مقارنة بين اختبارات مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ في أنموذج الانحدار الخطي المتعدد في حالة ابتعاد البيانات عن التوزيع الطبيعي

م. م مرتضى منصور عبداللّه حمود ال هاشم

جامعه ديالى –كلية الإدارة والاقتصاد –قسم الإحصاء

A comparison between the problem of the heterogeneity of the variance error in the model of multiple linear regression analysis in the case of data distancing from the normal distribution

Asst. Ins . Murtadha Mansour Abdullah
University of Diyala
College of Administration & Economics

مقارنة بين اختبارات مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ في أنموذج الانحدار الخطي المتعدد في حالة ابتعاد البيانات عن التوزيع الطبيعي

م.م. مرتضى منصور عبدالله حمود

الملخص :

ان اغلب الاختبارات الاحصائية الخاصة باختبار فرضية تجانس تباين الخطأ تتطلب شروطاً وفرضيات ومنها شرط التوزيع الطبيعي للبيانات لتعطي نتائج يمكن الاستناد اليها في اتخاذ القرار الصحيح , وعند خرق هذا الشرط فأن استعمال هذه الاختبارات سوف لا يكون صحيحاً لأنه سيعطي نتائج غير دقيقة لذلك يتم اللجوء الى احصاءات أخرى تعطي نتائج يمكن الاعتماد عليها في اتخاذ القرار وفي هذا البحث تم اختبار مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ العشوائي باستعمال احصاءات الاختبار $((BP, G-F)\, and (\Phi, \Psi)$ test$)$في أنموذج انحدار خطي , ولغرض تحقيق المقارنة بين هذه الاحصاءات في حالتين ,الحالة الاول عندما تتبع البيانات التوزيع الطبيعي والحالة الثانية عندما تتبع البيانات توزيع كوشي . فقد تم توظيف اسلوب المحاكاة بطريقة مونت كارلو (Monte Carlo) لاختبار فرضية تجانس تباين الخطأ العشوائي من خلال احتساب احتمال الخطأ من النوع الاول وقوة الاختبارلهذه الاحصاءات. وتم التوصل الى ان احصاءات الاختبار المتمثلة بـ (Φ, Ψ) في حالة التوزيعين الطبيعي وكوشي المذكورين انفاً المستخدمين في اختبار فرضية تساوي تباينات الخطأ في أنموذج انحدار خطي متعدد هي الافضل في جميع الحالات.

Abstract

the most of the statistical tests for testing the hypothesis of Heteroscedasticity need specific conditions and hypotheses form condition normal distribution data if this condition is broken , the use statistical tests will not be right because it gives inaccurate results. So that circular will be through the study of four types of tests$((BP, G-F) and (\Phi, \Psi)$ test)in the linear regression.in order to achieve the comparison among these statistics in tow case

The first case is when the data follow the normal distribution and The second case the data follow the Cauchy distribution .the simulation style was employed using (Monte Carlo) method to test of the homoscedasticity , through counting the possibility of type I error and the power of test for these statistics . We have found that (Φ, Ψ) statistics in case (normal and Cauchy) distribution of The observations used in testing hypothesis in the multiple linear regression model model is the best tin both cases.

المقدمــة

تقديرات معلمات الانحدار الخطي المتعدد بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية تعد افضل التقديرات واقربها الى الواقع لتمثيل البيانات على شكل أنموذج انحدار خطي ولكن ذلك يكون حسب شروط معروفة يجب ان تتوافر حتى نحصل على افضل التقديرات بهذه الطريقة طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) وفي حالة عدم توافر احد الشروط الاساسية للتقدير بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) لمعلمات الانحدار الخطي سوف يؤدي ذلك الى التأثير في جودة التقديرات لمعلمات أنموذج الانحدار , ومن ضمن هذه المشكلات التي تؤثر في احد الشروط الاساسية لتقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ العشوائي $(Heteroscedasticity)$ حيث ان مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ قد تؤثر في تغير القيم التقديرية لمعلمات أنموذج الانحدار , اي ان مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ العشوائي يمكن ان تجعل تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) غير دقيقة وبعيدة عن الواقع , لذلك قبل الاعتماد على تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية يجب اختبار مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ. اذ يتم اللجوء الى اختبارات مشكلة عدم تجانس الخطأ للكشف عن هذه المشكلة حتى يتم التخلص منها ومعالجة هذه المشكلة حتى يتم الحصول على تقديرات دقيقة وتمثل البيانات تمثيلاً واقعياً, اذ يوجد العديد من الاختبارات الاحصائية التي تساعد في الكشف عن هذه المشكلة ومن اهم هذه الاختبارات اختبار كولد فيلد(Goldfeld and Quandt) لكن تعتمد هذه الاختبارات على شرط معين لاختبار فرضية التجانس الا وهو شرط التوزيع الطبيعي للبيانات وفي حالة عدم تحقق هذا الشرط تصبح هذه الاختبارات غير كفوءة في تحديد مشكلة عدم التجانس لذلك فقد اقترح مجموعة من الباحثين احصاءات اختبار تساعد على الكشف عن مشكلة عدم التجانس في حال ابتعاد البيانات عن التوزيع الطبيعي ومن اهم هذه الطرائق التي سوف يتم استخدامها في هذا البحث هو اختبار $(Ivans\ and\ Maxwell)$ واختبار (MACHADOSILVA) وتم تطبيق هذه الاختبارات مقارنة مع اختبار مضاعفات لانكرانج في حالة اتباع البيانات التوزيع الطبيعي وفي حالة ابتعاد البيانات عن التوزيع الطبيعي.

مشكلة البحث: The search problem

ان من اهم المشكلات التي تواجه الاختبارات الاحصائية لمشكلة عدم تجانس تباين الخطأ هي الفرضيات الخاصة بالتوزيع الطبيعي فان اغلب الاختبارات الكلاسيكية شرط من شروطها هو ان تتبع البيانات التوزيع الطبيعي وفي حالة عدم تحقيق هذا الشرط تصبح نتائج هذه الاختبارات غير دقيقة وغير صحيحه لذلك يتم اللجوء الى طرائق اخرى تكشف عن هذه المشكلة في ظل ابتعاد البيانات عن التوزيع الطبيعي.

