Warith Scientific Journal

تقدير بيز الحصين الضبابي لدالة المخاطرة لتوزيع كوشي المبتور مع تطبيق عملي

Estimation fuzzy Bayes estimation of the risk function of a truncated Cauchy distribution with practical application

زينب محمد رضا
جامعة كربلاء- كلية الإدارة والاقتصاد
Zainab Mohammed Rida
Statistics, College of Administratio and Economics, Iraq
zainab.reda@s.uokerbala.edu.iq

أ.د. مهدي وهاب نعمة نصر اللة
جامعة كربلاء- كلية الإدارة والاقتصاد
Prof.Dr Mahdi Wahab Neama
Statistics, College of Administratio and Economics, Iraq
mehdi.wahab@uokerbala.edu.iq

المستخلص:

في هذا البحث تم التركيز على الطرائق البيزية الضبابية الحصينة لإيجاد المقدرات الخاصة بدالة المخاطرة وبعض مؤشراتها لتوزيع كوشي المبتور ذو المعلمتان , وتم استعمال كل من طريقة مقدر بيـز القياسي غيـر المعلوماتي و طريقة مقدر بيـز القياسي المعلوماتي ،اذ تم اشتقاق طرائق التقدير هذه بغية التوصل الى صيغ مقدراتها باستعمال دالة خسارة تربيعية (Squared Error Loss Function) متماثلة, تم توظيف أسلوب المحاكات باستعمال طريقة (مونت – كارلو) لتوليد البيانات العشوائية لعينة مكونة من ست احجام مختلفة (15-25-35-50-75-100) تتبع توزيع كوشي المبتور ذو المعلمتان ، وبالاعتماد على نتائج المحاكات وباستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) كمعيار احصائي للمفاضلة ظهرت افضلية مقدر بيز القياسي المعلوماتي الضبابي الحصين في ظل دالة خسارة تربيعية بالنسبة لحجوم العينات المتوسطة والكبيرة لتقدير دالة المخاطرة على طرائق التقدير الأخرى .

اجرية الدراسة على عينة حقيقية بحجم (100) مشاهدة تمثل أوقات فشل جهاز تخطيط القلب بالأشهر افضت الدراسة الى ملائمة نتائج الجانب التجريبي مع ماتوصل ليه من الجانب التطبيقي و ان طريقة التقدير المستعملة في الجانب التطبيقي تعطي مقدرات ملائمة ودقيقة لبيانات الدراسة وتتفق ما تم التوصل اليه في الجانب التجريبي .

الكلمات المفتاحية: توزيع كوشي المبتور ، بيز الحصين، بيانات ضبابية ، دالة المخاطرة ,جهاز تخطيط القلب.

Abstract :

In this research, the focus was on the robust fuzzy Bayesian methods to find the estimators of the risk function and some of its indicators for the two-parameter truncated Cauchy distribution. Its estimates using a similar Squared Error Loss Function, the simulation method was employed using the (Monte-Carlo) method to generate random data for a sample of six different sizes (15-25-35-50-75-100) following the truncated Cauchy distribution With two parameters, and depending on the simulation results and using the statistical mean square error (MSE) criterion as a statistical criterion for comparison, the preference of the impartial fuzzy informational standard Bayes estimator appeared under the quadratic loss function for medium and large sample sizes to estimate the risk function over other estimation methods. The study was conducted on a real sample of (100) observations representing ECG failure times in months. The study concluded that the estimation methods used in the applied side give appropriate and accurate estimates for the study data and agree with what was reached in the experimental side.

Key words: Cauchy truncated distribution, Robust Bays, fuzzy data, risk function, Electrocardiogram
.

1- المقدمة (Introduction):

اهتـم العديد من العلمـاء والباحثيـن بشكـل واسـع وكبيـر بدراسـة المجموعـات الضبابيــة والتي لهـا دور كبير في التعامـل مع الكثير من الظواهـر التي تمتلك بياناتها صفـة الضبابيــة, وان غالباً ما يتعرض اليـة الانسان الى مشاكـل معقدة تتطلب منه اتخاذ القرار المناسب باعتماد الافتراضات وقد تكـون في طبيعتها غامضة (ضبابية) حيث عالــج الإحصاء التقليـدي الظواهـر الحياتيـة والمتغيرات التي تعتمد على العشوائيـة كأسلوب في التحليل والنتائج ,والقرار عليها, هذه الظواهر تكـون ذات قياسات جازمة محددة ومعلـومـة والاخطاء الناجمـة عنها تكـون متغيرات عشوائيـة يمكن السيطـرة عليها مـن خـلال دراسـة سلوكـها .ان صنع القرار في البيئة الضبابية يواجه صعوبات كثيرة بسبب عدم دقة البيانات او تغيرها باستمرار ,لابد من استخدام طرائق جديدة تعتمد على نظرية المجموعات الضبابية التي تستخدم لمعالجة مثل هذا النوع من البيانات, ومن اجل التغلب على هذه المشكلة يتم اللجوء الى الطرائق الحصينة اذا كانت البيانات لا تعاني من وجود قيم شاذة فأن الأسلوب المناسب سيكون استخدام طرائق التقدير الحصينة, واذا رافق وجود القيم الشاذة وجود عدم تأكد مصدره الضبابية فأن الأسلوب

المناسب للتقدير هو استخدام الطرائق البيزية الحصينة الضبابية لدالة المخاطرة ومثال على ذاك. في عام **(1997)** **عرض (Chen)** طريقة حديثة لتحليل دالة المعولية الضبابية باستعمال نظرية المجموعات المضببة vague set (theory) اذ مثل دالة المعولية الضبابية كل مركبة من مركبات النظام هي متمثلة بالمجموعات الغامضة (الضبابية) وعرضها بالفترة [0,1].**(Chen,1997)** وفي عام **(2003)** **اقترح (Wu)** مفهوم المقدرات الغامضة (الضبابية) للمعلمات الضبابية بالاعتماد على المتغيرات العشوائية الضبابية باستعمال خاصية (Resolution Identity) لبناء مقدر ضبابي من المقدرات الاعتيادية بالاستناد على عائلة من الفترات المغلقة, واثبت ان المقدر الضبابي هو متغير عشوائي ضبابي من اجل توفير مفهوم التوقع الضبابي والتباين للمقدر الضبابي **(Wu,2003)** .وفي عام **(2011)** **قارن (Krishna & Kumar)** التقدير البيزي والكلاسيكي لتقدير معلمة ودالة المعولية, باستعمال بيانات مراقبة من النوع الثاني لتوزيع (Lindley) بمعلمة واحدة اذ تم افتراض ان المعلومات الأولية للمعلمات تخضع لتوزيع (Gamma), ومن ثم تم اشتقاق مقدرات بيز لمعلمات ودالة المعولية لتوزيع (Lindley) بالاستناد على دالتي خسارة اذ تم استعمال تقريب ليندلي للحصول على تلك القيم, وتم تقدير طريقة الإمكان الأعظم (MLE) كطريقة كلاسيكية تمتاز بالثبات وبعد الاشتقاق للصيغ الرياضية لتلك المقدرات, حيث تم استعمال اسلوب محاكاة لأجراء المقارنة بين افضلية الطرائق المستعملة في عملية التقدير بالاستناد على معيار متوسط مربعات الخطأ " MSE" حيث توصل الباحثان الى ان طرائق التقدير المستخدمة تعطي مقدرات جيدة وغير متحيزة اذ تم تطبيقها على بيانات حقيقية خاضعة للرقابة تمثل أوقات الانتظار في احد المصارف لذلك تم تحليلها لغرض التوضيح**(Krishna & Kumar,2011)**. وفي عام **(2013)** **قام الباحث (Ali & Kazmi)** التقدير البيزي لدالة المعولية لتوزيع (Lindley) بمعلمتين ,حيث تم استخدم دوال خسارة متماثلة وأخرى غير متماثلة اذا تم الحصول على مقدرات بيز (Bayes Estimators) للمعلمات ودوال المعولية والمخاطرة والفترات الاحتمالية لها, ولنتيجة العمليات الحسابية المعقدة حيث استعمل التقريب الذي اقترحه الباحث ليندلي, لتسهيل حل المعادلات الغير خطية والمعقدة كما استخدم محاكاة (مونت -كارلو) للمقارنة بين افضلية المقدرات, وبالاستناد على معيار متوسط مربعات الخطأ " MSE " ,حيث أوصى الباحث باستخدام بيانات خاضعه للرقابة لتطوير الدراسة **(Ali & Kazmi,2013)**

