The Shape Of Efficient Frontier Subject To A Different Assumptions About Short Selling & Riskless Lending & Borrowing

شكل الحد الكفء بظل الافتراضات المختلفة حول البيع القصير والإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة

د. ميثم ربيع هادي
كلية الإدارة والاقتصاد–جامعة كربلاء

المستخلص //

ان لأغلب الأوراق المالية المتاحة للاستثمار نتائج غير مؤكدة وبالتالي فهي خطرة.والمشكلة الرئيسة التي يواجهها كل مستثمر هي في تحديد الورقة المالية الخطرة الواجب امتلاكها.ولان المحفظة هي مجموعة أوراق مالية فان هذه المشكلة تتمثل باختيار المستثمر للمحفظة المثلى من بين مجموعة المحافظ الممكنة.وعلى وفق ذلك فان هذه الحالة غالبا"مايشار إليها بمشكلة اختيار المحفظة.وكانت هناك محاولات كثيرة لإيجاد حلول لهذه المشكلة ابتدأت بالطروحات المعقدة لماركوتز،مرورا"بإسهامات توبين وشارب ولينتر ،وانتهاءا"بالمداخل التبسيطية الأكثر حداثة.طروحات ماركوتز أفضت إلى اشتقاق الحد الكفء بالاستناد لجملة من الافتراضات المتطرفة وخصوصا"فيما يتعلق بالبيع القصير والإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة.لذا يسعى هذا البحث للكشف عن شكل الحد الكفء بظل مختلف الافتراضات الأصيلة المتطرفة والبديلة الأكثر واقعية فيما يخص البيوع القصيرة والإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة.وقد توصل البحث لعدد من الاستنتاجات من أهمها ان الحد الكفء يتخذ أشكالا"مختلفة بظل الافتراضات المختلفة حول قدرة المستثمرين على البيع القصير وعلى الإقراض والاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة.إذ تتسع مجموعة فرص المحافظ الكفأة المتاحة أمام المستثمر حينما يكون مسموحا"له ممارسة البيع القصير ويتخذ حده الكفء شكلا"منحنيا"مقعرا"مفتوح النهاية العليا بعكس منحنى الحد الكفء لماركوتز المغلق النهايتين (محفظة أدنى تباين – محفظة أقصى عائد).كما ان إضافة الموجود الخالي من المخاطرة لمكونات محفظة المستثمر يمثل فرصا"جديدة توَسع المجموعة الممكنة بشكل كبير،وماهو أكثر أهمية انه يغير موقع وشكل جزء كبير من المجموعة الكفأة لماركوتز وبالنتيجة يغير المحفظة المثلى للمستثمر.وتوصل البحث لعدد من التوصيات أهمها،ضرورة تثقيف مجتمع المستثمرين في سوق العراق للأوراق المالية بحقيقة شكل الحد الكفء الذي يتعاملون معه في الواقع العملي بظل الممارسات السائدة المسموح بها في السوق فيما يتصل بالبيع القصير والإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة.

Abstract

Most securities available for investment have uncertain outcomes and are thus risky. The basic problem facing each investor is to determine which particular risky securities to own. Because a portfolio is a collection of securities, this problem is equivalent to the investor selecting the optimal portfolio from a set of possible portfolios. Hence, this situation is often referred to as the portfolio selection problem. Many trails were to find solution to this problem, begins with the complicated ideas of Markowitz, passing through the contributions of Tobin, Sharpe, & Lintner, and ending with the most modern simplification approaches. Markowitz's ideas are led to derivation of efficient frontier subject to a set of the extreme assumptions, especially in the respect to short selling & riskless lending and borrowing. Thus, this paper is aimed to derive the efficient frontier subject to a different original extreme & most reality alternative assumptions. This paper is reached to many conclusions, most important among them is that an efficient frontier takes a different shapes subject to the different assumptions in the respect of investors' ability to sell short & to riskless lending and borrowing. The set of efficient portfolio opportunities available for investor is expanded when allowed for him to exercise short selling and his efficient frontier takes a concave curve shape with open upper end in contrast to the Markowitz's efficient frontier curve with both ends closed (minimum variance portfolio – maximum return portfolio). Adding of riskless asset to the components of investor's portfolio is represent a new opportunities expanding the feasible set significantly and, more important, changes the location & shape of substantial part of Markowitz's efficient frontier. The paper is approached to many recommendations, most important among them is necessity to educate the investors' population, in the Iraqi stock exchange, about the real shape of their efficient frontier which they faced in their environment.

1. المقدمـــة :

ان هناك عدد غير محدود من المحافظ التي بالإمكان بناؤها من مجموعة من الأوراق المالية.والسؤال المطروح هو هل ان المستثمر بحاجة لتحليل وتقييم جميع هذه المحافظ؟ لحسن الحظ ان الإجابة كلا.والسبب الرئيس في ان المستثمر بحاجة فقط لتحليل مجموعة فرعية من المحافظ المتاحة يكمن في مبرهنة الحد الكفء التي تنص بان المستثمر سيختار محفظته المثلى من مجموعة المحافظ التي:

1. تقدم له أقصى عائد متوقع عند المستويات المختلفة من المخاطرة و
2. تعرضه لأدنى مخاطرة عند المستويات المختلفة من العائد المتوقع

ومجموعة المحافظ التي تلبي هذان الشرطان تعرف بالمجموعة الكفأة (أو الحد الكفء).اشتقاق هذا الحد ورسمه يستند لجملة من الافتراضات،ومن أهمها الافتراضات المتعلقة بالبيع القصير والإقراض والاقتراض.وعلى وفق ذلك يستهدف هذا البحث بيان شكل هذا الحد بظل الافتراضات البديلة المختلفة.ولأجل ذلك جرى تقسيم البحث إلى أربعة أجزاء خصص الأول منها للمنهجية ، والثاني لمناقشة وتحليل واشتقاق أشكال الحد الكفء بغياب وحضور البيع القصير ، والثالث لمناقشة وتحليل واشتقاق أشكال الحد الكفء بظل الافتراضات المختلفة حول معدل الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة ، واختتم البحث بالجزء الرابع الذي خصص للاستنتاجات والتوصيات.

2.المنـهجيـة :

1.2 المشكلة :يحاول هذا البحث الإجابة على التساؤلات الآتية :

1. كيف يكون شكل الحد الكفء للمستثمر إذا لم يكن مسموحا" له بممارسة البيع القصير للأوراق المالية؟
2. مالذي يحصل لشكل الحد الكفء إذا سمح للمستثمر ببيع الأوراق المالية بالآجل؟
3. كيف يكون شكل الحد الكفء إذا كان بإمكان المستثمر إقراض واقتراض الأموال بالمعدل الخالي من المخاطرة؟
4. مالذي يحصل لشكل الحد الكفء للمستثمر إذا كان بإمكانه إقراض أمواله بالمعدل الخالي من المخاطرة لكن لايمكنه الاقتراض بذلك المعدل؟
5. مالذي يحصل لشكل الحد الكفء إذا كان بإمكان المستثمر إقراض واقتراض الأموال لكن بمعدلات مختلفة؟

2.2 الأهمية : يكتسب هذا البحث أهميته من أهمية موضوعه وكالاتي :

1. ان اهتمام المستثمرون ينصب على مجموعة المحافظ الكفأة التي تشكل الحد الكفء.فمن خلال هذا الحد يستطيع المستثمر اختيار محفظته المثلى التي تتلائم وتفضيلاته على بعدي العائد والمخاطرة.
2. ان المقدرة على البناء العلمي للمحافظ الكفأة تعد الأساس في تفوق مدراء المحافظ والمستثمرون على متوسط أداء المتعاملين بالسوق.لذلك فان الفهم العلمي لشكل الحد الكفء يشكل قاعدة لنجاحهم وتفوقهم.
3. حينما نتحدث عن شكل الحد الكفء فإننا نتحدث عن حجم مجموعة الفرص المتاحة أمام المستثمر لبناء محافظه الكفأة المثلى.فليس المهم ان يعرف المستثمر ان حده الكفء خطا"مستقيما" أم منحنيا" إنما المهم ان يعرف مدلولات ذلك بالنسبة لاستراتيجياته في الاستثمار.بعبارة أخرى،هل ان شكل حده الكفء بظل الافتراضات التي تنسجم وواقعه يوَسع من فرص الاستثمار المتاحة أمامه أم يقلصها؟.فضلا"عن ان شكل الحد الكفء له ارتباط مباشر بدرجة تعقيد الاشتقاق الرياضي له.فحينما نتحدث عن الاشتقاق الرياضي لحد كفء بشكل خط مستقيم يكون الكلام ابسط بكثير من التحدث عن الاشتقاق الرياضي لحد كفء بشكل منحنى.وهذا هو جوهر ماسعت إليه الطروحات التبسيطية مابعد ماركوتز.

3.2 الاهداف : يسعى هذا البحث إلى تحقيق الاهداف الآتية:

1. مناقشة وتحليل واشتقاق شكل الحد الكفء بغياب البيع القصير.
2. مناقشة وتحليل واشتقاق شكل الحد الكفء بظل السماح بالبيع القصير.
3. مناقشة وتحليل واشتقاق شكل الحد الكفء بظل مقدرة المستثمر على الإقراض والاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة.
4. مناقشة وتحليل واشتقاق شكل الحد الكفء بظل مقدرة المستثمر على الإقراض ولكن ليس الاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة.
5. مناقشة وتحليل واشتقاق شكل الحد الكفء بظل مقدرة المستثمر على الإقراض والاقتراض لكن بمعدلين مختلفين.

3. شكل الحد الكفء بحضور وغياب البيع القصير :

يؤكد ماركوتز على ضرورة ان تستند قرارات محافظ المستثمرين كلية" إلى العوائد المتوقعة والانحرافات المعيارية.بمعنى ان المستثمر يجب ان يقَدر العائد المتوقع والانحراف المعياري لكل محفظة ثم يختار أفضل محفظة على أساس الحجم النسبي لهاتين المعلمتين.والفكرة وراء هذا التأكيد واضحة جدا".فالعائد المتوقع يمكن عده مقياسا"للعائد المحتمل المصاحب لأية محفظة والانحراف المعياري يمكن النظر إليه بوصفه مقياسا"للمخاطرة المصاحبة لأية محفظة.وحالما تختبر كل محفظة بدلالة عائدها المتوقع ومخاطرتها فيكون بمقدور المستثمر تحديد المحفظة الارغب بالنسبة إليه(Alexander,et.al.,2001:120).

