



Study the differential Mott Scattering cross section and screening parameters of aluminum

Sabah Mahmoud Aman Allah

Muneer Ramadan Badah

Sahar Najee Rashaed

P.Box.O:42 ,Saladin – Physics Department - College of Sciences –Tikrit University,
Iraq

Gmail: sabahmahmood6@gmail.com

Abstract:

In the present paper , we have tabulate the screening parameters $\eta_{screening}$ and the differential cross section of Mott scattering $\frac{d\sigma_{Mott}}{d\sigma_{Rutherford}}$ by Aluminum nucleus in the energy range (10-0.005)MeV and angles ($\theta=15^0-180^0$) by employing Mackinely-Fashbach equation as well as we have calculate the ratio $\frac{d\sigma_{Mott}}{d\sigma_{Rutherford}}$ For the energy range (50-350)MeV for the same angles, by using the improved Rutherford equation .All these equation written with Visual Basic program 2012.By comparing the obtained results with the available one, we found that the factor $\eta_{screening}$ proportional with the incident electron energy, which influences the screening process of the orbital electrons by the atomic nucleus ,thus lowering the Bremsstrahlung probability cross section, while the values of $\frac{d\sigma_{Mott}}{d\sigma_{Rutherford}}$ with Mackinely-Fashbach equation, are in good agreement with the compared values ,and the cross section obtained by



improved Rutherford equation ,shows that the effect of recoiling term is the biggest in comparison to other correction factors.

Keywords:

Mott scattering ,screening, Mackinely-Fashbach equation, spin correction ,nuclear size.

**دراسة المقطع التفاضلي لتشتت مووت ومعاملات الحجب لعنصر
الالمنيوم**

صباح محمود امان الله – منير رمضان بداح- سحر ناجي رشيد

Web Site: www.kujss.com Email: kirkukjournsci@yahoo.com,
kirkukjournsci@gmail.com



الخلاصة

في هذا البحث تم جدولة معامل الحجب $\eta_{screening}$ و المقطع العرضي التفاضلي لاستطارة مووت $\frac{d\sigma_{Mott}}{d\sigma_{Rutherford}}$ بواسطة نواة ألنيوم ضمن مدى الطاقات (10-0.005)MeV للزوايا ($\theta = 15 - 180$) باستخدام معادلة مكينلي-فيشباخ وبحساب نسبة المقطع العرضي لتشتت مووت ولمدى الطاقات (350-50)MeV لنفس الزوايا باستخدام معادلة رذرفورد المطورة، كتبت جميع المعادلات باستعمال برنامج Visual Basic 2012 وبمقارنة النتائج التي حصلنا عليها مع ما متوفر منها، لوحظ ان العامل $\eta_{screening}$ يتناسب عكسيا مع طاقة الكترون الساقط مما يؤدي الى زيادة تأثير ظاهرة حجب الكترونات المدارية على الشحنة النووية وبالتالي تناقص المقطع العرضي لاحتماالية توليد اشعة التوقف اما مساحة المقطع التفاضلي باستخدام معادلة مكينلي-فيشباخ تظهر تطابق جيد مع قيم المقارنة فضلا عن التأثير الكبير لعامل الارتداد النووي على قيم المقطع العرضي لتشتت مووت باستخدام معادلة رذرفورد المطورة بالمقارنة مع عوامل التصحيح الاخرى .

الكلمات المفتاحية : تشتت مووت، الحجب ، معادلة مكينلي – فيشباخ، تصحيح البرم ، الحجم النووي.

١- مقدمة :

يعرف تشتت مووت بانه عملية استطارة الكترون بواسطة مركز تشتت ثقيل ويطلق عليها اسم التشتت المرن بسبب كبر كتلته النواة بالمقارنة مع كتلته الكترون الساقط والتي تفوقها



ببضعة الالاف المرات اذ تكون كمية الطاقة المنتقلة في هذا التفاعل صغيرة جدا .يعتبر الإلكترون مسبار مثالي ideal probe ، وذلك لانه لا يمتص من قبل النواة الذرية ويتفاعل عن طريق القوى الكهرومغناطيسية حيث ان هذه القوة تكون ضعيفة بالمقارنة مع القوى النووية ،ولذلك فان موجة الكترون تخترق العمق النووي nuclear interior بسهولة ، اصف الى ذلك يمكن توليد حزم الكترونية ذات شدة عالية واستخدامها في اجراء قياسات معينة حتى وان كان المقطع العرضي صغيرة [1].

