\,)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(18)$$

إذ إن:

K : تمثل عدد معاملات الأنموذج.

n : تمثل حجم المجتمع.

P : تمثل عدد المتغيرات التوضيحية في الأنموذج.

$\hat{y}_i$: تمثل دالة الانحدار المعلمي التقديرية بطريقة الإمكان الاعظم.

$\hat{m}_{NW}(x)$: تمثل دالة الانحدار اللامعلمي التقديرية بطريقة مقدر النواة.

9. متوسط الخطأ المطلق:(2)،(9) Mean Absolute Error (MAE)

إن معيار متوســط الخطأ المطلق هو مشــابه لمعيار متوســط مربع الخطأ من حيث اختيار الأنموذج او الطريقة المثلى التي تعطي اقل قيمة لمتوســط الخطأ المطلق (MAE)، أما صــيغته الرياضــية تختلف من طريقة الى أخرى وعلى النحو الاتي:

1- صيغة متوسط الخطأ المطلق (MAE) حسب الطريقة المعلمية تكون كالآتي

$$\text{MAE} = \frac{1}{n-K}\sum_{i=1}^{n}|\, y_i - \hat{y}_i\,| \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(19)$$

2- صيغة متوسط الخطأ المطلق (MAE) حسب الطريقة اللامعلمية تكون كالآتي

$$\text{MAE} = \frac{1}{n-P}\sum_{i=1}^{n}|\, y_i - \hat{m}_{NW}(x)| \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(20)$$

11. الجانب التطبيقي:

1-11 وصف العينة والمتغيرات المستخدمة

تم الحصول على بيانات الدراسة من وزارة الصحة / مركز السرطان شعبة الإحصاء لعام (2017) حيث تم اختيار عينة حجمها (130) مريض تم اجراء عمليات جراحية لهم خاصـة بورم الدماغ وبشـكل عشـوائي من أصـل (376) عملية جراحية لعام (2017) وذلك من خلال الاستمارة الإحصائية للأورام السرطانية.

y_i: المتغير المعتمد ويمثل العملية الجراحية الخاصة بورم الدماغ ومصنف الى:

مجلة لادارة و لاقتصاد / السنة – 42 العدد 2019/ 121
ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.121.17

(1) نجاح العملية الجراحية، (0) فشل العملية الجراحية.

X_1: يمثل حجم الورم ومصنف الى:

(1) حجم الورم متقدم، (2) حجم الورم غير متقدم.

X_2: يمثل درجة الورم ومصنف الى:

(1) ورم من الدرجة الأولى، (2) ورم من الدرجة الثانية، (3) ورم من الدرجة الثالثة، (4) ورم من الدرجة الرابعة، (5) ورم متقدم الدرجة غير معروف الدرجة.

X_3: يمثل مدى انتشار الورم ومصنف الى:

1- (1) في الموقع الأصـــلي، (2) متمركز في موضـــعه، (3) امتداد محلي، (4) امتداد محلي للعقد اللمفاوية، (5) منتشر في موضعه، (6) انتشار بعيد، (7) غير قابل للانتشار، (8) انتشار كبير غير معروف المدى.

X_4: يمثل الجنس ومصنف الى: (1) ذكر، (2) انثى.

كما موضح في الجدول (1)

الجدول (1) يبين لنا الإحصاءات الوصفية كافة لبيانات البحث

المتغيرات	عدد الحالات	النسبة المئوية
العملية الجراحية (Y)	130	100 %
نجاح العملية (1)	95	73.1 %
فشل العملية (0)	35	26.9 %
حجم الورم (X_1)	130	100 %
متقدم (1)	46	35.4 %
غير متقدم (2)	84	64.6 %
درجة الورم (X_2)	130	100 %
من الدرجة الأولى (1)	25	19.2 %
من الدرجة الثانية (2)	43	33.1 %
من الدرجة الثالثة (3)	23	17.7 %
من الدرجة الرابعة (4)	8	6.2 %
متقدم الدرجة غير معروف (5)	31	23.8 %
مدى انتشار الورم (X_3)	130	100 %
في الموقع الأصلي (1)	12	9.2 %
متمركز في موضعه (2)	64	49.2 %
امتداد محلي (3)	33	25.4 %
امتداد محلي للعقد اللمفاوية (4)	3	2.3 %
منتشر في موضعه (5)	2	1.5 %
انتشار بعيد (6)	5	3.8 %
غير قابل للانتشار (7)	2	1.5 %
انتشار كبير غير معروف (8)	9	6.9 %
الجنس (X_4)	130	100 %
ذكر (1)	69	53.1 %
انثى (2)	61	46.9 %

2-11 اختبار مشكلة التعدد الخطي [8]، [3]