ان العائد المتوقع على المحفظة المكونة من موجودين هو كالاتي (McMenamin,1999:188);(Mayo,2000:174):

$R_P = X_A R_A + X_B R_B$ ………(1)

حيث : X_A : نسبة الأموال المستثمرة في الموجود (A) الداخل في تركيبة المحفظة.
X_B : نسبة الأموال المستثمرة في الموجود (B) الداخل في تركيبة المحفظة.
R_P : العائد المتوقع للمحفظة
R_A : العائد المتوقع للموجود (A)
R_B : العائد المتوقع للموجود (B)

فضلا"عن ذلك،وطالما نحن نفترض ان المستثمر مطالب باستثمار أمواله بالكامل،فان النسبة التي يستثمرها في (A) زائدا"النسبة التي يستثمرها في (B) يجب ان تساوي الواحد الصحيح أو (Ross,et.al.,2000:386):

$X_A + X_B = 1$

وبالإمكان إعادة كتابة هذه الصيغة كالآتي:

$X_B = 1- X_A$ .... (2)

وبتعويض المعادلة (2) بالمعادلة (1) بالإمكان التعبير عن العائد المتوقع للمحفظة المكونة من موجودين كالآتي :

$$R_P = X_A R_A + (1-X_A) R_B$$

يلاحظ بان العائد المتوقع للمحفظة هو المتوسط الموزون البسيط للعوائد المتوقعة للأوراق الفردية وان مجموع الأوزان يساوي الواحد الصحيح.وهذا لاينطبق بالضرورة على مخاطرة(الانحراف المعياري[1]لعوائد)المحفظة.إذ ان الانحراف المعياري لعوائد المحفظة هو كالآتي(Jones,1998:188);(Arnold,1998:249):

$\sigma_P = (X_A^2\sigma_A^2 + X_B^2\sigma_B^2 + 2X_AX_B\sigma_{AB})^{1/2}$

حيث : σ_P :الانحراف المعياري لعوائد المحفظة
σ_A^2 : التباين بعوائد الورقة (A)
σ_B^2 : التباين بعوائد الورقة (B)
σ_{AB} : التباين المشترك بين عوائد الورقتان (A) و (B)

وإذا ماتم تعويض المعادلة (2) بهذه الصيغة نحصل على الآتي :

$\sigma_P = \{X_A^2\sigma_A^2 + (1-X_A)^2\sigma_B^2 + 2X_A(1-X_A)\sigma_{AB}\}^{1/2}$ ………(3)

ولابد من الإشارة إلى ان $\sigma_{AB} = \rho_{AB}\,\sigma_A\,\sigma_B$ حيث ان ρ_{AB} هو معامل الارتباط بين الورقتان (A) و (B)،بالتالي فان المعادلة (3) تصبح (Weston and Brigham,1978:355) :

$\sigma_P = \{X_A^2\sigma_A^2 + (1-X_A)^2\sigma_B^2 + 2X_A(1-X_A)\,\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B\}^{1/2}$ ………(4)

فالانحراف المعياري للمحفظة هو عامة ليس المتوسط الموزون البسيط للانحرافات المعيارية للأوراق المالية[2] (Alexander,et.al.,2001:132).ولغرض التعمق في دراسة هذه العلاقة،سنناقش بعض الحالات الخاصة التي تشتمل على درجات مختلفة من التحرك المشترك بين الورقتان الماليتان.

ان أقصى قيمة لمعامل الارتباط هي (+1) واقل قيمة (-1).القيمة (+1) تعني بان الورقتان تتحركان دوما"باتجاه خطي واحد تام بينما القيمة(-1)تعني بان تحركاتهما معاكسة لبعضها البعض تماما".سنبدأ بمناقشة هاتان الحالتان المتطرفتان ثم ننتقل لبعض القيم الوسيطة لمعاملات الارتباط.وكأداة مساعدة في تفسير النتائج،سنطرح مثالا"على سهمين: (C) و (S) فضلا" عن الصيغ العامة للمخاطرة والعائد.افترض ان للسهمين الخصائص الآتية:

السهم	العائد المتوقع	الانحراف المعياري
C	%14	%6
S	%8	%3

الحالة (1) الارتباط الموجب التام $(\rho = +1)$:

اذا كان معامل الارتباط (+1) فان معادلة مخاطرة المحفظة (المعادلة 4) تتبسط لتصبح (Garbade,1982:132):

$\sigma_P = \{X_C^2\sigma_C^2 + (1-X_C)^2\sigma_S^2 + 2X_C(1-X_C)\,\sigma_C\sigma_S\}^{1/2}$ ………(5)

وطالما ان مفكوك الحد المرفوع للقوة تربيع $(X+Y)^2$ هو $(X^2+2XY+Y^2)$ فان الصيغة (5) بالإمكان كتابتها كالآتي:

$$\{X_C\sigma_C + (1-X_C)\,\sigma_S\}^2$$

وطالما ان الانحراف المعياري للمحفظة يساوي الجذر التربيعي الموجب لهذه الصيغة،فان :

$\sigma_P = X_C\sigma_C + (1-X_C)\,\sigma_S$

والعائد المتوقع للمحفظة هو (Garbade,1982:132):

---

[1] ان المقياس المفيد للمخاطرة يجب ان يأخذ بعين الاعتبار بطريقة ما احتمالات النتائج السيئة الممكنة المختلفة ومقاديرها المتوقعة.وبدلا"من قياس احتمال عدد النتائج الممكنة المختلفة فان مقياس المخاطرة يجب ان يقدر بطريقة ما المدى الذي ربما تبتعد فيه النتيجة الفعلية عن النتيجة المتوقعة.والانحراف المعياري هو مثال على هذا المقياس لأنه يقدر التباعد المحتمل للعائد الفعلي عن العائد المتوقع (Sharpe and Alexander,1990:145).

[2] ان الانحراف المعياري للمحفظة هو اقل من المتوسط الموزون للانحرافات المعيارية الفردية وهذه الحقيقة هي الدافع لتنويع المحفظة.فالتنويع يفضي إلى تخفيض المخاطرة لان الانحراف المعياري للمحفظة سيكون اقل عامة من المتوسط الموزون للانحرافات الفردية(Alexander,et.al.,2001:155).والسبب في فشل المتوسط الموزون بتمثيل الانحراف المعياري الصحيح للمحفظة هو تجاهله للعلاقة،او التباين المشترك،بين عوائد الأوراق المالية(VanHorne,2004:53).

$R_P = X_C R_C + (1-X_C) R_S$

عليه،وبظل معامل الارتباط (1+) فان كل من مخاطرة وعائد المحفظة يكونان توليفات خطية بسيطة من مخاطرة وعائد الأوراق المالية المكونة لها.وتركيبة هاتان المعادلتان تعني بان جميع المحافظ التي تجمع بين الورقتان المرتبطتان ببعض ارتباطا" موجبا"تاما"سوف تقع على خط مستقيم في فضاء المخاطرة والعائد(Elton and Gruber,1995:72).

وسنوضح صحة ذلك بالعودة لمثالنا.بالنسبة للسهمين محل البحث فان :

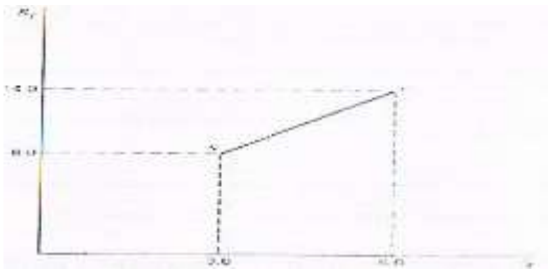
$R_P = 14X_C + 8(1-X_C) = 8 + 6 X_C$

$\sigma_P = 6X_C + 3(1-X_C) = 3 + 3 X_C$

ويعرض الجدول(1) عائد المحفظة بظل قيم مختارة لـ(X_C).ويعرض الشكل (1) صورة هذه العلاقة.

الجدول (1) العائد المتوقع والانحراف المعياري لمحفظة السهمين (C) و (S) حينما($\rho = +1$)

X_C	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
R_P	8	9.2	10.4	11	11.6	12.8	14
σ_P	3	3.6	4.2	4.5	4.8	5.4	6



الشكل (1) العلاقة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري حينما($\rho = +1$)

ويلاحظ بان العلاقة عبارة عن خط مستقيم.وبالإمكان بسهولة اشتقاق معادلة الخط المستقيم كالآتي :

$X_C = (\sigma_P /3) -1$

وبتعويض هذه الصيغة بمعادلة (σ_P) وإعادة الترتيب نحصل على الآتي :

$R_P = 2+2 \sigma_P$

هذا يعني انه في حالة الموجودات المرتبطة ببعض ارتباطا" موجبا" تاما"،فان عائد ومخاطرة المحفظة المكونة لهما يكون المتوسط الموزون لعائد ومخاطرة الموجودات الفردية.فشراء الموجودان لن يترتب عليه انخفاض في المخاطرة.وهذا يمكن ملاحظته بالشكل (1) إذ ان توليفات الموجودان تقع على طول الخط المستقيم الرابط بين الموجودان.

الحالة (2) الارتباط السالب التام ($\rho = -1$) :

في هذه الحالة فان الانحراف المعياري للمحفظة يكون (بالاستناد للمعادلة 4) وبظل($\rho = -1$) (Garbade,1982:133):

$$\sigma_P = \{X_C^2\sigma_C^2 + (1-X_C)^2\sigma_S^2 - 2X_C(1-X_C)\, \sigma_C\sigma_S \}^{1/2} \quad \ldots\ldots\ldots(6)$$

مربع هذه الصيغة (التباين) يمكن تبسيطه أيضا".فهو يعادل واحدة من الصيغتين الآتيتين :

$$\{ X_C\sigma_C - (1-X_C)\, \sigma_S \}^2$$

أو

$$\{ -X_C\sigma_C + (1-X_C)\, \sigma_S \}^2 \quad \ldots\ldots\ldots(7)$$

وبالتالي فان (σ_P) أما ان تكون :

$$\sigma_P = X_C\sigma_C - (1-X_C)\, \sigma_S$$

أو

$$\sigma_P = -X_C\sigma_C + (1-X_C)\, \sigma_S \quad \ldots\ldots\ldots(8)$$

وطالما نحن نأخذ الجذر التربيعي لنحصل على صيغة (σ_P) ولان الجذر التربيعي للرقم السالب هو خيالي فان أي من المعادلتان أعلاه تصح فقط حينما يكون جانبها الأيمن موجبا".التمعن بالمعادلتين يظهر بان الجانب الأيمن للمعادلة الأولى هو ببساطة الجانب الأيمن للمعادلة الثانية مضروبا"بـ(-1).بالتالي فان كل معادلة تكون صحيحة فقط حينما يكون جانبها الأيمن موجبا".وطالما ان الأولى دائما"تكون موجبة حينما تكون الاخرى سالبة (باستثناء الحالة التي تكون فيها كلتا المعادلتان مساوية للصفر) فان هناك حلا" خاصا"ومتفردا"لعائد ومخاطرة أية محفظة مكونة من الورقتين (C) و (S).هذه المعادلات مشابهة جدا للمعدلات التي تم التوصل إليها حينما كان الارتباط (1+).وكلاهما يرسم أيضا" كخط مستقيم حينما يرسم (σ_P) مقابل (X_C).أما قيمة (σ_P) بالمعادلة (7) أو (8) فهي تكون دائما" اصغر من قيمة (σ_P) للحالة التي يكون فيها الارتباط موجبا"تاما"(المعادلة 5) ولجميع قيم (X_C) التي تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح.عليه،فان مخاطرة محفظة الموجودات حينما يكون معامل الارتباط (-1) تكون اصغر مما لو

كان معامل الارتباط (1+).وإذا كانت الورقتان مرتبطتان ببعض ارتباطا"سالبا"تاما"فيجب ان يكون من الممكن دائما"إيجاد محافظ تضم هذان الموجودان ومخاطرتهما صفر(Weston,et.al.,1996:195).فبجعل المعادلة (7) أو المعادلة (8) مساوية للصفر فان (X_C) التي تجعل مخاطرة المحفظة مساوية للصفر تكون ($\sigma_S + \sigma_C$)/σ_S.وطالما ان ($\sigma_S > 0$) وان ($\sigma_C > \sigma_S$) فان هذا يعني ان ($0 < X_C < 1$) أو ان المحفظة ذات المخاطرة الصفرية ستتضمن دائما"استثمارا"موجبا"بكلتا الورقتين (Elton and Gruber,1995:74-75).