ان استطارة للإلكترونات(او مساحة المقطع العرضي) بواسطة النواة تعد احد اهم التفاعلات بين الكترونات والذرة ،والتي ترتبط بالبحوث الاساسية fundamental و التطبيقية مثل معدل المسار الحر للكترونات في العناصر اذا ان الكثير من المعلومات الذرية والنوية ، والمتعلقة بفيزياء الجسيمات قد تم اكتشافها من خلال تجارب التشتت [2-4] . ويعتبر Mott [5] اول من قام بدراستها حيث قدم معادلتين دقيقتين لمساحة المقطع التفاضلي exact formulas حسبت بطريقة تحليل الموجة الجزئية partial –wave method من خلال استخدام حل داروين Darwin's solution لمعادلة ديراك، اذ ان هذه المعادلات لا تتضمن اي مرتبة لتقريب بورن وان احدهما اخذت بنظر الاعتبار تأثير الحجب screening effect من قبل الالكترونات المدارية والثانية اهملت ذلك التأثير. وعلى مر السنوات الاخيرة اجتذب هذا المجال اهتمام الكثير من الباحثين ففي منتصف القرن الماضي وتحديد [6]Feshbach ، [7]Yadav ، [8]Curr ، [9]Doggett and Spencer ، [10]Sherman ، [11]Zbigniew et als و [12]M.J.Boschini et als .

ان الهدف من البحث الحالي هو وضع مساحة المقطع التفاضلي لتشتت مووت $\frac{\sigma_{Mott}}{\sigma_{Rutherford}}$ (وهي كمية عديمة الوحدات)لعنصر المنيوم بصيغة تحليله analytical form مبسطة (مثل استخدام طريقة السلاسل المتقاربة converging series)ضمن مدى الطاقات العالية (50-350)MeV بعد ادخال تصحيحات البرم وارتداد النواة و الحجم النووي لمعادلة رذرفورد المطورة وقمنا بحساب معاملات الحجب و مساحة المقطع المرن لتشتت مووت للطاقات الواطئة (5keV-10MeV) للكترونات الساقطة ولنفس مدى الزوايا وتم كتابة جميع المعادلات المستخدمة ببرنامج فيجول بيسك ٢٠١٢ و مقارنتها مع ما توفر من نتائج .

٢- الحسابات :

$$1-2 \frac{d\sigma}{d\Omega} \text{ مساحة المقطع العرضي التفاضلي}$$

ان استطارة كولوم Coulomb scattering هو مصطلح عام يستخدم لوصف التفاعلات المرنة Elastic interactions بين جسمين مشحونين حيث الجسم القاصف projectile ذو الطاقة العالية والهدف [14] . ان المقطع العرضي التفاضلي المرن elastic differential cross section ذات اهمية اساسية في نظرية الاستطارة والتي تنتج من انحراف حزمة الكترونات بواسطة نواة موجبة الشحنة المحتجة بواسطة الكترونات المدارية [11] . تمثل احتمالية تشتت الكترون الساقط لكل وحدة زاوية صلبة $d\Omega$ لذرة الهدف والتي يعبر عنها رياضيا بالمعادلة الاتية [12]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f|^2 \dots\dots\dots (1)$$

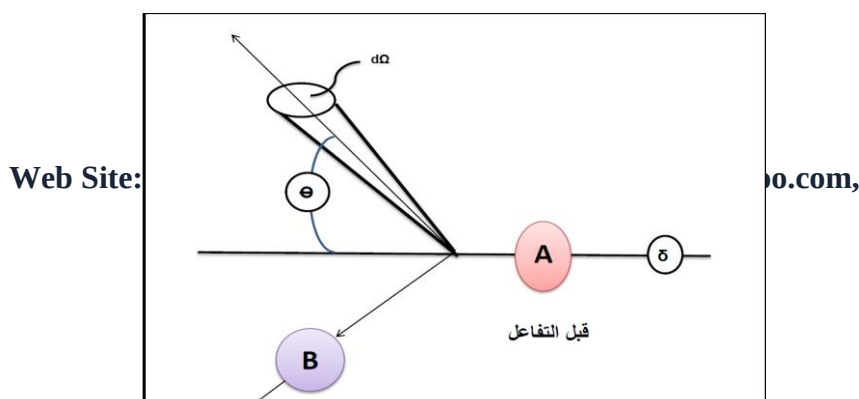
حيث ان f دالة معقدة complex function تمثل سعة الاستطارة او معامل الاستطارة الذرية Atomic scattering factor و الشكل (١) يوضح مفهوم المقطع العرضي التفاضلي . حيث ان A هو الجسم الساقط على الهدف B قبل وبعد التفاعل والعنصر $d\Omega$ يمثل الجزء المكبر لمساحة المقطع العرضي التفاضلي ، ويقاس بوحدة البارن والتي تساوي

