طريقة مقترحة لحل مسائل البرمجة الخطية متعددة الأهداف

باسم عباس حسن

كلية علوم الحاسوب والرياضيات ، جامعة الموصل ، الموصل ، العراق

(تاريخ الاستلام: ٢٠ / ٢ / ٢٠١١ ---- **تاريخ القبول:** ١١ / ٥ / ٢٠١١)

الملخص

في عام 1983 عرّف Sen البرمجة الخطية متعددة الأهداف واقترح أسلوباً مشروطاً لحلها وشرطه أن يكون الحل الأمثل للمسألة المنفردة أكبر من الصفر[5]. في هذا البحث تم اقتراح طريقة جديدة لحساب قيم دالة الهدف في مسائل البرمجة الخطية متعددة الأهداف. وقد أثبتت النتائج العددية كفاءة هذه الطريقة مقارنة بطريقة Chandra Sen القياسية.

أولاً: البرمجة الخطية (Linear Programming)

البرمجة بشكل عام عبارة عن أسلوب من الأساليب الرياضية يستخدم لتحديد مشكلة او حالة معينة تحديدا" رياضيا"، ويجاد حل أمثل للمشكلة او حالة. والبرمجة الرياضية قد تكون بصيغ خطية او غير خطية وذلك اعتمادا" على صيغ العلاقات او المعادلات الرياضية التي يحويها النموذج الرياضية. فأذا كانت العلاقات او المعادلات التي تشكل النموذج علاقات آنية من الدرجة الأولى، فان النموذج أو النظام بهذه الصيغة يدعى بنظام البرمجة الخطية . إما إذا كانت تلك العلاقات من الدرجة الثانية او أكثر فيطلق على ذلك بالبرمجة غير خطية.

البرمجة الخطية عبارة عن أسلوب رياضي يساعد في تأطير مشكلة او حالة معينة تأطيرا" رياضيا" بهدف الحصول على حل أمثل لها باستخدام البيانات والمعلومات الخاصة بتلك المشكلة سواء كانت ذات علاقة بعلم الاقتصاد او بأي علم من العلوم الأخرى، للمزيد من التفاصيل في[2].

ثانياً: طريقة السمبلكس (The Simplex Method)

الطريقة السمبلكس وسيلة رياضية ذات كفاءة عالية في إيجاد الحلول المثلى (Optimum Solution) لمشكلات البرمجة الخطية (Linear Programming). لقد تطورت الطريقة السمبلكس في سنة ١٩٤٧ وقد قام بتقديم تلك الطريقة وتطويرها الأمريكي جورج دانتز. ترمي مسألة البرمجة الخطية إلى تعظيم أو تقليل دالة هدف خطية معينة وان لدالة الهدف الخطية قيودا" تحدد مشكلة البرمجة الخطية ولهذه القيود صيغة رياضية معينة فقد يكون القيد أكبر أو يساوي أو قد يكون أصغر أو يساوي أو قد يكون القيد مساويا". وهناك نموذجان رئيسان يمكن كتابة البرمجة الخطية بواسطتهما هما :

الصيغة العامة (General Form)

الصيغة العامة لمسالة في البرمجة الخطية هي :

$$\text{Minimum or Maximum } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$$

Subject to

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &\le or = or \ge b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &\le or = or \ge b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &\le or = or \ge b_m \\ x_1, x_2, \ldots, x_n &\ge 0 \end{aligned} \qquad (1.a)$$

إذ أن (n) عدد المتغيرات و (m) عدد القيود وان $(c_1, c_2, \ldots\ldots, c_n)$ و $(b_1, b_2, \ldots\ldots, b_n)$ والمصفوفة $a[i, j]$ و $(i = 1,2,\ldots\ldots,m$ و $j = 1,2,\ldots\ldots,n)$ تتحدد قيمها وطبيعتها وفقا" للمشكلة المرغوب حلها.