2-المنهجية :

2-1مشكلة البحث:

ان تقدير دالة المخاطرة يعتمد على دقة البيانات المستعملة في تقدير معالم التوزيع الاحتمالي وان اغلب البيانات تعاني من الغموض فهي اكتسبت بذلك صفة الضبابية لذلك يجب علية الانتقال من التقديرات الكلاسيكية الى التقديرات الضبابية لتقدير بيز الحصين لأنتاج مقدر قادر على تمثيل الظاهرة المدروسة حيث كانت معظم البيانات في الواقع لا يمكن الحصول عليها بصورة دقيقة او قد تحتوي على بعض القيم الشاذة فيها ومنها (بيانات جهاز تخطيط القلب).

2-2 هدف البحث:

يهدف البحث الى تقدير بيز الحصين الضبابي لدالة المخاطرة لتوزيع كوشي المبتور (Truncated Cauchy Distribution) بمعلمتين وذلك باستعمال طرائق للتقدير وهي طريقة مقدر بيز القياسي غير المعلوماتي (Non-Informative Standard Bayesian Estimator) وطريقة مقدر بيز القياسي المعلوماتي (Informative Standard Bayesian Estimator) باستعمال دالة خسارة تربيعية (Squared Error Loss function) وتم المقارنة بين طرائق التقدير المستعملة واختيار افضل طريقة لتقدير معلمات ودالة المخاطرة للتوزيع الاحتمالي باستعمال محاكاة مونت كارلو وباعتماد المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) بأسلوب الرتب.

3-الجانب النظري:

3-1 توزيع كوشي المبتور (Truncated Cauchy Distribution) :

يعد توزيع كوشي المبتور من التوزيعات الأكثر مرونة في تمثيل البيانات حيث يتم في هذه الرسالة تقدير دالة المخاطرة لتوزيع كوشي المبتور فقد تم بتر توزيع كوشي من الصفر الى ما لانهاية لغرض اعتماده في تقدير المعلمات التوزيع وتقدير دالة المخاطرة فان دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي المبتور للفترة $[0, \infty]$ تكون بالصيغة الاتية.

$$f(t_i, \theta, \delta) = \frac{\theta}{\left[arctan\,(\theta\delta) + \frac{\pi}{2}\right][1 + \theta^2(t-\delta)^2]} \qquad 0 < t < \infty \quad ...(1)$$

حيث ان :

θ :معلمة قياس للتوزيع .

δ :معلمة الموقع للتوزيع .

وان دالة التوزيع الاحتمالي التراكمي لتوزيع كوشي المبتور يكون بالصيغة الاتية .

$$F(t_i, \theta, \delta) = \frac{[arctan\,(\theta(t-\delta)) + arctan(\theta\delta)]}{\theta\left[arctan\,(\theta\delta) + \frac{\pi}{2}\right]} \qquad ...(2)$$

3-2 دالة المخاطرة لتوزيع كوشي المبتور (The risk function of the truncated Cauchy distribution):

ان دالة المخاطرة لتوزيع كوشي المبتور (Truncated Cauchy Distribution) تكون بالصيغة الاتية .

(Staneski,1990,17)

$$H(t)=\frac{\frac{\theta}{\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right][1+\theta^2(t-\delta)^2]}}{1-\frac{[arctan\,(\theta(t-\delta))+arctan(\theta\delta)]}{\theta\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]}} \qquad \ldots(3)$$

$$=\frac{\theta}{\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right][1+\theta^2(t-\delta)^2]}\frac{1}{\frac{\left[\theta\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]-[\,arctan\,(\theta(t-\delta)+arctan\,(\theta\delta)]\right]}{\theta\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]}}$$

$$=\frac{\theta}{\left[\arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right][1+\theta^2(t-\delta)^2]}\frac{\theta\left[\arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]}{\left[\theta\left[\arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]-[\,\arctan\,(\theta(t-\delta)+\arctan\,(\theta\delta)]\right]}$$

$$=\frac{\theta^2}{[1+\theta^2(t-\delta)^2]\left[\theta\left[\arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]-[\,\arctan\,(\theta(t-\delta)+\arctan\,(\theta\delta)]\right]} \qquad \ldots(4)$$

3-3 الضبابية (Fuzzy) :

حظت نظرية المجموعة الضبابية في مجموعة واسعة من المجالات العلمية, حيث تعد هذه النظرية جذابة لأنها تستند الى فكرة بديهية للغاية على الرغم من انها دقيقة الى حد ما قادرة على توليد العديد من النتائج الجذابة من الناحية الفكرية .

وتعرف المجموعة الضبابية على أنها تمتلك عناصرها نسبة انتماء والتي تكون اعداد حقيقية ضمن الفترة [0,1] ويعبر عن درجة العضوية بدالة الانتماء $\mu_{\tilde{A}}(x)$ التي تمثل درجة انتماء العنصر من المتغير x الى المجموعة الضبابيـــــة $\tilde{A}$ وتكتب بالشكل الاتي .

$\mu_{\tilde{A}}(x): x\ \in\ [0,1]$

$A=\{(x_i\,,\mu_{\tilde{A}}(x_i))\,,x_i\in X\,,i=1,2,3,\ldots\ldots n\,,0\le\mu_{\tilde{A}}\le 1\}\ \ldots\ldots(5)$

فاذا كان العنصر لا ينتمي للمجموعة الضبابية $(x\notin\tilde{A})$, فان درجة انتمائه تساوي صفر $\mu_{\tilde{A}}(x)=0$, اما اذا وجد عنصر ينتمي كليا الى المجموعة الضبابية $(x\in\tilde{A})$ فان درجة انتمائه تساوي واحد $\mu_{\tilde{A}}(x)=1$, واذا كان العنصر x ينتمي بدرجة 0.9 الى المجموعة الضبابية $\tilde{A}$ فان درجة انتمائه تساوي $\mu_{\tilde{A}}(x)=0.9$.