$$1barn \equiv 10^{-24} cm^2 = 100 fm^2$$

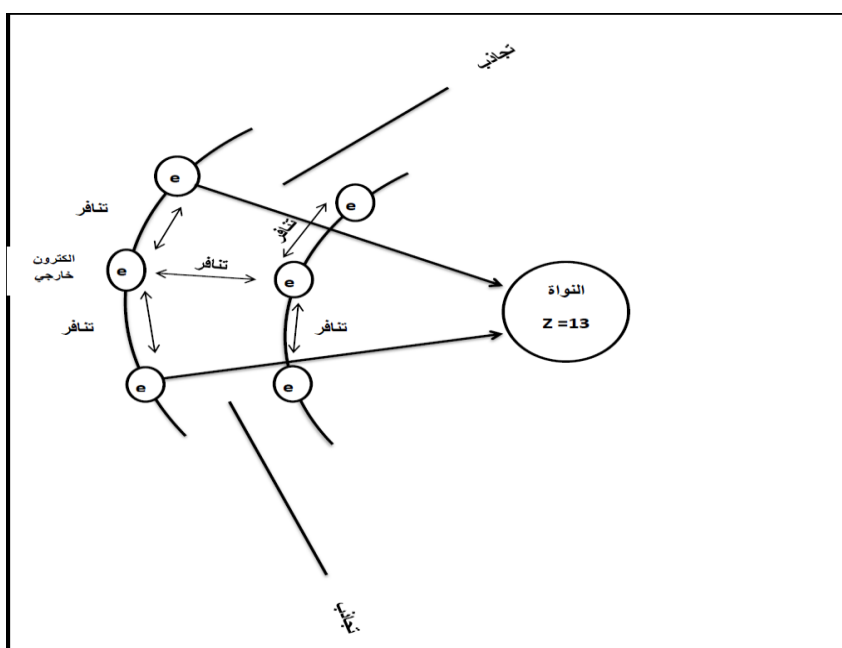
2-2 معامل الحجب $\eta_{screening}$ screening parameter:

ان احتمالية فقدان اي جسم مشحون لطاقته الحركية اثناء عملية التصادم تعتمد على مسافة التأثير Effective distance بين الكترون وذرة الهدف وبدلالة الوصف الكلاسيكي لهذا التفاعل ، عندما يكون عامل الصدم Impact parameter اكبر بكثير من نصف القطر الذري ، فان الشحنة النووية الفعالة يتم حجبها screened من قبل الالكترونات المدارية بحيث يفقد المجال النووي وبشكل كبير جدا تأثيره على الجسيمات القاصفة الداخلة عليه وهذا التأثير يعرف بالحجب التام Complete screening [14]

لاحظ الشكل التوضيحي (٢).



شكل (١) : مفهوم مساحة المقطع العرضي.



شكل (٢) مخطط لتوضيح ظاهرة الحجب .

ويرافقها انبعاث اشعة بطول موجي كبير [15] وبالعكس تماما اذا كان معامل الصدم اصغر بكثير من الاقطار الذرية فأنا نتوقع عدم حدوث اي تأثيرات لظاهرة الحجب حيث ان الجسيم القاصف يتأثر بالمجال الكهربائي يمكن معاملته كتقريب لمجال كولوم لشحنة نقطية (Ze) من مركز النواة [16]. ان حساب معاملات الحجب تعد ضرورية جدا وذلك لكي تمنع مساوات قيمة المقطع العرضي المرن الى الما لانهاية ∞ عند اجراء التكامل لجميع زوايا الاستطارة [17]. ومن ابرز معادلات الخاصة بمعاملات الحجب $\eta_{screening}$ والتي استخدمت بالدراسة الحالية [18]

$$\eta_{\text{screening}} = 1.7 \times 10^{-5} Z^{\frac{2}{3}} \times \frac{1}{\tau(\tau + 2)} \delta \dots \dots \dots (2)$$

حيث Z هو العدد الذري المؤثر و $\tau = \frac{E_K^0}{m_0 c^2}$ هو الطاقة الحركية بوحدة الكتلة السكونية للإلكترون واما الثابت δ فهو يتم ايجادها بطريقة موائمة اقل المربعات Least squares fitting ويعرف بالعلاقات التالية [19] :

$$\delta = 1.198 \quad \text{for } E_K^0 < 50 \text{keV} \dots \dots \dots (3)$$

$$\delta = 1.13 + 3.76 \frac{Z^2}{137\beta} \quad \text{for } E_K^0 \geq 50 \text{keV} \dots \dots \dots (4)$$

حيث قام كل من Shyn-Cho [20] و Katase et al. [21] و Nishimura [22] و Danjo [23] Nishimura - بقياس هذا العامل .
٢-٣ معادلة مكينلي - فيشباخ:

عند سقوط الكترونات واطئة الطاقة على نواة ذرية atomic nucleus ، ينتج عنه استطارة الكترون من قبل النواة وهذا التفاعل يمكن التعبير عنه بدلالة علاقة رذرفورد القياسية [3]

$$\frac{d\sigma_{\text{Rutherford}}}{d\Omega} = \left[\frac{D_{e-N}}{4} \right]^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} = \left(\frac{D_{e-N}}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{1 - \cos\theta} \right)^2$$

$$\frac{d\sigma_{\text{Rutherford}}}{d\Omega} = \left(\frac{Zhc\alpha}{4E_K} \right) \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \dots \dots \dots (5)$$

حيث ان D_{e-N} تمثل المسافة المميزة المؤثرة للاستطارة الكترون - النواة وتعرف بالعلاقة

$$D_{e-N} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{2}mv^2 \right)} \dots \dots \dots (6)$$

