تقليل القيمة المتوقعة لدالة الكلفة الكلية للسيطرة النوعية تحت شروط معاينة التوزيع χ^2 "Poisson-"مع تطبيق

منذر عبد الله خليل

كلية علوم الحاسبات والرياضيات ، جامعة تكريت ، تكريت ،العراق

(تاريخ الاستلام: ١٣ / ١ / ٢٠١٠ ---- **تاريخ القبول:** ٤ / ١٠ / ٢٠١٠)

الملخص

إن الهدف من البحث هو تقليل معدل الكلفة الكلية للسيطرة النوعية ،حيث أن (x) متغير يتبع توزيع بواسون بالمعلمة (np) والمعلمة p هي متغير عشوائي يتغير من دفعة إنتاجية إلى أخرى و له توزيع احتمالي يدعى التوزيع السابق وهو $\chi^2_{(\frac{m}{2})}$. وقد تم اشتقاق معالمات الخطة المعاينة البيزية المفردة (n,c) ، إذ تشير (n) إلى حجم العينة وتعتبر (c) عدد الوحدات المعيبة المقبولة في العينة وقد تم اعتماد برنامج اكسل في هذا البحث أما في الجانب التطبيقي تم استخدام بيانات إحدى المنشات الإنتاجية الصناعية العراقية والتي تمثل نسب المعيب في الإنتاج وتم تصنيفها إلى عشرة فئات وحساب قيمة $\widehat{m}$ ومن ثم إيجاد خطط بيز المثلى مع حساب كفاءتها.

المقدمة:

تهتم كل منشاة صناعية بكمية و نوعية بضاعتها المنتجة تهدف هذه المنشاة إلى إنتاج جيد خالي من العيوب وذلك يستدعي إيجاد طريقة مناسبة للسيطرة على نوعية الإنتاج وتعتبر الطرق الإحصائية من الأدوات المهمة في مجال السيطرة النوعية والتي تسعى المنشات و المؤسسات إلى الاعتماد عليها للمحافظة على النوعية وهناك طرق لا حصر مثل خرائط السيطرة النوعية بأنواعها وخطط المعاينة المفردة والمزدوجة والمتسلسلة وخطط بيز لفحص المنتوج[1] . وهذه الخطط تؤكد على فحص العينات من المنتوج تحت شروط تحقق مخاطرة المنتج والمستهلك و(هناك العديد من البحوث للباحث Hald 1981 و القزاز ١٩٩٧ و Douglas 2001 و Fouad 2002)[2] وللتواصل مع من سبقنا من الباحثين ارتأينا البحث في مجال خطط بيز المفردة لفحص المنتوج وبهدف بناء نموذج للسيطرة على النوعية.

الجانب النظري[3]:

تتكون دالة الكلفة الكلية للسيطرة النوعية من مجموعة تكاليف الفحص المتوقعة وتكاليف القبول المتوقعة وتشمل تكاليف الرفض تلك المترتبة عن اتخاذ قرار خاطئ برفض وحدات جيدة وكذلك تكاليف القبول المترتبة عن اتخاذ قرار خاطئ بقبول وحدات معيبة وفي ما يأتي عرض مختصر لكافة المصطلحات والرموز المستخدمة في هذا النموذج والتي سنعتمد عليها في اشتقاق دالة الكلفة الكلية المتوقعة للسيطرة النوعية:

S1: كلفة المعاينة والفحص للوحدة الواحدة في العينة.

S2: كلفة تصليح أو استبدال للوحدة المعيبة في العينة.

A1: كلفة قبول الوحدة الجيدة.

A2: كلفة قبول الوحدة المعيبة.

R1: كلفة المعاينة والفحص للوحدة الواحدة في الكمية (N–n) المرفوضة.

R2: كلفة تصليح أو استبدال الوحدة المعيبة في الكمية المرفوضة.

$\overline{P}$: متوسط توزيع نسب المعيب للدفعة الإنتاجية.

Pr: النقطة الحرجة لمستوى النوعية وهي قيمة p التي لا يمكن عندها الفصل بين قراري القبول والرفض للدفعة N إذ تتساوى عندها تكاليف الرفض مع تكاليف القبول.