الصيغة القياسية (Standard Form)

إن الصيغة القياسية هي إضافة متغيرات غير سالبة على الصيغة العامة $(1.a)$ أو حذفها اعتمادا" على علامة المتباينة بحيث تصبح كما يأتي:

(1.b)

$$\text{Minimum or Maximum } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$$

Subject to

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + x_{m+1} &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n + x_{m+2} &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n + x_{m+n} &= b_m \\ x_1, x_2, \ldots, x_n, x_{m+1}, \ldots\ldots, x_{m+n} &\ge 0 \end{aligned}$$

إن أي حل أساسي أولي هو الحل الذي يبدأ من نقطة الأصل، أي إن الحل الأولي هو الحل الناتج حينما تكون القيم :

$x_1, x_2, \ldots, x_n = 0$ ولهذا فان $x_{m+1} = b_1,\ x_{m+2} = b_2\ , \ldots, x_{m+n} = b_m$

الهدف هو تحويل هذه المتغيرات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ إلى متغيرات أساسية ويطلق على المتغيرات $x_{m+1}, x_{m+2}, \ldots, x_{m+n}$ المتغيرات غير الأساسية، للمزيد من التفاصيل في [1].

ثالثاً: البرمجة الخطية متعددة الأهداف (Multi-Objective Linear Programming)

في السنوات الأخيرة أثبتت التجربة للمؤسسات أنها لا تسعى لتحقيق هدف واحد، وإنما هي مجبرة على تحقيق عدة أهداف، فمتطلبات الحياة العملية و الظروف والضغوط التي تفرضها و كذلك واقع المؤسسة وظروفها الداخلية، كل ذلك جعل المؤسسة تسعى لتحقيق أهداف متعددة اقتصادية وغير اقتصادية. ونتيجة للاهتمام المتزايد بدراسة مشاكل تعدد الأهداف، و ما قد ينتج عنه من تعارض و تناقض بين تلك الأهداف، و نتيجة لقصور النماذج التقليدية للبرمجة الخطية في معالجة هذا النوع من المشاكل، لذلك فقد آثرنا إن

نخصص هذا المبحث لتناول و استعراض الطريقة التي يمكن إن نعالج بها مشاكل للأهداف. هذا الطريقة التي تستخدم في معالجة هذه النوعية من المشاكل يطلق عليها اصطلاح نموذج برمجة الأهداف (Goal Programming Model). إن نموذج البرمجة الخطية بالمتعددة الأهداف يسمح في آن واحد عدة أهداف المراد الوصول إليها في إشكالية اختيار أحسن من ضمن الحلول الممكنة.[3]

في [6,5] الصيغة القياسية للبرمجة الخطية تحوي دالة هدف يُراد تعظيمها أو تصغيرها وتخضع لقيود خطية. وعند وجود أكثر من دالة خطية مطلوب إيجاد الحل الأمثل لها بشكل آني، عندها تكون المسألة مسألة برمجة خطية متعددة الأهداف. الصيغة الرياضية لهذا النوع من المسائل تعطى كالآتي:

$$\left.\begin{array}{l} Max\ z_1 = c_1^t.x + a_1 \\ Max\ z_2 = c_2^t.x + a_2 \\ Max\ z_r = c_r^t.x + a_r \\ Min\ z_{r+1} = c_{r+1}^t.x + a_{r+1} \\ \vdots \\ Min\ z_s = c_s^t.x + a_s \end{array}\right\} \quad (2)$$

Subject to

$$A.X = B \qquad (٣)$$

$$X \geq 0 \qquad (٤)$$

حيث s عدد دوال الهدف الموجودة في المسألة، r عدد دوال الهدف المراد تعظيمها، $(s-r)$ عدد دوال الهدف المراد تصغيرها، X متجه بُعده n يضم متغيرات القرار، C متجه بُعده m يمثل القيود، B متجه بُعده n يمثل ثوابت القيود، و A مصفوفة المعاملات سعة $(m \times n)$، a_i ثوابت و $C^t.X + a_i$ عوامل خطية للحلول الممكنة حيث $(i = 1,2,3,\ldots,s)$.