ببساطة لا نتمكن من استخدام العلاقة (5) لغرض حساب مساحة مقطع استطارة الكترون وذلك لان الكترون يمتلك برم يساوي $s = \frac{h}{2}$ [24] (الذي اهمل في المعادلة 5) وبذلك فهو يمتلك العزم المغناطيسي magnetic momentum الذي يعطى بالعلاقة :

$$\mu = \frac{q_e}{m_e} s \dots \dots \dots (7)$$

حيث ان q_e و m_e هما شحنة وكتلته الكترون على التوالي. الا ان العالمين Mckinley- Fashbach قاما بتطوير نتيجة مووت الاصلية ليتضمن عامل تصحيح البرم f_{spin} (والمتمثلة بالحد الثاني في المعادلة ٨ ادناه) لغرض تصحيح تقريب بورن المستخدم في الاشتقاق الاصلية للمعادلة مووت ويتمثل با العلاقة

$$\frac{d\sigma_{Mott}}{d\sigma_{Rutherford}} = 1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \pi Z \beta \alpha \left(\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \dots \dots (8)$$

حيث ان $\alpha = 1/137$ ثابت التركيب الدقيق وهذه العلاقة صحيحة ل $\beta = 1$ وهي صحيحة للحالة $\alpha Z < 0.2$. استخدمت هذه المعادلة ضمن مدى الطاقة (10-0.0005) ميكا الكترون فولت لزوايا (١٥-١٨٠) درجة.

٣- معادلة المقطع العرضي التفاضلي المصححة لاستطارة مووت

ان الغرض من ادخال عوامل التصحيح لمعادلة المقطع العرضي التفاضلي لتشتت مووت هو تطوير refines نظرية التشتت لمستوى يفوق نظرية رذرفورد عند زيادة الطاقة الساقطة للكترونات اكثر من 10MeV [25]، الا انه في نفس الوقت يعمل على تعقيد المعادلة الرياضية المستخدمة. ويمكن تلخيص هذه العوامل كما يأتي :

1-3 عامل تصحيح البرم f_{spin} :

ان معادلة حساب مقطع العرضي لاستطارة مووت عند الطاقات العالية تتمثل بعامل تصحيح البرم f_{spin} Spin correction factor وبدلالة الزاوية الصلدة solid angle من خلال الخطوات الاتية [26,16]

$$\frac{d\sigma_{Mott}}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{dq} \frac{dq}{d\Omega} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\sigma}{dq} \frac{dq}{d(\cos\theta)} = \frac{1}{4\pi} \frac{d\sigma}{dq} \frac{p}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\frac{d\sigma_{Mott}}{d\Omega} = \frac{2}{q^3} \left(\frac{Z\alpha\hbar c}{\beta} \right)^2 \frac{p}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\frac{d\sigma_{Mott}}{d\Omega} = \frac{1}{4} \left(\frac{Z\alpha\hbar c}{p\beta} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\frac{d\sigma_{Mott}}{d\Omega} = \left(\frac{p_B(E)}{4} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) = \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{Rutherford} \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\frac{d\sigma_{Mott}}{d\sigma_{Rutherford}} = f_{spin} = 1 - \beta^2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \dots\dots (9)$$

ولرذرفورد المطورة حيث ان معالة المقطع العرضي ان الكترون النسبي ($v \approx c$) لا يعتمد عامل تصحيح البرم على طاقته الحركية E_K^0 لإلكترونات الساقطة وانما على زاوية الاستطارة θ .

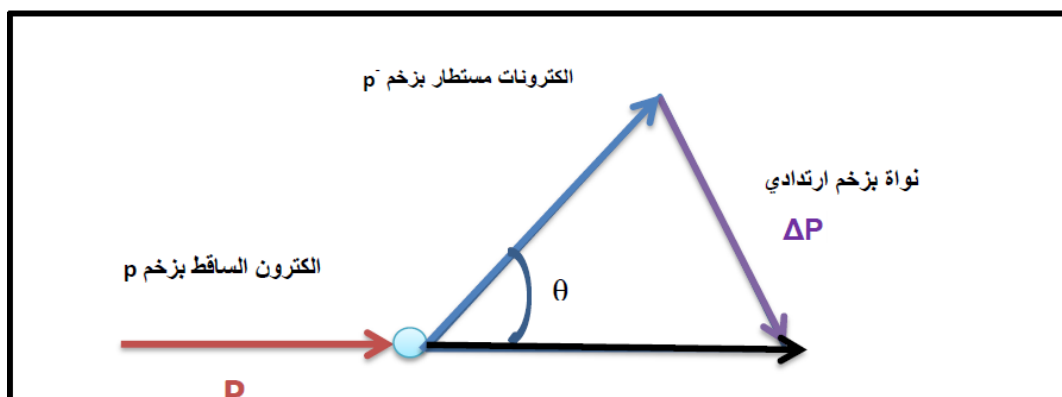
2-3 عامل تصحيح الطاقة الارتدادية للنواة f_{recoil} :

ان عامل تصحيح لطاقة الارتداد النووي f_{recoil} يمثل حد التشتت الغير المرن ويتم يعبر عن نسبة الطاقة الحركية للإلكترونات المستطارة (المرتدة E_K) الى الطاقة الحركية لإلكترونات الساقطة E_K^0 ويحسب من قوانين حفظ الزخم والطاقة خلال عملية الاستطارة وكما مبين في الشكل ادناه [16,13].

