مجلة تكريت للعلوم الصرفة، ١٧ (١) ٢٠١٢ ISSN:1813 – 1662

محاكاة خمسة طرائق لتقدير معلمة الشكل لتوزيع باريتو

منذر عبد الله خليل

قسم الرياضيات، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة تكريت ،تكريت ،العراق

(**تاريخ الاستلام:** ١٨ / ٢ / ٢٠١٠ ---- **تاريخ القبول:** ١٣ / ١٢ / ٢٠١٠)

الملخص

في هذا البحث قد برهنت بعض خصائص توزيع باريتو ذو المعلمتين من اجل تحقيق غاية البحث وهي المقارنة بين طريقة بيز وطرق التقدير الاعتيادية لتقدير معلمة الشكل باستخدام طريقة محاكاة (مونت – كارلو) بطرق مختلفة . والمقارنة بين مقدر بيز المعياري والمقدرات الأخرى وقد تم استخدام مقياس متوسط مربعات الخطأ ومقياس متوسط الخطأ النسبي المطلق بافتراض قيم مختلفة لحجم العينة عندما نكون معلمة القياس (Scale) معلومة .نتائج ومفاهيم تجربة المحاكاة والتحليلات الناتجة عنها قد تم توضيحها بموجب جداول .

المقدمة:

يستخدم توزيع باريتو بشكل واسع في تطبيقات نظرية المعولية لأنة احد توزيعات الفشل لنماذج الإجهاد والمتانة في الهندسة الميكانيكية لذلك يستخدم في وصف توزيع الدخول ووصف السلوك المتطرف لقيمة الخسارة في المجال الاقتصادي ويضم توزيع باريتو المفرد معلمتين هما معلمة القياس (c: scale parameter) ومعلمة الشكل (α: shape parameter) وتعرف α بأنها ثابت باريتو أو معلمة الشكل وينسب توزيع إلى العالم الاقتصادي الايطالي الجنسية Vilfredo pareto ،عندما حاول وضع قانون شمولي للتعامل مع توزيع الدخل لمجتمع معين ومن الفكرة $\left(N = AX^{-\alpha}\right)$ انطلق في نظريته واشتق صيغة التوزيع ،وقد أنجزت العديد من البحوث وطورت العديد من الطرائق لتقدير معلمات هذا التوزيع ثم تقدمت البحوث لتشمل توزيع باريتو الثنائي (Bivariate pareto) وتوزيع باريتو العام والشرطي ،وسوف يتضمن بحثنا المقارنة بين خمسة طرائق لتقدير معلمة الشكل لتوزيع باريتو المفرد بواسطة المحاكاة ، وسوف يتم اشتقاق صيغ المقدر بطريقة العزوم ، والإمكان الأعظم ،والتقدير غير المتحيز ذي اصغر تباين ،ومقدر بيز ، والمقلص المقدر ثم يكتب برنامج محاكاة للمقارنة بين المقدرات الخمسة باستخدام مقياسين هما MSE , MAPE .

هدف البحث:

يهدف البحث إلى اشتقاق خمسة مقدرات لمعلمة الشكل في توزيع باريتو المفرد وهي مقدر العزوم والإمكان الأعظم وUMVUE ومقدر بيز القياسي والمقلص المقدر ومن ثم المقارنة بينها بواسطة المحاكاة واعتماد MSE (متوسط مربعات الخطأ) وكذلك متوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE) في المقارنة بين المقدرات الأربعة .

الجانب النظري: [1]

ينتمي توزيع باريتو إلى عائلة التوزيعات الآسية التي لها دالة كثافة احتمالية معرفة بالمعادلة :

$$f(x) = C(\theta)\exp\left(\sum_{i=1}^{k} Q_i(\theta)ti(x)\right)h(x)$$

وبعد التعويض عن

$$\theta = \alpha$$
$$C(\theta) = \alpha c^{\alpha}$$
$$Qi(\theta) = -(\alpha + 1)$$
$$ti(x) = \ln(x)$$
$$h(x) = 1$$

نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع باريتو

$$f(x, c, \alpha) = \begin{cases} \dfrac{\alpha C^{\alpha}}{x^{\alpha+1}} & x \geq c, \alpha > 0, c > 0 \\ 0 & O.W \end{cases}$$