هدف البحث : The search objective

تهدف هذه الدراسة الى المقارنة بين الاختبارات الخاصة لمشكلة عدم تجانس تباين الخطأ وذلك ضمن حالات مختلفة وتحديد اي من هذه الاختبارات هو الافضل في تحديد المشكلة ومن اهم هذه الحالات هي(المقارنة بين الاختبارات في حالة اتباع البيانات التوزيع الطبيعي وكذلك ضمن حالات تبتعد فيها البيانات عن التوزيع الطبيعي وكذلك ضمن حجوم عينات ومستويات تباين مختلفة) ويتم استعمال اسلوب المحاكاة في عملية توليد البيانات وان اسلوب المقارنة بين هذه الاختبارات هو الخطأ من النوع الاول وكذلك قوة الاختبار.

مشكلة عدم. تجانس تباين الخطأ: Heteroscedasticity problem[7,3]

تعني مشكلة عدم تجانس التباين بأن تباين الخطأ العشوائي غير ثابت من مشاهده الى اخرى وهذه المشكلة تظهر بصورة خاصة في البيانات المقطعية ($Cross-Section\ Data$) ومثال على ذلك بحوث ميزانية الاسرة ($Household\ Badgt$) التي يكون فيها تباين الخطأ الخاص بأنفاق العوائل على السلع والمواد المختلفة منخفضاً لدى بعض العوائل ذات الدخل الواطئ ويكون الانفاق كبيراً عند العوائل ذات الدخل المرتفع وذلك لأن معظم انفاق العوائل منخفضة الدخول ينصب بالأساس على الضروريات وعلى العكس في حالة الاسر ذات الدخول المرتفعة

وبافتراض لدينا أنموذج الانحدار العام التالي :

$$\mathrm{Y_i = B_0 + B_1X_{i1} + \cdots + B_KX_{iK} + U_i}(1)$$
$$\mathrm{i = 1,2,,\ldots,n}$$

اذ ان :

$B_jj = 0,1,2,\ldots\ldots,K$: تمثل معالم العلاقة الخطية

ويمكن كتابة النموذج (1) باستخدام المصفوفات كما يأتي :

$$\underline{\boldsymbol{Y}} = \underline{\boldsymbol{XB}} + \boldsymbol{U} \qquad (\mathbf{2})$$

حيث ان :

$\underline{Y}$:متجه ذو بعد $(n*1)$ منمشاهدات المتغير المعتمد.

$\underline{X}$:مصفوفة ذات بعد $n*(K+1)$ من مشاهدات المتغيرات المستقلة.

$\underline{B}$:متجه ذو بعد $(K*1)$للمعالم.

$\underline{U}$:متجه ذو بعد $(n*1)$ لقيم الخطأ العشوائي.

وبافتراض ان مصفوفة التباين والتباين المشترك للأخطاء هي:

$$E\left(U\acute{U}\right) = \sigma^2 W$$

ففي حالة تجانس التباين تكون مصفوفة (W) مصفوفه احاديه (I) وان افضل تقدير غير متحيز $(BLUE)$ الى معالم $(\underline{B})$ هي تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) .

$$\mathrm{\underline{\widehat{B}}_{OLS} = (X'X)^{-1}X'Y} \qquad (3)$$

ومصفوفة التباين والتباين المشترك للمعالم المقدرة:

$$\mathrm{var-cov\left(\underline{\widehat{B}}_{OLS}\right) = \sigma^2\left(\acute{X}X\right)^{-1}}$$

اما اذا كانت مصفوفة (W) ليست مصفوفه احاديه (I) فان عملية تقدير المعالم تكون باستخدام طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) وكما ياتي:

بما ان المصفوفة (W) مصفوفه قطريه ومربعه ومعروفه موجبه . اذن توجد مصفوفه مثل (ρ) بحيث ان $(\rho'\rho = W)$ وبضرب طرفي النموذج(2) في ρ^{-1} في هذه الحالة يمكن التخلص من مشكلة عدم تجانس التباين ويمكن توضيحها كما يأتي:

$$\rho^{-1}\mathrm{Y} = \rho^{-1}\mathrm{X}\beta + \rho^{-1}\mathrm{U} \qquad (4)$$

العملية المذكورة انفاً بمثابة تحويل المشاهدات كافة للمتغير المعتمد من حالة عدم التجانس الى حالة التجانس ,اي ان:

$$E[(\rho^{-1}U)(\rho^{-1}U)'] = E(\rho^{-1}UU'\rho'^{-1}) = \rho^{-1}E(UU')\rho'^{-1}$$
$$= \rho^{-1}\sigma^2 W\rho'^{-1} = \sigma^2\rho^{-1}W\rho'^{-1}$$
$$= \sigma^2\rho^{-1}\rho\rho'\rho'^{-1} = \sigma^2 I_n I_n = \sigma^2 I_n$$

النتيجة المذكورة انفاً تسمح بأجراء تقدير لمعالم النموذج (4) بأستخدام اسلوب المربعات الصغرى وكما يأتي :

$$(\rho^{-1}U)'(\rho^{-1}U) = (\rho^{-1}Y - \rho^{-1}XB)'(\rho^{-1}Y - \rho^{-1}XB)$$

$$U'(\rho\rho')^{-1}U = Y'(\rho\rho')^{-1}Y - 2B'X'(\rho\rho')Y + B'X'(\rho\rho')^{-1}XB$$

$$\therefore \rho\rho' = W$$

$$\therefore U'W^{-1}U = Y'W^{-1}Y - 2B'X'W^{-1}Y + B'X'W^{-1}XB$$

وبأخذ المشتقة الاولى الى B ومساواتها للصفر نحصل على المعادله الطبيعيه الاتيه:

$$2X'W^{-1}X\widehat{B}_{WLS} - 2X'W^{-1}Y = 0$$

وبحل المعادلة السابقة انياً نحصل على تقديرات المربعات الصغرى الموزونة (WLS) للمعالم:

$$\underline{\widehat{B}}_{WLS} = (X'W^{-1}X)^{-1}X'W^{-1}Y \qquad (5)$$

ومن خصائص هذه التقديرات انها تقديرات غير متحيزة.

$$E[\widehat{B}_{WLS}] = E[(X'W^{-1}X)X'W^{-1}(XB + U)]$$
$$= E[(X'W^{-1}X)^{-1}X'W^{-1}XB + (X'W^{-1}X)^{-1}X'U]$$
$$= B + (X'W^{-1}X)^{-1}X'E(U)$$

وبأخذ التوقع للطرفين

$$E(\widehat{B}_{WLS}) = B$$

ولها تباين وتباين مشترك هو:

$$var - cov(\widehat{B}_{WLS}) = \sigma^2(X'W^{-1}X)^{-1} \qquad (6)$$

اختبارات مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ:

تتقسم اختبارات مشكلة عدم التجانس الى نوعين من الاختبارات وكما يأتي:

اختبارات عدم التجانس ضمن توزيع اخطاء متماثلة

ان الشرط الاساسي لهذه الاختبارات هو ان الاخطاء تتوزع توزيعاً طبيعياً بوسط صفر والتباين (σ_i^2) وكما يأتي:

$$U_i \sim N(0, \sigma_i^2)$$

واهم هذه الاختبارات هما :

1- اختبار مضاعف لانكرانج[7,3]

اختبار مضاعف لانكرانج هو اختبار لوجود مشكلة عدم تجانس التباين الذي اقترح من الباحثين (Breusch and Pagan) عام 1979م, وأن احصاءة الاختبار تعتمد على تقديرات الامكان الاعظم المصدر **[3][7]**.