واختصار لتفاصيل الرياضية المتعلقة باشتقاق عامل تصحيح الارتداد النووي فأن العلاقة

الخاصة لهذه الدالة f_{recoil} هي [14]

$$f_{recoil} = \frac{E_K}{E_K^0} = \frac{1}{1 + \frac{E_K^0}{Mc^2} (1 - \cos\theta)} = \frac{1}{1 + \frac{2E_K^0}{Mc^2} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \dots\dots\dots (10)$$



اذن نلاحظ اعتماد العامل f_{recoil} على الطاقة الحركية لإلكترون الساقط E_K^0 والكتلة السكونية للنواة الهدف Mc^2 وزاوية الاستطارة المرنة θ وعند الزوايا الصغيرة $f_{recoil} \approx 1$ بغض النظر عن قيمة E_K^0 .

2-3 عامل تصحيح الحجم النووي $f_{size}(q)$:

عندما تكون الكثرونات الساقطة ذات طاقات العالية (أكثر من 10MeV)، يجب ان يأخذ بالحسبان ، تأثير الحجم المحدد finite size للنواة (اي بمعنى اخر النواة ليست شحنة نقطية وانما لها تركيبها الخاص اذ انها مكونة من نيوترونات وبروتونات والتي بدورها تمتلك تركيبها الخاص والمتمثل بالكوركات Quarks) وتؤثر على توزيعات الاستطارة المتعددة [28- multiple scattering distributions Hofstadter 27]. فلقد قام Hofstadter بدراسات نظرية وعملية شاملة لاستطارة الكثرن- النواة و نال جائزة نوبل عام ١٩٦١ حيث فسر التناقض الواضح بين النتائج العملية والنظرية لنظرية استطارة مووت (المعادلة ١١) الى تأثيرات الحجم النووي للنواة وعالج هذه المعضلة من خلال استخدامه عامل تصحيح التركيب النووي $f_{size}(q)$ والذي يعرف بالمعادلة الاتية [29]

$$f_{size}^2(q) = \left(\frac{4\pi\hbar}{qZe}\right) \int_0^r r\rho(r) \sin b(r) dr \left[4\pi \int_0^r r^2 dr\right]^{-1}$$

ونتيجة هذا التكامل هو المعادلة الاتية

$$\therefore f_{size}^2(q) = 3[\sin(b) - b\cos(b)]b^{-3} \dots \dots \dots (11)$$

حيث ان $\sin b(r)$ ، زاوية التشتت و q هو الزخم المنتقل بفعل عدم اهمال ارتداد النواة ويعرف بموجب المعادلة [30]

$$q^2 = (p - \dot{p})^2 = 2m_0^2 c^2 - 2 \frac{E\dot{E}}{c^2} - |p||\dot{p}| \cos \theta \approx - \frac{4E\dot{E}}{c^2} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \dots \dots \dots (12)$$

هنا $p, \dot{p}$ تمثل الزخم الرباعي للحالة النهائية (الابتدائية) للإلكترون وان c هو سرعة الضوء في الفراغ p هو مقدار الزخم النسبي للإلكترون والتي تعرف بالمعادلة [30]

$$E = \sqrt{(pc)^2 + (mc)^2} \dots \dots \dots (13)$$

واما العامل $b = \left(\frac{Rq}{\hbar c} \right)$ وتعرف الرموز الاتية [29]

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}} = 1.21 A^{\frac{1}{3}} \text{fermi} \dots \dots \dots (14)$$

حيث عوضنا عن $\hbar c = 197.3 \text{MeV. fm}$ ان اخذنا بنظر الاعتبار عوامل تصحيح البرم (معادلة 9) وتصحيح الطاقة الارتدادية للنواة (معادلة 11) وتصحيح الحجم النووي (معادلة 12 بعد اجراء التكامل بطريقة التجزئة by parts) الصيغة النهائية لحساب مساحة المقطع العرضي التفاضلي لاستطارة مووت بالصيغة [3]

$$\frac{d\sigma_{Mott}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{Rutherford}}{d\Omega} f_{spin} f_{recoile} |f_{size}^2(q)| \dots \dots \dots (15)$$

او بالصيغة النهائية

$$\frac{d\sigma_{Mott}}{d\sigma_{Rutherford}} = f_{spin} f_{recoile} |f_{size}^2(q)| \dots \dots \dots (16)$$

من ملاحظة المعادلة (15) نجد ان مركبة استطارة رذرفورد هي الاكثر تأثيرا ذلك لان حاصل ضرب عاملي البرم وارتداد النواة والحجم النووي تكون بمرتبة الوحدة الواحدة unity فيما عدا

اذا كانت الزاوية قريبة من ١٨٠ درجة او طاقة الكترون الساقط كبيرة. ان الحد $\frac{d\sigma_{Rutherford}}{d\Omega}$

يعطى بالمعادلة (6) والتي تكون صحيحة للطاقات الواطئة جدا .