وهي دالة ذات معلمتين هما معلمة القياس (scale parameter c) ومعلمة الشكل (shape parameter α) إما الدالة الاحتمالية التراكمية C.D.F فهي

$$F_X(x) = 1 - \left(\frac{c}{x}\right)^{\alpha}, x > 0$$

وإذا كانت لدينا عينة عشوائية مستقلة من X1,X2,,…,Xn $X_{(1)} < X_{(2)} < \ldots < X_{(n)}$ توزيع باريتو بالمعلمتين (c, α) وان إحصاءات العينة مرتبة تصاعدياً وبافتراض إن

$$Y_1 = X_{(1)} = Min\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$$

فلن Y_1 متغير عشوائي يتوزع توزيع باريتو ولكن بمعلمة قياس c ومعلمة شكل هي nα وكما يلي

$$h(y_1) = \begin{cases} \dfrac{n\alpha . c^{n\alpha}}{{y_1}^{n\alpha+1}} & y_1 > c \\ 0 & O.W \end{cases}$$

ومن الخصائص المهمة الأخرى لتوزيع باريتو ،هو إمكانية الحصول على مقدر للمعلمة α إذا كانت c معلومة أو مقدرة بإحدى الطرائق مثلاً اذا كانت ($c = \min X_i = X_{(1)}$) وبتطبيق الوسيط ، حيث إن

$$F_{(x)} = p_r(X \leq x) = 0.5$$

$$\Rightarrow \int_1^{ms} f(x, c, \alpha)dx = 0.5$$

$$\Rightarrow \int_1^{ms} \frac{\alpha c^{\alpha}}{x^{\alpha+1}} dx = 0.5 \Rightarrow ms^{-\alpha} = 0.5$$

$$\Rightarrow -\alpha \log(ms) = -\log(2)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\log(2)}{\log(ms)}$$

وباعتبار إن $\hat{c} = \min X_i = X_{(1)}$ فان

$$\hat{\alpha} = \frac{\log(2)}{\log(\frac{ms}{X_{(1)}})}$$

وفيما يلي بعض طرائق تقدير معلمة الشكل α باعتبار أن الحد الأدنى لمعلمة القياس (c) يكون معلوم في التطبيقات العملية ،كما يمكن تقديرها من البيانات العينة المشاهدة ،ومن طرائق تقدير معلمة الشكل

١ – طريقــة الإمكــان الأعظــم: [2] Maximum Likelihood method (MLE)

تميز مقدر الإمكان الأعظم بالثبات والاتساق وهو المقدر الذي يجعل دالة الإمكان الأعظم في نهايتها العظمى وإذا اعتبرنا إن مقدر الإمكان الأعظم لمعلمة القياس (c) هو

$$\hat{c} = \min(Xi)$$

فان مقدر α بطريقة (MLE) هو

$$L(X1, X2, ..., Xn, \alpha) = \frac{\alpha^n c^{n\alpha}}{\prod_{i=1}^{n} xi^{\alpha+1}}$$

$$\log L = n \log \alpha + n\alpha \log c - (\alpha+1)\sum_{i=1}^{n} \log xi$$

ومن ثم نشتق دالة الإمكان الأعظم ونساويها مع الصفر

$$\frac{\partial \log L}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} + n \log c - \sum_{i=1}^{n} \log xi$$

$$\Rightarrow \hat{\alpha}_{mL} = \frac{n}{\sum \log xi - n \log c}$$

$$\because E(\hat{\alpha}_{mL}) = \frac{n}{n-1}\alpha$$

فهو مقدر متحيز ويمكن إيجاد مقدر متحيز $\overset{*}{\alpha}$ حيث

$$\overset{*}{\alpha} = \frac{n-1}{T}$$

$$T = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{xi}{x_{(1)}}\right)}$$

$$E_{\alpha}(\overset{*}{\alpha}) = E\left(\frac{n-1}{n} * \frac{n}{\sum \ln \frac{xi}{x_{(1)}}}\right)$$

$$= \frac{n-1}{n} E(\hat{\alpha}_{mL}) = \alpha$$

إما تباين المقدر

$$V(\overset{*}{\alpha}) = Var(\frac{n-1}{n}\hat{\alpha}) = \frac{\alpha^2}{n-2}$$