(Kacprzyk,2000,4)

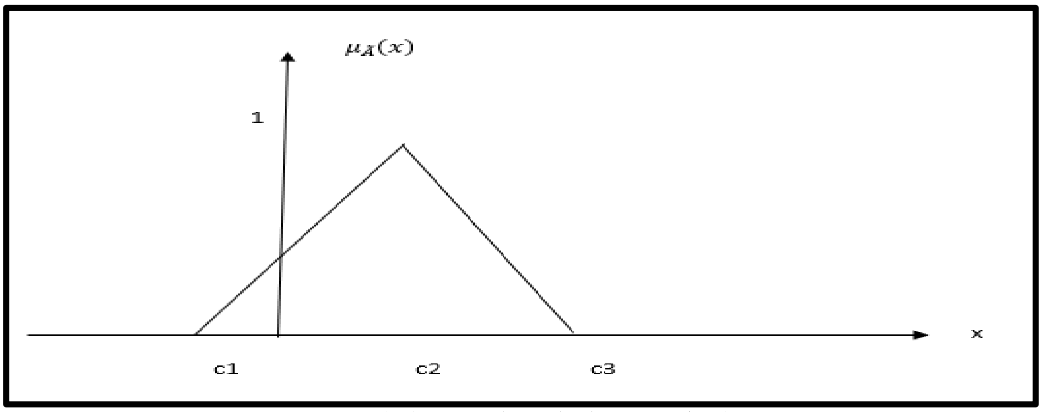
وان الرقم الضبابي المثلثي

يتم تمثيله بثلاث ارقام (c_1,c_2,c_3) اذ أن $c_1<c_2<c_3$ ولسهولة استخدامــه, يعد هذا الرقم الأكثر شيوعاً ويكون مميز بدالة انتماء مثلثية يمكن صياغتها كالاتي .

(Lee,2004,137)

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-c_1}{c_2-c_1} & c_1\le x\le c_2\\[2ex] \dfrac{c_3-x}{c_3-c_2} & c_2\le x\le c_3\\[2ex] 0 & otherwise\end{cases}$$

....(6)



الشكل (1) يمثل الرقم الضبابي المثلثي

4- طريقة بيز الحصينة (Robust Bayesian method) :
يستعمل الإنموذج البيزي التقليدي مجموعة بيانات العينةt_i المتمثلة بدالة الإمكان للمشاهدات الحالية إذ يكون لدينا التوزيع الأصلي لمفردات العينة الحالية والذي يمثل دالة الكثافة الاحتمالية للبيانات $f\left(t_i/\underline{\theta}\right)$ بمتجه المعلمات $\underline{\theta}$ والتوزيع السابق " Prior Distribution " $\pi(\underline{\theta}/\underline{\vartheta})$ بمتجه المعلمات الزائدية " Hyper parameters " $(\underline{\vartheta})$, بعبارة أخرى: (Ali,2022)

$$\{t_i/\ \underline{\theta} \sim _{IId}\ f(t_i/\underline{\theta})\ ,\underline{\theta} \sim \pi(\underline{\theta}/\underline{\vartheta})\ \}, \qquad i = 1,2, \ldots\ldots, n \qquad \ldots (7)$$

لايجاد التوزيع المشترك اللاحق **(Joint posterior distribution)** لـ $f\left(\underline{\theta}/t_i\right)$ عند متجه المعلمات الزائدية ($\underline{\vartheta}$) كالآتي:

$$h\left(\underline{\theta}/t_i/\underline{\vartheta}\right) = \frac{\pi(\underline{\theta}/\underline{\vartheta}) \prod_{i=1}^{n} f(t_i/\underline{\theta})}{\int_{\forall\theta} \pi(\underline{\theta}/\underline{\vartheta}) \prod_{i=1}^{n} f(t_i/\underline{\theta}) d\theta} \qquad \ldots (8)$$

نلحظ في المعادلة (8) ان للمعلمة (المعلمات) المقدرة من مشاهدات العينة ككل هنالك توزيعاً أولي واحداً وهو $\pi\left(\underline{\theta}/\underline{\vartheta}\right)$ بالمعلمة (المعلمات) الزائدية $(\underline{\vartheta})$ بحيث ان كل مفردات بيانات العينة الحالية سيكون لها توزيع اولي مشترك بحيث ان للمفردات ذات النسق الواحد وللمفردات الشاذة سيكون لهما الاحتمال السابق نفسه, ولجعل الإنموذج (8) يتمتع بالحصانة اقترح **(Ali,2022)** بأن تكون لكل معلمة من المعلمات المراد تقديرها عند كل مفردة من مفردات متجه العينة t_i المسحوبة من $f(t_i/\theta_i)$ هنالك معلومات اولية تتمثل بتوزيع اولي $\pi\left(\theta_i/\underline{\vartheta}\right)$ للمعلمة (θ_i) بالمعلمة (المعلمات) الزائدية ($\underline{\vartheta}$) اي انه :

$$t_i/\theta_i \sim _{iid}\ f(t_i/\theta_i)\ \ ,\theta_i \sim iid\ \pi(\theta_i/\underline{\vartheta})\ , \qquad i = 1,2, \ldots\ldots, n \qquad \ldots (9)$$

فان التوزيع المشترك اللاحق الحصين لـ $\varphi(\underline{\theta}/t_i)$ للمعلمات $\underline{\theta} = (\theta_1, \theta_2 \ldots., \theta_n)$ يكون بالصيغة الآتية:

$$\mathbb{H}\left(\underline{\theta}/t_i/\underline{\vartheta}\right) = \frac{\prod_{i=1}^{n} \pi(\theta_i/\underline{\vartheta})\, f(t_i/\theta_i)}{\int_{\forall\theta_i} \prod_{i=1}^{n} \pi(\theta_i/\underline{\vartheta})\, f(t_i/\theta_i)} \qquad \ldots (10)$$

والإنموذج (10) سيتضمن بان تكون كل مشاهدة من مشاهدات العينة مستقلة عن المشاهدة الأخرى تماماً ومشروطة بتقدير المعلمة (θ_i) قد يكون احتمالية الحصول على المفردة مشروطاً بتوزيعها السابق فبذلك سيكون للمفردات (الشاذة) والمختلفة عن نسق البيانات إحتمالية تختلف عن احتمالية باقي المفردات ذات النسق المتقارب بعبارة اخرى ستكون بيانات العينة مستقلة عن بعضها بشكل كامل.
فان الاحتمال لكل مفردة من البيانات المستقلة والمتماثلة التوزيع (iid) يمكن الحصول عليه كالآتي:

$$g\left(t_i/\underline{\vartheta}\right) = \int \pi(\theta_i/\underline{\vartheta})\, f(t_i/\theta_i) d\theta_i \qquad \ldots (11)$$

فبذلك ستتحكم المعلمة θ_i في تشتت البيانات .

5- طرائق تقدير بيز الحصينة الضبابية لدالة المخاطرة :

1-5مقدر بيز القياسي الضبابي الحصين الغير المعلوماتي لتوزيع كوشي المبتور الضبابي في ظل داة خسارة تربيعية (Non-Informative Robust Fuzzy Standard Bayesian Estimator for Truncated Cauchy Distribution) (NRFSBTCD)

لنفرض انه لدنيا اوقات فشل $t_1, t_2, \ldots, t_n$ إذ أن $\boldsymbol{t}\in\mathbf{T}$ لها توزيع كوشـــــــــــــي المبتور بالمعلمتين (θ, δ) فان دالة الكثافة الإحتمالية التقليدية له هي:Lee, K. H. (2004)

$$f(t, \theta, \delta) = \frac{\theta}{\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right][1+\theta^2(t-\delta)^2]} \qquad 0 < t < \infty \qquad \ldots (12)$$