4-الحسابات والنتائج:

الجدول (٢) يمثل قيم ثابت الحجب للكترونات الساقطة على نواة ذرة المنيوم والحسوبة من تطبيق المعادلات (٢-٤). تبين هذه القيم بتزايد الطاقة الحركية للكترونات يتناقص معامل الحجب $\eta_{screening}$ ويمكن تفسير هذا السلوك هو عندما تكون طاقة الكترون الساقط واطئة فانه يقضي معظم زمن تفاعل الحجب مع الكترونات المدارية ، مما يؤدي الى زيادة قيم ثابت الحجب بينما يحصل العكس للطاقة العالية الساقطة اذ لا تتأثر بشكل كبير من هذه الظاهرة . ان حجب النواة بواسطة توزيع الشحنة الالكترونية المدارية بالنتيجة سوف يؤثر على عملية اشعة التوقف bremsstrahlung process وان هذا التأثير يعمل على تقليل مساحة المقطع cross section وبالنتيجة يكافئ تقليل الشحنة المؤثرة effective charge التي تحسبها الالكترونات الساقطة من قبل الذرة وكما موضح بالشكل ٦ .

اما الجدول (٣) فهو يمثل مقارنة بين القيم $\frac{d\sigma_{Mott}}{d\sigma_{Rutherford}}$ المحسوبة من تطبيق المعادلة (٨) وقيم المقارنة [3] ضمن المدى الطاقة (E=0.005-10MeV) والتي تظهر تقارب مقبول بين القيم ماعدا الزوايا الكبيرة ضمن المدى (150° – 180°) حيث يوجد فارق بنسبة خطأ يمكن حسابه من العلاقة

$$Error = \left| \frac{Exp - The}{The} \right| 100\% \dots \dots \dots (17)$$

حيث تبلغ نسبة الخطأ فعند الزاوية $(\theta = 150^\circ)$ والطاقة E=10MeV تكون نسبة الخطأ ١.٩% بينما لأقل طاقة حركية للكترون الساقط يساوي ٢.٠٢% اما بالنسبة لزاوية $(\theta = 165^\circ)$ والطاقة E=0.005MeV تبلغ نسبة الخطأ ١.٦% (لاحظ الاشكال ٧،٨،٩) ويرجع سبب هذا الاختلاف الى اعتماد معادلة مكينلي - فيشباخ على الفرضيات والتقريبات (مثل تقريب بورن الثاني والذي يشتق اساسا من نظرية الاضطراب الكمية) عند اشتقاق هذه المعادلة والتي تبين ان تشتت الكترون يعتمد بشكل رئيسي على عدد الحالات الكمية المتوفرة والتي يستطار اليها الكترون وهذا بدوره يستند على الاتجاه النسبي للبرم الكترون الساقط على النواة .

اما الجدول (٧) فهو ناتج من تطبيق المعادلة (16) ضمن مدى الطاقة (E=15-350MeV) وبلاستعانة بالمعادلات (9،10،11) والتي نتج عنها قيم التصحيحات للبرم والطاقة الارتدادية والحجم النووي والمتمثلة بالجدول (٤،٥،٦) من ملاحظة قيم الجدول لمساحة المقطع لتشتت

مووت ، نجد انها تتبع سلوك دوري periodic trend فبعد تصادم الكترون الساقط مع المادة الصلبة سيحدث نوعين من التفاعلات [30] وهي:

• التصادم القاسي Hard scattering او الغير المرن مع الكترونات الذرية الخارجية والذي يتسبب بفقدان الطاقة بشكل طيف اشعة التباطؤ المستمر Bremsstrahlung.

• التصادم المرن soft scattering ويتمثل في انحراف الكترونات بزوايا كبيرة جدا بفعل فارق الكتلة مع نواة المنيموم حيث ان $m_p = 1836m_e$ ، وتحديدًا يتفاعل الكترون الساقط مع البروتون والذي يحدد التوزيع المكاني لها. على حد علم الباحثين لم نحصل على نتائج اخرى لغرض المقارنة مع نتائجنا الحالية ضمن الطاقة الساقطة

($E=15-350\text{MeV}$) حيث نلاحظ ان كل ان عامل تصحيح الطاقة الارتدادية تكون اكبر ما يمكن والاقل هي قيم عامل تصحيح البرمي والاقل من كل ذلك عامل تصحيح الحجم النووي لا حظ عند الطاقة لساقطة 200MeV والزاوية $(\theta = 90^\circ)$ ان قيم الثوابت التصحيح هي