والآن لنعود إلى مثالنا،أدنى مخاطرة تتحقق حينما{$X_C = 3/(3+6) = 1/3$}.بالإضافة لذلك،وبالنسبة لحالة الارتباط السالب التام التي يكون فيها:

$$R_P = 8 + 6\,X_C$$

$$\sigma_P = 6\,X_C - 3\,(1-X_C)$$

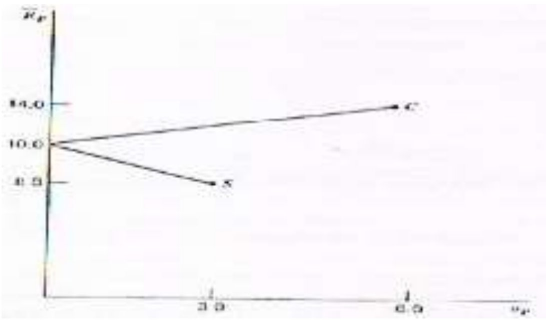
أو

$$\sigma_P = -\,6\,X_C + 3\,(1-X_C)$$

فان هناك معادلتان تربطان (σ_P) بـ(X_C).ومعادلة واحدة فقط منهما هي المناسبة لأية قيمة تأخذها (X_C).فالمعادلة المناسبة لتعريف (σ_P) لاية قيمة تاخذها (X_C) هي المعادلة التي يكون فيها($\sigma_P \geq 0$).إذ يلاحظ لو ان ($\sigma_P > 0$) من إحدى المعادلتان فان($\sigma_P < 0$) للمعادلة الاخرى.ويعرض الجدول (2) عائد المحفظة لقيم مختارة لـ(X_C) ويعرض الشكل (2) الرسم البياني لهذه العلاقة.

الجدول (2) العائد المتوقع والانحراف المعياري لمحفظة السهمين (C) و (S) حينما($\rho = -1$)

X_C	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
R_P	8	9.2	10.4	11.6	12.8	14
σ_P	3	1.2	0.6	2.4	4.2	6



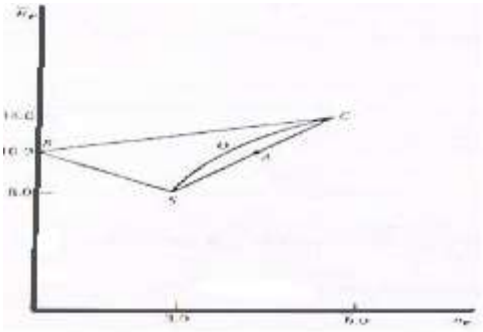
الشكل (2) العلاقة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري حينما($\rho = -1$)

ويلاحظ بان التوليفة التي تضم الورقتان موجودة وتقدم محفظة صفرية المخاطرة[1].فإذا ماوظفت المعادلة أعلاه لبناء المحفظة صفرية المخاطرة فان (X_C) يجب ان تساوي (3/(3+6) أو (1/3).وبالإمكان إثبات صحة ذلك في الشكل (2) أو من خلال تعويض (1/3) محل (X_C) في معادلة مخاطرة المحفظة المطروحة سلفا".وفي ذلك،للمرة الثانية،إثبات للنتيجة الأقوى للتنويع ألا وهي قدرة توليفات الأوراق المالية على تخفيض المخاطرة.وفي الواقع ليس خرقا"للعادة ان تكون لتوليفات الورقتان الماليتان مخاطرة اقل من مخاطرة أي من الموجودات المكونة للتوليفة.

ماطرح إلى الآن هو محافظ الموجودات الخطرة بالنسبة للارتباط الموجب التام والسالب التام.ويعرض الشكل (3) الرسم البياني لهاتان العلاقتان مع بعض.ومن هذا الشكل يجب ان نكون قادرين على ان نحدد بالبداهة أين يجب ان تقع محافظ هذان السهمان إذا كانت معاملات الارتباط فيما بينهما تتخذ قيما"متوسطة لامتطرفة.ومن صيغة الانحراف المعياري (المعادلة 4) نلاحظ بأنه ولاية قيمة من قيم (XC) التي تقع بين الصفر والواحد الصحيح،كلما انخفض الارتباط كلما انخفض الانحراف المعياري للمحفظة.ويصل الانحراف المعياري لأدنى مستوياته حينما ($\rho = -1$) (المنحنى SBC) ولأعلى مستوياته حينما ($\rho = +1$) (المنحنى SAC).لذلك فان هذان المنحنيان يجب ان يمثلا الحدان اللذان يجب ان تقع بداخلهما جميع محافظ هاتان الورقتان بالنسبة للقيم المتوسطة لمعامل الارتباط.ومن المتوقع ان يفضي الارتباط المتوسط إلى منحنى مثل المنحنى (SOC) الظاهر في الشكل (3).وسنثبت ذلك بالرجوع إلى مثالنا وبناء العلاقة بين مخاطرة وعائد محافظ السهمان (C) و (S) حينما يفترض ان يكون معامل الارتباط (صفر) و (+0.5).

---

[1] **وهذا صحيح على الرغم من حقيقة ان كل من الموجودان خطر بمفرده.فمن خلال مزج الموجودان بالتوليفة المناسبة يمكن التخلص بالكامل من أية حالة لاتاكد حول عائد المحفظة وهذا يبين سبب عدم إمكانية تجاهل التباين المشترك عند تحديد مخاطرة المحفظة(Garbade,1982:134).**



الشكل (3) العلاقة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري لمختلف معاملات الارتباط

الحالة (3) عدم وجود علاقة بين عوائد الموجودات $(\rho = 0)$:

ان صيغة عائد المحفظة تظل على حالها دو تغيير لكن حد التباين المشترك يتلاشى وتصبح صيغة الانحراف المعياري كالآتي :(Garbade,1982:134-135)

$$\sigma_P = \{X_C^2\sigma_C^2 + (1-X_C)^2\sigma_S^2\}^{1/2}$$

وبالنسبة لمثالنا فان هذا يفضي للاتي :

$$\sigma_P = \{(6)^2X_C^2 + (3)^2(1-X_C)\}^{1/2}$$

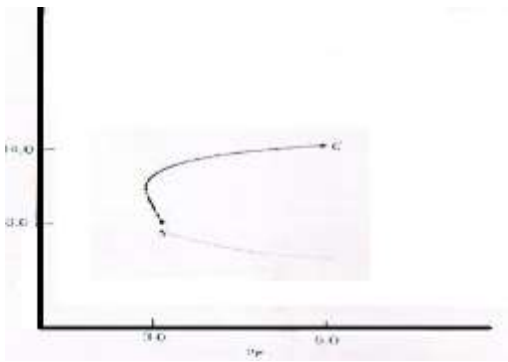
$$\sigma_P = (45X_C^2 - 8X_C + 9)^{1/2}$$

ويعرض الجدول (3) عوائد والانحرافات المعيارية لمحافظ السهمين بظل قيم مختارة لـ(XC).

الجدول (3) العائد المتوقع والانحراف المعياري لمحفظة السهمين (C) و (S) بظل$(\rho = 0)$

1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0	X_C
14	12.8	11.6	10.4	9.2	8	R_P
6	4.84	3.79	3	2.68	3	σ_P

والعرض البياني لمخاطر وعوائد هذه المحافظ ظاهر في الشكل (4).



الشكل (4) العلاقة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري حينما$(\rho = 0)$

هناك نقطة واحدة في هذا الشكل جديرة بالانتباه والاهتمام وهي محفظة أدنى مخاطرة أو محفظة أدنى تباين[1] – (Minimum Variance Portfolio).فهذه المحفظة يمكن إيجادها عبر معادلة المخاطرة وكالاتي :

$$\sigma_P = \{X_C^2\sigma_C^2 + (1-X_C)^2\sigma_S^2 + 2X_C(1-X_C)\,\sigma_C\sigma_S\,\rho_{CS}\}^{1/2}$$

ولغرض إيجاد قيمة (X_C) التي تحقق التدنية لهذه المعادلة سوف نشتقها بالنسبة لـ(X_C) ونجعل المشتقة مساوية للصفر ونحلها لإيجاد قيمة (X_C).المشتقة هي كالأتي :

[1] **ان محفظة ادنى تباين هي المحفظة صاحبة اصغر مخاطرة من أي محفظة ممكنة أخرى (Elton & Gruber,1995:83).**

$$\partial\sigma_P \div \partial X_C = \{2X_C\sigma_C^2 - 2\sigma_S^2 + 2X_C\sigma_S^2 + 2\sigma_C\sigma_S\rho_{CS} - 4X_C\sigma_C\sigma_S\rho_{CS}\} \div \{X_C^2\sigma_C^2 + (1-X_C)^2\sigma_S^2 + 2X_C(1-X_C)\sigma_C\sigma_S\rho_{CS}\}^{1/2}$$

وبجعل هذه المشتقة مساوية للصفر وحلها لإيجاد قيمة (X_C) نحصل على الآتي :

$$(X_C) = (\sigma_S^2 - \sigma_C\sigma_S\rho_{CS}) \div (\sigma_C^2 + \sigma_S^2 - 2\sigma_C\sigma_S\rho_{CS}) \;\ldots\ldots\ldots(9)$$

واستمرارا"مع المثال السابق،فان قيمة (X_C) التي تدَني المخاطرة هي :

$$X_C = 9/(9+36) = 1/5 = 0.20$$

وهذه هي محفظة أدنى تباين الظاهرة في الشكل (4).

الحالة (4) الارتباط المتوسط ($\rho = 0.5$) :

ان الارتباط بين أي سهمان في الواقع العملي يكون دائما"اكبر من الصفر واقل بكثير من الواحد الصحيح.ولبيان طبيعة العلاقة الأكثر شيوعا"بين مخاطرة وعائد السهمان فقد اخترنا تفحص العلاقة حينما ($\rho = 0.5$).ان معادلة مخاطرة المحفظة المكونة من السهمين (C) و (S) حينما يكون الارتباط (0.5) هي كالآتي :

$$\sigma_P = \{(6)^2X_C^2 + (3)^2(1-X_C)^2 + 2X_C(1-X_C)(3)(6)(1/2)\}^{1/2}$$

$$\sigma_P = (27X_C^2 + 9)^{1/2}$$

ويعرض الجدول (4) عوائد ومخاطر المحافظ البديلة للسهمين حينما يكون الارتباط بينهما (0.5).