ويوجد مقدر منتظم غير متحيز بأصغر تباين [3] ويعتبر مقدر ثاني للمعلمة α وسوف نرمز له $\overline{\alpha}$ وان صيغة هذا المقدر هي

$$\overline{\alpha} = \frac{n-2}{\sum_{i=1}^{n} \ln(\frac{xi}{x_{(1)}})}$$

وان تباين هذا المقدر هو

$$Var_{\alpha}(\overline{\alpha}) = Var(\frac{n-2}{n}\alpha)$$

$$= \frac{(n-2)^2}{n^2} Var(\alpha)$$

$$\Rightarrow Var(\overline{\alpha}) < Var(\overset{*}{\alpha})$$

٢ – مقدر العزوم: [4] Moment Estimator

إن مقدر العزوم ($\overset{\circ}{\alpha}$) للمعلمة α ،نحصل علية من مساواة عزم العينة مع عزم المجتمع

$$\mu = E(X) = \frac{\alpha c}{\alpha - 1}$$

$$\because \overline{X} = \frac{\overset{\circ}{\alpha} \min X_{(1)}}{\overset{\circ}{\alpha} \min - 1}$$

$$\therefore \overset{\circ}{\alpha}\,\overline{X} - \overline{X} = \overset{\circ}{\alpha} X_{(1)}$$

$$\Rightarrow \overset{\circ}{\alpha} = \frac{\overline{X}}{\overline{X} - X_{(1)}}$$

٣ – مقدر بيز القياسي: [5] Standard Bayes estimator

أن مقدر بيز القياسي لمعلمة الشكل لتوزيع باريتو Standard estimator for shape parameter حسب معلومات جيفري يمكننا إن نفترض توزيعا مشتركا للمعلمتين (c, α) وهو

$$g(c, \alpha) \propto \frac{1}{\alpha^s c^r} . \alpha > 0, c > 0$$

وطبقاً لتعريف التوزيع اللاحق للمعلمتين (c, α) يكون

$$h(c, \alpha | x_1, x_2, ..., x_n) = \frac{f(x_1, x_2, ..., x_n | c, \alpha) g(c, \alpha)}{\int_0^{\infty}\int_0^{x_1} f(x_1, x_2, ..., x_n | c, \alpha) g(c, \alpha) dc d\alpha}$$

وبافتراض r=1 فان التوزيع اللاحق سيكون

$$h(c, \alpha | x) = \frac{n\, \alpha^{n\text{-}s}\, e^{n\alpha - 1}\, e^{-(\alpha-1)\sum_{i=1}^{n}\ln(xi)}}{e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln(xi)} \int_0^{\infty} \alpha^{n+s-1} e^{-(\sum \ln(xi) - n\ln(x_1))}} d(x)$$

$$h(c, \alpha | x) = \frac{n\alpha^{n-s} e^{-\alpha\sum_{i=1}^{n}\ln(xi)}}{\Gamma(n-s)\left[\sum \ln(xi) - n\ln(c)\right]^{n-s}}$$

ومنة نجد إن التوزيع اللاحق لمعلمة الشكل α هو

$$M(\alpha | x_1, x_2, ..., x_n) = \int_c h(c, \alpha | x) dc$$

$$= \frac{\alpha^{n-s-1} e^{-\alpha \sum_{i=1}^{n} \ln(xi/c)}}{\Gamma(n-s)\left[\sum_{i=1}^{n} \ln(xi/c)\right]^{n-s}}$$

وفي حالة وجود دالة خسارة تربيعية فان مقدر بيز القياسي لمعلمة الشكل α لتوزيع باريتو هو متوسط التوزيع اللاحق mean of posterior distribution

$$\hat{\alpha}_{SB} = E(\alpha | x) = \frac{n-s}{\sum_{i=1}^{n} \ln(xi/c)}$$

وعندما S=0 فان مقدر بيز القياسي يؤول الى مقدر الامكان الاعظم $\hat{\alpha}$ وعندما S=2 فان مقدر بيز هو المقدر المنتظم غير المتحيز وله اصغر تباين للمعلمة α وهو المقدر الوارد في المعادلة (١٣)