بالرجوع الى الانموذج الخطي ذي الرقم $\underline{Y} = X\,\underline{B} + \underline{U}$ (2) ولنفرض أن هذا الانموذج يعاني من مشكلة عدم تجانس التباين.

$$\sigma_i^2 = h(S', \gamma_i) \quad (7)$$

اذ ان :

γ_i متجهه ذات ابعاد $p \times 1$ من المعالم غير المرتبطة بمتجهة المعالم B

(S_i): متجهة ذات ابعاد $(P \times 1)$ تحتوي على بعض المتغيرات المستقلة او جميعها.

(h_i): هي دالة غير محددة الشكل.

بالنسبة الى الأنموذجين المذكورين انفاً(2)و (7) فأن احصاءة مضاعفات لانكرانج (LM) لاختبار فرضية التجانس يمكن ان تحسب من نصف مجموع الانحرافات الموضحة لأنموذج انحدار قيم $g_i = \frac{e_i^2}{\hat{\sigma}^2}$ على قيم المتغير (X_i) وهذه الاحصاءة تتوزع بصورة تقاربية توزيع مربع كاي (X^2) بدرجة حرية(p−1) تحت فرضية التجانس.**[4, 8]**

ويمكن برهنة ذلك كما يأتي:

$$U_i \approx N(0, \sigma_i^2)$$

وان دالة الامكان الاعظم للانموذجين تكتب بالشكل الاتي

$$L(B,\gamma) = \pi\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} exp\left\{-\frac{(Y_i - B_0 - B_1X_{i1} - \cdots - B_KX_{iK})^2}{2\sigma_i^2}\right\}\right)$$

$$L(B,\gamma) = -\frac{1}{2}n\log(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2 - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2\left(Y_i - X_i\hat{\underline{B}}\right)^2$$

$$d = \frac{\partial logl}{\partial\theta}$$

$$A = -E\left[\frac{\partial^2 logl}{\partial\theta\partial\theta'}\right]$$

اذ ان

d: متجهة المشتقة الأول للوغاريتم الدالة المشتركة بالنسبة الى المعالم θ

θ: متجهة كل المعالم الموجودة بفرضية عدم التجانس اي ان:

$$\underline{\theta}' = \left[\underline{\beta}', \underline{\gamma}'\right]$$

A: مصفوفة المعلومات$(Informationmatrix)$ (الموجودة بفرضية عدم التجانس.

وبما ان المتجهين $\underline{\beta}, \underline{\gamma}$ غير مرتبطين اذن يمكن تجزئة $\underline{d}$ كما يأتي:

$$d' = [d_1'; d_2']$$
$$d_1' = \frac{\partial logL}{\partial \underline{\beta}}$$
$$d_2{}' = \frac{\partial logL}{\partial log\underline{\gamma}}$$
$$A_{12} = A_{21} = -E\left(\partial^2\, logL/\partial\underline{\beta}\partial\underline{\gamma}'\right) = 0$$
$$\therefore A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}$$

اذ ان

$$A_{11} = -E\left[\partial^2 logL/\partial\underline{\beta}\partial\underline{\beta}'\right]$$
$$A_{22} = -E\left[\partial^2 logL/\partial\underline{\gamma}\partial\underline{\gamma}'\right]$$

اذن احصاءة مضاعفات لانكرانج (LM) لاختبار فرضية التجانس هي :

$$BP = d_2'\ A_{22}^{-1}\ d_2(8)$$

2–اختبار كولد فيلد– كواندت[3]

لقد اقترح هذا الاختبار من الباحثين $(Goldfeld - Quandt)$ عام 1965م المصدر [3], ويعد هذا الاختبار من اكثر الاختبارات استعمالاً للكشف عن مشكلة عدم تجانس التباين في نماذج انحدار, ويختبر ما اذا كانت هناك علاقة طردية او عكسية بين تباين الخطأ واحد المتغيرات المستقلة X_{ij}. ويمكن تلخيص خطوات هذا الاختبار كما يأتي:

با لعودة الى أنموذج الانحدار $\underline{Y} = \mathrm{X}\,\underline{B} - \underline{U}$(2)تتبع ما يأتي:

1– ترتيب المشاهدات حسب قيم المتغير المستقل (X_i) تصاعدياً , وفي حالة أنموذج الانحدار الخطي المتعدد يتم الترتيب حسب قيم المتغير مصدر الاختلاف.

2– يتم استبعاد عدد (d) مشاهدات من الوسط – في حدود ربع المشاهدات – ومن ثم يتم تقسيم بقية المشاهدات الى مجموعتين بحيث يكون عدد كل مجموعة يساوي $(n - d/2)$ مشاهدة.

3– يتم بناء أنموذجين, احدهما للقيم الصغيرة للمتغير (X_i) والاخر للقيم الكبيرة ويتم الحصول على مجموع مربعات الانموذجين ,(RSS_2, RSS_1) على التوالي.

4 – يستعمل اختبار كولد فيلد – كواندت للكشف عن نوعين من عدم ثبات التباين هما:

- النوع الاول: تباين حد الخطأ دالة متزايدة للمتغير المستقل (X_i) والفرض المراد اختباره هو فرض العدم : تباين حد الخطأ متجانس أو ثابت , في المقابل الفرض البديل : تباين حد الخطأ دالة تزايديه للمتغير (X_i) .

ولإجراء هذا الاختبار تستعمل الاحصاءة التالية:

$$G - Q_1 = \frac{RSS_2/V_2}{RSS_1/V_1} \approx F_{V_2,V_1} \qquad (9)$$

اذ ان:

RSS_1: مجموع مربعات البواقي للانموذج مشاهدات المجموعة الاولى (القيم الصغيرةX_i)

RSS_2: مجموع مربعات البواقي للانموذج مشاهدات المجموعة الثانية (القيم الكبيرة X_i).