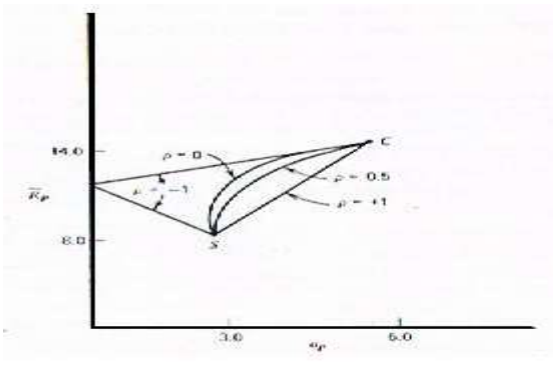
الجدول (4) العائد المتوقع والانحراف المعياري لمحافظ السهمين (C) و (S) حينما($\rho = 0.5$)

1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0	X_C
14	12.8	11.6	10.4	9.2	8	R_P
6	5.13	4.33	3.65	3.17	3	σ_P

وهذه العلاقة بين المخاطرة والعائد مصورة في الشكل (5) إلى جانب علاقات المخاطرة – العائد للقيم المتوسطة الاخرى لمعامل الارتباط.ويلاحظ بأنه لو كان الارتباط (0.5) في المثال فان أدنى مخاطرة يتم الحصول عليها عند ($X_C=0$) أو حينما يضع المستثمر (100%) من أمواله في السهم (S).وهذه النقطة بالإمكان اشتقاقها تحليليا"من المعادلة (9).فاستخدام هذه المعادلة يفضي للاتي :

$$X_C = \{9-18(0.5)\}/\{9+36-2(18)(0.5)\} = 0$$

وفي هذا المثال ليس هناك من محفظة تضم الورقتان ومخاطرتها اقل من المخاطرة الأصغر من بين مخاطر الورقتان،حتى وان ظلت مخاطرة المحافظ اقل مما كانت عليه في حالة الارتباط الموجب التام.القيمة الدقيقة لمعامل الارتباط الذي لاتوجد بظله محفظة الورقتان التي مخاطرتها اقل من المخاطرة الأصغر من بين مخاطر الورقتان،تعتمد على خصائص الموجودات محل الاهتمام.وبالتحديد،بالنسبة لجميع الموجودات،هناك قيمة معينة لـ(ρ) تحول دون ان تصبح مخاطرة المحفظة اقل من المخاطرة الأصغر من بين مخاطرتا الموجودان المكونان للمحفظة[1](Elton and Gruber,1995:79).



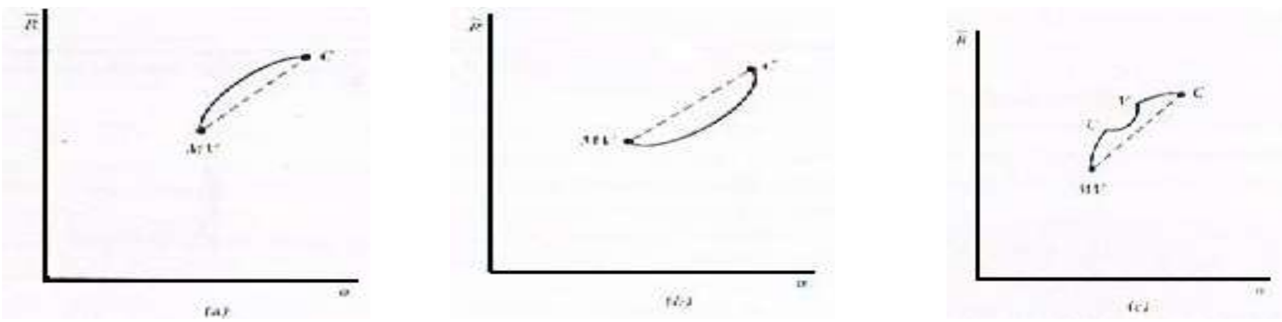
الشكل (5) العلاقة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري بظل معاملات ارتباط مختلفة

[1] انه لمن السهل تحديد قيمة معامل الارتباط الذي يتسبب بحدوث ذلك.فالمعادلة (9) هي صيغة لحساب نسبة الاستثمار (X_C) التي تخفض المخاطرة إلى أدنى مستوى ممكن.افترض ان (S) هو الموجود الأصغر مخاطرة.فحينما تكون ($X_C=0$) بمقتضى المعادلة (9) فان هذا يعني بان (100%) من الأموال يجب ان تستثمر بالموجود الأصغر مخاطرة (أي ان $X_C=1$) لغرض الوصول إلى محفظة أدنى مخاطرة.وبجعل (X_C) مساوية للصفر بالمعادلة (9) فان ($\rho_{CS} = \sigma_S/\sigma_C$).بالتالي حينما يكون ($\rho_{CS}$) مساويا"لـ($\sigma_S/\sigma_C$) فان ($X_C$) ستساوي صفر وان محفظة أدنى تباين ستكون مكونة من الاستثمار بنسبة (100%) بالموجود الأصغر مخاطرة فقط لوحده.لكن إذا كان (ρ_{CS}) اكبر من (σ_S/σ_C) فان محفظة أدنى تباين سوف تشتمل على البيع القصير للسهم (C) (Elton & Gruber,1995:79).

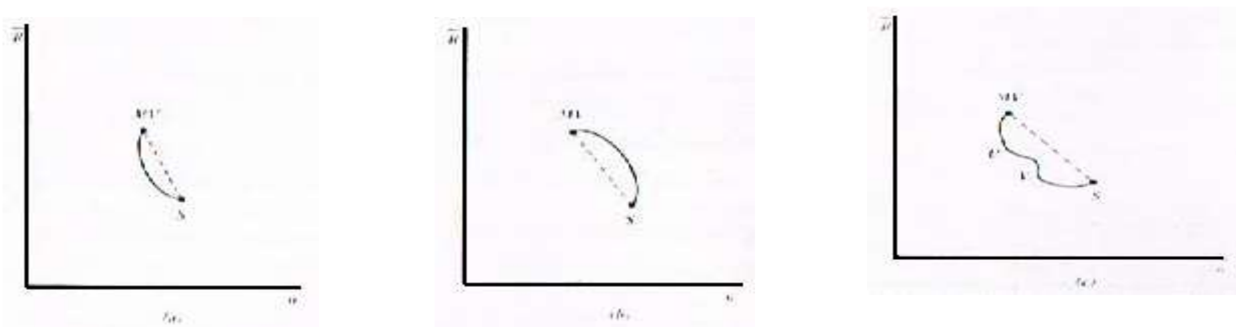
لقد توصلنا من تحليل محافظ الورقتان السابق إلى بعض النقاط المهمة.أولا"،كلما انخفض معامل الارتباط بين الموجودان (كلما اقترب من -1) كلما زادت منافع التنويع بثبات العوامل الاخرى.ثانيا"،ان مخاطرة محافظ الورقتان لايمكن ان تكون اكبر من تلك التي يتم الحصول عليها من الخط المستقيم الرابط بين الموجودان في فضاء العائد المتوقع – الانحراف المعياري.ثالثا"،ان طروحات التحوط المعاصرة غيرت الكثير من المفاهيم التي كانت تعد من المسلمات إلى حد وقت قريب جدا".فالمعادلة (9) تؤكد بان مخاطرة المحفظة يمكن جعلها مساوية للصفر بغض النظر ان حجم واتجاه الارتباط بين الموجودان المكونان للمحفظة.والفكرة تكمن في اتخاذ المراكز المتعاكسة بالموجودات المرتبطة ببعض بعلاقات طردية قوية.بمعنى اتخاذ مركز طويل موجب (شراء) بموجود واتخاذ مركز قصير سالب (بيع قصير) بالموجود الآخر تبعا"للأوزان التي تقررها المعادلة (9).
وبالإمكان استخدام هذه النقاط في كسب المزيد من المعرفة حول شكل المنحنى الذي يجب ان تقع عليه جميع المحافظ الممكنة في فضاء العائد المتوقع – الانحراف المعياري أو مايسمى بمنحنى المحافظ الممكنة.

- **شكل منحنى المحافظ الممكنة :**

بإعادة النظر للأشكال المتقدمة في هذا البحث يلاحظ ان جزءا"من منحنى المحافظ الممكنة الذي يقع فوق محفظة أدنى تباين هو مقعر بينما ذلك الذي يقع أسفل المحفظة فهو محدب[1].وهذا لايعزى لخصوصية الأمثلة التي اخترناها إنما هي خاصية عامة لجميع مشاكل المحفظة.وهذا بالإمكان إثباته بسهولة.ولابد من الإشارة إلى ان المعادلات والأشكال السالفة مناسبة لجميع توليفات الأوراق المالية والمحافظ.وسنتفحص الآن توليفات محفظة أدنى تباين مع الموجود ذو العائد والمخاطرة الأعلى.تمثل الأشكال (6a) و (6b) و (6c) ثلاثة أشكال افتراضية لتوليفات السهم (C) مع محفظة أدنى تباين (MV).الشكل (6b) ليس ممكنا" لان محافظ الموجودات لايمكن ان تكون مخاطرتها اكبر من تلك التي يتم إيجادها على الخط المستقيم الرابط بين الموجودان.وفيما يخص الشكل (6c) فان جميع المحافظ لها مخاطرة اقل من مخاطرة المحافظ الواقعة على الخط المستقيم الرابط بين السهم (C) ومحفظة أدنى تباين.لكن ماذا عن المحفظتان (U) و (V)؟.هي ببساطة توليفات مكونة من محفظة أدنى تباين والسهم (C).وطالما أنهما محفظتان،فان توليفاتهما مع بعض يجب ان تقع أما على الخط المستقيم الرابط بين (U) و (V) أو فوق مثل هذا الخط المستقيم[2].بالتالي فان الشكل (6c) هو ليس ممكنا"أيضا" والشكل الممكن الوحيد هو الشكل (6a) والذي هو منحنى مقعر[3].ويمكن استخدام نفس التسبيب المنطقي لإثبات تحدب منحنى التوليفات المكونة من محفظة أدنى تباين والورقة أو المحفظة ذات التباين الأعلى والعائد الأقل،أي يجب ان يبدوا كالشكل (7a) وليس الشكلان (7b) و (7c).



الشكل(6)العلاقات المحتملة المختلفة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري عند توليف محفظة أدنى تباين مع السهم(C)



الشكل(7)العلاقات المحتملة المختلفة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري عند توليف محفظة أدنى تباين مع المحفظة(S)

[1] المنحنى المقعر هو المنحنى الذي يقع فيه الخط المستقيم الرابط بين أية نقطتان واقعتان عليه أسفل المنحنى بالكامل.وإذا كان المنحنى محدبا"فان الخط المستقيم سيقع كليا"فوق المنحنى.والاستثناء الوحيد لذلك هو الخط المستقيم الذي هو محدب ومقعر بذات الوقت ويمكن الإشارة إليه بالاثنين (Elton & Gruber,1995:80).

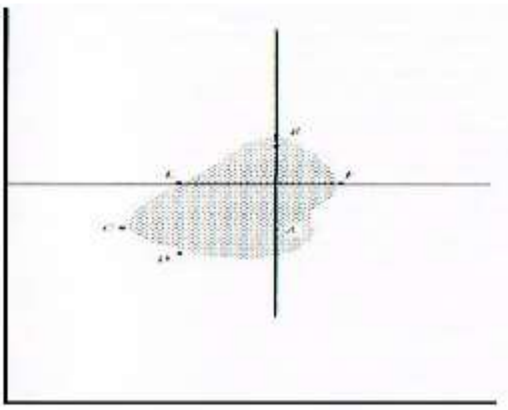
[2] اذا كان الارتباط بين (U) و (V) مساويا"لـ(+1) فإنهما سيكونان على الخط المستقيم.وإذا كان اقل من (+1) فان المخاطرة يجب ان تكون اقل وبالتالي فان التوليفات يجب ان تكون فوق الخط المستقيم.

[3] لمعرفة المزيد عن سبب تقعر المجموعة الكفأة،انظر على سبيل المثال : (Alexander,et.al.,2001:152-157).

بعد كل ماتقدم بالإمكان الآن تحديد شكل الحد الكفء بغياب وحضور البيع القصير.