$$\bar{\alpha} = \frac{n-2}{\sum_{i=1}^{n} \ln(xi / c)}$$

٤– المقدر المقلص: [3] Shrinkage Estimator

تعتمد مقدرات التقلص بدرجة كبيرة على سلوك دالة التقلص k وعلى المجال R ، حيث يتم من خلالها تحديد شكل مقدر التقلص ، وان أي تحسين في تلك المقدرات يعود الى احد هذين العاملين أو كلاهما . والمقصود بدالة التقلص مقدار ثقة الباحث بالمعلومات الأولية المتوفرة حول المعلمات أو حول حالات الطبيعة (State of Nature) والتي تمتلك توزيع إحصائي معين ونظراً لعدم وجود قاعدة موحدة لاختيار قيمة k ،نعتمد أسلوب Thompson في استخدام معلومات أولية ($\alpha_\circ$) لمعلمة الشكل حسب ما ورد في مصدرها الأصلي ،ثم تقترح الدالة التالية

$$\alpha_{sh} = k\overset{*}{\alpha} + (1-k)\alpha_\circ$$

حيث إن $\overset{*}{\alpha}$ هو مقدر اولي غير متحيز للمعلمة α ويساوي

$$\overset{*}{\alpha} = \frac{n-1}{T} \quad , \quad T = \sum_{i=1}^{n} \ln(xi / x_{(1)})$$

و k ثابت 0<k<1 ، ولا بد من اختيار قيمة k التي تجعل متوسط مربعات خطأ المقدار α_{sh} اقل ما يمكن أي:–

$$MMSE(\hat{\alpha}_{SB}) = \mathrm{E}(\hat{\alpha}_{sh} - \alpha)^2$$

وبإضافة وطرح المقدار $k\alpha$ نحصل على

$$MSE(\hat{\alpha}_{SB}) = \mathrm{E}\left[k\overset{*}{\alpha} + (1-k)\alpha_\circ - \alpha + k\alpha - k\alpha\right]^2$$

$$= \mathrm{E}\left[k(\overset{*}{\alpha} - \alpha) + (1-k)(\alpha_\circ - \alpha)\right]^2$$

$$= k^2 MES(\overset{*}{\alpha}) + (1-k)^2(\alpha_\circ - \alpha)^2$$

ومنة تم التوصل الى قيمة k التي تجعل متوسط مربعات الخطأ $MES(\hat{\alpha}_{SB})$ اقل ما يمكن ، من اشتقاق المقدار ومساواة المشتقة مع الصفر وكالاتي :

$$\frac{\partial MSE(\hat{\alpha}_{SB})}{\partial k} = 2kMES(\overset{*}{\alpha}) - 2(1-k)(\alpha_\circ - \alpha)$$

$$k\left(MES(\overset{*}{\alpha}) + (\alpha_\circ - \alpha)^2\right) = (\alpha_\circ - \alpha)^2 \qquad \div 2$$

$$\therefore k = \frac{(\alpha_\circ - \alpha)^2}{\left[MES(\overset{*}{\alpha}) + (\alpha_\circ - \alpha)^2\right]}$$

وبعد استخراج قيمة k تكون صيغة مقدار التقليص لمعلمة الشكل لتوزيع باريتو هي الصيغة الواردة في المعادلة (16) وهي صيغة متحيزة ومقدار التحيز فيها

$$Bias(\hat{\alpha}_{sh}) = \mathrm{E}(\hat{\alpha}_{sh}) - \alpha$$

$$= k\mathrm{E}(\overset{*}{\alpha}) + (1-k)\alpha_\circ - \alpha$$

$$= k\alpha + (1-k)\alpha_\circ - \alpha$$

وان مقدار التحيز هي غير مهمة مقارنة بمتوسط مربعات الخطأ.

الجانب التجريبي :–

بعد إن تم اشتقاق المقدرات الخمسة لمعلمة الشكل لتوزيع باريتو ، سنقوم باستخدام المحاكاة للمقارنة بين طرائق التقدير باعتبار إن المحاكاة هي أسلوب رياضي يتضمن برنامج حاسبة الكترونية يشمل كل عناصر النظام أو العناصر المؤثرة في الجزء المطلوب محاكاته ،فعند تشغيل البرنامج يتضح تتابع الإحداث الممكن حصولها في الواقع وهذا يساعد في الحصول على تصور متكامل لما سينتج عند تشغيل النظام الحقيقي ونتائج الافتراضات التي نرغب بإدخالها على النظام بهدف تطوير أدائه. وتتضمن مراحل بناء المحاكاة أربعة مراحل مهمة هي:

١– مرحلة تعين القيم الافتراضية وتعد من المراحل المهمة التي تعتمد عليها المراحل اللاحقة ،ويتم تعين القيم الافتراضية لمعلمة القياس (c) وتحديد حجوم العينات مثلاً نختار (n=10,25) للعينات الصغيرة و(n=50) كعينة متوسطة و(n=100) للعينة الكبيرة .