P : تمثل احتمال النجاح حسب E(x) = np

N: حجم الدفعة المنتجة.

n: حجم العينة.

X: متغير النوعية للعمليات الإنتاجية.

x: متغير النوعية في العينة.

c: العدد المقبول من الوحدات المعيبة في العينة.

$\gamma(x)$: قاعدة القرار التي تفسر القبول للكمية (N–n) بعد معرفة ان العينة n تحتوي على x وحدة معيبة.

$1-\gamma(x)$: قاعدة القرار التي تفسر احتمال الرفض للكمية (N–n) بعد معرفة ان العينة n تحتوي x وحدة معيبة.

KS: معدل كلفة الفحص للوحدة الواحدة في حالتي القبول والرفض.

KR: معدل كلفة الرفض للوحدة الواحدة في حالتي القبول والرفض.

KA: معدل كلف القبول للوحدة الواحدة.

وتعرف المخاطرة $R(p,\gamma)$ بدلالة p وقاعدة القرار $\gamma(x)$ عندما تكون p ثابتة بالمعادلة (١) أدناه[3] :

$$R(p,\gamma) = \gamma(x)\ [A1\ (N-n)+A2(N-n)\ P+\ S1n +S2np]p(x|p) +1-\ \gamma(x)\ [R1(N-n)\ +R2(N-\ n)P\ +S1n +S2np]p(x|p) \quad \dots\ (١)$$

حيث:

$$E(X-x) = (N- n)p \ , \ Ex = np$$

و المخاطرة المتوقعة نسبة للتوزيع السابق f(p) و التي سَنَرمز لها بالرمز $R[f(p),\gamma]$ وكالآتي:

$$R[f(p),\gamma] = E\{\gamma(x)[A1(N-n)+A2(N-n)p+S1n+S2np]p(x|p)\}+$$

$$E\{1-\gamma(x)[R1(N-n)+R2(N-n)P+S1n+S2np]p(x|p\} \quad \dots (2)$$

وبعد الاختصار والتعويض

$$\Pr = \frac{R_1 - A_1}{A_2 - R_2}$$

نحصل على

$$=E\{\gamma(x)[(A1-R1)(N-n) + (A2-R2)(N-n)p]P(x|p)+$$

$$E\{R1(N-n) +R2(N-n)p]\ p(x|p)\}+ \quad E\{[S1n + S2np]\ p(x|p)\} \quad \dots (3)$$

إن اصغر قيمة للمعادلة (٣) تتحقق بجعل

$$\gamma(x) = \begin{bmatrix} 1 & when\ E(p \mid x) \le \Pr = \dfrac{R_1 - A_1}{A_2 - R_2} \\ 0 & otherwise \end{bmatrix}$$

وذلك في حالة $R1<A1$ و $R2>A2$ أو $R1>A1$ و $R2<A2$

وبعد إجراء سلسلة من الاشتقاقات على اعتبار إن كلا من $P_r(x/X)$ و $F_N(x)$ من النوع المتقطع و f(p) من النوع المستمر وان المخاطرة هي القيمة المتوقعة للخسارة المترتبة عن قراري القبول أو الرفض ثم التوصل إلى الصيغة المتوقعة للمخاطرة

$$R[N,n,c] = n[S_1 + S_2\bar{p}] + (N-n)(R_1 + R_2\bar{p}) + (N-n)(A_2-R_2)\sum_{x=0}^{c} h_n(x)[E(p \mid x) - pr] \quad (4)$$

والتي يمكن اختصارها بدورها إلى المعادلة (٥)

$$R[N,n,c] = n(S_1 + S_2\bar{p}) + (N-n)(R_1 + R_2\bar{p}) + (N-n)(A_2-R_2)\delta(n,c) \quad (5)$$

حيث إن:

$$\delta(n,c) = pr\sum_{x=0}^{c} h_n(x) - \sum_{x=0}^{c} h_n(x)E(p \mid x)$$

$$\delta(n,c) = pr\sum_{x=0}^{c} h_n(x) - \sum_{x=0}^{c} h_n(x)p_n(x) \quad (6)$$