P : عدد المتغيرات المستقلة.

و

$$V_1 = V_2 = \frac{(n-d)}{2} - P - 1$$

وتتوزع الاحصاءة (F_i) حسب توزيع (F) بدرجة حرية (V_1)و(V_2) فإذا كانت قيمة F_i أكبر من قيمة F الجدولية فأننا نرفض فرضية العدم ويتم قبول الفرض البديل القائل أن تباين حد الخطأ يتزايد بزيادة قيم المتغير المستقل , واما اذا كانت قيمة F_i اصغر من قيمة F فيتم قبول فرضية العدم التي تنص على أن تباين حد الخطأ العشوائي متجانس.

- النوع الثاني: تباين حد الخطأ دالة تناقصية للمتغير المستقل (X_i) والفرض المراد اختباره هو :

فرضية العدم: تباين حد الخطأ متجانس أو ثابت ,في المقابل الفرضية البديلة : تباين حد الخطأ دالة تناقصية للمتغير (X_i) .

ولإجراء هذا الاختبار تستعمل الاحصاءة التالية:

$$G - Q_2 = \frac{RSS_1/V_1}{RSS_2/V_2} \approx FV_1, V_2 \qquad (10)$$

ثانيا: اختبارات عدم التجانس ضمن توزيع اخطاء غير متماثلة[8]

1–اختبار (IM):[8]

اقترح هذا الاختبار من الباحث $(Ivans\ and\ Maxwell)$ عام (2000)المصدر [8] وتتمثل الفكرة الاساسية لهذا الاختبار بتطوير احصائية اختبار جليسر وذلك ضمن توزيع اخطاء غير متماثل والتي يرمز لها بالرمز$[\Psi]$, ولتوضيح هذا الاختبار نتبع ما يلي :

بالعودة الى أنموذج الانحدار (2) وبأفتراض ان الانموذج يعاني من مشكلة عدم التجانس اذ توجد هذه المشكلة ان لم يتحقق الشرط التالي:

$$E(X_i' X_i U_i^2) \neq \sigma^2 E(X_i' X_i) (11)$$

وان المشكلة تحدث بسبب وجود ارتباط بين تسلسل مربع الخطأ مع المتغيرات المستقلة, ويمكن وضع فرضية العدم التي تنص على ان تباينات الاخطاء متجانسة وكالاتي :

$$H_0 = E[Z_i'(U_i^2 - \sigma^2)] = 0 \qquad (12)$$

وان Z_i هو متجهة ذات ابعاد $P \times 1$ تحتوي على المتغيرات المرتبطة بمربع الاخطاء ,ان الهدف الرئيس من اختبار فرضية العدم هو اختبار معنوية المعالم γ في أنموذج الانحدار مربع الاخطاء على المتغير Z_i ويمكن كتابته بالشكل التالي:[8]

$$e_i^2 - \hat{\sigma}^2 = \alpha + Z_i\gamma + error(13)$$

وان e_i^2 هو مربع البواقي الذي يتم الحصول عليه بعد تقدير معالم الانموذج (1) بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية وكما يأتي:

$$e_i^2 = Y_i - X_i\underline{\hat{B}}^2$$

وكذلك $(\hat{\sigma}^2)$ هو تقدير تباين الخطأ المتحيز ويمكن احتسابه كما يأتي:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n}$$

ولاختبار فرضية العدم نعتمد على صيغة مضاعفات لانكرانج وكما يأتي:

$$\Psi = \frac{\sum_{i=1}^{n}(e_i^2 - \hat{\sigma}^2)\, Z_i(\sum_{i=1}^{n} Z_i' Z_i)^{-1} \sum_{i=1}^{n} Z_i'(e_i^2 - \hat{\sigma}^2)}{\sum_{i=1}^{n}(e_i^2 - \hat{\sigma}^2)^2/n} \quad (14)$$

وان (Z_i) يحسب بصيغة الانحرافات كما يأتي:

$$z_i = Z_i - \overline{Z}$$

وان $\overline{}$ هو الوسط الحسابي للمتغير (Z_i) ويمكن احتسابه كما يأتي:

$$\overline{Z} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Z_i}{n}$$

وان احصاءة (Ψ) هي احصاءة تتقارب مع توزيع مربع كاي بدرجة حرية (P).

2- اختبار (SM):[11]

ايضا تمثل هذه احصاءة الاختبار تعديلاً لاختبار جليسر في حالة ابتعاد البيانات عن التوزيع الطبيعي واقترحه العالم (MACHADOSILVA) عام 2000م المصدر[11] ويرمز لهذه الاحصاءة بالرمز[ф] وتتمثل فكرة هذا الاختبار كما يأتي:

a–يتم بناء أنموذج الانحدار التالي:

$$|e_i| - \hat{m}_T e_i - \hat{M} = \gamma_0 + \gamma_1 Z_{i1} + \cdots + \gamma_h Z_{ih} + error(15)$$

اذ ان m هو معامل الانحراف

$$m = 2P_r(U_i > 0) - 1 \quad (14)$$

ويمكن تقديره كما يأتي:

$$\hat{m}_T = \frac{n_1 - n_2}{n} \quad (16)$$

اذ ان :

n_1:هو عدد القيم الموجبة في متجهة البواقي المقدرة بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية للأنموذج (2) .

n_2:هو عدد القيم السالبة في متجهة البواقي المقدرة بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية للانموذج(2) .

n:حجم العينة .

$\hat{M}$: هو متوسط مطلق البواقي ويمكن احتسابه كما يأتي :

$$\widehat{M} = \frac{\sum_{i=1}^{n}|e_i|}{n}$$

بعد ذلك يتم تقدير معلمات الانموذج السابق بطريقة (OLS) بعدها يتم اختبار معنوية معلمات الانموذج (15) وذلك من خلال احتساب صيغة مضاعفات لانكرانج للانموذج السابق وكما يأتي :

$$\phi = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(|e_i| - \widehat{m}_T e_i - \widehat{M}\right) Z_i \left(\sum_{i=1}^{n} Z_i' Z_i\right)^{-1} \sum_{i=1}^{n} Z_i'\left(|e_i| - \widehat{m}_T e_i - \widehat{M}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(|e_i| - \widehat{m}_T e_i - \widehat{M}\right)^2 / n} \quad (16)$$

اذ ان: Z_i: مصفوفة المتغيرات المرتبطة بالخطأ العشوائي

وان احصاءة (ϕ) تتقارب مع توزيع مربع كاي بدرجة حرية هي(p).