٢– المرحلة الثانية هي مرحلة توليد البيانات حسب البرنامج الذي سيكتب لهذا الهدف وبالاعتماد على الدالة التراكمية التجميعية هنا لتوزيع باريتو وان معادلة التوليد هي

$x = c(1-u)^{-\frac{1}{\alpha}}$ متغير مستمر منتظم $0 < u < 1$

٣– تقدر معلمة الشكل (α) حسب طرائق التقدير لحجوم العينات المثبتة مسبقاً وتكرار التجربة .

٤– المفاضلة بين المقدرات باستخدام MES ،و المقياس الأخر MAPE ،وتعرض النتائج لكل نموذج في جداول خاصة تتضمن الجداول قيم المقدر (α) ومتوسط مربعات الخطأ ومتوسط الخطأ النسبي المطلق للمقدرات ،حيث

$$MES(\hat{\alpha}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{\alpha}i \_ \alpha)^2}{R}$$

R : عدد مكررات التجربة

$$MAPE(\hat{\alpha}) = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} |\hat{\alpha}i - \alpha|}{\alpha}}{R}$$

وهو مقياس نسبي يستخدم لدقة القياسات عندما تكون المجتمعات مختلفة الوحدات وقد تم اختيار القيم الافتراضية حيث اختيرت (c=3,4,5) أما (α= 2.2 , 2.6 , 3.0) ووجدنا إن أي اختيار لمجموعة أخرى لم تؤثر على النتائج .

جدول رقم(١) نماذج المعلمات المختارة لعملية المحاكاة

النموذج	معلمة القياس	معلمة الشكل
١	٣	2.2
٢	٤	2.2
٣	5	2.2
٤	3	2.6
٥	4	2.6
٦	5	2.6
7	3	3.0
8	4	3.0

9	5	3.0

تحليل النتائج:

١- أظهرت طريقة بيز القياسية تفوقها على طريقة الامكان الاعظم وطريقة التقلص وطريقة العزوم وطريقة المقدر المنتظم غير المتحيز ذي اصغر تباين من خلال إعطاؤها مقدرات تقترب من القيم لافتراضية مما يجعل الخطأ التجريبي صغير جداً والجدول التالي يلخص الأفضلية بين الطرائق .

جدول رقم (٢) عدد مرات الأفضلية التقدير لمعلمة الشكل (α)

عدد مرات الأفضلية	طريقة التقدير
13	Standard Bayes
9	UMVUE
6	Moment
5	Shrinkage Bayes
٣	MLE

٢- ووجد انه لكل النماذج المفترضة وأحجام العينات فان مقدر بيز للقياسات للمعلمة (α) أفضل من الطرق الأخرى لان المعلمات الأولية تساهم في الحصول على مقدر تقترب فيه التقديرات من القيم الافتراضية .

٣- لجميع النماذج ولكافة أحجام العينات ظهرت تقديرات المعلمة (α) بطريقة المقدر المنتظم غير المتحيز بأصغر تباين أفضلية من الطرائق التقليدية وطريقة التقلص وهذا واضح من قيم متوسط مربعات الخطأ لتقدير المعلمة (α) والجدول التالي يوضح الطرائق مرتبة حسب الأفضلية باستخدام(MES) لتقدير معلمة الشكل (α) .

جدول رقم (٣) الطرائق مرتبة حسب الأفضلية باستخدام (MES) لتقدير معلمة الشكل (α)

عدد مرات الأفضلية	طريقة التقدير
17	Standard Bayse
9	Shrinkage Bayes
4	UMVUE
٣	MLE
٢	Moment

الاستنتاجات:

بعد تقدير معلمة الشكل بالطرائق الخمسة وتطبيق تجارب المحاكاة اتضح لنا ما يلي

١- لوحظ أفضلية أسلوب بيز في التقدير على الطرائق الأخرى من خلال مقارنة المعيار بين (MES) (MAPE) ولحجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة ،ولكافة النماذج كما هو واضح في الجدول رقم (4).