1.3 شكل الحد الكفء بغياب البيع القصير :

نظريا"بالإمكان رسم جميع الموجودات الخطرة ومحافظ الموجودات الخطرة في مخطط العائد المتوقع – الانحراف المعياري.وقد استخدمت كلمة (نظريا") لا لأنه هناك مشكلة في حساب مخاطرة وعائد السهم أو المحفظة إنما لأنه هناك عدد لامحدود من الإمكانيات التي يتعين أخذها بعين الاعتبار.فما يجب ان يحسب حسابه ليس فقط جميع المجاميع الممكنة من الموجودات الخطرة إنما جميع التوليفات بجميع الأوزان النسبية المختلفة.وإذا كنا بصدد رسم جميع الإمكانيات في فضاء العائد – المخاطرة،فسنحصل على مخطط مشابه للشكل (8).لقد تم تمثيل المحافظ بوصفها عدد محدد من النقاط في بناء المخطط البياني.



الشكل(8)إمكانيات المخاطرة و العائد لمختلف الموجودات والمحافظ

والسؤال المطروح هنا هو هل ان بمقدور المستثمر تجاهل أي جزء منه.فالمستثمر يفضل العائد الأكبر على الأقل ويفضل المخاطرة الأقل على الأكبر(Alexander,et.al.,2001:121-122).بالتالي إذا كان بالإمكان إيجاد مجموعة المحافظ التي:

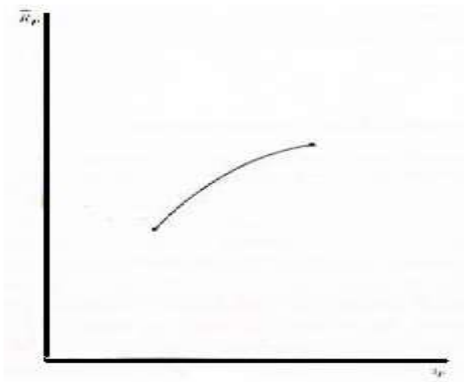
1.تعرض عائدا"اكبر مقابل نفس المخاطرة أو

2.تعرض مخاطرة اقل مقابل نفس العائد

عندئذ سيكون بالإمكان تحديد جميع المحافظ التي بمقدور المستثمر مسكها وجميع المحافظ الاخرى التي بمقدوره تجاهلها لكونها غير كفأة(Alexander,et.al.,2001:148-149).وبالعودة للشكل (8) وتفحص المحفظتان (A) و (B) يلاحظ ان جميع المستثمرون سيفضلون المحفظة (B) على (A) لأنها تعرض عائدا"أعلى عند نفس المستوى من المخاطرة.والمحفظة (C) ستكون مفضلة على (A) لأنها تعرض مخاطرة اقل عند نفس المستوى من العائد.إلى هنا ليس بالإمكان إيجاد محفظة تهيمن على المحفظة (C) أو (B).ويجب ان يكون واضحا"هنا ان مجموعة المحافظ الكفأة لايمكن ان تضم المحافظ الداخلية (داخل المجموعة الممكنة أو داخل القوقعة).وبالإمكان تقليص المجموعة الممكنة حتى أكثر من ذلك.فمن المرغوب التحرك أقصى مايمكن باتجاه زيادة العائد والى أقصى مايمكن باتجاه تخفيض المخاطرة.فالنقطة (D)،التي هي على المحيط الخارجي للقوقعة،بالإمكان استبعادها من دائرة الاهتمام طالما ان المحفظة (E) موجودة والتي عائدها اكبر عند نفس مستوى مخاطرة (D).وهذا يصح على جميع المحافظ الاخرى كلما تحركنا للأعلى على محيط القوقعة من النقطة (D) إلى النقطة (C).وهذه الأخيرة لايمكن استبعادها لأنه ليس هناك من محفظة تقلها في المخاطرة ولها نفس العائد أو تفوقها في العائد ولها نفس المخاطرة.والتساؤول المطروح هو ماهي النقطة (C)؟ أنها محفظة أدنى تباين.وماذا عن النقطة (F)؟هذه النقطة على محيط القوقعة لكن للنقطة (E) مخاطرة اقل منها وعند نفس مستوى عائدها.وكلما تحركنا للأعلى على محيط منحنى القوقعة من النقطة (F) فان جميع المحافظ ستهيمن عليها إلى ان نصل للمحفظة (B).وهذه الأخيرة لايمكن استبعادها لأنه ليس هناك من محفظة تقلها بالمخاطرة ولها نفس العائد أو محفظة تفوقها بالعائد ولها نفس المخاطرة.وتمثل النقطة (B) تلك المحفظة (عادة ورقة مالية منفردة) التي تعرض اكبر عائد متوقع من بين جميع المحافظ.وعلى وفق ذلك،فان المجموعة الكفأة تتمثل بالمنحنى المنطادي (Envelope) الذي يضم جميع المحافظ الواقعة بين محفظة أدنى تباين ومحفظة أقصى عائد.مجموعة المحافظ هذه تسمى الحد الكفء وهو عامة مايكون موجب الميل ومقعر(Alexander,et.al.,2001:149-150).

ويمثل الشكل (9) الرسم البياني للحد الكفء.ويلاحظ بان الحد الكفء يظهر كدالة مقعرة.ولايمكن ان يتضمن منطقة محدبة كتلك الظاهرة في الشكل (6c) لأنه وكما أسلفنا فان (U) و (V) هما محفظتان وتوليفاتهما يجب ان تكون مقعرة[1].

[1] كما يمكن ان تكون هناك أجزاء خطية مستقيمة إذا كان الارتباط بين المحفظتان الكفوءتان موجب تام.وطالما ان العلاقة الخطية هي محدبة ومقعرة كذلك فيمكن الاستمرار بالإشارة للحد الكفء بأنه مقعر (Elton & Gruber,1995:84).



الشكل(9) الحد الكفء حينما لايكون مسموحا"بالبيع القصير

إلى هنا فان الحد الكفء دالة مقعرة في فضاء العائد المتوقع – الانحراف المعياري يمتد من محفظة أدنى تباين إلى محفظة أقصى عائد بظل عدم السماح بالبيع القصير(وهذا هو الحد الكفء لماركوتز).

2.3 شكل الحد الكفء بوجود البيع القصير :

في سوق الأسهم (والكثير من أسواق رأس المال الاخرى) بمقدور المستثمر غالبا"بيع الورقة المالية التي لايمتلكها.إنما يتعين عليه اقتراضها ليسلمها للمشتري.وفي عملية اقتراض الأوراق المالية مقابل التسليم في البيع القصير فان البائع القصير يوافق على إعادتها للمقرض أما في تاريخ مستقبلي محدد أو بحرية واختيار وعند طلب المقرض.كما يوافق البائع القصير أيضا"على ان يدفع للمقرض أية توزيعات نقدية أو غير نقدية يقوم بها مصَدر الأوراق المالية خلال مدة الاقتراض.وبالتالي فان المقرض لن يعاني من خسارة مثل هذه التوزيعات خلال مدة القرض وسيحصل عليها بالكامل حينما يستحق القرض.أولئك الذين يقرضون الأوراق المالية للباعة القصيرين يطالبون ويحصلون على ضمانة لقروضهم.وتضمن قروض الأسهم عادة بمبلغ نقدي يساوي القيمة السوقية للسهم المقترض.ومقرض الأوراق المالية حر في استثمار هذا النقد لكن يتعين عليه إعادته حينما يسترد أوراقه.واستخدام هذا النقد يعوض المقرض مقابل رغبته بإقراض الأوراق المالية.وعادة ماتضمن قروض الأوراق الحكومية بأوراق مالية مكافئة لها وليس بالنقد.ولغرض تشجيع المقرض على إقراض أوراقه فان المقترض،بحسب العرف السائد في أسواق المديونية الحكومية،يدفع للمقرض أجرا" بمعدل (0.5%) سنويا"على القيمة الأساس للإصدارات المقترضة مقسطة على مدة الاقتراض.هذه العملية بمجملها تسمى البيع القصير فهو يتضمن بالأساس اتخاذ مركز سالب بالورقة المالية(Garbade,1982:136,140).

وسنناقش هنا اثر إدخال البيوع القصيرة في التحليل.لكن قبل ذلك ربما يثار تساؤل حول جدوى طرح الحالة السالفة التي لايسمح فيها بالبيع القصير.والواقع ان هناك سببان يبرران ذلك.الأول،ان غالبية المستثمرون المؤسساتيون لايمارسون البيع القصير.فالكثير من المؤسسات يحظر عليها القانون ممارسة البيع القصير بينما تظل الأخريات تعمل بالقيد الذي تفرضه على نفسها ويحرم عليها ممارسة البيع القصير.كما ان سوق العراق للأوراق المالية لايسمح بممارسة البيع القصير.السبب الثاني،ان إدخال البيع القصير في التحليل لاينطوي سوى على توسعة صغيرة للتحليل السالف.

ان وصف البيع القصير بكونه القدرة على بيع الورقة دون امتلاكها،يفترض انه ليس هناك من تكاليف معاملات مترتبة على هذه العملية.لنفترض ان مستثمرا"اعتقد بان سهم شركة (ABC)،الذي يباع حاليا"مقابل (100$) للحصة الواحدة،من المحتمل ان يباع مقابل (95$) للحصة (القيمة المتوقعة) بنهاية السنة.فضلا"عن ذلك يتوقع المستثمر ان تدفع شركة (ABC) مقسوم أرباح قدره (3$) بنهاية السنة.فإذا اشترى المستثمر سهما"واحدا"من أسهم هذه الشركة فان التدفق النقدي سيكون (-100$) في الوقت (0) عند شراء السهم و (+3$) من مقسوم الأرباح زائدا"(+95$) من بيع السهم في الوقت (1).والتدفقات النقدية ستكون كالآتي:

	الوقت	
	0	1
شراء السهم	- 100	
مقسوم الأرباح		3+
بيع السهم		95+
التدفق النقدي الكلي	- 100	98+

ومالم يكن لهذا السهم ارتباطات غير عادية بالأوراق المالية الاخرى،فمن غير المحتمل ان يكون المستثمر،بظل هذه التوقعات،راغبا"بمسك هذا السهم في محفظته الخاصة.بل في الواقع سيكون راغبا"بامتلاك مقادير سالبة من هذا السهم.والسؤال

المطروح هنا هو كيف يمكن للمستثمر ان يقوم بذلك؟ افترض بان صديق هذا المستثمر وهو (زيد) يملك سهما"من أسهم شركة (ABC) وان لهذا الصديق توقعات مختلفة ويرغب بالاستمرار في مسك السهم.هذا المستثمر ربما يقترض سهم (زيد) بمقتضى وعد بأنه لن يتضرر بإقراضه السهم.بعد ذلك بإمكان المستثمر بيع السهم واستلام (100$).وحينما تدفع الشركة مقسوم الأرباح (3$) فيتعين على المستثمر ان يدفع لزيد مبلغ المقسوم.وسيكون لديه تدفق نقدي قدره (-3$).وهو يتوجب عليه فعل ذلك لأنه لا هو ولا زيد يمتلكان السهم وهو وعد زيد بأنه لن يتضرر من إقراضه السهم.وبنهاية السنة بإمكان المستثمر شراء السهم مقابل(95$)وإعادته إلى زيد.التدفقات النقدية للمستثمر ستكون كالآتي:

	الوقت	
	0	1
بيع السهم	100 +	
دفع مقسوم الأرباح		3 -
شراء السهم		95 -
التدفق النقدي الكلي	100 +	98 -

يلاحظ في هذا المثال،ان مقرض السهم لم يتضرر من العملية ومقترضها كان قادرا"على استحداث ورقة مالية لها خصائص معاكسة لخصائص شراء سهم شركة (ABC).وفي الواقع،ربما يطالب زيد ببعض التعويض المضاف مقابل إقراضه لسهمه لكننا سوف نستمر باستخدام هذا الوصف المبسط للبيع القصير في تحليل المحافظ الممكنة[1].