وعندما يكون لدينا $a_i = 0$ لكل $(i = 1,2,3,\ldots,s)$ تصبح المسألة كما يلي:

$$\left.\begin{array}{l} Max\ z_1 = c_1^t.x \\ Max\ z_2 = c_2^t.x \\ Max\ z_r = c_r^t.x \\ Min\ z_{r+1} = c_{r+1}^t \\ \vdots \\ Min\ z_s = c_s^t.x \end{array}\right\} \quad (5)$$

Subject to

$$A.X = B \qquad (6)$$

$$X \geq 0 \qquad (7)$$

رابعاً: طرائق حل مسألة البرمجة الخطية متعددة الأهداف

(Methods for Solving Multi-Objective Linear Programming Problem)

من أكثر الأساليب المستخدمة لحل مسألة البرمجة الخطية متعددة الأهداف هو أسلوب سين Sen، فقد قام جاندرا سين Chandra Sen بتقديم مسألة البرمجة الخطية متعددة الأهداف عام 1983، واقترح أسلوباً لتكوين دالة متعددة الأهداف بشرط أن تكون القيمة المثلى للمسألة المنفردة أكبر من الصفر. والأسلوب موضح كما يلي:

نفرض بأننا حصلنا على قيمة منفردة تتوافق مع جميع دوال الأهداف عند إيجاد الحل الأمثل لكل دالة على حدة وطبقاً للقيود (2) و(3) وكما يلي:

$$\left.\begin{array}{l} Max\ z_1 = \phi_1 \\ Max\ z_2 = \phi_2 \\ Max\ z_r = \phi_r \\ Min\ z_{r+1} = \phi_{r+1} \\ \vdots \\ Min\ z_s = \phi_s \end{array}\right\} \quad (8)$$

Subject to

$$A.X = B \qquad (9)$$

$$X \geq 0 \qquad (10)$$

حيث $(i = 1,2,3,\ldots,s)$ ϕ_i متغيرات القرار والتي ليس من الضروري أن تكون مشتركة بين جميع الحلول المثلى لدوال الأهداف. ولكن عند اختيار أفضل حل وسط تكون المجموعة المشتركة لمتغيرات القرار بين دوال الأهداف ضرورية. ونستطيع أن نحدد المجموعة المشتركة لمتغيرات القرار من دالة الهدف المركبة الآتية والتي تعيد صياغة المسألة (1) كما يلي:

$$Max\ Z = \sum_{k=1}^{r} Z_k / |\phi_k| - \sum_{k=r+1}^{s} Z_k / |\phi_k| \qquad (11)$$

$$\forall\ \ Z_k \neq 0; \quad k = 1,2,\ldots,s$$

وطبقاً لنفس القيود (2) و(3) والقيمة المثلى للدوال هي $\phi_k \in R \setminus \{0\}$ حيث R تمثل مجموعة الأعداد الحقيقية [5].

أما في عام 2006 فقد درس سليمان وصادق [7] حل مسألة البرمجة الخطية متعددة الأهداف باستخدام الوسط الحسابي وتم مقارنة نتائج الطريقة بنتائج طريقة Sen. وفي عام 2008 قدم سليمان وحمة–أمين [6] تقنية جديدة تستخدم المعدل الأمثل (O_{AV}) للدالة.

خامساً: طريقة جديدة مقترحة لحل مسألة البرمجة الخطية متعددة الأهداف

(A New Proposed Method for Solving MOLPP)

فلسفة الطريقة تعتمد على صياغة دالة هدف مركبة وذلك لتحديد المجموعة المشتركة لمتغيرات القرار وقبل توضيح صيغة دالة الهدف المركبة وتقديم خطوات الطريقة من الضروري معرفة تعاريف المصطلحات التالية:

تعريف (1): ليكن $Max_{Max} = \phi_i$ حيث ϕ_i هي أكبر قيمة لدالة الهدف Z_i لكل $(i = 1,2,3,\ldots,r)$.

تعريف (2): ليكن $Max_{Min}=\phi_i$ حيث ϕ_i هي أصغر قيمة لدالة الهدف Z_i لكل $(i=1,2,3,\ldots,r)$.