٢- اظهر مقياس MAPE أفضلية لمقدر بيز القياسي لمعلمة الشكل مقارنة بالمقدرات الأخرى ولجميع حجوم العينات ولكافة النماذج كما هو واضح في الجدول رقم (6).

٣- عند مقارنة قيم المقدر المنتظم غير المتحيز وبأصغر تباين لجميع الطرائق فان هذا المقدر احتل المرتبة الثانية باعتماد (MES) ولكافة حجوم العينات ،واحتل هذا المقدر المرتبة الأولى باستخدام المعيار (MAPE) مقارنة بالطرائق التقليدية الأخرى.

٤- كانت قيم (MSE) و(MAPE) متقاربة لجميع الطرائق وتتناقص عند زيادة حجم العينة مما يتلائم ذلك مع النظرية الإحصائية.

التوصيات:

١- نوصي باستخدام أسلوب بيز لتقدير معلمات الشكل والقياس لتوزيع باريتو لان المعلومات الأولية المتمثلة في التوزيع الأولي تساهم في زيادة دقة المقدرات.

٢- نوصي باستخدام طرائق تقليدية أخرى مثل طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) وطريقة الوسيط وطريقة وايت المطورة بهدف المقارنة .

٣- نوصي بأجراء تقدير لداله المعولية لتوزيع باريتو العام لأهمية المعولية في التطبيقات الهندسية

جدول رقم (٤) تقدير معلمة الشكل α

Model	Size	MOM	MLE	SB	STB	UMV	BEST
1	10	2.21549	2.64485	2.89542	2.84518	2.55483	MOM
	25	2.72154	2.98875	2.36655	2.19943	2.65581	STB
	50	2.65458	2.72258	2.66583	2.26458	2.96552	STB
	100	2.95639	2.60113	2.25486	2.95453	2.42336	SB
2	10	2.66535	2.99563	2.84654	2.26354	2.66598	STB
	25	2.78845	2.33654	2.54496	2.30105	2.44785	STB
	50	2.10006	2.65158	2.68485	2.96543	2.21546	UMV
	100	2.65325	2.65488	2.34658	2.54664	2.20086	UMV
3	10	2.95566	2.59146	2.41441	2.65196	2.26598	UMV
	25	2.21649	2.65897	2.48848	2.45995	2.4458	MOM
	50	2.47688	2.21143	2.66958	2.35899	2.81556	MLE
	100	2.61894	2.21665	2.46495	2.21549	2.65558	STB
4	10	2.61988	2.91961	2.48526	2.85955	2.39599	MOM
	25	2.63665	2.87165	2.46658	2.98791	2.99796	MOM
	50	2.64854	2.65619	2.60664	2.75559	2.45599	SB
	100	2.76546	3.10055	3.56696	2.61600	2.36655	STB
5	10	2.42975	2.88565	2.61154	2.90054	3.10893	SB
	25	2.84799	2.71989	2.41895	2.60445	2.90044	STB
	50	2.54914	3.11895	3.31891	2.62885	2.68440	STB
	100	2.68984	2.38981	3.19898	2.61558	2.40114	STB
6	10	2.50900	2.74455	2.65444	2.88900	2.70554	SB
	25	2.64485	2.86985	2.81445	2.46695	2.94983	MOM
	50	2.99855	2.59542	2.98986	2.50046	2.99415	MLE
	100	2.80770	2.43300	2.44589	3.31001	2.63445	UMV
7	10	3.55158	3.09982	3.50550	3.04485	3.18615	STB
	25	3.65589	3.00415	3.55200	3.55509	3.11894	MLE
	50	3.25966	3.45955	3.01000	3.62887	3.94188	SB
	100	3.05400	3.65105	3.50908	3.61213	3.66816	MOM
8	10	3.84198	3.20054	3.14998	3.88884	3.04455	UMV
	25	3.41498	3.50659	3.09987	3.00125	3.50007	STB
	50	3.41100	3.56108	3.91885	3.01154	3.41089	STB
	100	3.98108	3.92591	3.40098	3.98004	3.49844	UMV
9	10	3.81867	3.17154	3.71545	3.92944	3.01998	UMV
	25	3.61898	3.61974	3.65418	3.62924	3.00185	UMV
	50	3.19651	3.71987	3.87567	3.30917	3.05645	UMV
	100	3.41158	3.41686	3.61975	3.06659	3.10871	STB