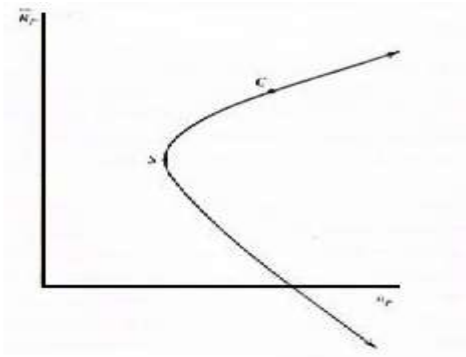
لقد أصبح واضحا"حينما يتوقع المستثمر بان يكون عائد الورقة سالبا"فان البيع القصير يكون منطقيا".حتى في الحالة التي تكون فيها العوائد موجبة،فان البيع القصير يمكن ان يكون منطقيا"،فالتدفق النقدي المستلم في الوقت (0) من البيع القصير لورقة ما يمكن ان يستخدم لشراء ورقة عائدها المتوقع أعلى.وبالعودة لمثال السهمين (S) و (C)،فان العائد المتوقع لكلاهما هو (8%) و (14%) على التوالي.فإذا لم يسمح بالبيع القصير فان أقصى عائد يمكن ان يحققه المستثمر هو (14%) من خلال وضع (100%) من أمواله في السهم (C).وبظل البيع القصير بالإمكان تحقيق عوائد اكبر من خلال البيع القصير للسهم (S) واستثمار رأس المال الأصلي زائدا"التدفق النقدي الأولي من البيع القصير بالسهم (C).لكن عند القيام بذلك ستكون هناك زيادة مقابلة بالمخاطرة.ولإثبات ذلك سنعود للحالة التي افترضنا فيها بان معامل الارتباط بين الورقتان (0.5) ونرى مالذي يحصل حينما نسمح بالبيع القصير.الحسابات السالفة في الجدول (4) والشكل (5) تظل صحيحة لكن يتعين علينا الآن توسعتها لتأخذ بالحسبان الحالة التي تكون فيها قيم (X) اكبر من الواحد الصحيح واقل من الصفر.بعض عينة الحسابات ظاهرة في الجدول (5).

الجدول (5) العائد المتوقع والانحراف المعياري حينما يكون مسموحا"بالبيع القصير

X_C	1-	0.8-	0.6-	0.4-	0.2-	1.2+	1.4+	1.6+	1.8+	2.0+
R_P	2	3.2	4.4	5.6	6.8	15.2	16.4	17.6	18.8	20
σ_P	6	5.13	4.33	3.65	3.17	6.92	7.87	8.84	9.82	10.82

الحد الجديد بظل البيع القصير ظاهر في الشكل (10).ويلاحظ انه بظل البيع القصير،فان المحافظ الموجودة تقدم معدلات عوائد متوقعة غير محدودة.وهذا لايجب ان يكون مفاجئا"،طالما ان المستثمر بظل البيع القصير بإمكانه بيع الأوراق المالية ذات العوائد المتوقعة المنخفضة واستخدام الإيرادات في الأوراق ذات العوائد المتوقعة العالية.على سبيل المثال،افترض ان لدى المستثمر (100$) متاحة للاستثمار بسهمي (C) و (S).بإمكان المستثمر وضع كامل المبلغ بالسهم (C) وجني عائد قدره (14$) أو (14%).من جانب آخر،بمقدور المستثمر بيع ماقيمته (1000$) من السهم (S) بيعا"قصيرا"وشراء حصص من السهم (C) بمبلغ (1100$).الإيرادات المتوقعة على الاستثمار بحصص (C) هي (154$) بينما الكلفة المتوقعة لاقتراض السهم (S) هي (80$).لذلك فان العائد المتوقع (74$) أو (74%) على الاستثمار الأصلي (100$).والسؤال المطروح هنا هو هل ان هذا هو المركز المفضل؟ ان العائد المتوقع سوف يزداد من (14%) إلى (74%) لكن الانحراف المعياري سيزداد من (6%) إلى (57.2%).وفيما إذا كان من الواجب على المستثمر اتخاذ المركز الذي يعرض العائد المتوقع الأعلى فان ذلك يعتمد على تفضيل المستثمر للعائد نسبة للمخاطرة.

[1] **في حالة البيوع القصيرة الفعلية يلعب السمسار دور الصديق ويطالب بإيداع أموال لديه كضمانة مقابل إقراضه للسهم.إيداع هذه الأموال يكون إلى جانب إيرادات البيع القصير.وطالما ان الأموال الواجب إيداعها هي على الأغلب كبيرة جدا" ولايدفع السمسار عائدا"مقابلها فان وصف البيوع القصيرة المستخدم بنحو شائع في الأدبيات يبالغ في تقدير العائد من البيوع القصيرة(Elton and Gruber,1995:86).**

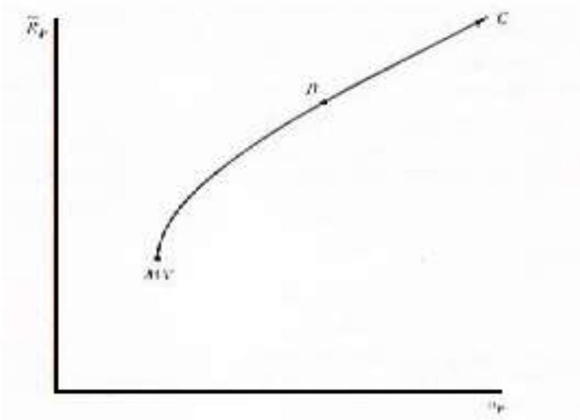


الشكل (10) توليفات العائد المتوقع - الانحراف المعياري للسهمين(C) و(S) حينما يكون مسموحا"بالبيع القصير

يعرض الشكل (10) مخطط لتوليفات السهمين (C) و (S) بافتراض ان معامل الارتباط بينهما (0.5).ويلاحظ بان جميع المحافظ التي تعرض عوائد تفوق عائد محفظة أدنى تباين تقع على طول المنحنى المقعر.والتسبيب المنطقي لهذا مشابه لذلك الذي طرح في حالة عدم السماح بالبيع القصير.

وعند توسيع هذا التحليل للحدود الكفأة لجميع الأوراق المالية والمحافظ،فسوف نحصل على شكل مماثل للشكل (11)،إذ ان (MVBC) هو المجموعة الكفأة وطالما ان توليفات المحفظتان مقعرة فان المجموعة الكفاة مقعرة أيضا".

وتظل هذه المجموعة تبدأ من محفظة أدنى تباين،كما في الحالة التي لايسمح فيها بالبيع القصير،لكن حينما يسمح بالبيع القصير فلن يكون لها حد أعلى محدد (Elton and Gruber,1995:86-87).



الشكل(11) الحد الكفء حينما يكون مسموحا"بالبيع القصير

4. شكل الحد الكفء بوجود وغياب الإقراض والاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة :

كل ماتقدم تعامل مع محافظ الموجودات الخطرة.إدخال الموجود الخالي من المخاطرة في مجموعة المحافظ الممكنة يبسط التحليل الى حد كبير.وقبل الخوض في تفاصيل ذلك يتعين علينا أولا" إيضاح المقصود بالموجود الخالي من المخاطرة في سياق مدخل ماركوتز.لان هذا المدخل يشتمل على الاستثمار لمدة احتفاظ واحدة منفردة فان العائد على الموجود الخالي من المخاطرة خلال هذه المدة يكون مؤكدا".والمستثمر الذي يشتري الموجود الخالي من المخاطرة في بداية مدة الاحتفاظ يعرف تماما"ماستكون عليه قيمة الموجود بنهاية مدة الاحتفاظ.ولأنه ليس هناك من حالة لاتاكد حول القيمة النهائية للموجود الخالي من المخاطرة فان الانحراف المعياري للموجود الخالي من المخاطرة يكون صفرا".بالتالي فان التباين المشترك بين معدل العائد على الموجود الخالي من المخاطرة ومعدل العائد على أي موجود خطر هو صفر.ولان للموجود الخالي من المخاطرة عائدا"مؤكدا"فانه يجب ان يكون نوعا"معينا"من أدوات الدخل الثابت التي تنتفي فيها إمكانية النكول.من حيث المبدأ،جميع الأوراق المالية للشركات لديها احتمال معين للنكول وبالتالي فان الموجود الخالي من المخاطرة لايمكن ان تصدره الشركات.وبدلا"من ذلك فانه يجب ان يصدر من قبل الحكومة.لكن ليس هناك من ورقة تصدرها الحكومة مؤهلة لتكون خالية من المخاطرة.تمعن بالمستثمر الذي تبلغ مدة احتفاظه ثلاثة أشهر ويشتري ورقة خزانة تستحق بعد (20) سنة.هذه الورقة خطرة لان المستثمر لايعرف كم ستكون ثروته بنهاية مدة الاحتفاظ.ولان معدلات الفائدة من المحتمل ان تتغير بشكل لايمكن التنبؤ به خلال مدة احتفاظ المستثمر فان السعر السوقي للورقة سيتغير هو الآخر بشكل لايمكن التوقع به.وجود مخاطرة أسعار الفائدة (المعروفة أيضا"بالمخاطرة السعرية) هذه تجعل قيمة ورقة

الخزانة غير مؤكدة مايجعلها غير مؤهلة لتكون موجودا"خاليا"من المخاطرة.وبالفعل فان كل ورقة حكومية استحقاقها يزيد على مدة احتفاظ المستثمر لايمكن ان تكون موجودا"خاليا"من المخاطرة.بعد ذلك تأمل ورقة حكومية تستحق قبل نهاية مدة احتفاظ المستثمر،مثل حوالة حكومية استحقاقها ثلاثون يوما"لمستثمر مدة احتفاظه ثلاثة أشهر.في هذه الحالة،لايعرف المستثمر في بداية مدة الاحتفاظ ماستكون عليه معدلات الفائدة بعد الثلاثون يوما".وبالنتيجة فان المستثمر لايعرف معدل الفائدة الذي سيعيد فيه استثمار العوائد المتحققة من الحوالة المستحقة للمتبقي من مدة الاحتفاظ.وجود مخاطرة "معدل إعادة الاستثمار" هذه في جميع الأوراق الحكومية التي استحقاقها اقصر من مدة احتفاظ المستثمر يعني بان هذه الأوراق المالية ليست موجودات خالية من المخاطرة.فقط نوع واحد من الأوراق الحكومية المؤهل ليكون موجودا"خاليا"من المخاطرة وهي ذات الاستحقاق المناظر لطول مدة احتفاظ المستثمر.على سبيل المثال،المستثمر الذي مدة احتفاظه ثلاثة أشهر سيجد بان لحوالة الخزانة ذات الاستحقاق ثلاثة أشهر عائدا"مؤكدا".ولان هذه الورقة تستحق بنهاية مدة احتفاظ المستثمر فإنها تزود المستثمر بمبلغ في نهاية مدة الاحتفاظ معروف بشكل مؤكد في بداية مدة الاحتفاظ في وقت اتخاذ قرار الاستثمار.عليه يمكن النظر للإقراض بالمعدل الخالي من المخاطرة بوصفه استثمارا"بموجود عائده مؤكد.ويمكن النظر للاقتراض بوصفه بيعا"لمثل هذا الموجود بيعا"قصيرا"،وبالتالي فان الاقتراض يمكن ان يتم بالمعدل الخالي من المخاطرة[1].ومع طرح الموجود الخالي من المخاطرة يكون بمقدور المستثمر وضع جزءا"من أمواله في هذا الموجود والمتبقي في أية محفظة خطرة من المجموعة الممكنة لماركوتز.إضافة هذه الفرص الجديدة توسع المجموعة الممكنة بشكل كبير وماهو أكثر أهمية انها تغير موقع جزء كبير من المجموعة الكفأة لماركوتز.هذه التغيرات يجب ان تحلل لان المستثمر يقوم باختيار محفظته المثلى من المجموعة الكفأة (Alexander,et.al.,2001:169-170).