قبل البدء في تطبيق تحليل أنموذج الانحدار اللوجستي لابدّ من الكشف عن مشكلة التعدد الخطي للتأكد من وجودها او عدم وجودها وذلك من أجل ضمان ملائمة البيانات لافتراضات تحليل الانحدار اللوجستي وذلك من خلال معامل تضخم التباين (Variance Inflation Factor) إذ إن صيغته تكون على النحو الآتي:

$$VIF = \frac{1}{Tolerance} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(22)$$

إذا أتضح إن قيمة معامل تضخم التباين أكبر من عشرة (VIF>10) فهذا يدل على وجود هذه المشكلة وهذا يعني إن المتغيرات المستقلة تكون مرتبطة مع بعضها البعض ارتباطاً عالياً والعكس بالعكس وكما موضح في الجدول.

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.121.17

الجدول (2) حساب معامل تضخم التباين (VIF)

المتغيرات المستقلة	Tolerance	VIF
X_1	0.791	1.264
X_2	0.814	1.229
X_3	0.709	1.411
X_4	0.987	1.013

نلاحظ من نتائج الجدول (2) إن قيم اختبار معامل تضخم التباين (VIF) لجميع المتغيرات المستقلة تقل عن الـ (10) ويعد هذا مؤشراً على عدم وجود ارتباط عالي بين المتغيرات المستقلة.

3-11 اختبار معنوية الأنموذج

لمعرفة تأثير المتغيرات المستقلة في المتغير المعتمد يتم ذلك من خلال حساب معاملات الانحدار (β) ولمعرفة ذلك نفرض الفرضيتين الآتيتين وعلى النحو الاتي:

فرضية العدم (H_0) :- لا يوجد تأثير للمتغيرات المستقلة في المتغير المعتمد (الأنموذج غير مناسب)

الفرضية البديلة (H_1) :- يوجد تأثير للمتغيرات المستقلة في المتغير المعتمد (الأنموذج مناسب)

ولاختبار معنوية الأنموذج أي لاختبار الفرضيتين أعلاه نستخدم اختبار مربع كاي (Chi-Square)، كما موضح في الجدول (3) وعلى النحو الاتي:-

جدول (3) نتائج اختبار (Chi-Square) لمعنوية الأنموذج

Model	Chi-Square	df	Sig.
	104.626	4	.000

ومن خلال نتائج الجدول (3) تتضح معنوية الاختبار وذلك من خلال القيمة الاحتمالية عند درجة حرية (4) ومستوى معنوية (0.05) والتي تساوي (P-Value=0.000) وبما إن قيمتها أقل من مستوى المعنوية لذا نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة أي إن الأنموذج بالكامل معنوي ويمثل البيانات تمثيلاً جيداً.

4-11 اختبار ملائمة الأنموذج لبيانات الدراسة

ولمعرفة مدى ملائمة أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي لبيانات الدراسة من خلال الجدول الآتي:-

جدول (4) ملائمة الأنموذج

Step	-2 Log likelihood	Cox & Snell R Square	Nagelkerke R Square
1	46.822	0.553	0.803

ومن خلال نتائج الجدول (4) يتضح لنا الآتي:

1- ($R^2_{cox\ \&\ Snell}$) التي تساوي (0.553) وهذا يعني إن (55.3%) من التغيرات الحاصلة بين نجاح العملية او فشلها يمكن تفسيرها من خلال أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي.

2- ($R^2_{Nagelkerke}$) التي تساوي (0.803) وهذا يعني إن (80.3%) من التغيرات الحاصلة بين نجاح العملية او فشلها يمكن تفسيرها من خلال أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي.

5-11 تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي بالطريقة الاعتيادية حسب طريقة تقدير الإمكان الأعظم

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.121.17

لبيان تأثير المتغيرات المستقلة في المتغير المعتمد يتم ذلك من خلال حساب معاملات الانحدار ($\hat{\beta}$) حيث تم تقدير معلمات انموذج الانحدار اللوجستي الثنائي حسب طريقة الإمكان الأعظم وكما موضح في الجدول (5) إذ تم الحصول على المعلمات المقدرة في التكرار السادس وعلى النحو الاتي:-

جدول (5) نتائج أنموذج الانحدار اللوجستي حسب طريقة تقدير الإمكان الاعظم

المتغيرات التوضيحية	معاملات الانحدار اللوجستي $\hat{\beta}$	الأخطاء المعيارية S.E	احصاءة Wald	درجات الحرية df	القيمة الاحتمالية Sig.	نسبة الافضلية Exp($\hat{\beta}$)
حجم الورم X_1	2.057	0.881	5.445	1	0.020	7.825
درجة الورم X_2	-1.441	0.326	18.77	1	0.000	0.244
مدى الانتشار X_3	-1.455	0.395	13.601	1	0.000	0.233
الجنس X_4	-1.93	0.925	4.357	1	0.037	0.145
الحد الثابت	9.73	2.9	11.258	1	0.001	16814.49