جدول رقم (٥) متوسط مربعات الخطأ MSE لتقدير معلمة الشكل α

Model	Size	MOM	MLE	SB	STB	UMV	BEST
1	10	٠.21549	٠.54485	٠.09892	١.98918	٠.51531	SB
	25	٠.89164	٠.98875	٠.36545	٠.19943	٠.65351	STB
	50	٠.61798	٠.72258	٠.66630	٠.06698	٠.91514	STB
	100	٠.98785	٠.69873	٠.26796	٠.95267	٠.41481	SB
2	10	٠.66595	٠.96895	٠.45644	٠.05989	٠.66454	STB
	25	٠.75441	٠.33588	٠.54496	٠.30105	٠.44785	STB
	50	٠.16877	٠.68784	٠.68875	٠.11653	٠.21546	UMV
	100	٠.65541	١.65654	١.34185	٠.14664	٠.20086	UMV
3	10	٠.91514	٠.54166	٠.48781	٠.64654	٠.26888	UMV
	25	٠.28444	٠.65457	٠.18878	٠.55664	٠.39891	SB
	50	٠.56425	٠.24583	٠.65468	٠.54869	٠.80544	MLE
	100	٠.85794	٠.87865	٠.8778	٠.24569	٠.64090	STB
4	10	٠.66912	٠.20578	٠.48863	٠.84345	٠.20529	MUV
	25	٠.35966	٠.88788	٠.45648	٠.94631	٠.94596	MOM
	50	٠.65592	٠.68647	٠.25144	٠.79424	٠.45234	SB
	100	٠,79576	٠.15554	٠.56653	٠.05450	٠.34255	STB
5	10	1.55041	1.87055	٠.10054	٠.91510	٠.14353	SB
	25	٠.84505	٠.76630	٠.45545	٠.38850	٠.96471	STB
	50	٠.54806	٠.10820	٠.30055	٠.04550	٠.51512	STB
	100	٠.68930	٠.30566	٠.15407	٠.01112	٠.15514	STB
6	10	٠,50257	٠.74737	٠.43661	٠.88566	٠.70872	SB
	25	٠.24422	٠.87425	٠,60592	٠.44545	٠.94524	MOM
	50	٠.96100	٠.50057	٠.94954	٠.50522	٠.99871	MLE
	100	٠.80472	٠.95215	٠.40854	٠.24534	٠.14580	UMV
7	10	١.53533	١.01231	٠.52130	٠.03454	٠.8468	STB
	25	٠.65666	٠.03123	٠.55433	٠.45345	٠.15664	MLE
	50	٠.21554	٠.41322	٠.20081	٠.54333	٠.54578	SB
	100	٠.48886	٠.60535	٠.23133	٠.10055	٠.61253	STB
8	10	٠.85465	٠.25463	٠.15640	٠.84564	٠.98345	SB
	25	٠.41232	٠.50321	٠.64014	٠.21845	٠.56535	STB
	50	٠.41440	٠,55656	٠.90353	٠.02152	٠.43585	STB
	100	٠.97965	٠.90035	٠.26011	٠.95468	٠,42702	SB
9	10	٠.84532	٠.18757	٠.71567	٠.04545	٠.02591	STB
	25	٠.61237	٠.61523	٠.65653	٠.10342	٠.47222	STB
	50	٠.19678	٠.74568	٠.81458	٠.10808	٠.59208	STB
	100	٠.41876	٠.41885	٠.68752	٠.05456	٠.87780	STB