سنرمز لمعدل العائد المؤكد على الموجود الخالي من المخاطرة بالرمز (R_F).وسنتعاطى أولا"مع الحالة التي يكون فيها بمقدور المستثمرين إقراض واقتراض مبالغ غير محدودة من الأموال بالمعدل الخالي من المخاطرة.ابتداءا"سنفترض بان المستثمر مهتم بوضع جزء من أمواله في المحفظة (A) والجزء الآخر أما بالإقراض أو بالاقتراض.وبظل هذا الافتراض بإمكاننا بسهولة تحديد النمط الهندسي لجميع التوليفات التي تضم المحفظة (A) والإقراض أو الاقتراض.ولنفترض بان (X) هي النسبة من الأموال الأصلية التي يضعها المستثمر بالمحفظة (A).ولابد من التذكير بان (X) يمكن ان تكون اكبر من الواحد الصحيح لأننا افترضنا ان بمقدور المستثمر الاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة واستثمار أكثر من أمواله الأصلية بالمحفظة (A).وإذا كانت (X) نسبة الأموال التي يضعها المستثمر بالمحفظة (A) فان (1-X) يجب ان تكون نسبة الأموال التي يضعها بالموجود الخالي من المخاطرة.العائد المتوقع على التوليفة المكونة ن الموجود الخالي من المخاطرة والمحفظة الخطرة يتحدد بالاتي (Elton and Gruber,1995:88) ;(Alexander,et.al.,2001:171-174) (Bodie,et.al.,2008:178) :

$$R_C = (1-X)\,R_F + X\,R_A$$

ومخاطرة التوليفة هي كالآتي :

$$\sigma_C = \{(1-X)^2\sigma_F^2 + X^2\sigma_A^2 + 2X(1-X)\sigma_A\sigma_F\rho_{FA}\}^{1/2}$$

وطالما ان ($\sigma_F = 0$) فان :

$$\sigma_C = (X^2\sigma_A^2)^{1/2} = X\sigma_A$$

وبحل هذه المعادلة فان (X) تساوي :

$$X = \sigma_C / \sigma_A$$

وبتعويض هذه الصيغة محل (X) في معادلة العائد المتوقع للتوليفة،نحصل على الآتي :

$$R_C = \{1-(\sigma_C / \sigma_A)R_F + (\sigma_C / \sigma_A)R_A\}$$

وبإعادة ترتيب الحدود نحصل على الآتي (Garbade,1982:173) :

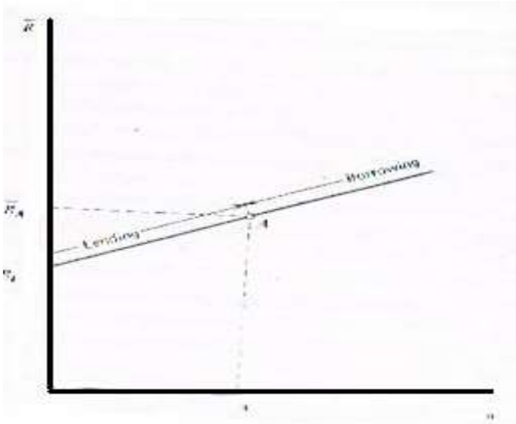
$$R_C = R_F + \{(R_A - R_F) / \sigma_A\}\,\sigma_C$$

ويلاحظ بان هذه المعادلة هي معادلة خط مستقيم.وجميع التوليفات التي تضم الإقراض أو الاقتراض الخالي من المخاطرة مع المحفظة (A) تقع[2]على خط مستقيم في فضاء العائد المتوقع – الانحراف المعياري.حد تقاطع الخط (مع محور العائد) هو (R_F) وميله هو{$(R_A-R_F)/\sigma_A$}.فضلا"ن ذلك فان الخط يمر عبر النقطة(R_A , σ_A).وهذا الخط ظاهر في الشكل (12). ويلاحظ انه إلى يسار النقطة (A) هناك توليفات الإقراض مع المحفظة (A) والى يمين الخط هناك توليفات الاقتراض مع المحفظة (A).

---

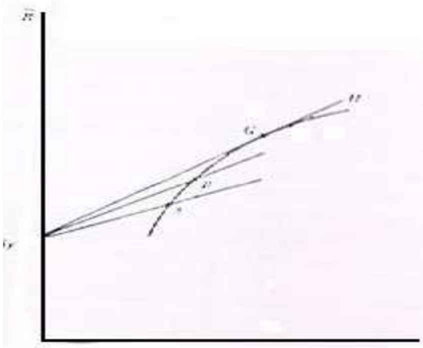
[1] **السماح للمستثمر باقتراض الأموال يعني بأنه لن يعد مقيدا"بثروته الأصلية حينما يحين الوقت ليقرر حجم الأموال التي بإمكانه استثمارها في الموجودات الخطرة.لكن إذا اقترض المستثمر الأموال،فيتعين عليه دفع الفائدة على القرض.ولان معدل الفائدة معروف وليس هناك من حالة لاتاكد حول إعادة القرض فان هذه الممارسة غالبا"مايشار إليها بالاقتراض الخالي من المخاطرة.وهي تفترض بان معدل الفائدة المفروض على القرض يساوي معدل الفائدة الذي بالإمكان جنيه من الاستثمار في الموجود الخالي من المخاطرة(Alexander,et.al.,2001:175).**

[2] **الموقع الدقيق لهذه التوليفات أو المحافظ على الخط المستقيم يعتمد على الأوزان المستثمرة بكل من المحفظة الخطرة والموجود الخالي من المخاطرة(Alexander,et.al.,2001:174).**



الشكل (12) العائد والمخاطرة حينما يولف الموجود الخالي من المخاطرة مع المحفظة الخطرة (A)

ان المحفظة (A) التي اختيرت للتحليل هنا ليست لها سمات خاصة محددة.فالتوليفات المكونة من أية ورقة أو محفظة مع الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة تقع على طول الخط المستقيم القائم في فضاء العائد المتوقع – الانحراف المعياري وكما هو ظاهر في الشكل (13).



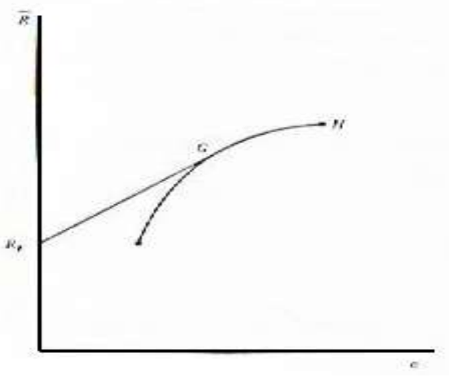
الشكل (13) توليفات الموجود الخالي من المخاطرة مع مختلف المحافظ الخطرة

فبالإمكان توليف المحفظة (B) مع الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة ومسك التوليفات الموجودة على طول الخط (R_FB) بدلا" من (R_FA).والتوليفات الموجودة على طول الخط (R_FB) متفوقة على التوليفات الموجودة على طول الخط (R_FA) طالما أنها تقدم عائدا"اكبر عند نفس المستوى من المخاطرة.ويجب ان يكون واضحا"انه من الأفضل تدوير الخط المستقيم المار عبر (R_F) عكس اتجاه عقرب الساعة قدر المستطاع.وأقصى مايمكن تدويره يمر عبر النقطة (G).فهذه الأخيرة هي نقطة التماس بين الحد الكفء لماركوتز وبين الشعاع المار عبر النقطة (R_F) على المحو العمودي.وليس بمقدور المستثمر تدوير الشعاع أكثر لأنه وبحسب تعريف الحد الكفء فليس هناك من محافظ تقع فوق الخط المار عبر (R_F) و (G).بعبارة أخرى،من بين جميع الخطوط التي بالإمكان رسمها من الموجود الخالي من المخاطرة وربطها بأي موجود خطر أو محفظة خطرة ليس هناك من خط ميله اكبر من ميل الخط المنتهي بالنقطة (G).وهذه الحقيقة مهمة لان جزءا"من المجموعة الكفأة لنموذج ماركوتز يهيمن عليه هذا الخط.وبالتحديد فان المحافظ الواقعة على المجموعة الكفأة لنموذج ماركوتز المبتدأة من محفظة أدنى تباين والمنتهية بالمحفظة (G) لم تعد كفأة عند إضافة الموجود الخالي من المخاطرة فقد هيمنت عليها محافظ قطعة المستقيم (R_F-G) .(Alexander,et.al.,2001:175)

جميع المستثمرون الذين يواجهون الحد الكفء ومعدلات الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة الظاهرة بالشكل (13) سوف يمسكون نفس محفظة الموجودات الخطرة (المحفظة G) لكونها محفظة الموجودات الخطرة المثلى الوحيدة.البعض من هؤلاء المستثمرين المتجنبين جدا"للمخاطرة سوف يختارون محفظة على طول الجزء (R_F-G) ويضعون بعضا"من أموالهم في الموجود الخالي من المخاطرة والبعض الآخر في المحفظة الخطرة (G).المستثمرون الأكثر تحملا" بكثير للمخاطرة سوف يمسكون المحافظ على طول الجزء (G-H) ويقترضون الأموال ويضعون رأسمالهم الأصلي زائدا"الأموال المقترضة بالمحفظة (G).والمستثمرون الآخرون الباقون سيضعون كل أموالهم الأصلية في المحفظة الخطرة (G).كل هؤلاء المستثمرين سوف يمسكون المحافظ الخطرة تماما"بنفس تركيبة المحفظة (G).وعلى وفق ذلك،وفي حالة الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة،فان تحديد تركيبة المحفظة (G) يشكل حلا"لمشكلة المحفظة.القدرة على تحديد محفظة الموجودات الخطرة المثلى دون

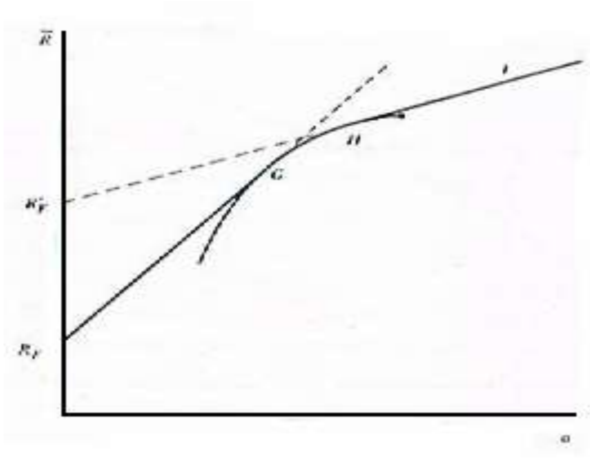
ان يكون من الواجب معرفة أي شيء حول تفضيلات المستثمر تسمى مبرهنة الفصل (Separation Theorem)[1] (Elton and Gruber,1995:90).