من خلا نتائج الجدول (5) يمكن كتابة معادلة أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي وعلى النحو الاتي

$$log_e(\frac{\pi}{1-\pi}) = 9.73 + 2.057X_1 - 1.441X_2 - 1.455X_3 - 1.93X_4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(23)$$

كذلك إن القيم الإحصائية الخاصة بأنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي حسب طريقة الإمكان الأعظم تم توضيحها في الجدول (6) إذ تم حساب متوسط مربعات الخطأ (MSE) و متوسط الخطأ المطلق (MAE) وعلى النحو الآتي:-

جدول (6) المعايير الإحصائية الخاصة بأنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي
حسب طريقة الإمكان الأعظم (MLE)

MAE	MSE
2.5815	8.0766

6-11 تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي حسب طريقة تقدير الإمكان الأعظم باستخدام أسلوب البوتستراب

من اجل الحصول على نتائج تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي باستخدام أسلوب البوتستراب تم سحب عينة عشوائية جزئية من العينة الاصلية وبحجم (50) مشاهدة وبالإرجاع للمتغير المعتمد والمتغيرات المستقلة وتقدير أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي بطريقة تقدير الإمكان الأعظم وتكرار سحب العينات البوتسترابية (1000) مرة وحساب المتوسط العام للتقدير.

لبيان تأثير المتغيرات المستقلة على المتغير المعتمد لانموذج الانحدار اللوجستي يتم ذلك من خلال حساب معاملات الانحدار ($\hat{\beta}$) البوتسترابية حيث تم تقدير معلمات أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي حسب طريقة الإمكان الأعظم باستخدام أسلوب البوتستراب وكما موضح في الجدول (7) حيث تم الحصول على المعلمات المقدرة البوتسترابية في التكرار الثالث وعلى النحو الآتي:-

جدول (7) نتائج أنموذج الانحدار اللوجستي حسب طريقة الإمكان الأعظم باستخدام أسلوب البوتستراب (Bootstrap procedure)

المتغيرات التوضيحية	معاملات الانحدار اللوجستي $\hat{\beta}$	الأخطاء المعيارية S.E	إحصاءة Wald	درجات الحرية df	القيمة الاحتمالية Sig.	نسبة الافضلية Exp ($\hat{\beta}$)
حجم الورم X_1	4.890	0.238	422.14	1	0.001	0.008
درجة الورم X_2	-0. 047	0. 058	0.656	1	0.003	0.954
مدى الانتشار X_3	-0. 142	0. 043	10.905	1	0.000	0.868
الجنس X_4	-8.150	0. 018	205004.19	1	0.020	0.0002

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.121.17

الحد الثابت	1.380	0. 557	6.136	1	0.0015	3.975

من خلا نتائج الجدول (7) يمكن كتابة معادلة أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي باستخدام أسلوب البوتستراب وعلى النحو الاتي

$$\log_e\left(\frac{\pi}{1-\pi}\right) = 1.380 - 4.890X_1 - 0.047X_2 - 0.142X_3 - 8.15X_4 \quad \ldots\ldots.(24)$$

كذلك إن القيم الإحصائية الخاصة بأنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي حسب طريقة الإمكان الأعظم وباستخدام أسلوب البوتستراب (Bootstrap procedure) تم توضيحها في الجدول (8) إذ تم حساب لكل عينة بوتسترابية متوسط مربعات الخطأ (MSE) و متوسط الخطأ المطلق (MAE) وعلى النحو الآتي:-

جدول (8) المعايير الإحصائية الخاصة بأنموذج الانحدار اللوجستي
حسب طريقة الإمكان الأعظم (MLE) باستخدام أسلوب البوتستراب

MAE	MSE
1.4542	2.3899

7-11 المقارنة بين تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي الاعتيادي وباستخدام أسلوب البوتستراب

الجدول (9) يبين لنا نتائج المقارنة لطريقة تقدير الإمكان الأعظم في تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي الاعتيادي وباستخدام اسلوب البوتستراب حسب المعايير الاحصائية للمقارنة (MAE ، MSE) لاختيار الافضل ، وبملاحظة نتائج الجدول (9) تبين لنا إن أفضل أسلوب في تقدير انموذج الانحدار اللوجستي ثنائي الاستجابة هو أسلوب البوتستراب لحصوله على اقل قيم لجميع المعايير الإحصائية للمقارنة (MAE ، MSE)

جدول (9) المعايير الاحصائية للمقارنة بين الطريقتين في تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي الاعتيادي والبوتسترابي