جدول رقم (٦)متوسط الخطأ النسبي المطلق MAPE لتقدير معلمة الشكل α

Model	Size	MOM	MLE	SB	STB	UMV	BEST
1	10	.00185٠	.52454٠	.59054٠	.95123١	.04455٠	MOM
	25	.82005٠	.95604٠	.14075٠	.11052٠	.05402٠	UMV
	50	.62985٠	.72054٠	.61878٠	.87335٠	.54668٠	UMV
	100	.98985٠	.65410٠	.04510٠	.54455٠	.87886٠	SB
2	10	.65827٠	.10840٠	.18787٠	.71567٠	.01231١	MLE
	25	.75492٠	.61278٠	.61523٠	.25050٠	.31500٠	STB
	50	.12558٠	.19877٠	.74545٠	.81756٠	.04845٠	UMV
	100	.65727٠	0.95905	.41545٠	.65566٠	.01545٠	UMV
3	10	.95540٠	.55206٠	.08564٠	50450٠,	.74448٠	SB
	25	.26556٠	.65955٠	.18426٠	.04550٠	.87865٠	STB
	50	.56656٠	.24745٠	.67476٠	.96154٠	.10545٠	UMV
	100	.85654٠	.85644٠	.85495٠	.41424٠	.05400٠	UMV
4	10	.67412٠	.25458٠	.48763٠	.53873١	.04566١	UMV
	25	.35453٠	.45588٠	.88748٠	.65786٠	.54614٠	MOM
	50	.63152٠	.65447٠	.24564٠	.21864٠	.47542٠	STB
	100	71636٠,	.16854٠	.55443٠	.44586٠	.01145٠	UMV
5	10	1.56381	1.83685	1.10324	.91356٠	.11353٠	UMV
	25	.85445٠	.73680٠	.45665٠	.25650٠	.05566٠	UMV
	50	.53806٠	.15639٠	.36698٠	.56530٠	.56652٠	MLE
	100	.68330٠	.38366٠	.13407٠	.01652٠	.12356٠	STB
6	10	68707٠,	.74004٠	.43041٠	.88466٠	.74872٠	SB
	25	.55492٠	.20010٠	68402٠,	.44875٠	.94574٠	MLE
	50	.54440٠	.50104٠	.95484٠	.54542٠	.10871٠	UMV
	100	.88872٠	.01041٠	.40105٠	.24154٠	.14580٠	MLE
7	10	.53658١	.01622١	.55480٠	.06904٠	.84745٠	STB
	25	.65285٠	.03872٠	.01280٠	.68710٠	.15456٠	SB
	50	.21884٠	.43874٠	.20860٠	.54333٠	.15548٠	UMV
	100						STB

		.45020٠	.60320٠	.23687٠	.10055٠	.60243٠	
8	10 25 50 100	.85565٠ .44152٠ .41515٠ .97511٠	.25463٠ .55421٠ 55511٠, .91875٠	.86534٠ .61404٠ .16870٠ .81031٠	.01204٠ .05145٠ .57512٠ .95528٠	.78671٠ .02105٠ .01405٠ .022152	STB UMV UMV UMV
9	10 25 50 100	.84532٠ .21217٠ .19678٠ .23146٠	.18457٠ .12515٠ .74568٠ .53144٠	.71567٠ .11813٠ .01158٠ .61542٠	.03145٠ .11221٠ .17190٠ .05456٠	.02741٠ .47542٠ .41438٠ .41440٠	UMV STB SB STB

المصادر

1-. Linyu Penj, Huafei sun and Lin Jiu .(2007), the geometric structure of the pareto distribution , Boletin Mathematics Vo (XIV), No.1.

2- Sigh, V. P. and H. Guo. 1995. parameter estimation distribution by the principle of Maximum entropy (POME). Hydrol. Sci. 40: 165-1812-

3- Saksena, S. K. Johnson, A. M.(1984) Best unbiased estimators for the parameters of a two-parameter Pareto distribution. Biometrical. 31,77-83.

4-Johnson ,N.L & Kotz ,S. (1970) :theory of point estimation wads worth and Brooks pacific Grove ,California

5- El-Gohary, A. and Sarhan, A. (2003) Estimations of parameters in pareto reliability model in the presence of masked data , Reliability Engineering and system safety vol.82, pp. 75-83.

Five method for estimation the shape parameter in pareto distribution by simulation

Munther A. Khaleel

College Of Science for Computers and Mathematics , Tikrit University , Tikrit , Iraq

(**Received:** 18 / 2 / 2010 ---- **Accepted:** 13 /12 / 2010)

Abstract

In this research certain properties for pareto distribution with two parameters had been proved ,to achieve the main purpose of research, which is the comparison between Bayes method and classical methods to estimate ,the shape parameter using simulation Monte – Carlo methods for different methods. The comparison between standard Bayes estimator and other estimators have been done using MSE (Mean square error) and MAPE (Mean absolute percentage error) ,assuming different values for sample size and for scale parameter is known. The experimental aspect and results of simulation experiments and analysis of the results are explain of in table