الجانب التجريبي

وصف تجربة المحاكاة: Describes simulation experiments

تعد المحاكاة عملية تشبيه او تقليد للواقع الحقيقي , أي ايجاد صورة طبق الاصل من أي نظام او أنموذج دون اخذ ذلك النظام او النموذج ذاته , وخصوصاً أن بعض هذه المشكلات والنظريات الاحصائية تصعب برهنتها رياضياً , مما دفع الباحثين الى ترجمتها على مجتمعات تجريبية ثم سحب عدد من العينات العشوائية ليتم التوصل الى الحلول المثلى لمثل هذه المشكلات لذا وسعياً لتحقيق الهدف الاساسي لهذا البحث فقد تمت صياغة نموذج المحاكاة للمقارنة بين الاختبارات لنموذج انحدار خطي متعدد اذ تمت كتابة برامج هذا البحث بلغة الماتلاب Matlab a 2017.

مرحلة التوليد

يتم توليد نموذج محاكاة للانحدار الخطي المتعدد الاتي:

$$Y_i = B_0 + B_1 X_{i1} + B_2 X_{i2} + U_i \qquad 17$$

لتوليد متغيرات تتبع التوزيع الطبيعي وتوزيع كوشي وذلك بالاعتماد على طريقة $Box - Mullar$ في عملية التوليد ويمكن ان نتبع الخطوات التالية وكما يأتي:

أ- يتم توليد متغيرين عشوائيين مستقلين (U_1, U_2) بحيث يتبعان التوزيع القياسي المنتظم ضمن الفترة $(0,1)$.

ب- يمكن الحصول على المتغيرين العشوائيين المستقلين (Z_1, Z_2) اللذين يتبعان التوزيع الطبيعي القياسي وذلك من خلال اتباع التحويل التالي:

$$z_1 = (-2log\, U_1)^{(1/2)}\, sin(2\pi U_2) \quad (18)$$
$$z_1 = (-2log\, U_1)^{(1/2)}\, cos(2\pi U_2) \quad (19)$$

حيث ان Z_1, Z_2 متغيران عشوائيان مستقلان وان

$$Z \approx N(0,1)$$

ج- لتحويل المتغير ذي التوزيع الطبيعي القياسي الى التوزيع الطبيعي بوسط M وتباين σ^2 نستخدم العلاقة التالية:

$$X_1 = M_{X1} + \sigma_{X1} Z_1 \quad (20)$$
$$X_2 = M_{X2} + \sigma_{X2} Z_2 \quad (21)$$

حيث ان X_2وX_1 متغيران عشوائيان مستقلان, وان

$$X \approx N(M, \sigma^2)$$

د- يتم توليد متغير عشوائي اذ يتبع التوزيع الطبيعي المنتظم ضمن الفترة (0,1) , ثم يتم استعمال طريقة التحويل العكسي $(The\ Inverse\ Transform\ Method)$ للحصول على متغير عشوائي يتبع توزيع كوشي كما يأتي:

$$U = F_X = 0.5 + \frac{1}{\pi} arctan \frac{X - \alpha}{B}$$

$$X = \alpha + B * tan\big(\pi(U - 0.5)\big)\ (22)$$

هـ- توليد حد الخطأ العشوائي U بوسط صفر وتباين σ^2 ايضاً بطريقة $Box - Mullar$

تنفيذ تجارب المحاكاة

لغرض تطبيق أسلوب المحاكاة بشكل يجعل المقارنة بين الطرائق المقارن بينها على درجة من الموضوعية والدقة فقد تم توليد عدد كبير من العينات العشوائية المستقلة للتوزيع الطبيعي أذ تمت دراسة عدد من الحالات التي تكون بمساس مع واقع مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ , لتنفيذ تجارب المحاكاة يجب توفير ما يلي:

أ- حجم العينة ليشتمل ذلك على عينات صغيرة , ومتوسطة , وكبيرة بالأحجام $(n = 15,30,60,120,500)$ وذلك لبيان درجة الاتساق لكل احصاءة اختبار.

ب- بما انه يتم دراسة نموذج انحدار خطي متعدد إذ يجب أن تفرض قيم اولية لمتجه المعالم $(\underline{B})$ بشكل ينسجم مع طبيعة الظاهرة المدروسة, وعليه تم فرض القيم الاتية:

$$B = [2,6,16]$$

ج- تحديد عدد من المستويات المختلفة لدرجة التباين بين المتغيرات التي تم توليدها ويمكن توضيح هذه التباينات في الجدول رقم (1) .

الجدول رقم(1) يوضح التشكيلات المدروسة لدرجة التباين بين كل المتغيرات الثلاثة

σ^2_ε	σ^2_{X2}	σ^2_{X1}	NO
5	5	5	1
10	10	10	2
50	45	15	3
80	70	20	4

تحليل نتائج المحاكاة:

من خلال استخدام 1000 تجربة من البيانات المولدة في تجارب المحاكاة للقيم الافتراضية وكذلك درجات التباين المختلفة الموضحة في جدول رقم (1)أذ تم المقارنة بين الطرائق التالية

1- اختبار مضاعفات لانكرانج اذ يتم احتسابها من خلال بناء أنموذج انحدار قيم $g_i = \frac{e_i^2}{\hat{\sigma}^2}$ على المتغيرات المستقلة (X_i) ومن ثم يتم احتساب احصاءة اختبار مضاعفات لانكرانج الموضحة ضمن المعادلة

2- اختبار كولد فيلد اذ يتم بناء أنموذجين انحدار الاول لقيم المتغير المستقل الصغيرة والاخر لقيم المتغير الكبيرة ومن ثم يتم احتساب احصاءة هذا الاختبار والموضحة ضمن المعادلة

3- احصاءة اختبار lm اذ يتم احتسابه من خلال بناء أنموذج انحدار قيم مربع البواقي على المتغير المعتمد ومن ثم احتساب احصاءة اختبار لهذا الاختبار

4- احصاءة اختبار MS واذ يتم ايضاء بناء أنموذج انحدار مربع البواقي على المتغيرات المستقلة ومن ثم يتم احتساب احصاءة الاختبار الموضحة ضمن المعادلة

بعد الحصول على العينات العشوائية المستقلة تبعا لكل التوزيعات تتم وضمن كل تشكيلة من التشكيلات المدروسة المقارنة بين الطرائق المختلفة على اساس معدلات الخطأ من النوع الاول $(\hat{\alpha})$ وقوة الاختبار $(\hat{\pi})$ لكل منها اذ يتم ايجاد $(\hat{\alpha})$بتطبيق الصيغة التالية :

$$\hat{\alpha}(T) = \frac{L(T)}{R} \qquad \ldots\ldots \; (23)$$

حيث ان $L(T)$ هو عدد مرات رفض احصاءة الاختبار (T) للفرضية (H_0) الصحيحة.