فأن دالة الامكان لتوزيع توزيع كوشــــــــــي المبتور تكون كالآتي:

$$L_{TCauchy} = \prod_{i=1}^{n} f(t_i, \theta, \delta)$$
$$= \prod_{i=1}^{n} \frac{\theta}{\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right][1+\theta^2(t_i-\delta)^2]}$$
$$= \frac{\theta^n}{\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^n \prod_{i=1}^{n}[1+\theta^2(t_i-\delta)^2]}$$

$$= \frac{\theta^{n}}{\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^{n}\exp(\sum_{i=1}^{n}\ln((1+\theta^{2}(t_i-\delta)^{2})))} \qquad \dots (13)$$

ولنفرض ان هنالك معلومات أولية عن المعلمات المراد تقديرها (θ,δ) والمتمثلة بدالة الكثافة الاحتمالية الغير معلوماتية بموجب طريقة جيفري (Jeffery) التي تنص على انه" يعد التوزيع الاحتمالي السابق توزيعا لوغاريتمياً منتظما اذا كانت المعلمة (المعلمات) المراد تقديرها $(\underline{\theta})$ لها مجال ضمن المجال الموجب للأعداد الطبيعية (0,∞) وبهذا تكون دالة الكثافة الاحتمالية السابقة للمعلمات كما يأتيK Lee, K. H. (2004)acprzyk :

$$\pi(\theta) \propto \frac{1}{\theta} \quad ; \quad 0 < \theta < \infty$$

$$\pi(\delta) \propto \frac{1}{\delta} \quad ; \quad 0 < \delta < \infty$$

لذلك فان التوزيع السابق الغير معلوماتي لتوزيع كوشي المبتور يكتب كالآتي:

$$\pi(\theta,\delta) = \frac{1}{\theta\delta} \qquad \dots (14)$$

وعليه فأن دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة للمتغيرات t_i , (θ, δ) هي:

$$\mathbf{G}(t_i,\theta,\delta) = \pi(\theta,\delta)\prod_{i=1}^{n} f(t_i)$$

$$= \frac{1}{\theta\delta}\;\frac{\theta^{n}}{\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}[1+\theta^{2}(t_i-\delta)^{2}]}$$

$$= \frac{\theta^{n-1}}{\delta\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^{n}\exp(\sum_{i=1}^{n}\ln((1+\theta^{2}(t_i-\delta)^{2})))} \qquad \dots (15)$$

ومن معادلة(2-39) نجد الدالة الحدية للمتغير t_i وكما يأتي:

$$M(t_i) = \int_o^{\infty}\int_o^{\infty} \frac{\theta^{n-1}}{\delta\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^{n}\exp(\sum_{i=1}^{n}\ln((1+\theta^{2}(t_i-\delta)^{2})))}\, d\delta d\theta \quad \dots (16)$$

وعليه فان التوزيع اللاحق الشرطي يكون كما يأتي:

$$\boldsymbol{h}(\theta,\delta/t_i) = \frac{\mathbf{G}(t_i,\theta,\delta)}{M(t_i)}$$

$$= \frac{\theta^{n-1}}{\left[\delta\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^{n}\exp(\sum_{i=1}^{n}\ln((1+\theta^{2}(t_i-\delta)^{2})))\right]\int_o^{\infty}\int_o^{\infty}\frac{\theta^{n-1}}{\delta\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^{n}\exp\left(\sum_{i=1}^{n}\ln\left(\left(1+\theta^{2}(t_i-\delta)^{2}\right)\right)\right)}d\delta d\theta}$$

$$\dots (17)$$

فان مقدر بيز القياسي الغير المعلوماتي لدالة المخاطرة في ظل دالة خسارة تربيعية لبيانات تقليدية ما هو الا توقع التوزيع اللاحق لدالة المخاطرة وكالآتـي:

$$\hat{H}(t)_{\mathrm{NSBTC}} = \int_o^{\infty}\int_o^{\infty} H(t)\,h(\theta,\delta/t_1,t_2,\dots,t_n)\,d\theta d\delta$$

$$= \int_o^{\infty}\int_o^{\infty} \frac{\theta^{2}}{[1+\theta^{2}(t_i-\delta)^{2}]\left[\theta\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]-\left[arctan\,(\theta(t_i-\delta)+arctan\,(\theta\delta)\right]\right]}$$

$$\frac{\theta^{n-1}}{\left[\delta\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^{n}\exp(\sum_{i=1}^{n}\ln((1+\theta^{2}(t_i-\delta)^{2})))\right]\int_o^{\infty}\int_o^{\infty}\frac{\theta^{n-1}}{\delta\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^{n}\exp\left(\sum_{i=1}^{n}\ln\left(\left(1+\theta^{2}(t_i-\delta)^{2}\right)\right)\right)}d\delta d\theta}\, d\theta d\delta$$

$$m = [1+\theta^{2}(t_i-\delta)^{2}]\left[\theta\delta\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^{n+1} - \delta\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^{n}\left[arctan\,(\theta(t_i-\delta)+\delta\left[arctan\,(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^{n} arctan\,(\theta\delta)\right]\right]$$

$$\int_o^{\infty}\int_o^{\infty} \frac{\theta^{n+1}}{\left[[m]\exp\left(\sum_{i=1}^{n}\ln\left((1+\theta^2(t_i-\delta)^2)\right)\right)\right]\int_o^{\infty}\int_o^{\infty}\frac{\theta^{n-1}}{\delta\left[\arctan(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^n\exp\left(\sum_{i=1}^{n}\ln\left(\left(1+\theta^2(t_i-\delta)^2\right)\right)\right)}d\theta d\delta} d\theta d\delta$$

...(**18**)

ونلاحظ ان الصيغة (18) لا يمكن ان تحل بالطرائق التحليلية الاعتيادية وانما تتطلب حلاً عدديا باحدى طرائق التحليل العديد وسيتم استعمال معاينة جبس (Gibbs Sampling) لايجاد تقدير بيز القياسي الغير معلوماتي لدالة المخاطرة لبيانات تقليدية في ظل دالة خسارة تربيعية لتوزيع كوشي المبتور $(\widehat{H}(t)_{\text{NSBTC}})$.

2-5 مقدر بيز القياسي الضبابي الحصين المعلوماتي لتوزيع كوشي المبتور الضبابي في ظل دالة خسارة تربيعية:

(Informative Robust Fuzzy Standard Bayesian Estimator for Truncated Cauchy Distribution) (IRFSBTCD)

لنفرض لدنيا اوقات فشل $t_1, t_2, \dots, t_n$ إذ أن $\boldsymbol{t}\in\mathbf{T}$ لها توزيع كوشي المبتور بالمعلمتين (θ, δ) فان المجوعة الضبابية عند القطع α $\tilde{A}_\alpha = \{\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \dots, \tilde{t}_{\tilde{n}}\}$, إذ أن $\tilde{\boldsymbol{t}}\in\tilde{\mathbf{T}}$, $\{[\mathbf{0},\infty), \mu_{\tilde{t}}(t)\}$ انه $\tilde{\boldsymbol{t}} =$ لها توزيع كوشي المبتور الضبابي بالمعلمتين θ, δ بدالة الكثافة الاحتمالية الضبابية الآتية(1997) , Chen Shyi- Ming :

$$f\left(\tilde{t}_{A(\alpha)}, \theta, \delta\right) = \frac{\theta}{\left[\arctan(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]\left[1+\theta^2\left(\tilde{t}_{A(\alpha)}-\delta\right)^2\right]} \quad ; \quad 0 < \tilde{t}_{A(\alpha)} < \infty \quad \dots (19)$$