$f_{spin} = 0.500$ ، $f_{recoil} = 0.992161$ و $f_{recoil} = 3.7 \times 10^{-10}$ على التوالي ، حيث ان عامل التصحيح الاخير الذي يعمل على تقليل احتمالية التشتت الحاصل بشكل فعال ، بمعنى تقليل مساحة المقطع العرضي التفاضلي DCS وخصوصا عند الزوايا الكبيرة فعلى سبيل المثال عند $(\theta = 150^\circ)$ وعند الطاقة 250MeV تساوي

4.482×10^{-12} اما عند الزاوية $(\theta = 165^\circ)$ وعند الطاقة 150MeV تبلغ 27.7×10^{-11}

٥-الاستنتاجات

ان طاقة الكترون الساقط تتحكم بزيادة او تناقص قيم ثابت الحجب ، فاذا زادت القيمة سوف يؤدي ذلك الى تناقص مساحة المقطع لا نتاج اشعة التباطؤ ، وبالعكس اذا تناقصت قيمة ثابت الحجب سوف تزداد مساحة المقطع لا نتاج اشعة التباطؤ.

ان تطبيق معادلة مكيولي - فيشباخ تعطي نتائج جيدة ونسبة الخطأ الناتجة بالمقارنة مع [3] ناتجة من الفرضيات والتقريبات المستخدمة في اشتقاق المعادلة المستخدمة في الدراسة الحالية. ان مساحة المقطع التفاضلي لتشتت مووت باستخدام معادلة رذرفورد المحدثة اخذت بنظر

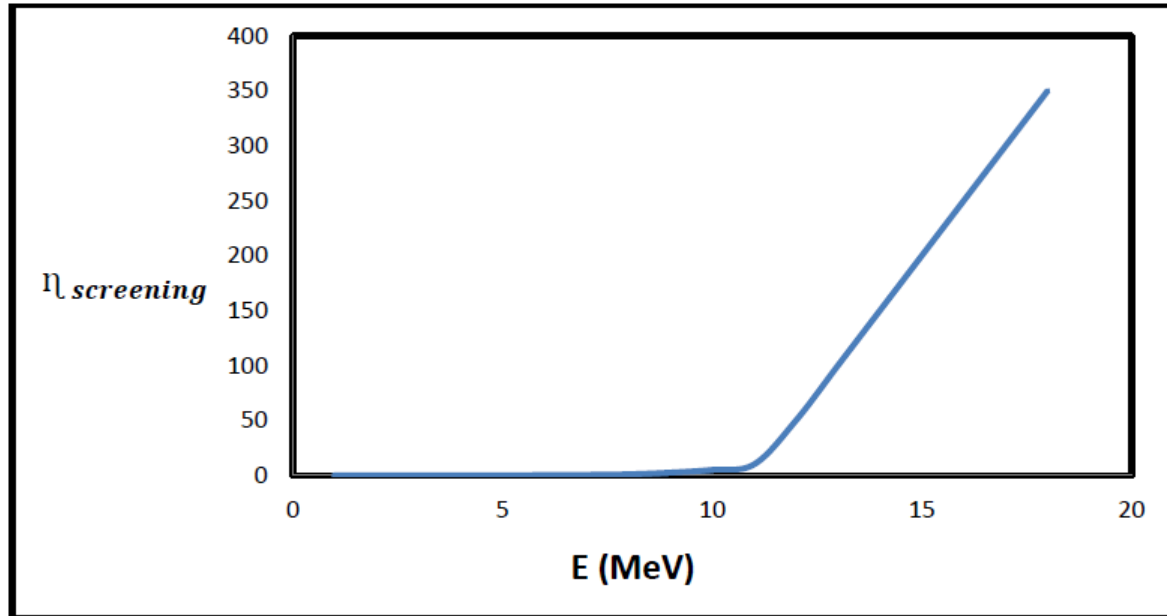


الاعتبار اهم التصحيحات واهم عامل يتحكم بقيمة مساحة مقطع مووت هو عامل التشتت الغير

المرن والمتمثل ب f_{recoil}

جدول رقم (٢): معاملات الحجب (عديم الوحدات) لمختلف الطاقات الساقطة والناجمة من تطبيق معادلة (٢-٤).

E(MeV)	τ	$\eta_{screening}$
0.005	0.009784	5.7751×10^{-3}
0.025	0.048923	1.1328×10^{-3}
0.050	0.097840	5.7073×10^{-3}
0.100	0.195690	2.1138×10^{-3}
0.250	0.4892300	5.7464×10^{-4}
0.500	0.978470	2.1141972×10^{-4}
1.0	1.9569470	7.4092×10^{-5}
2.5	4.8923600	1.63924×10^{-5}
5	9.7847350	4.754×10^{-6}
10	19.569500	1.2954×10^{-6}
50	97.847350	1.09428×10^{-7}
100	196.69470	1.4134111×10^{-8}
150	293.54207	6.3029827×10^{-9}
200	391.38943	3.55×10^{-9}
250	489.23679	2.275×10^{-9}
300	587.08414	1.579×10^{-9}
350	684.31500	1.16218×10^{-9}



شكل (٦): قيم معامل الحجب مع طاقة الكترونات الساقطة على نواة المنيوم.