ان R: عدد مرات تكرار التجربة.

وبعد ما تم تحديد الخطأ من النوع الاول يتم تحديد فترة ثقة التي تعد ملائمة بأن تقع خلالها معدلات الخطأ للطرائق وذلك بتطبيق الصيغة الرياضية وعلى النحو الأتي:

$$\boldsymbol{\alpha \pm 2(\alpha(1-\alpha)/R)^{\frac{1}{2}}} \; \mathbf{(24)}$$

وبعد تطبيق الصيغة الاعلى بالتعويض عن $\alpha, R(\alpha = 0.05, R = 1000$ ينتج عن ذلك الفترة $(0.0305 - 0.0695)$ التي يتم على اساسها اختيار الطرائق التي لها معدلات خطأ واقعة ضمن الفترة هذه وبالتالي المقارنة فيما بينها على اساس معدلات قوة الاختبار $\hat{\pi}$ التي يتم ايجادها باستعمال الصيغة التالية :-

$$\hat{\pi}(T) = \frac{K(T)}{R} \; (25)$$

و ان $K(T)$: هو عدد مرات رفض احصاءة الاختبار (T) للفرضية (H_0) الخاطئة

R: عدد مرات تكرار التجربة.

تفسير نتائج المحاكاة:

يتم تفسير نتائج المحاكاة وذلك من خلال احتساب الخطأ من النوع الاول وقوة الاختبار ضمن حالتين الحالة الاولى هي عندما تتبع البيانات التوزيع الطبيعي والثاني عندما تتبع البيانات توزيع كوشي وقد تم استعمال توزيع كوشي في حالة ابتعاد البيانات عن التوزيع الطبيعي لأنه تعد البيانات التي تتبع توزيع كوشي بعيدة جدا عن التوزيع الطبيعي.

الحالة الاولى : اتباع البيانات التوزيع الطبيعي:

1- تفسير النتائج بالنسبة الى الخطأ من النوع الاول:

ان الخطأ من النوع الاول يعد مهماً للمقارنة بين الاختبارات المذكورة ومن المعروف انه كلما كان احتمال الخطأ من النوع الاول قريباً او مساوياً لمستوى المعنوية $(\alpha = 0.05)$ كلما كان هو الاختبار الافضل وكلما

ابتعد الخطأ من النوع الاول عن قيمة $(\alpha = 0.05)$ كانت نتيجة الاختبار غير جيدة , ومن ملاحظة الجدولين(3و2)تبينت احتمالات الخطأ من النوع الاول.

أ- اختبار مضاعفات لانكرانج:

نلاحظ أن احصاءة اختبار مضاعفات لانكرانجBP عند حجم العينة (15) وعند مستوى التباين $(\sigma^2_{X1} = 5, \sigma^2_{X2} = 5, \sigma^2_{\varepsilon} = 5)$ كان احتمال الخطأ من النوع الاول قريباً جداً من مستوى المعنوية (0.05)إذ يساوى 0.046 . أما عند حجوم العينات الاخرى إذ يبتعد احتمال الخطأ من النوع الاول من مستوى المعنوية(0.05)إذ يتراوح ما بين $(0.020 - 0.039)$ اما عند مستوى التباين الثاني $(\sigma^2_{X1} = 10, \sigma^2_{X2} = 10, \sigma^2_{\varepsilon} = 10)$ فأن احتمال الخطأ من النوع الاول يكون بعيدا جداً عن مستوى المعنوية(0.05) .

ب- اختبار كولد فيلد :

يلاحظ ان احصاءة اختبار كولد فيلد $(G - F)$عند جميع حجوم العينات وعند مستوى التباين $(\sigma^2_{X1} = 5, \sigma^2_{X2} = 5, \sigma^2_{\varepsilon} = 5)$ كانت قريبة جدا من مستوى المعنوية إذ تزداد قربا من مستوى المعنوية (0.05)كلما زاد حجم العينةويتراوح ما بين $(0.047 - 0.054)$ اما عند مستوى التباين الثاني $(\sigma^2_{X1} = 10, \sigma^2_{X2} = 10, \sigma^2_{\varepsilon} = 10)$فأن احتمال الخطأ من النوع الاول يكون بعيداً جداً من مستوى المعنوية(0.05) .

***ج- اختبار* (Ψ) :**

يلاحظ ان الاختبار عند مستوى تباين $(\sigma^2_{X1} = 5, \sigma^2_{X2} = 5, \sigma^2_{\varepsilon} = 5)$إذ يكون احتمال الخطأ من النوع الاول عند حجم العينة (15) يكون قريباً من مستوى المعنوية (0.054) وكان مساويا الى (0.054)وكذلك احتمال الخطأ من النوع الاول عند حجم *العينة* (30) يكون قريباً جداً من مستوى المعنوية(0.05)*إذ يساوي* (0.052) وكذلك عند مستويات العينات (*50,90*)إذ يكون قريباً من مستوى المعنوية(0.05)إذ يتراوح ما بين$(0.047 - 0.045)$ اما عند حجم العينة *140* فيكون مساويا لمستوى المعنوية، أما عند مستوى تباين $(\sigma^2_{X1} = 10, \sigma^2_{X2} = 10, \sigma^2_{\varepsilon} = 10)$فنلاحظ احتمال الخطأ من النوع الاول وعند جميع حجوم العينات قريباً من مستوى المعنوية (0.05)إذ يتراوح عند حجم العينة $(0.045 - 0.049)$.

د- اختبار ϕ :

يلاحظ ان اختبار *MS* عند مستوى تباين $(\sigma^2_{X1} = 5, \sigma^2_{X2} = 5, \sigma^2_{\varepsilon} = 5)$ يكون احتمال الخطأ من النوع الاول قريبا جدا من مستوى المعنوية ويزداد قرباً كلما كبر حجم العينة ويكون محصورا بين $(0.054 - 0.045)$، اما عند مستوى التباين الثاني فيتضح ان احتمال الخطأ من النوع الاول عند حجم العينة (*15,30*) كان احتمال الخطأ بعيداً عن مستوى المعنوية كان بين $(0.056 - 0.057)$ اما عند حجوم العينات الاخر فان احتمالا لخطأ قريب جدا من مستوى المعنوية (0.05) وكانت القيم محصورة بين $(0.045 - 0.049)$.