حيث: $p_n(x)$ =E(p|x)

وبما إن الدالة (٥) تعتبر دالة بدلالة معالمات خطة المعاينة المفردة (n,c) لذلك يبدو من المنطقي أن نبحث عن قيمتي (n,c) التي تحقق اصغر قيمة للدالة (٥) وذلك بوضع المشتقات الجزئية الأولى تساوي صفر ومن ثم حل المعادلتين الناتجتين، ولكن بما أن كل من توزيع x,X من نوع التوزيعات المتقطعة، لذلك لا نستطيع تطبيق طريقة الاشتقاق لذا سنطبق بدلا من ذلك طريقة الفروق الأمامية Forward Differences لكل من c,n ولكي تطبق الطريقة فمن الضروري تطبيقها على الدالة δ(n,c) ثم على الدالة في المعادلة (٥) وبعد تطبيق طريقة الفروق الأمامية على المعادلة رقم (٥) يتم التوصل الى قيمة c التي تحقق اصغر قيمة وذلك من خلال حل المتباينة [4] :

$$\Delta cR[n,c-1] \le 0 < \Delta cR[n,c] \quad (7)$$

والتي تؤدي إلى

$$\le \Pr < p_n(x) \quad p_n(c+1) \quad 0 \le c \le n-1 \quad \dots (8)$$

إما قيمة n التي تحقق اصغر قيمة للدالة R(n,c) فتحدد من المتباينة الآتية:

$$\Delta nR[n-1,c] \le 0 \le \Delta n\ R[n,c],\ c+1 \le n \le N-1 \quad (9)$$

وهذه يمكن إن تبسط إلى المتباينة:

$$(N-n-1)\Delta n\delta(n,c) - \delta(n,c) < \frac{s_1 + s_2\bar{p} - r_1 - r_2\bar{p}}{a_2 - r_2} \le (N-n)\Delta n\delta(n,c) - \delta(n-1,c)$$

... (10)

حيث تحدد المتباينة (9) و (١٠) معالمات خطة المعاينة المفردة (c,n) لأي من التوزيعات سنوضحها نسبة لتوزيع (χ^2) Poisson – وكالاتي:

$$Po(x,np)\ x \sim$$

$$f(x,np) = \begin{cases} \dfrac{(np)^x e^{-np}}{x!} & P \ge 0,\ x = 0,1,\cdots,\infty \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

وان p متغير عشوائي أيضاً

$$p \sim \chi^2_{\frac{m}{2}}$$

$$g(p,m) = \begin{cases} \dfrac{1}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}\, 2^{\frac{m}{2}}}\, p^{\frac{m}{2}-1} e^{-\frac{p}{2}}, & p > 0 \\ 0 & O.w \end{cases} \quad m \text{ عدد موجب} \quad (11)$$

وألان سوف نقوم باشتقاق صيغة التوزيع اللاحق g(p|x) [1][2] علما أن:

$$g(p \mid x,n) = \frac{f(x,np)g(p)}{h_n(x)} \quad \dots (12)$$

بما ان:

$$h_n(x)=\int_0^{\infty} f(x,np)g(p)dp$$

$$h_n(x)=\frac{n^x}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}2^{\frac{m}{2}}x!}\int_0^{\infty}e^{-np}e^{-\frac{p}{2}}p^{\frac{m}{2}-1}p^x dp$$

(13)

$$=\frac{n^x}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}2^{\frac{m}{2}}x!}\int_0^{\infty}e^{-p(n+\frac{1}{2})}p^{\frac{m}{2}+x-1}dp$$

$$=\frac{n^x}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}2^{\frac{m}{2}}x!}\int_0^{\infty}\frac{(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+x-1}}{(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+x-1}}e^{-p(n+\frac{1}{2})}p^{\frac{m}{2}+x-1}dp$$