لكن يتخذ الحد الكفء أشكالا"مختلفة بظل الافتراضات الأكثر واقعية حول قدرة المستثمرين على الإقراض والاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة.فالمستثمرون بإمكانهم الإقراض بالمعدل الخالي من المخاطرة (شراء الأوراق المالية الحكومية) لكن ليس بمقدورهم الاقتراض بهذا المعدل(Elton and Gruber,1995:90-91).وفي هذه الحالة فان الحد الكفء يصبح (R_F-G-H)الظاهر في الشكل(14).بعض المستثمرون سوف يمسكون محافظ الموجودات الخطرة الواقعة بين(G)و (H). لكن أي مستثمر يمسك بعض الموجودات الخالية من المخاطرة سيضع كل أمواله الباقية بالمحفظة الخطرة(G).



الشكل (14) الحد الكفء بظل الإقراض وليس الاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة

الاحتمالية الاخرى هي ان بإمكان المستثمرون الإقراض بمعدل ما لكن يتعين عليهم دفع معدل مختلف وعادة أعلى لغرض الاقتراض.فإذا رمزنا لمعدل الاقتراض بالرمز ($R_{F'}$) فان الحد الكفء سوف يصبح (R_F-G-H-I) الظاهر في الشكل (15).وهذا يعني ان هذه المجموعة الكفأة مكونة من ثلاثة أجزاء مميزة لكنها مترابطة.الجزء الأول هو الخط المستقيم الرابط بين (R_F) و (G) والذي يمثل توليفات مختلفة من الإقراض الخالي من المخاطرة والاستثمار بمحفظة الموجودات الخطرة.الجزء الثاني هو الخط المنحني الرابط بين (G) و (H) والذي يمثل مختلف المحافظ الخطرة التي هي أيضا"على المجموعة الكفأة المنحنية لماركوتز.والجزء الثالث هو الخط المستقيم المتجه للأعلى من (H) والذي يمثل توليفات مختلفة من الاقتراض والاستثمار بالمحفظة الخطرة(Alexander,et.al.,2001:188).وبذلك سيتوافر مدى صغير من المحافظ الخطرة التي يستطيع المستثمرون اختيار مسكها.وإذا لم يكن (R_F) و ($R_{F'}$) متباعدان جدا"فان افتراض الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة بنفس المعدل ربما يقدم تقريبا"جيدا"للمدى الأمثل (G-H) للمحافظ الخطرة التي بإمكان المستثمرون التفكير بمسكها(Elton and Gruber,1995:91).



الشكل (15) الحد الكفء بظل الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة بمعدلات مختلفة

[1] للمزيد من التفاصيل عن مبرهنة الفصل ، انظر على سبيل المثال :((Garbade,1982:173-174); (Reilly & Brown,2001:237-238); (Bodie,et.al.,2008:226-228)

5. الاستنتاجات والتوصيات :

1.5 الاستنتاجات :

1. يتخذ الحد الكفء أشكالا" مختلفة بظل الافتراضات المختلفة حول قدرة المستثمرين على البيع القصير وعلى الإقراض والاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة.إذ تتسع مجموعة فرص المحافظ الكفأة المتاحة أمام المستثمر حينما يكون مسموحا"له ممارسة البيع القصير ويتخذ حده الكفء شكلا"منحنيا"مقعرا"مفتوح النهاية العليا بعكس منحنى الحد الكفء لماركوتز المغلق النهايتين (محفظة أدنى تباين – محفظة أقصى عائد).كما ان إضافة الموجود الخالي من المخاطرة لمكونات محفظة المستثمر يمثل فرصا"جديدة تَوَسع المجموعة الممكنة بشكل كبير،وماهو أكثر أهمية انه يغير موقع وشكل جزء كبير من المجموعة الكفأة لماركوتز وبالنتيجة يغير المحفظة المثلى للمستثمر.
2. إدخال الموجود الخالي من المخاطرة في مجموعة المحافظ الممكنة ييسَط تحليل المحافظ الكفأة إلى حد كبير.فإذا كان بمقدور المستثمر إقراض واقتراض أي مبلغ بالمعدل الخالي من المخاطرة عندئذ يصبح الحد الكفء خطا"مستقيما"اشتقاقه أسهل بكثير من اشتقاق الحد الكفء لماركوتز.فهو يكون بحاجة لنقطتين ،الأولى معلومة وهي $(R_F,0)$ والثانية هي لمحفظة الموجودات الخطرة المثلى الوحيدة التي يختارها الجميع بصرف النظر عن تفضيلاتهم الفردية للمخاطرة.واشتقاق هذه النقطة الأخيرة أسهل بكثير من اشتقاقات الحد الكفء على وفق طروحات ماركوتز.
3. في حالة الموجودات المرتبطة ارتباطا"موجبا"تاما"والبيع القصير غير مسموح به،فان عائد ومخاطرة المحفظة المكونة منها يكونا المتوسط الموزون لعائد ومخاطرة الموجودات الفردية.فشراء الموجودات لن يترتب عليه انخفاض في المخاطرة.إذ ان كل المحافظ المكونة من هذين الموجودين تقع على الخط المستقيم الرابط بين هذان الموجودان في فضاء المخاطرة – العائد.وان مخاطرة محفظة الموجودان المرتبطان ببعض ارتباطا"سالبا"تاما"تكون اصغر مما لوكان الارتباط موجبا"تاما".بل يجب ان يكون من الممكن دائما"بناء محافظ صفرية المخاطرة من هذان الموجودان بمجرد إيجاد الأوزان الواجب الاستثمار بمقتضاها في كل موجود مكون للمحفظة.وإذا كان مسموحا"بالبيع القصير عندئذ بالإمكان بناء محفظة صفرية المخاطرة بقطع النظر عن حجم واتجاه الارتباط بين عوائد الموجودان المكونان لهذه المحفظة.
4. كلما انخفض معامل الارتباط بين الموجودات المكونة للمحفظة كلما زادت منافع التنويع بثبات العوامل الاخرى.وان مخاطرة محفظة الموجودان لايمكن ان تكون اكبر من تلك التي يتم الحصول عليها على الخط المستقيم الرابط بين الموجودان في فضاء العائد المتوقع – الانحراف المعياري.لذلك فان تخفيض مخاطرة المحفظة لايعتمد بشكل كبير على زيادة حجم المحفظة إنما يعتمد على التباين المشترك بين الموجودان المكونان للمحفظة.وكذلك يعتمد على الأوزان المخصصة للاستثمار بهذين الموجودان فضلا" عن مخاطرهما الفردية.
5. ان الارتباط بين أي سهمان في الواقع العملي يكون دائما"تقريبا"اكبر من الصفر واقل من الواحد الصحيح.وينبغي ان يكون لهذا الأمر مدلولات بالغة الاهمية بالنسبة للمستثمرين.فيتعين عليهم ان يدركوا بأنه نادرا"ماتكون هناك ارتباطات تامة (بالإيجاب أو السلب) بين الأوراق المالية ويجب ان يكيفوا استراتيجياتهم الاستثمارية بضوء هذه الحقيقة.كما ان لايجابية الارتباطات وميلها للتوسط مضامينها بالنسبة لجدوى التنويع بالسوق الفورية من جهة وجدوى استراتيجيات التداول بأسواق المشتقات من جهة أخرى.
6. حينما يتوقع المستثمر ان يكون عائد الورقة سالبا"فان البيع القصير يكون منطقيا".حتى في الحالة التي تكون فيها العوائد موجبة،فان البيع القصير يمكن ان يكون منطقيا".فالتدفق النقدي المستلم من البيع القصير لورقة ما يمكن ان يوظف لشراء ورقة عائدها المتوقع أعلى.

2.5 التوصيات :

1. ضرورة تثقيف مجتمع المستثمرون في سوق العراق للأوراق المالية بحقيقة شكل الحد الكفء الذي يتعاملون معه في الواقع العملي بظل الممارسات السائدة المسموح بها في السوق بخصوص البيع القصير والإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة.
2. اطلاع المهتمين بالتعامل في السوق على التحديات الفكرية الأحدث للطروحات التقليدية للتنويع وخصوصا" مايسمى بالمراكز السالبة والموجبة.إذ بإمكان المستثمر،وعبر التوزين المناسب لمكونات المحفظة عبر المعادلة (9)،تخفيض مستوى مخاطرة محفظته إلى أدنى مستوى ممكن.
3. عقد المؤتمرات والندوات والدورات التدريبية لإدارة سوق العراق للأوراق المالية وللهيئات المختصة بالتداول داخل السوق حول الإدارة المعاصرة للمحافظ الاستثمارية عامة" وحول اشتقاق وبناء المحافظ المثلى على وجه الخصوص بضوء معطيات البحث الحالي.
4. تأسيس مكتب للتعليم المستمر داخل السوق بعضوية المختصون الأكاديميون والتطبيقيون مهمته الارتقاء بالمستوى العلمي والعملي للمتعاملين بالسوق في جميع جوانب الاستثمار بالأدوات المالية المختلفة التقليدية منها والمشتقة لما لذلك من دور في رفع مستوى كفاءة السوق.
5. إعداد دراسات وبحوث في الاشتقاق الرياضي لحسابات الحد الكفء بظل مختلف الافتراضات.

المـــصـــادر

1.Alexander,Gordon J.,William F.Sharp,and Jeffery V. Bailey, Fundamentals of Investments, 3rd ed., N.J.:Prentice-Hall, 2001.

2.Arlond,Glen,Corporate Financial Management,London:Financial Times Pitman Publishing,1998.

3. Bodie, Zvi,Alex Kane, and Alan J. Marcus,Investments,7th ed.,Boston:McGraw-Hill, 2008.

4. Elton, Edwin J. and Martin J. Gruber, Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, 5th ed., N.Y.:John Wiley & Sons, Inc., 1995.

5. Garbade,Kenneth,Securities Markets,N.Y.:McGraw–Hill Book Company,1982.

6. Jones, Charles P., Investments: Analysis and Management, 6th ed., N.Y.: John Wiley & Sons, Inc.,1998.

7. Mayo, Herbert B., Investments: An Introduction, 6th ed., Fort Worth: The Dryden Press, 2000.

8.McMenamin,Jim,Financial Management:An Introduction,London:Routledge,1999.

9. Reilly,Frank K. and Keith C. Brown,Investment Analysis and Portfolio Management,8th ed., Australia: Thomson,2006.

10.Ross,Stephen A.,Randolph W.Westerfield,&Bradford D.Jordan,Fundamentals of Corporate Finance,Boston:Irwin McGraw-Hill,2000.

11.Sharpe,William F. and Gordon J. Alexander,Investments,4thed.,N.J.:Prentice-Hall,1990.

12.VanHorne,James C.,Financial Management and Policy,12th ed.,New Delhi:Printice-Hall,2004.

13.Weston,FredJ.& Eugene F.Brigham,Managerial Finance,6th ed.,Hinsdale:Dryden Press,1978

14.------------,Scott Besley,& Eugene F. Brigham,Essentials of Managerial Finance,11th ed.,Fort Worth: Dryden Press,1996.