فأن دالة الامكان الضبابية لتوزيع توزيع كوشـــــــــــي المبتور الضبابي تكون كالآتي:

$$L_{FTCauchy} = \prod_{i=1}^{\tilde{n}} f\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}, \theta, \delta\right)$$

$$= \prod_{i=1}^{\tilde{n}} \frac{\theta}{\left[\arctan(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]\left[1+\theta^2\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta\right)^2\right]}$$

$$= \frac{\theta^{\tilde{n}}}{\left[\arctan(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^{\tilde{n}}\prod_{i=1}^{\tilde{n}}\left[1+\theta^2\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta\right)^2\right]}$$

$$= \frac{\theta^{\tilde{n}}}{\left[\arctan(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}\right]^{\tilde{n}}\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}}\ln\left(\left(1+\theta^2\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta\right)^2\right)\right)\right)} \quad \dots (20)$$

$$= \frac{\left(\frac{\theta}{\arctan(\theta\delta)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}}\ln\left(\left(1+\theta^2\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta\right)^2\right)\right)\right)} \quad \dots (21)$$

وحسب طريقة بيز الضبابية الحصينة في الصيغة (2-35) , فان التوزيع السابق لكل معلمة مقدرة من كل مشاهدة من مشاهدات العينة الضبابية سيكون كالآتي:

$$\pi(\underline{\theta}) \propto \frac{1}{b_i - a_i} \quad ; \quad a < \underline{\theta} < b \quad \dots (22)$$

لذلك فان التوزيع السابق المعلوماتي لمعلمات توزيع كوشي المبتور يكتب كالآتي Krishna, H., & Kumar, K. (2011):

$$\pi(\theta) = \frac{1}{b_i - a_i} \quad ; \quad a < \theta < b \quad \dots (23)$$

$$\pi(\delta) = \frac{1}{c_i - d_i} \quad ; \quad a < \delta < b \quad \dots (24)$$

وعليه فان التوزيع السابق المعلوماتي المشترك لمعلمات توزيع كوشي المبتور يكتب كالآتي:

$$\pi(\theta, \delta) = \frac{1}{(b_i - a_i)(c_i - d_i)} \quad ; \quad a_i < \theta < b_i\ ,\ c_i < \delta < d_i \quad \dots (25)$$

وعليه فأن دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة الضبابية للمتغيريات $\tilde{t}_{A(\alpha)_i}, \theta_i, \delta_i$ هي:

$$\mathbf{G}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}, \theta_i, \delta_i\right) = \prod_{i=1}^{\tilde{n}} \pi(\theta_i, \delta_i)\ \tilde{f}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}\right)$$

$$= \prod_{i=1}^{\tilde{n}} \frac{1}{(b_i-a_i)(c_i-d_i)} \frac{\left(\frac{\theta}{\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\alpha})_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)} \quad \dots (26)$$

$$= \prod_{i=1}^{\tilde{n}} \left(\frac{\left(\frac{\theta_i}{\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{(b_i-a_i)(c_i-d_i)\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\alpha})_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)} \right) \quad \dots (27)$$

ومن معادلة (27) نجد الدالة الحدية للمتغير $\tilde{t}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\alpha})_i}$ وكما يأتي:

$$\mathrm{M}(\tilde{t}_{\boldsymbol{A}(\alpha)_i}) = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \left[\prod_{i=1}^{\tilde{n}} \left(\frac{\left(\frac{\theta_i}{\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{(b_i-a_i)(c_i-d_i)\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\alpha})_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)} \right) \right] d\theta_i d\delta_i$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \left[\frac{1}{(b_1-a_1)(c_1-d_1)} \frac{\left(\frac{\theta_1}{\arctan(\theta_1\delta_1)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \ln\left(\left(1+\theta_1^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_1}-\delta_1\right)^{2}\right)\right)\right)} \frac{1}{(b_2-a_2)(c_2-d_2)} \frac{\left(\frac{\theta_2}{\arctan(\theta_2\delta_2)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \ln\left(\left(1+\theta_1^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_2}-\delta_2\right)^{2}\right)\right)\right)} \dots \frac{1}{(b_{\tilde{n}}-a_{\tilde{n}})(c_{\tilde{n}}-d_{\tilde{n}})} \frac{\left(\frac{\theta_2}{\arctan(\theta_2\delta_2)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \ln\left(\left(1+\theta_{\tilde{n}}^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_{\tilde{n}}}-\delta_{\tilde{n}}\right)^{2}\right)\right)\right)} \right] d\theta_i d\delta_i$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \left[\frac{1}{(b_1-a_1)(c_1-d_1)} \frac{\left(\frac{\theta_1}{\arctan(\theta_1\delta_1)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \ln\left(\left(1+\theta_1^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_1}-\delta_1\right)^{2}\right)\right)\right)} \right] d\theta_1 d\delta_1$$

$$\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \left[\frac{1}{(b_2-a_2)(c_2-d_2)} \frac{\left(\frac{\theta_2}{\arctan(\theta_2\delta_2)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \ln\left(\left(1+\theta_1^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_2}-\delta_2\right)^{2}\right)\right)\right)} \right] d\theta_2 d\delta_2 \dots \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \left[\frac{1}{(b_{\tilde{n}}-a_{\tilde{n}})(c_{\tilde{n}}-d_{\tilde{n}})} \frac{\left(\frac{\theta_2}{\arctan(\theta_2\delta_2)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \ln\left(\left(1+\theta_{\tilde{n}}^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_{\tilde{n}}}-\delta_{\tilde{n}}\right)^{2}\right)\right)\right)} \right] d\theta_{\tilde{n}} d\delta$$

$$= \prod_{i=1}^{\tilde{n}} \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \left[\frac{\left(\frac{\theta_i}{\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{(b_i-a_i)(c_i-d_i)\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\alpha})_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)} \right] d\theta_i d\delta_i \quad \dots (28)$$

وعليه فان التوزيع اللاحق الشرطي الضبابي الحصين يكون كما يأتي:

$$h\left(\theta,\delta/\tilde{t}_{\boldsymbol{A}(\alpha)_i}\right) = \frac{\mathbf{G}(\tilde{t}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\alpha})_i},\theta_i,\delta_i)}{\mathrm{M}(\tilde{t}_{\boldsymbol{A}(\alpha)_i})}$$

$$= \frac{\prod_{i=1}^{\tilde{n}} \left(\frac{\left(\frac{\theta_i}{\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{(b_i-a_i)(c_i-d_i)\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\alpha})_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)} \right)}{\prod_{i=1}^{\tilde{n}} \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \left[\frac{\left(\frac{\theta_i}{\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{(b_i-a_i)(c_i-d_i)\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\alpha})_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)} \right] d\theta_i d\delta_i}$$

$$=\prod_{i=1}^{\tilde{n}}\frac{\dfrac{\left(\dfrac{\theta_i}{\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{(b_i-a_i)(c_i-d_i)\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}}\ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)}}{\int_0^\infty\int_0^\infty\left[\dfrac{\left(\dfrac{\theta_i}{\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{(b_i-a_i)(c_i-d_i)\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}}\ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)}\right]d\theta_i d\delta_i}\quad\ldots(29)$$

$$=\prod_{i=1}^{\tilde{n}}\frac{\left(\dfrac{\theta_i}{\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}}\ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)\int_0^\infty\int_0^\infty\left[\dfrac{\left(\dfrac{\theta_i}{\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}}\ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)}\right]d\theta_i d\delta_i}\quad\ldots$$

(30)