تعريف (3): ليكن $Min_{Max}=\phi_i$ حيث ϕ_i هي أكبر قيمة لدالة الهدف Z_i لكل $(i=r,r+1,\ldots,s)$.

تعريف (4): ليكن $Min_{Min}=\phi_i$ حيث ϕ_i هي أصغر قيمة لدالة الهدف Z_i لكل $(i=r,r+1,\ldots,s)$.

تعريف (5): nn يمثل عدد لدالة الهدف Z_i لكل $(i=1,2,3,\ldots,r)$، mm يمثل عدد لدالة الهدف Z_i لكل $(i=r,r+1,\ldots,s)$.

بعد حصولنا على قيمة منفردة تتوافق مع جميع دوال الأهداف عند إيجاد الحل الأمثل لكل دالة على حدة وطبقاً للقيود (2) و(3) نجد

$$SG=\frac{\sum_{i=1}^{r}Z_i}{\frac{1}{nn}\left|\left[Max_{Max}+Max_{Min}\right]\right|} \qquad (12)$$

$$DL=\frac{\sum_{i=r+1}^{s}Z_i}{\frac{1}{mm}\left|\left[Min_{Max}+Min_{Min}\right]\right|} \qquad (13)$$

إن أصل الفرضية في المعادلتين (١٢) و (١٣) أعلاه يرجع إلى إيجاد امثل خط مستقيم يمكن إمراره بين الخطوط المستقيمة الخاصة بدوال التعظيم و كذلك الخاصة بدوال التصغير (في منطقة الحل) و(على أساس optimal curve fitting) وكما موجود في المعادلتين أعلاه على التوالي نستطيع أن نحدد المجموعة المشتركة للمتغيرات بدالة الهدف المركبة الآتية

$$Max\ Z=SG-DL \qquad \forall\ \ Z_i\neq 0;\quad i=1,2,\ldots,s \qquad (14)$$

خطوات الطريقة المقترحة:

الخطوة 1: جد قيم جميع دوال الهدف كل على حدة (سواء كانت دالة تعظيم أو دالة تصغير).

الخطوة 2: جد الحل الأمثل لدالة الهدف الأولى باستخدام طريقة السمبلكس.

الخطوة 3: إذا كان الحل الناتج من الخطوة 2 حلاً ممكناً اذهب إلى الخطوة 4 وإلا استخدم طريقة السمبلكس المقابلة لحذف جميع الحلول غير الممكنة.

الخطوة 4: لتكن ϕ_1 الحل الأمثل لدالة الهدف الأولى Z_1.

الخطوة 5: كرر الخطوة 2 والخطوة 3 لجميع دوال الهدف Z_i حيث $(i=1,2,3,\ldots,s)$.

الخطوة 6: جد قيم كل من Max_{Max}، Max_{Min}، Min_{Max}، Min_{Min}، SG، DL.

الخطوة 7: أنشأ دالة الهدف المركبة والتي لها الصيغة (14).

الخطوة 8: جد الحل الأمثل لدالة الهدف المركبة وباستخدام نفس القيود (2) و(3) وذلك بتكرار الخطوتين (2)-(3).

سادساً: أمثلة توضيحية

تم تطبيق الطريقة المقترحة على جميع الأمثلة في [7,6] وقد أثبتت كفاءتها، وفي هذه الفقرة سوف نستعرض هذه الأمثلة للتوضيح:

المثال 6-1: حل مسألة البرمجة الخطية متعددة الأهداف الآتية بالطريقة المعدلة الجديدة :

$$Max\ Z_1=3x+2y$$
$$Max\ Z_2=4x+y$$
$$Max\ Z_3=4x-2y$$
$$Max\ Z_4=15x+4y$$
$$Min\ Z_5=-6x+2y$$
$$Min\ Z_6=-9x+3y$$
$$Min\ Z_7=-5x+2y$$
$$Subject\ to:$$
$$x+y\le 4$$
$$x-y\le 2$$
$$x,\ y\ge 0$$

الحل:

في البداية باستخدام طريقة السمبلكس نجد الحل الأمثل لكل دالة هدف على حدة، لنحصل على:

$Z_1=11\ ,\ x=3,\ y=1$
$Z_2=13\ ,\ x=3,\ y=1$
$Z_3=10\ ,\ x=3,\ y=1$
$Z_4=49\ ,\ x=3,\ y=1$
$Z_5=-16,\ x=3,\ y=1$
$Z_6=-24,\ x=3,\ y=1$
$Z_7=-13,\ x=3,\ y=1$

باستخدام الطريقة المقترحة سنحصل على دالة الهدف المركبة الآتية

$$SG=\frac{Z_1+Z_2+Z_3+Z_4}{\frac{1}{nn}\left|\left[Max_{Max}+Max_{Min}\right]\right|}=\frac{26x+5y}{14.75}$$
$$=1.76271x+0.33898y$$
$$DL=\frac{Z_5+Z_6+Z_7}{\frac{1}{mm}\left|\left[Min_{Max}+Min_{Min}\right]\right|}=\frac{-20x+7y}{12.33333}$$
$$=-1.62162x+0.56756y$$

$$Max\ Z=SG-DL=1.76271x+0.33898y$$
$$+1.62162x-0.56756y=3.38433x-0.22858y$$

$$Max\ Z=3.38433x-0.22858y$$
$$Subject\ to:$$
$$x+y\le 4$$
$$x-y\le 2$$
$$x,\ y\ge 0$$

نحل المسألة باستخدام طريقة السمبلكس لنحصل على

$$Max\ Z_{New} = 9.92441\ ,\quad x = 3\ ,\quad y = 1$$

وتم حل نفس المسألة باستخدام طريقة Sen وحصلنا على النتيجة التالية

$$Max\ Z_{Sen} = 7.02\qquad ,\ x = 3\ ,\ y = 1$$

المثال 6-2: حل مسألة البرمجة الخطية متعددة الأهداف الآتية بالطريقة المعدلة الجديدة :

$$Max\ Z_1 = x$$
$$Max\ Z_2 = x + y$$

Subject to :

$$5x + 2y \le 22$$
$$y \le 6$$
$$x\ ,\ y \ge 0$$

الحل:

في البداية باستخدام طريقة السمبلكس نجد الحل الأمثل لكل دالة هدف على حدة، لنحصل على:

$$Z_1 = 4.4\ \ ,\ x = 4.4\ ,\ y = 0$$
$$Z_2 = 8\ \ \ ,\ x = 2\ \ ,\ y = 6$$

باستخدام الطريقة المقترحة سنحصل على دالة الهدف المركبة الآتية

$$SG = \frac{Z_1 + Z_2}{\frac{1}{nn}\left|\left[Max_{Max} + Max_{Min}\right]\right|} = \frac{2x + y}{6.2}$$

$$= 0.32258x + 0.16129y$$

$$DL = 0$$

$$Max\ Z = SG - DL = 0.32258x + 0.16129y$$

$$Max\ Z = 0.32258x + 0.16129y$$

Subject to :

$$5x + 2y \le 22$$
$$y \le 6$$
$$x\ ,\ y \ge 0$$

نحل المسألة باستخدام طريقة السمبلكس لنحصل على

$$Max\ Z_{New} = 1.6129\ ,\quad x = 2\ \ ,\ y = 6$$

وتم حل نفس المسألة باستخدام طريقة Sen وحصلنا على النتيجة التالية

$$Max\ Z_{Sen} = 1.550120\ \ ,\ x = 4.4\ ,\ y = 0$$

المثال 6-3: حل مسألة البرمجة الخطية متعددة الأهداف الآتية بالطريقة المعدلة الجديدة :

$$Max\ Z_1 = \ \ x + 2y$$
$$Max\ Z_2 = \ \ x + 0y$$
$$Min\ Z_3 = -2x - 3y$$
$$Min\ Z_4 = \ \ 0x - 1y$$

Subject to :

$$6x + 8y \le 48$$
$$x + \ \ y \ge 3$$
$$x + 0y \le 4$$
$$0x + 1y \le 3$$
$$x\ ,\ y \ge 0$$

الحل:

في البداية باستخدام طريقة السمبلكس نجد الحل الأمثل لكل دالة هدف على حدة، لنحصل على:

$$Z_1 = 10\ \ ,\ x = 4\ ,\ y = 3$$
$$Z_2 = 4\ \ \ ,\ x = 4,\ y = 3$$
$$Z_3 = -17\ ,\ x = 4\ ,\ y = 3$$
$$Z_4 = -3\ \ ,\ x = 4\ ,\ y = 3$$

باستخدام الطريقة المقترحة سنحصل على دالة الهدف المركبة الآتية

$$SG = \frac{Z_1 + Z_2}{\frac{1}{nn}\left|\left[Max_{Max} + Max_{Min}\right]\right|} = \frac{2x + 2y}{7}$$

$$= 0.28571x + 0.28571y$$

$$DL = \frac{Z_3 + Z_4}{\frac{1}{mm}\left|\left[Min_{Max} + Min_{Min}\right]\right|} = \frac{-2x - 4y}{10}$$

$$= -0.2x - 0.4y$$

$$Max\ Z = SG - DL = 0.48571x + 0.68571y$$

$$Max\ Z = 0.48571x + 0.68571y$$

$$Max\ Z = 0.48571x + 0.68571y$$

Subject to :

$$6x + 8y \le 48$$
$$x + \ \ y \le 3$$
$$x + 0y \le 4$$
$$0x + 1y \le 3$$
$$x\ ,\ y \ge 0$$

نحل المسألة باستخدام طريقة السمبلكس لنحصل على

$$Max\ Z_{New} = 3.99997\ ,\quad x = 4\ ,\quad y = 3$$

وتم حل نفس المسألة باستخدام طريقة Sen وحصلنا على النتيجة التالية

$$Max\ Z_{Sen} = 3.39996\ \ \ ,\ x = 4\ ,\ y = 3$$

المثال 6-4: حل مسألة البرمجة الخطية متعددة الأهداف الآتية بالطريقة المعدلة الجديدة :

$$Max\ Z_1 = 2x + \ \ y + 5$$
$$Max\ Z_2 = 3x + \ \ y + 7$$
$$Max\ Z_3 = 2x + 2y + 6$$
$$Min\ Z_4 = 3x + \ \ y + 3$$
$$Min\ Z_5 = 3x + 2y + 8$$
$$Min\ Z_6 = \ \ x + 3y + 2$$

Subject to :

$$x + y \geq 1$$
$$3x + 2y \leq 6$$
$$2x + 4y \leq 8$$
$$x\ ,\ y \geq 0$$

الحل:

في البداية باستخدام طريقة السمبلكس نجد الحل الأمثل لكل دالة هدف على حدة، لنحصل على:

$$Z_1 = 9 \quad , x = 2\ ,\ y = 0$$
$$Z_2 = 13 \quad , x = 2\ ,\ y = 0$$
$$Z_3 = 11 \quad , x = 1\ ,\ y = 1.5$$
$$Z_4 = 4 \quad , x = 0\ ,\ y = 1$$
$$Z_5 = 10 \quad , x = 0\ ,\ y = 1$$
$$Z_6 = 3 \quad , x = 1,\ y = 0$$

باستخدام الطريقة المقترحة سنحصل على دالة الهدف المركبة الآتية

$$SG = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3}{\frac{1}{nn}\left|\left[Max_{Max} + Max_{Min}\right]\right|} = \frac{7x + 4y + 18}{7.33333}$$
$$= 0.95454x + 0.5454y + 2.45454$$
$$DL = \frac{Z_4 + Z_5 + Z_6}{\frac{1}{mm}\left|\left[Min_{Max} + Min_{Min}\right]\right|} = \frac{7x + 6y + 13}{4.33333}$$
$$= 1.61538x + 1.38461y + 3$$

$$Max\ Z = SG - DL = 0.95454x + 0.5454y + 2.45454$$
$$-1.61538x - 1.38461y - 3 = -0.66387x - 0.83916y - 0.54546$$

$$Max\ Z = -0.66387x - 0.83916y - 0.54546$$

Subject to :