نكامل حسب دالة كاما

$$=\frac{n^x}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}2^{\frac{m}{2}}x!}\int_0^{\infty}e^{-p(n+\frac{1}{2})}p(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+x-1}dp(n+\frac{1}{2})$$

$$=\frac{n^x}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}2^{\frac{m}{2}}x!(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+x}}\left[\Gamma_{(\frac{m}{2}+x)}\right]$$

$$=\frac{\Gamma_{(\frac{m}{2}+x)}n^x}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}2^{\frac{m}{2}}x!(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+x}}=h_n(x)$$

$$g(p|x)=\frac{joint}{h(x)}$$

$$=\frac{\frac{n^x}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}2^{\frac{m}{2}}x!}e^{-p(n+\frac{1}{2})}p^{\frac{m}{2}+x-1}}{\frac{\Gamma_{(\frac{m}{2}+x)}n^x}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}2^{\frac{m}{2}}x!(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+x}}}$$

$$=\frac{(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+x}}{\Gamma_{(\frac{m}{2}+x)}}.p^{\frac{m}{2}+x-1}e^{-p(n+\frac{1}{2})} \qquad (14)$$

ومن شكل هذه الدالة نلاحظ إن التوزيع اللاحق هو توزيع كاما بالمعلمتين (m/2+x,n+1/2)

$$(N-n-1)\Delta n\delta(n,c)<\frac{KS-KR}{A_2-R_2}+\delta(n,c)\le(N-n)\Delta n\delta$$

$$(n-1,c)-\delta(n-1,c)+\delta(n,c)$$

وبناء على ذلك فان المتوسط الشرطي اللاحق Posterior mean $E(p\mid x)$ هو

$$E(p\mid x)=\frac{\frac{m}{2}+x}{\Gamma_{(\frac{m}{2}+x)}}=p_n(x) \qquad (15)$$

$$\because p\sim\chi^2_{(\frac{m}{2})}$$

ويمكن التعبير عن $P_n(x)$ بدلالة متوسط التوزيع السابق أي أن $E(p)=\bar{p}=\frac{\sum fipi}{\sum fi}=\hat{m}$ وعليه فان

$$p_n(x)=\frac{\frac{\hat{m}}{2}+x}{n+\frac{1}{2}}$$

وألان نرجع إلى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع اللاحق ستكون بالصيغة $\delta(n,c)$ كالأتي:

$$\delta(n,c)=pr\sum_{x=0}^{c}h_n(x)-\sum_{x=0}^{c}p_n(x)h_n(x)$$

$$=pr\sum_{x=0}^{c}\frac{\Gamma_{(\frac{m}{2}+x)}n^x}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}2^{\frac{m}{2}}x!(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+x}}-\sum_{x=0}^{c}\frac{\frac{\hat{m}}{2}+x}{n+\frac{1}{2}}*\frac{\Gamma_{(\frac{m}{2}+x)}n^x}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}2^{\frac{m}{2}}x!(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+x}}$$

$$=\frac{1}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}2^{\frac{m}{2}}}\left[\sum_{x=0}^{c}\frac{\Gamma_{(\frac{m}{2}+x)}n^x}{x!(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+x}}\Pr-\sum_{x=0}^{c}\frac{\frac{m}{2}+x}{n+\frac{1}{2}}*\frac{\Gamma_{(\frac{m}{2}+x)}n^x}{x!(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+x}}\right]$$

(16)

$$\Delta n\delta(n,c)=hn(c)p_n(c)\left[p_{n+1}(c+1)-p_r\right]$$

$$=\frac{1}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}2^{\frac{m}{2}}}\sum_{x=0}^{c}\frac{\Gamma_{(\frac{m}{2}+x)}n^x}{x!(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+x}}\left[p_n(x+1)-\frac{\frac{m}{2}+x}{n+\frac{1}{2}}P_r\right]$$

$$=\frac{1}{\Gamma_{\frac{m}{2}}2^{\frac{m}{2}}}\left[\frac{\Gamma_{\frac{m}{2}+c}n^c\frac{m}{2}+c}{c!(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+c}}-P_r\frac{\Gamma_{\frac{m}{2}+c}n^c\frac{m}{2}+c+1}{c!(n+\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+c+1}}\right] \qquad (17)$$