فان مقدر بيز القياسي الضبابي الحصين المعلوماتي لدالة المخاطرة الضبابية في ظل دالة خسارة تربيعية ما هو الا توقع التوزيع اللاحق لدالة المخاطرة لتوزيع كوشي المبتور أي أن:

$$\hat{H}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}\right)_{INRFSBTCD}=\int_o^\infty\int_o^\infty H\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}\right)h\left(\theta,\delta/\tilde{t}_{A(\alpha)_1},\tilde{t}_{A(\alpha)_2},\ldots,\tilde{t}_{A(\alpha)_{\tilde{n}}}\right)d\theta_i d\delta_i$$

$$s=\frac{\theta_i^{2}}{\left[1+\theta_i\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta_i\right)^{2}\right]\left[\theta_i\left[\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}\right]-\left[\arctan\left(\theta_i(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta_i\right)+\arctan(\theta_i\delta_i)\right]\right]}$$

$$=\int_o^\infty\int_o^\infty[s]\prod_{i=1}^{\tilde{n}}\frac{\left(\dfrac{\theta_i}{\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}}\ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)\int_0^\infty\int_0^\infty\left[\dfrac{\left(\dfrac{\theta_i}{\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}}\ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)}\right]d\theta_i d\delta_i}d\theta_i d\delta_i$$

$$z=\frac{\theta_i^{2+\tilde{n}^2}}{\left(\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}\right)^{\tilde{n}^2}\left[1+\theta_i\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta_i\right)^{2}\right]\left[\theta_i\left[\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}\right]-\left[\arctan\left(\theta_i(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta_i\right)+\arctan(\theta_i\delta_i)\right]\right]\left(\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}}\ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)\right)^{\tilde{n}}}$$

$$\int_o^\infty\int_o^\infty\prod_{i=1}^{\tilde{n}}\frac{\mathbf{1}}{\int_0^\infty\int_0^\infty\left[\dfrac{\left(\dfrac{\theta_i}{\arctan(\theta_i\delta_i)+\frac{\pi}{2}}\right)^{\tilde{n}}}{\exp\left(\sum_{i=1}^{\tilde{n}}\ln\left(\left(1+\theta_i^{2}\left(\tilde{t}_{A(\alpha)_i}-\delta_i\right)^{2}\right)\right)\right)}\right]d\theta_i d\delta_i}[\boldsymbol{z}]\,d\theta_i d\delta_i\quad\ldots(31)$$

ونلاحظ ان الصيغة (31) لا يمكن ان تحل بالطرائق التحليلية الاعتيادية وانما تتطلب حلاً عدديا باحدى طرائق التحليل العديد وسيتم استعمال طريقة ماركوف مونت كاركو MCMC بمعيانة (Gibbs sampler) عن طريق خوارزمية (Metropolis –Hastings) لايجاد تقدير دالة المخاطرة الحصينة الضبابية لتوزيع كوشي المبتور $(\hat{H}(t)_{\text{NRFSBTCD}})$

6-الجانب التجريبي (Eexperimental side):

في هذا القسم، سيتم مناقشة نتائج أسلوب المحاكاة، الذي سيقارن بين طرائق التقدير المستعملة لتقدير دالة المخاطرة الضبابية البيزية الحصينة توزيع كوشي المبتور ، وأجريت الدراسة على احجام عينات مختلفة (صغيرة، متوسطة،

كبيرة)، وقيم افتراضية محددة مسبقا مختلفة لمعلمات الانموذج ، واستعمل المعيار الاحصائي(MSE) كأساس للمقارنة وذلك لتحديد افضلية طرائق التقدير.

1-6 مفهوم المحاكاة (The Simulation Concept):

[تـم استخدام طريقة المحاكاة لمقارنة الطرق التي اقترحها الباحثون لمعرفة الطريقة الأفضل, وهذا ما ركز عليه اهتمامنا في هذا الفصل المتمثل وهو مقارنة الطرق التي تـم استخدامها في تقدير معلمات التوزيع التي تمت دراستها في الجانب النظري وتحديد الطرق الأفضل في التقدير, وهنالك عدة طرق مختلفة للمحاكاة منها طريقة مونت – كارلو, حيث تعد هذه الطريقة من اشهر الطرق وأكثرها استخداماً وشعبية ورواجاً, ويتم من خلالها توليد عينة عشوائية للظاهرة تلائم مع سلوك توزيع احتمالي معين التي تسلكه تلك الظاهرة, ويشترط في هذه الطريقة لأنجازها ان يكون التوزيع الاحتمالي للظاهرة المدروسة لها دالة تجمعية (Cdf) معروفة ,علماً ان مجموعة العينات العشوائية التي تـم توليدها بهذه الطريقة تمتلك خاصية الاستقلال لان توليد العينات بهذه الطريقة يتم عن طريق تطبيق الطريقة الرياضية لكل عينة على حدة .يمكن ان تعطي طريقة المحاكاة معلومات مفيدة حول الواقع الحقيقي الذي يقلده, ونماذج المحاكاة الأكثر تشابهاً مع الواقع الحقيقي تكون اكثر دقة في النتائج والمعلومات المستخرجة منها .وان اول مراحل استخدام طريقة المحاكاة هي توليد المتغيرات العشوائية قيد الدراسة, وأي تجربة محاكاة ما هي الا عبارة عن نوع معين من أنواع المعاينة او سحب هذه العينة من المجتمع الافتراضي الذي يمثل الظاهرة المدروسة بدلاً من ان تسحب من المجتمع الحقيقي . Casals, M,A ,Gil & P Gil) (1986)

2-6 وصف مراحل تجربة المحاكاة (Describe the stages of the simulation experiment) :

اعتمد أسلوب المحاكاة مونت – كارلو لغرض مقارنة مقدرات بيـــز الضبابية الحصينة لتوزيع كوشي المبتور (Truncated Cauchy Distribution)

المرحلة الأولى:

وهي من اهم مراحل تجربة المحاكاة وهي المبدأ الأساسي في بناء المحاكاة، ويعتمد عليها المراحل الاخرى بشكل كبير ويعتمد عليها تطبيق البرنامج وعملياته ، أذ يتم فيها اختيار قيم افتراضية وتتكون هذه المرحلة من الخطوات التالية:

1- **تحديد قيم افتراضية لمعلمات التوزيع كوشي المبتور .**

اختيار قيم افتراضيـة لمعلمات التوزيع كوشي المبتور ، وحسب ما مبين في الجدول (1) أدناه:

جدول (1) القيم الافتراضية للمعلمات والنماذج المقترحة لتوزيع كوشي المبتور

model	1	2
θ	0.5	1
δ	0.5	0.5

1- اختيار حجم العينة حيث تم اختيار اربعة احجام وهي (الصـــغيرة والمتوســـطة والكـــبيرة) وهي (15,25,35,50,75,100) من اجل تحديد تأثير حجم العينة على نتائج التقدير.

2- تكرار التجربة (1000) مرة لغرض الحصول على أفضل نتائج متجانسة.

المرحلة الثانية:

في هذه المرحلة من مراحل المحاكاة التي يتم فيها توليد البيانات عشوائية بما ينسجم مع التوزيع الاحتمالي باستعمال البرنامج الإحصائي (MATLAB) ومن ثم تحويل البيانات التوزيع الاحتمالي الى بيانات ضبابية باستعمال دالة انتماء مثلثية حسب الصيغة (6).