$$x + y \geq 1$$
$$3x + 2y \leq 6$$
$$2x + 4y \leq 8$$
$$x\ ,\ y \geq 0$$

نحل المسألة باستخدام طريقة السمبلكس لنحصل على

$$Max\ Z_{New} = -1.20933\ ,\ x = 1\ ,\ y = 0$$

وتم حل نفس المسألة باستخدام طريقة Sen وحصلنا على النتيجة التالية

$$Max\ Z_{Sen} = -1.32574,\ x = 1\ ,\ y = 0$$

سابعاً: الاستنتاجات

في هذه الفقرة تم مقارنة الطريقة الجديدة المقترحة مع طريقة Sen القياسية لحل مسائل البرمجة الخطية متعددة الأهداف وباستخدام الأمثلة (6-1)، (6-2)، (6-3) و(6-4) . النتائج في الجدول تبين بوضوح أن الطريقة المقترحة الأكثر كفاءة من طريقة Sen القياسية لان لكل الحالات، الدالة الهدف المقدمة ستزيد (Maximized)

الأمثلة	طريقة Sen	الطريقة المقترحة
مثال (6-1)	$Max\ Z_{Sen} = 7.02$ $x = 3\ ,\ y = 1$	$Max\ Z_{New} = 9.92441$ $x = 3\ ,\ y = 1$
مثال (6-2)	$Max\ Z_{Sen} = 1.550120$ $x = 4.4\ ,\ y = 0$	$Max\ Z_{New} = 1.6129$ $x = 2\ ,\ y = 6$
مثال (6-3)	$Max\ Z_{Sen} = 3.39996$ $x = 4\ ,\ y = 3$	$Max\ Z_{New} = 3.99997$ $x = 4\ ,\ y = 3$
مثال (6-4)	$Max\ Z_{Sen} = -1.32574$ $x = 1\ ,\ y = 0$	$Max\ Z_{New} = -1.20933$ $x = 1\ ,\ y = 0$

المصادر

[1] د. بشير محمد صالح، محمد واجد محمد، (٢٠٠٥) " تحسينات الطريقة الفردية المتوازية"، مجلة الرافدين لعلوم الحاسبات والرياضيات، المجلة (٢)، العدد (٢)، الصفحة (٧٢-٦٧).

[2] د. خالد حسين احمد ، (٢٠٠٠) " بحوث العمليات أسس ومبادئ " ، مطبعة وزارة التعليم العالي والبحث العلمي ، الطبعة الأولى.

[3] د. فريد عبد الفتاح زين الدين،(١٩٩٧) "بحوث العمليات و تطبيقاتها في حل المشكلات و اتخاذ القرارات" ، جامعة الزقازيق، .

[4] Bunday, B.D., (1984): Basic Linear Programming; Edward Arnold, London.

[5] Sen, Chandra, (1983): A new approach objective planning. The Indian Economic Journal, Vol.(30), pp. 91-96.

[6] Sulaiman, N. A. and Hama-Amain, O. A., (2008): Optimal transformation technique to solve multi-objective linear programming problem (MOLPP); Journal of Kirkuk University-Scientific Studies, Vol.(3), No.(2), pp. 96-106.

[7] Sulaiman, N. A. and Sadiq, Gulnar, W., (2006): Solving the multi-objective programming problem; using mean and median value, Al-Rafidain J. of Sci., Mosul, Iraq, Vol.(3), No.(1), pp. 69-83.

Suggested Method For Solving Multi-Objective Linear Programming Problems

Basim A. Hassan

Department of mathematics ,College of Computers Sciences and Mathematics, University of Mosul, IRAQ

(**Received:** 20 / 2 / 2011 ---- **Accepted:** 11 / 5 / 2011)

Abstract

In 1983, Sen defined the multi-objective linear programming problem and suggested an approach to construct that the multi-objective function under the limitation that the optimum value of individual problem is greater than zero [5]. In this paper, we have suggested a new method to compute the value of the objective function of a multi-objective linear programming problem. Numerical results indicate that the efficiency of our new proposed technique corresponding to standard Chandra Sen method is very effective.