وبالمثل

(18)

$$\Delta n\delta(n-1,c)=\frac{1}{\Gamma_{(\frac{m}{2})}2^{\frac{m}{2}}}\left[\frac{\Gamma_{(\frac{m}{2}+c)}(n-1)^c\frac{m}{2}+c}{c!(n-\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+c}}-P_r\frac{\Gamma_{(\frac{m}{2}+c)}(n-1)^c\frac{m}{2}+c+1}{c!(n-\frac{1}{2})^{\frac{m}{2}+c+1}}\right]$$

وبذلك يمكن تبسيط المتباينة (١٠) إلى متباينة (١٩) التي سوف تستخدم عند تحديد حجم العينة نسبة لتوزيع χ^2 - Poisson كالآتي:

$$(N-n-1)\Delta n\delta(n,c) < \frac{KS-KR}{A_2-R_2} + \delta(n,c) \le (N-n)\Delta n\delta(n-1,c) - \delta(n-1,c) + \delta(n,c) \quad \dots (19)$$

والتي تؤدي بدورها إلى

$$(N-n-1)\Delta n\delta(n,c) < \frac{KS-KR}{A_2-R_2} + \delta(n,c) \le (N-n)\Delta n\delta(n-1,c) \quad \dots (20)$$

أما المتباينة (٨) فيتم تبسيطها إلى المتباينة (٢١)

$$\frac{\frac{m}{2}+c}{n+\frac{1}{2}} \le P_r < \frac{\frac{m}{2}+c+1}{n+\frac{1}{2}} \quad (21)$$

والتي تختصر إلى

$$p_r(n+\frac{1}{2}) - \frac{m}{2} - 1 < C^* \le p_r(n+\frac{1}{2}) - \frac{m}{2} \quad (22)$$

وبعد إجراء الحسابات والتكاملات المطولة تم التوصل إلى صيغة مباشرة تستخدم في قيمة n* (المثلى) نسبة لتوزيع- Poisson χ^2 فقط وهي صيغة مباشرة لاتحتاج إلى اعتماد طريقة البحث المتكرر لحل المتباينة (٢٠) و(٢٢) والصيغة هي:

$$n^* = \left[\frac{\left((R_1 - A_1)(1-P_r) e^{-\frac{P_r}{2}} P_r^{\frac{m}{2}-1} \right) N}{\Gamma_{(\frac{m}{2})} 2^{\frac{m}{2}+1} \left[(S_2-R_2)\bar{P}(S_1-R_1) + (R_2-A_2)\left[\bar{P} IG_{P_r}(\frac{m}{2}+1,2) - P_r IG_{P_r}(\frac{m}{2},2) \right] \right]} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots (23)$$

إما قيمة c المناظرة لقيمة n فتستخرج من المتباينة:

$$\frac{\frac{m}{2}+c^*}{n^*+\frac{1}{2}} \le P_r < \frac{\frac{m}{2}+c^*+1}{n^*+\frac{1}{2}} \quad (24)$$

وتقدر قيمة m بطريقة العزوم حول نقطة الأصل (Moments about the origin) حيث وجدت القيمة المقدرة بطريقة العزوم $\widehat{m}$ هي[5] $\widehat{m} = \bar{X}p$

$$\bar{X}p = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

وهو متوسط نسب المعيب المشاهدة

الجانب التطبيقي:

تم تطبق ما توصلنا إليه في الجانب النظري على البيانات المأخوذة من إحدى المنشآت العراقية* وقد تم تبويب البيانات الخاصة لنسب المعيب لـ ١٤٣ دفعة إنتاجية وكالاتي:

جدول رقم (١) توزيع النوعية لـ١٤٣ دفعة إنتاجية

فئات نسب المعيب		التكرارات Fi	مركزا لفئة Pi	FiPi
0	0.0065	1	0.00325	0.00325
0.0065	0.013	4	0.00975	0.039
0.013	0.0195	9	0.01625	0.14625
0.0195	0.026	15	0.02275	0.34125
0.026	0.0325	23	0.02925	0.67275
0.0325	0.039	21	0.03575	0.75075
0.039	0.0455	19	0.04225	0.80275
0.0455	0.052	16	0.04875	0.78
0.052	0.0585	13	0.05525	0.71825
0.0585	0.065	10	0.06175	0.6175
0.065	0.0715	7	0.06825	0.47775
0.0715	0.078	5	0.07475	0.37375
المجموع		143		5.72325

ومنة وجد إن:

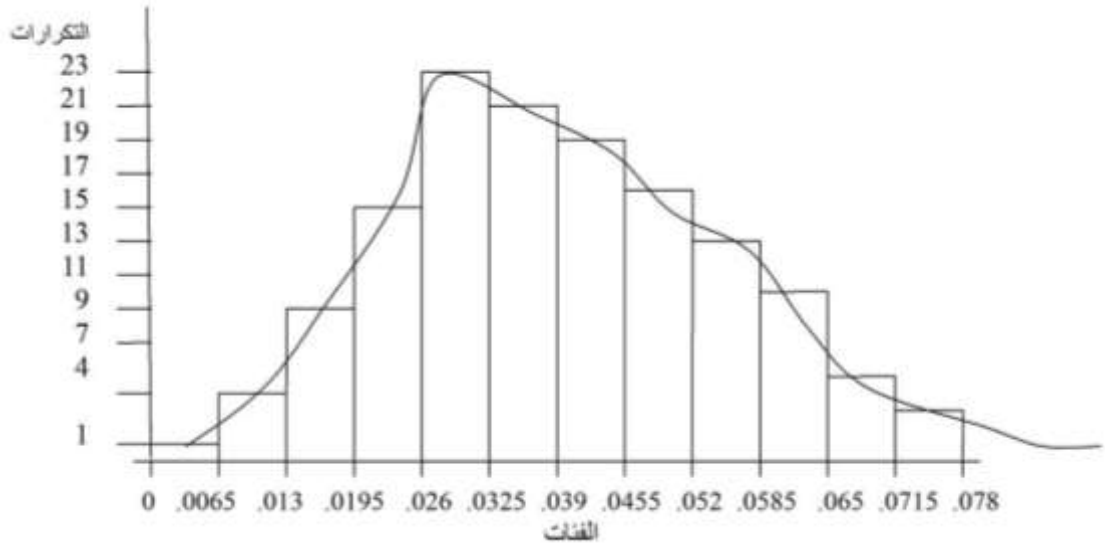
$\bar{X}p$ =0.040022727

وكذلك وجد إن تباين نسب المعيب المشاهدة هو:

S^2 =0.000267744

وبعد رسم المدرج التكراري والمنحني التكراري لنسب المعيب المشاهدة وجد ان البيانات تتوزع مربع كاي وان قيمة

$$\widehat{m} = \bar{X}p * 100 = 4$$



شكل (١) توزيع النوعية لـ (١٤٣) دفعة

وكذلك اختبرت الفرضية الخاصة بالتوزيع وهي

$$H_0 : p \approx \chi^2_{\frac{m}{2}}$$

$$H_1 : p \approx \chi^2_{\frac{m}{2}}$$

وبالاستعانة باختبار χ2 الذي يأخذ الصيغة التالية:

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} (Oi - Ei)^2}{Ei}$$

Oi: التكرارات المشاهدة او الفعلية.