المرحلة الثالثة: هي مرحلة التقدير والتي فيها يتم الحصول على مقدرات المعلمات لتوزيع كوشي المبتور وذلك باستعمال الطرائق المبينة في الجانب النظري التي هي:-

1- مقدر بيز القياسي الضبابي الحصين الغير المعلوماتي لتوزيع كوشي المبتور الضبابي في ظل داة خسارة تربيعية.
(Non-Informative Robust Fuzzy Standard Bayesian Estimator for Truncated Cauchy Distribution)

2- مقدر بيز القياسي الضبابي الحصين المعلوماتي لتوزيع كوشي المبتور الضبابي في ظل دالة خسارة تربيعية.
(Informative Robust Fuzzy Standard Bayesian Estimator for Truncated Cauchy Distribution)

المرحلة الرابعة:

تتم المقارنة في هذه المرحلة بين المقدرات التي تم الحصول عليها لتوزيع كوشي المبتور والمبينة في الجداول وذلك باستعمال متوسط مربعات الخطأ (MSE) كمعيار احصائي للمقارنة.

جدول (2) يبين قيمة MSE لتقدير دالة المخاطرة للطرائق البيزية الحصينة المعلوماتية وغير المعلوماتية بدالة خسارة تربيعية ولبيانات مضببة عند قيم معلمات افتراضية $(\theta = 0.5; \delta = 0.5)$ وحجم عينة $(n = 15; 25; 35; 50; 75; 100)$

simple size	TROE HAZARD	NRFSBTCD		IRFSBTCD	
		$\hat{H}$	MSE	$\hat{H}$	MSE
15	0.2632	1.1069	0.1407	1.1011	0.1398
25	0.2640	0.7639	0.0830	0.7615	0.0828
35	0.2654	0.6249	0.0601	0.6209	0.0594
50	0.2661	0.5167	0.0420	0.5162	0.0416
75	0.2663	0.4324	0.0276	0.4334	0.0278
100	0.2668	0.3924	0.0210	0.3915	0.0207

نلحظ من الجدول رقم (2) أعلاه تبيـــــــــن ان قيم المعلمات المقدرة للأنموذج الاول كانت طريقة بيـــز المعلوماتية الحصينة المضببة لدالـــة خسارة تربيعية عامـــة هي الأفضل اذ حققـت اقل معيار MSE عند حجوم عينات (15,25,35,50,100) وعند حجم عينة (75) كانت طريقة بيـــز غيـــر المعلوماتيـة الحصينـة المضببـة لدالـــة خســارة تربيعيـة عامـــة هي الأفضل.

جدول (3) يبين قيمة MSE لتقدير دالة المخاطرة للطرائق البيزية الحصينة المعلوماتية وغير المعلوماتية بدالة خسارة تربيعية ولبيانات مضببة عند قيم معلمات افتراضية $(\theta = 1; \delta = 0.5)$ وحجم عينة $(n = 15; 25; 35; 50; 75; 100)$

simple size	TROE HAZARD	NRFSBTCD		IRFSBTCD	
		$\hat{H}$	MSE	$\hat{H}$	MSE
15	0.5231	1.3641	0.1407	1.3518	0.1368
25	0.5283	1.0262	0.0824	1.0376	0.0856
35	0.5241	0.8806	0.0596	0.8814	0.0597
50	0.5242	0.7753	0.0419	0.7746	0.0418
75	0.5218	0.6892	0.0279	0.6875	0.0276
100	0.5271	0.6517	0.0207	0.6517	0.0207

نلحظ من الجدول رقم (3) أعلاه تبيـــــــــن ان قيم المعلمات المقدرة للأنموذج الثاني كانت طريقة بيـــز المعلوماتية الحصينة المضببة لدالـــة خسارة تربيعية عامـــة هي الأفضل اذ حققـت اقل معيار MSE عند حجوم عينات (15,50,75,100) وعند حجـم عينة (25,35) كانت طريقة بيـــز غيـــر المعلوماتيـة الحصينـة المضببـة لدالـــة خســارة تربيعيـة عامـــة هي الأفضل.

ومن الجداول السابقـــة(2) و(3) تبيـــــــن افضليـة طريقة بيـــز المعلوماتية الحصينة المضببة لدالـــة خســارة تربيعية عامـــة للنماذج كافة عند حجـــــــــوم العينات (الصغيرة والكبيرة والمتوسطة) .

7-الجانب العملي :

في هذا الفصل تم التطبيق على بيانات حقيقية تمثل اوقات الفشل لجهاز تخطيط القلب للفترة الزمنية (2019/02/10)-(2022/07/15) , اذ تم جمع البيانات بالشهر من بداية تركيب الجهاز ولغاية توقف الجهاز عن العمل بحجم (100) عينة والتي تم الحصول عليه من مستشفى الحسيني التعليمي في محافظة كربلاء المقدسة وذلك بتطبيق البيانات على توزيع كوشي المبتور لتقدير بيز الحصين الضبابي لدالة المخاطرة باستعمال الطريقة التي ظهرت افضليتها في الجانب التجريبي بعد ملائمة البيانات مع التوزيع المستخدم بالاعتماد على المعيار الاحصائيKolmogorv-smirnov وتحويل البيانات الحقيقية الى بيانات ضبابية كما موضح في الجانب التجريبي .

جدول (4) أوقات الفشل لجهاز تخطيط القلب

i	t_i	i	t_i	i	t_i	i	t_i	i	t_i
1	2.799	21	4.199	41	4.799	61	5.399	81	6.199
2	2.799	22	4.199	42	4.799	62	5.499	82	6.299
3	2.899	23	4.299	43	4.799	63	5.499	83	6.399
4	3.099	24	4.299	44	4.899	64	5.499	84	6.499
5	3.099	25	4.299	45	4.899	65	5.599	85	6.499
6	3.299	26	4.299	46	4.999	66	5.599	86	6.599
7	3.399	27	4.299	47	4.999	67	5.599	87	6.699
8	3.399	28	4.399	48	4.999	68	5.599	88	6.799
9	3.499	29	4.399	49	4.999	69	5.599	89	6.799

10	**3.499**	**30**	**4.399**	**50**	**5.099**	**70**	**5.599**	**90**	**6.899**
11	**3.599**	**31**	**4.499**	**51**	**5.099**	**71**	**5.799**	**91**	**6.999**
12	**3.599**	**32**	**4.499**	**52**	**5.099**	**72**	**5.799**	**92**	**7.199**
13	**3.699**	**33**	**4.499**	**53**	**5.199**	**73**	**5.899**	**93**	**7.299**
14	**3.699**	**34**	**4.499**	**54**	**5.299**	**74**	**5.999**	**94**	**7.499**
15	**3.799**	**35**	**4.599**	**55**	**5.299**	**75**	**5.999**	**95**	**7.999**
16	**3.799**	**36**	**4.599**	**56**	**5.299**	**76**	**5.999**	**96**	**8.199**
17	**3.799**	**37**	**4.599**	**57**	**5.399**	**77**	**5.999**	**97**	**8.299**
18	**3.899**	**38**	**4.599**	**58**	**5.399**	**78**	**5.999**	**98**	**8.999**
19	**3.999**	**39**	**4.599**	**59**	**5.399**	**79**	**5.999**	**99**	**9.199**
20	**3.999**	**40**	**4.699**	**60**	**5.399**	**80**	**6.199**	**100**	**9.999**

وقد تبينت من ان قيمة اختبار Kolmogorv-smirnov للبيانات والتي بلغت (0.2271) اكبر من القيمة الجدولية بدرجة حرية (99) ومستوى معنوية (0.05) وهذا يعني قبول الفرضية الاحصائية التي تتدعي ان البيانات تتوزع توزيع كوشي المبتور