جدول رقم (2)الخطأ من النوع الاول

$(\sigma^2_{X1} = 5, \sigma^2_{X2} = 5, \sigma^2_{\varepsilon} = 5)$ عند مستويات تباين$(\alpha = 0.05)$

size of Simple / testinG	$N = 15$	$N = 30$	$N = 50$	$N = 90$	$N = 140$
BP	0.046	0.039	0.029	0.028	0.020
$G-F$	0.047	0.049	0.049	0.0520	0.054
Ψ	0.054	0.052	0.045	0.049	0.050
ϕ	0.054	0.052	0.049	0.046	0.045

جدول رقم (3) يوضح احتمال الخطأ من النوع الاول

$(\sigma^2_{X1} = 10, \sigma^2_{X2} = 10, \sigma^2_{\varepsilon} = 10)$ عند مستويات تباين$(\alpha = 0.05)$

size of Simple / testing	$N = 15$	$N = 30$	$N = 50$	$N = 90$	$N = 140$
BP	0.044	0.039	0.029	0.028	0.020
$G-F$	0.041	0.039	0.035	0.030	0.029
Ψ	0.045	0.046	0.046	0.048	0.049
ϕ	0.057	0.056	0.049	0.046	0.045

2–قوة الاختبار

يتم احتساب قوة الاختبار الخاصة بكل اختبار ووضعت النتائج في الجداول رقم (4,5) وعند مستويات التباين التالية $(\sigma^2_{X1} = 15, \sigma^2_{X2} = 45, \sigma^2_{\varepsilon} = 50)$ و $(\sigma^2_{X1} = 20, \sigma^2_{X2} = 70, \sigma^2_{\varepsilon} = 80)$.

إذ نلاحظ ان قوة الاختبار تكون عالية في حالة كون الاختبارات ذات خطأ عال اي ان هناك علاقة بين احتمال الخطأ من النوع الاول وقوة الاختبار فكلما يكون حجم العينة صغيراً وتبايناً عالياً فأن قوة الاختبار تكون عالية , وفي حالة كون الاختبار ذا احتمال خطأ من النوع الاول واطئ فأن قوة الاختبار تكون واطئة.

اذ يلاحظ ان قوة اختبار بالنسبة لاحصاءة اختبار مضاعفات لانكرانج تكون عالية عند حجم عينة (15) وعند مستوى تباين $(\sigma^2_{X1} = 15, \sigma^2_{X2} = 45, \sigma^2_{\varepsilon} = 50)$

اختبار كولد فيلد تكون عالية عند حجم العينة *15* عند مستوى التباين $(\sigma^2_{X1} = 15, \sigma^2_{X2} = 45, \sigma^2_{\varepsilon} =$ 50) وتكون اعلى من بقية حجوم العينات ام عند مستوى التباين الثاني $(\sigma^2_{X1} = 20, \sigma^2_{X2} = 70, \sigma^2_{\varepsilon} =$

80) فتكون قوة الاختبار ضعيفة عند جميع حجوم العينات، اما اختبار(Ψ, ϕ) فتكون قوة اختبار عالية عند جميع حجوم العينات وعند مستويات التباين $(\sigma_{X1}^2 = 15, \sigma_{X2}^2 = 40, \sigma_{\varepsilon}^2 = 50)$ و $(\sigma_{X1}^2 = 20, \sigma_{X2}^2 = 60, \sigma_{\varepsilon}^2 = 70)$ وهذا يعني ان هنالك علاقة بين قوة الاختبار واحتمال الخطأ من النوع الاول

جدول رقم (4)قوة الاختبار

عند مستويات تباين $(\sigma_{X1}^2 = 15, \sigma_{X2}^2 = 45, \sigma_{\varepsilon}^2 = 50)$

size of testing	N=15	N=30	N=50	N=90	N=140
BP	0.87	0.55	0.52	0.43	0.40
G-F	0.59	0.14	0.10	0.077	0.035
ψ	0.46	0.49	0.65	0.69	0.79
Φ	0.73	0.78	0.85	0.89	0.9

جدول رقم (5) قوة الاختبار

عند مستويات تباين $(\ {}_{X1}^2 = 20, \sigma_{X2}^2 = 70, \sigma_{\varepsilon}^2 = 80)$

size of Simple testing	$N = 15$	$N = 30$	$N = 50$	$N = 90$	N = 140
BP	0.49	0.21	0.25	0.33	0.39
$G-F$	0.13	0.12	0.039	0.030	0.029
Ψ	0.52	0.5	0.45	0.451	0.462
ϕ	1	0.99	0.87	0.82	0.80

الحالة الثانية : اتباع البيانات توزيع كوشي:

1- تفسير النتائج الخطأ من النوع الاول:

من خلال النظر الى احتمالات الخطأ من النوع الاول للطرائق المقارنة فيما بينها يتضح كما يلي

أ- من خلال النظر لاحصاءة اختبار مضاعفات لانكرانج BP وكذلك بالنسبة لاحصاءة اختبار كولد فيلد $G-F$ يتضح انها ضعيفة في السيطرة على احتمال الخطأ من الاول إذ كانت بعيدة عن مستوى المعنوية $(\alpha = 0.05)$ عند جميع حجوم العينات وكذلك عند مستويات التباين وكما موضحة في الجدول رقم (7,6).

ب- من خلال النظر لاحصاءة اختبار Ψ وكذلك لاحصاءة اختبار ϕ يتضح انها جيدة في السيطرة على احتمال الخطأ من النوع الاول لكل حجوم العينات وكذلك مستويات التباين اذ كانت القيم جميعها قريبة من مستوى المعنوية $(\alpha = 0.05)$ وكما موضحة في الجدولين (7,6)

جدول رقم (6)الخطأ من النوع الاول

$\left(\sigma_{X1}^2 = 5, \sigma_{X2}^2 = 5, \sigma_{\varepsilon}^2 = 5\right)$ عند مستويات تباين$(\alpha = 0.05)$

size of Simple testing	$N = 15$	$N = 30$	$N = 50$	$N = 90$	$N = 140$
BP	0.021	0.002	0.12	0.102	0.03
$G-F$	0.470	0.530	0.535	0.630	0.643
Ψ	0.034	0.045	0.049	0.05	0.05
ϕ	0.054	0.053	0.051	0.05	0.051