Ei: التكرارات المتوقعة وتم حسابها باستخدام توزيع χ^2 بالمعلمة التقديرية

$$\overline{Xp} = 0.040022727$$

$$\Pr (p_1 < p < P_2) = F(p_2) - F(p_1)$$

جدول رقم (٢) الحسابات الضرورية لاختبار ملائمة توزيع مربع كاي

فئات نسب المعيب		التكرارات Fi	Pr(P1<P<P2)	Ei	(Oi-Ei)^2/Ei
0	0.0065	1	0.006748252	0.96	0.00126943
0.0065	0.013	4	0.027202797	3.89	0.00311054
0.013	0.0195	9	0.059370629	8.49	0.030636042
0.0195	0.026	15	0.103216783	14.76	0.003902439
0.026	0.0325	23	0.15993007	22.87	0.000738959
0.0325	0.039	21	0.15027972	21.49	0.011172638
0.039	0.0455	19	0.131188811	18.76	0.003070362
0.0455	0.052	16	0.12020979	17.19	0.08237929
0.052	0.0585	13	0.088671329	12.68	0.00807571
0.0585	0.065	10	0.071958042	10.29	0.008172983
0.065	0.0715	7	0.048321678	6.91	0.001172214
0.0715	0.078	5	0.032447552	4.64	0.027931034
المجموع		143		142.93	0.181631644

وتقارن قيمة χ^2 0.181631644 = مع قيمة χ^2 الجدولية المستخرجة من مربع كاي بدرجة حرية (r =11–2 =9) ومستوى معنوية α=0.05 أي مع قيمة $\chi^2_{9,0.05}=16.919$ وحيث إن قيمة χ^2 المستخرجة اقل من القيمة الجدولية فهذا يعني قبول فرضية العدم التي تؤكد على عدم وجود فرق معنوي بين التكرار المشاهد والتكرار النظري من هنا يمكن اعتماد توزيع (مربع كاي) كتوزيع سابق لنسب المعيب المشاهدة واستخدامه عند تقدير النوعية للدفعات الإنتاجية.وقد تم حساب ناتج المعادلتين (٢٣) و (٢٤) باستخدام برنامج Excel وتم استخراج مجموعة خطط بيز لفحص المنتوج نسبة لتوزيع (Poisson - χ^2)

ووضعت نتائج تلك الخطط في جدول (٣) حسب مستويات النوعية المختلفة وأحجام الدفعات:

N=100(100) … 2000

وان $\widehat{m}=4$ وباستخدام جداول (Hald 1981)[3] وقد وجد إن خطط بيز المثلى لفحص الدفعة N=١١٢١ هي الخطة (54,4) وتعني هذه الخطة فحص ٥٤ وحدة عشوائياً فإذا كان عدد المعيب ٤ أو اقل تقبل العينة ومن ثم تقبل الكمية المتبقية (N-n) وفيما عدا ذلك ترفض العينة ويتم البحث عن أسباب انحراف النوعية.

وقد تم قياس كفائه خطة المعاينة البيزية المفردة الناتجة من نموذج اتخاذ القرار إلى خطة المعاينة المفردة غير البيزية [6] ووجد أن الكفاءة هي E=90% وحسب المعادلة (٢٥) أي ان مقدار التخفيض نتيجة الخسارة المترتبة عن القرارات الخاطئة سيكون 10% نتيجة استخدام خطط بيز لفحص المنتوج.

$$e(N,n_1,c_1)\approx 2\Big/\left(\frac{n_1}{n^*}+\frac{n^*}{n_1}\right) \qquad (25)$$

جدول رقم (٣) خطط لفحص المنتوج نسبة إلى توزيع– Poisson) χ^2 (والمستخرجة من نموذج اتخاذ القرار

P	0.06		0.07		0.08		0.09	
N	n	c	n	c	n	c	n	c
100	15	0	15	0	16	0	16	0
200	21	0	22	0	22	0	23	1
300	26	0	27	1	27	1	29	2
400	30	1	31	1	32	1	33	2
500	33	1	34	1	35	2	37	3
600	36	1	38	2	39	3	40	3
700	39	2	41	2	42	3	44	4
800	42	2	43	2	45	4	47	4
900	44	2	46	3	48	4	49	5
1000	47	3	48	3	50	5	52	5
1100	49	3	51	3	53	5	55	6
1200	51	3	53	4	55	5	57	6
1300	53	4	55	4	57	6	59	7
1400	55	4	57	4	59	6	62	7
1500	57	4	59	5	61	6	64	7
1600	59	4	61	5	63	7	66	8
1700	61	5	63	5	65	7	68	8
1800	63	5	65	6	67	7	70	9
1900	65	5	67	6	69	8	72	9
2000	66	5	68	6	71	8	74	10

الاستنتاجات:

١– عند متابعة المنتوج وجد إن نسب المعيب تتغير عشوائيا من دفعة إلى أخرى مع وجود انحراف في النوعية عن المواصفات المقررة وذلك الأسباب اسنادية وعشوائية.