جدول (5) دالة المخاطرة المقدرة بطريقة بيز المعلوماتية الحصينة المضببة بدالة خسارة تربيعية لبيانات الفشل لجهاز تخطيط القلب في مستشفى الحسين التعليمي.

n	t	H	N	t	h	n	t	h	n	t	h
1	2.799	0.08663	31	4.499	0.21533	61	5.399	0.30039	91	6.999	0.33811
2	2.799	0.08663	32	4.499	0.21533	62	5.499	0.30421	92	7.199	0.33812
3	2.899	0.09159	33	4.499	0.21882	63	5.499	0.30872	93	7.299	0.33937
4	3.099	0.10256	34	4.499	0.22655	64	5.499	0.30872	94	7.499	0.33937
5	3.099	0.10256	35	4.599	0.22655	65	5.599	0.30872	95	7.999	0.33945
6	3.299	0.11509	36	4.599	0.22655	66	5.599	0.31392	96	8.199	0.33945
7	3.399	0.12198	37	4.599	0.22655	67	5.599	0.31616	97	8.299	0.33945
8	3.399	0.12198	38	4.599	0.23785	68	5.599	0.31616	98	8.999	0.33945
9	3.499	0.12932	39	4.599	0.23785	69	5.599	0.31616	99	9.199	0.33945
10	3.499	0.129324	40	4.699	0.237853	70	5.599	0.316156	100	9.999	0.339447
11	3.599	0.137125	41	4.799	0.237853	71	5.799	0.316156			
12	3.599	0.137125	42	4.799	0.237853	72	5.799	0.318495			
13	3.699	0.145391	43	4.799	0.24903	73	5.899	0.322621			
14	3.699	0.145391	44	4.899	0.24912	74	5.999	0.322621			
15	3.799	0.154127	45	4.899	0.253758	75	5.999	0.322621			
16	3.799	0.154127	46	4.999	0.260226	76	5.999	0.322812			
17	3.799	0.154127	47	4.999	0.260226	77	5.999	0.322812			
18	3.899	0.163326	48	4.999	0.260226	78	5.999	0.326806			
19	3.999	0.172974	49	4.999	0.263485	79	5.999	0.328064			
20	3.999	0.172974	50	5.099	0.27104	80	6.199	0.328064			
21	4.199	0.184281	51	5.099	0.27104	81	6.199	0.328064			
22	4.199	0.193498	52	5.099	0.281426	82	6.299	0.328064			
23	4.299	0.193498	53	5.199	0.281426	83	6.399	0.328064			
24	4.299	0.204282	54	5.299	0.281426	84	6.499	0.328064			
25	4.299	0.204282	55	5.299	0.281426	85	6.499	0.33041			
26	4.299	0.204282	56	5.299	0.288914	86	6.599	0.333547			
27	4.299	0.204282	57	5.399	0.29125	87	6.699	0.333547			
28	4.399	0.204282	58	5.399	0.29125	88	6.799	0.335804			
29	4.399	0.211132	59	5.399	0.29125	89	6.799	0.335804			
30	4.399	0.215328	60	5.399	0.299169	90	6.899	0.336141			

نلحظ من الجدول (5) ما يلي :

1- وجود علاقة طردية بين زمن الاشتغال لجهاز تخطيط القلب وقيم دالة المخاطرة اي كلما زاد الزمن زادت قيمة دالة المخاطرة وهذا ما نلاحظه في العمود الذي يمثل دالة المخاطرة اذ كلما طالت مدة العمل للجهاز زادت احتمالية عطل الجهاز .

2- ان دالة المخاطرة تكون متفاوتة اذ تبدء بالتزايد خلال الأشهر الاولى من بداية عمل الجهاز ثم تستقر وبعدها تبدء بالارتفاع لتصل قيمتها القصوى اي ان الجهاز يكون معرض للفشل خلال الأشهر الأخيرة .

8-الاستنتاجات:

1- طريقة بيز القياسي المعلوماتية الضبابية الحصينة في ظل دالة خسارة تربيعية قد اخذت المرتبة الاولى في الافضلية عند حساب مقدرات دالة المخاطرة لتوزيع كوشي المبتور عند احجام العينات المتوسطة والكبيرة (25,75,100) وهذا يعني انها تلائم حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة.

2- ان قيم متوسط مربعات الخطأ MSE لتقدير دالة المخاطرة لتوزيع كوشي المبتور تتناقص بزيادة حجم العينة وهذا ما ينسجم مع النظرية الإحصائية الخاصة بهذا المؤشر.

3- اظهر الجانب التجريبي ان تقديرات دالة المخاطرة لتوزيع كوشي المبتور الحقيقية كانت متقاربة مع القيم الحقيقية لدالة المخاطرة في الجانب التطبيقي .

9-التوصيات:

1- استعمال طريقة مقدر بيز المعلوماتي الضبابي الحصين في ظل دالة خسارة تربيعية في تقدير معلمات ودالة المخاطرة لاي توزيع مبتور.

2- تطبيق توزيع كوشي المبتور في دراسات تتعلق بتقدير دالة البقاء والطب لانه يعد اكثر دقه ومرونة في وصف البيانات.

3- يمكن اجراء مقارنة بين توزيع كوشي المبتور مع توزيعات أخرى .

4- بأمكان الجهات ذات العلاقة ان تأخذ بنظر الاعتبار نتائج هذه الدراسة للاستفادة منها في مجال المخاطرة او مجالات أخرى والقيام بدراسات اخرى حتى يؤدي الى تقليل المضاعفات تلف جهاز تخطيط القلب .

5- نوصي دائرة صحة كربلاء اخذ نتائج الدراسة بنظر الاعتبار.

6- يوصي الباحث بتنظيم برنامج إرشادي وتوعوي لتخفيض لحماية جهاز تخطيط القلب من التلف.

10-المصادر:

1- Ali, S., Aslam, M., & Kazmi, S. M. A. (2013). A study of the effect of the loss function on Bayes estimate, posterior risk and hazard function for Lindley distribution. *Applied Mathematical Modelling*, *37*(8), 6068-6078.

2- Ali, Bashar Khaled, (2022), "A new generalized fuzzy Bayesian method for probability distributions," PhD thesis in statistics sciences, College of Administration and Economics, University of Karbala.

3- Chen Shyi- Ming , (1997), " Fuzzy system reliability analysis based on vague set theory " , IEEE Journals & Magazines , IEEE , Vol. 15, page (1650-1655).

4- Casals, M. R., Gil, M. A., & Gil, P. (1986). On the use of Zadeh's probabilistic definition for testing statistical hypotheses from fuzzy information. *Fuzzy Sets and Systems*, *20*(2), 175-190.

5- Krishna, H., & Kumar, K. (2011). Reliability estimation in Lindley distribution with progressively type II right censored sample. *Mathematics and Computers in Simulation*, *82*(2), 281-294.

6- K Lee, K. H. (2004)acprzyk, J. (2000). Fuzzy Sets and Fuzzy Systems: A Brief Introduction. In Fuzzy Systems in Medicine (pp. 3-30). Physica, Heidelberg.

7- . "First course on fuzzy theory and applications", (Vol. 27). Springer Science & Business Media.

8- Staneski, P. G. (1990), "The truncated Cauchy distribution: Estimation of parameters and application to stock returns", Old Dominion University.

9- Wu, H. C. (2003), "The fuzzy estimators of fuzzy parameters based on fuzzy random variables" ,*European Journal of Operational Research*, *146*(1), 101-114.