جدول رقم (7) يوضح احتمال الخطأ من النوع الاول

$\left(\sigma_{X1}^2 = 15, \sigma_{X2}^2 = 15, \sigma_{\varepsilon}^2 = 15\right)$ عند مستويات تباين$(\alpha = 0.05)$

size of Simple testing	$N = 15$	$N = 30$	$N = 50$	$N = 90$	$N = 140$
BP	0.220	0.251	0.310	0.351	0.354
$G-F$	0.122	0.127	0.119	0.205	0.225
Ψ	0.045	0.045	0.048	0.049	0.049
ϕ	0.054	0.053	0.052	0.049	0.050

2-قوة الاختبار :

من خلال النظر الى احتمالات قوة الاختبار يتضح ان هنالك علاقة بين احتمالات قوة الاختبار واحتمال الخطأ من النوع الاول اذ يتضح ان الاختبارات التي كانت ضعيفة في السيطرة على الخطأ من النوع الاول كانت احتمالات قوة الاختبار ضعيفة وان الاختبارات التي كانت مسيطرة على احتمال الخطأ من الاول كانت قوة الاختبار لها عالية وتقترب من الواحد الصحيح وكما موضحة في الجداول التالية:

جدول رقم (8) قوة الاختبار

عند مستويات تباين $\left(\sigma^2_{X1} = 15, \sigma^2_{X2} = 45, \sigma^2_{\varepsilon} = 50\right)$

size of Simple testing	$N = 15$	$N = 30$	$N = 50$	$N = 90$	$\mathrm{N} = 140$
BP	**0.1442**	**0.1742**	**0.1901**	**0.1964**	**0.1984**
$G - F$	**0.1060**	**0**	**0**	**0**	**0**
Ψ	**0.4520**	**0.4566**	**0.4641**	**0.4725**	**0.493**
ф	**0.3510**	**0.3630**	**0.4341**	**0.4453**	**0.545**

جدول رقم (9) قوة الاختبار

عند مستويات تباين$\left(\ ^{2}_{X1} = 20, \sigma^2_{X2} = 70, \sigma^2_{\varepsilon} = 80\right)$

size of Simple testing	$N = 15$	$N = 30$	$N = 50$	$N = 90$	$\mathrm{N} = 140$
BP	0.1975	0.1394	0.1725	0.1912	0.1934
$G - F$	**0**	**0.1090**	**1**	**0**	**0**
Ψ	0.7500	0.7970	0.7987	0.7994	0.851
ф	**0.5800**	**0.5390**	**0.5447**	**0.5720**	**0.5800**

الاستنتاجات: Conclusions

1- نستنتج أن احصاءات اختبار مضاعفات لانكرانج وكذلك احصاءة اختبار كولد فيلد عند اتباع البيانات التوزيع الطبيعي ضعيفة في السيطرة على احتمال الخطأ من النوع الاول عندما يزداد حجوم العينات وكذلك مستويات التباين .

2- نستنتج أن احصاءة اختبار مضاعفات لانكرانج وكذلك احصاءة اختبار كولد فيلد احصاءات ضعيفة عندما تبتعد البيانات عن التوزيع الطبيعي ولجميع حجوم العينات وكذلك مستويات التباين.

3- نستنتج أن احصاءة اختبار (Ψ) وكذلك احصاءة اختبار (ϕ) احصاءات جيدة في السيطرة على الخطأ من النوع الاول عندما تتبع البيانات التوزيع الطبيعي وكذلك توزيع كوشي اذا تقترب من مستوى المعنوية لما زادت حجوم العينات وكذلك مستويات التباين

4- نستنتج ان هنالك علاقة طردية بين احتمال الخطأ من النوع الاول وقوة الاختبار عند التوزيعين الطبيعي وكوشي حيث الاختبارات الضعيفة في السيطرة على الخطأ من النوع الاول تمتلك قوة اختبار ضعيفة اما الاختبارات التي تسيطر على احتمال الخطأ من النوع الاول فتمتلك قوة اختبار جيدة.

التوصيات: Recommendations

1- استعمال الاحصاءات الاختبارات المذكورة في هذا البحث على توزيعات احصائية تبتعد عن التوزيع الطبيعي غير توزيع كوشي على سبيل المثال التوزيع الاسي.

2- تطبيق الاحصاءات المذكورة في هذا البحث على نماذج انحدار غير خطية او نماذج انحدار لا معلميه.

3- ينصح الباحث الاعتماد على احصاءات اختبار (Ψ) وكذلك احصاءة (ϕ) لتحديد مشكلة عد التجانس تباين الخطأ في ظل اتباع البيانات التوزيع الطبيعي ام لا.

المصادر

المصادر العربية:$(Arabic\ References)$

1–الحميري , عبير عبد الأمير عبد النبي " مقارنة تجريبية لبعض احصاءات اختبار تساوي المتوسطات في حالة عدم تجانس للبيانات المتزنة وغير المتزنة" اطروحة دكتوراه

2–القيسي , باسم شليبة مسلم عباس " اسلوب بيز في اختبار ومعالجة مشكلة عدم تجانس التباين في النماذج الخطية (دراسة مقارنة)" رسالة ماجستير /كلية الادارة والاقتصاد /جامعة بغداد (1999).

المصادر الاجنبية

3 –ALL M.MGLACCOTTO C . (1983).-<< Astudy of several new and existing tests for heteroskedasticity in the general linear model>>.journal of Econometrics, 26,p.355-374.

4 – BREUSCH T.S., PAGAN A.R.(1979).- << A simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation>>. Econometrica,47,5,p.1287-1294.

5 – EVANS M. (1992).-<<Robustness of size of tests of autocorrelation and heteroscdaicity to nonormality>>.Journal of Econometrisc,51,p.7-24.

6 – LEJSER H (1969).-<< A new test for heteroscdaicity >>. Journal of the American Statistical Association,64,p. 316-323.

7 – GODFREY L.G. (1996).-<< Some results on the Glejser and Koenker tests for heteroskedasticily>> . Journal of Econometrics,72,p.275-299.

8 – IM K.S.(2000).- << Robustifying Glejser test of heteroscedasticity>>. Journal of Ecometrics, 97,p.179-188.

9 – KAMSTRA M . (1993) .- << A neural network test for heteroscedasticity>>. Working Paper, Simon Fraser University,Burnaby,Canada.

10 – KOENKER R.(1981).- << A note on studentizing a test for heteroscedasticity>>. Journal of Econometrics, 17 ,p.107-112.

11 – MACHADO J.A.F., SILVA I.M.C.(2000).- <<Glejsers test revisited>>. Joural of Econometrics, 97,p.189-202.