معايير المقارنة	باستخدام أسلوب البوتستراب	الطريقة الاعتيادية
	(MLE)	(MLE)
MSE	2.3899	8.0766
MAE	1.4542	2.5815

12- الاستنتاجات والتوصيات

1-12 الاستنتاجات Conclusions

في ضوء تحليل النتائج والتطبيق العملي تم التوصل الى الاستنتاجات الآتية:-

1- بينت نتائج أنموذج الانحدار اللوجستي إن المتغيرات التوضيحية (حجم الورم، درجة الورم ومدى انتشار الورم) لهم تأثير معنوي على متغير الاستجابة (نجاح او فشل العملية الجراحية لورم الدماغ) إلا إن متغير الجنس ليس له تأثير معنوي على متغير الاستجابة.

2- تبين إن اعتماد أسلوب البوتستراب في تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي ثنائي الاستجابة له اثر واضح من خلال معايير المفاضلة (MAE ، MSE) لمقدر الإمكان الأعظم.

4- *على ضوء نتائج معايير المقارنة نستنتج إن استخدام أسلوب البوتستراب بطريقة الإمكان الاعظم في تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي هي أفضل من الطريقة الاعتيادية في التقدير.*

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.121.17

2-12 التوصيات *The Recommendations*

1-بالنظر لتفوق أسلوب البوتستراب في تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي نوصي بدراسة هذا الاسلوب لتقدير أنموذج الانحدار اللوجستي متعدد الاستجابة في الدراسات القادمة.

2- مقارنة أنموذج الانحدار اللوجستي باستخدام أسلوب البوتستراب مع أساليب إحصائية أخرى مثل تحليل النماذج اللوغاريتمية الخطية او تحليل الدوال التمييزية.

3- أجراء دراسة مستقبلية تتناول طرائق تقدير أخرى كطريقة العزوم وطريقة تحليل الموجه الصغير Wavelet وطريقة انحدار الشرائح (Spline Regression method).

4- من الضروري تشخيص المرض عن طريق مراجعة المختصين لمرض ورم الدماغ واجراء العملية الجراحية اللازمة في وقت مبكر، كذلك زيادة الوعي الصحي للأمراض المتعلقة بالأورام ومنها مرض ورم الدماغ عن طريق المراجعة المنتظمة للطبيب واجراء التحاليل اللازمة.

المصادر

1- الجاعوني، فريد وغانم، عدنان، (2011)، "استخدام تقنية الانحدار اللوجستي ثنائي الاستجابة في دراسة أهم المحددات الاقتصادية والاجتماعية لكفاية دخل الاسرة دراسة تطبيقية على عينة عشوائية من الاسر في محافظة دمشق "، بحث منشور مجلة جامعة دمشق للعلوم الاقتصادية والقانونية، المجلد (27)، العدد (1).

2- النصراوي، نور عباس عمران، (2017)" استخدام اسلوب البوتستراب في تحليل النماذج المعلمية وشبه المعلمية والمقارنة بينهما" رسالة ماجستير مقدمة الى قسم الإحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة كربلاء.

3- جبارة، أزهار كاظم، (2014)"تحليل البيانات متعددة الاستجابة لتشخيص أمراض العيون باستخدام الدالة التمييزية والانحدار اللوجستي (دراسة مقارنة"، رسالة ماجستير مقدمة إلى قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية.

4- عبدالرضا،علي يحيى، (2015)"استعمال أنموذج الانحدار اللوجستي لدراسة ظاهرة البطالة عند الشباب في محافظة بغداد ،" بحث دبلوم عالي إلى قسم الاحصاء ، كلية الإدارة والاقتصاد جامعة بغداد.

5 - Adjei, I. A., & Karim, R. (2016). An Application of Bootstrapping in Logistic Regression Model. Open Access Library Journal, 3(09),1.

6- Fitrianto, A., & Cing, N. M. (2014). Empirical Distributions of Parameter Estimates in Binary Logistic Regression Using Bootstrap. International Journal of Mathematical Analysis, 8, 721-726.

7- Czepiel, S. A. (2002). Maximum likelihood estimation of logistic regression models: theory and implementation. Available at czep. net/stat/mlelr. Pdf.

8- Gujarati, Damodar N. (1988). "Basic Econometrics", McGraw-Hill Book Company, New York.

9- Jassim, Husssain N., And,Low, Heng Chin , And ,AL-Karkhi , Abbas F.MK (2007) "An Overview Of Evaluation Criteria In Logistic Regression Model ", International Conference on Mathematical Sciences, University Teknologi , Malaysia.

10- Liang, H., & Du, P. (2012). Maximum likelihood estimation in logistic regression models with a diverging number of covariates. Electronic Journal of Statistics, 6, 1838-1846

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.121.17