٢– وجد ان توزيع النوعية هو (مربع كاي) بالمعلمة $\widehat{m}=4$ ولذلك اعتمد متوسط توزيع χ^2 كتوزيع سابق للنوعية.

٣– وجد إن التوزيع اللاحق للنوعية $g(p\mid x)$ هو توزيع كاما بالمعالم $(\frac{m}{2}+x, n+\frac{1}{2})$ حيث ان متوسطة يساهم في تقدير النوعيات للدفعات اللاحقة.

٤– وجد أن مقدار التخفيض في الخسارة المترتبة عن القرارات الخاطئة يساوي ١٠% لو تم استخدام خطط بيز بدلا من الخطة الاعتيادية.

٥- تم الحصول على معالم خطة المعاينة (c,n) المثلى نسبة لتوزيع نسب المعيب المشاهدة، وهو توزيع χ^2 بصورة مباشرة ومبسطة من المعادلة (٢٤) والمعادلة (٢٣) وأدرجت النتائج في جدول رقم (٣).

التوصيات

١- ضرورة الاهتمام بالمواصفات القياسية والعالمية والمصنعة وإدخال ISO كنظام للرقابة على النوعية.

٢- ضرورة استخدام خطط بيز المفردة لفحص المنتوج بدلا من الخطط الثابتة أي الفحص الشامل والذي يتطلب جهد وتكاليف عالية بالإضافة إلى الوقت.

٣- فحص المواد الأولية قبل اعتمادها في الإنتاج للحد من السيطرة من الانحرافات اللاحقة للتوعية.

المصادر:

١- الجنابي ، ضوية سلمان، "استخدام خطط المعاينة البيزية لفحص المنتوج في المنشاة العامة للغزل والنسيج الصوفي" بحث منشور في مجلة العلوم الإدارية و الاقتصادية – كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة بغداد– ١٩٩٩.

٢- عباس، منتهى خضير، "خطط بيز لفحص المنتوج في حالة توزيع بيتا مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير– قسم الرياضيات– كلية التربية– الجامعة المستنصرية، ٢٠٠٥ .

٣- خليل ، منذر عبدالله ، "بناء نموذج لخطط المعاينة البيزية لفحص المنتوج باستخدام نظرية اتخاذ القرارات مع تطبيق عملي" رسالة ماجستير – قسم الرياضيات – كلية التربية – جامعة تكريت، ٢٠٠٥ .

4- Hald, A., "Statistical Theory of Sampling Inspection by Attributes", Academic press Inc., London, 1981.

٥- هرمز، أمير حنا، "الإحصاء الرياضي"، الموصل، مديرية دار الكتب للطباعة والنشر، ١٩٩١.

6- Douglas, C., "Introduction to Statistical Quality by control", Montegomery, 4th ed., John, Wiley and Sone, Inc. New York, 2001.

Reduction of expectation value for the total cost function of quality control under conditional sampling distribution " Poisson - χ^2 "with application

Munther A. Khaleel

College Of Science for Computers and Mathematics , Tikrit University , Tikrit , Iraq

(**Received:** 13 / 1 / 2009 ---- **Accepted**: 4 / 10 / 2010)

Abstract

The aim of this research is the minimization of the expected total cost function of quality control , where (x) the sampling process is Poisson distribution with the parameter (np), (p) is random variable that changes from one production lot to another and has a probability distribution called the prior quality distribution as $\chi^2_{(\frac{m}{2})}$. And derivation of parameter of single Bayesian sampling plan (n,c).Is done, where n is the sample size, and c is acceptance number In this application we use excel program we use an application data from an Iraq artificial establishment that represent of defective units in production ,we classifying it into Ten class then we compute and find optimum bayes planning with the efficiency .