جدول رقم (٣) قيم النسبة $\frac{d\sigma_{Mott}}{d\sigma_{Rutherford}}$ لمدى الطاقة E=0.005-10MeV باستخدام العلاقة (٨).

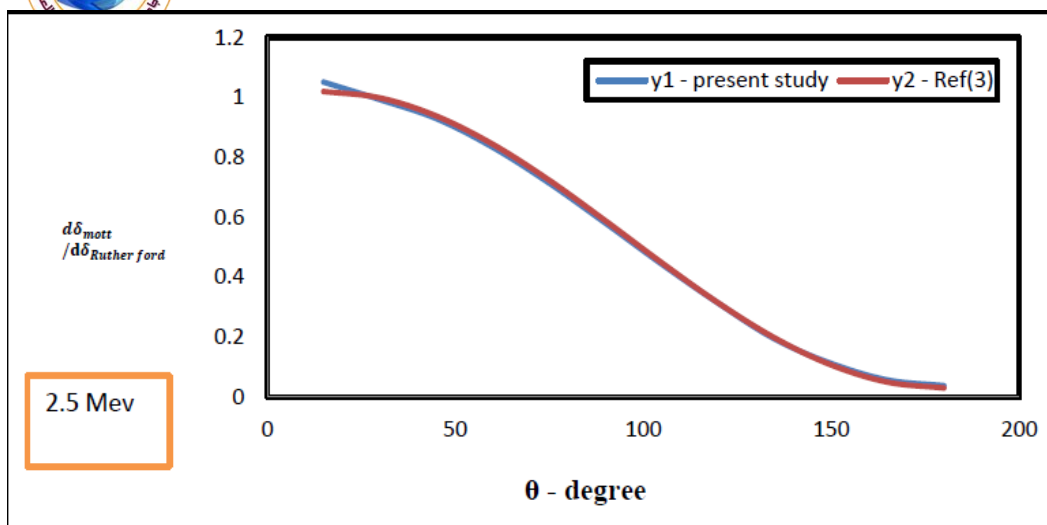
θ°	10MeV Present study Ref[3]	5MeV Present study Ref[3]	2.5MeV Present study Ref[3]	1MeV Present study Ref[3]	0.5MeV Present study Ref[3]	0.25MeV Present study Ref[3]	0.1MeV Present study Ref[3]
15	1.01608400 1.01936	1.0169398 1.01935	1.050733531 1.01934	1.0173930 1.01924	1.01772856 1.01890	1.01792 1.01792	1.0198884 1.01526
30	0.989545 0.997069	0.990870 0.997301	0.992035 0.998045	0.99679 1.00113	1.00405 1.00591	1.01241 1.01172	1.01899 1.01678
45	0.924553 0.934643	0.941029 0.935326	0.928622 0.937534	0.941460 0.946779	1.039937 0.961715	0.986555 0.981386	1.0115 1.0036
60	0.825472 0.837673	0.824311 0.838991	0.832984 0.843258	0.856927 0.861233	0.894891 0.890495	0.943088 0.929992	0.994506 0.977312
75	0.701724 0.714474	0.704450 0.716562	0.713404 0.723327	0.750650 0.751888	0.818036 0.798628	0.886297 0.862394	0.970150 0.940775
90	0.563363 0.575245	0.567246 0.578183	0.579646 0.587701	0.631420 0.627936	0.714216 0.693979	0.821284 0.784624	0.941062 0.897622
105	0.405186 0.431251	0.409604 0.435055	0.442370 0.447378	0.508807 0.499511	0.615262 0.585242	0.753583 0.703346	0.909871 0.851868
120	0.286965 0.293960	0.292911 0.298581	0.312144 0.313552	0.392370 0.376923	0.521110 0.481266	0.688796 0.625375	0.879596 0.807590
135	0.169306 0.174187	0.179874 0.179516	0.192948 0.196785	0.291110 0.269901	0.439046 0.390391	0.631534 0.557071	0.852858 0.768606
150	0.07977270 0.0812969	0.0756795 0.0871733	0.111460 0.106216	0.212751 0.186862	0.375496 0.319830	0.588169 0.503965	0.831955 0.738201
165	0.0225618 0.0225161	0.031036 0.0287380	0.056221 0.0489003	0.163223 0.134301	0.33531062 0.275149	0.56034256 0.470310	0.8186590 0.718899
180	0.00306301 0.00240341	0.001141147 0.008743013	0.0372937 0.0292887	0.146293 0.116314	0.321563 0.259856	0.550785 0.458787	0.814109 0.712285

تكملة جدول رقم (٣) قيم النسبة $\frac{d\sigma_{Mott}}{d\sigma_{Rutherford}}$ لمدى الطاقة E=0.005-10MeV باستخدام العلاقة (٨).

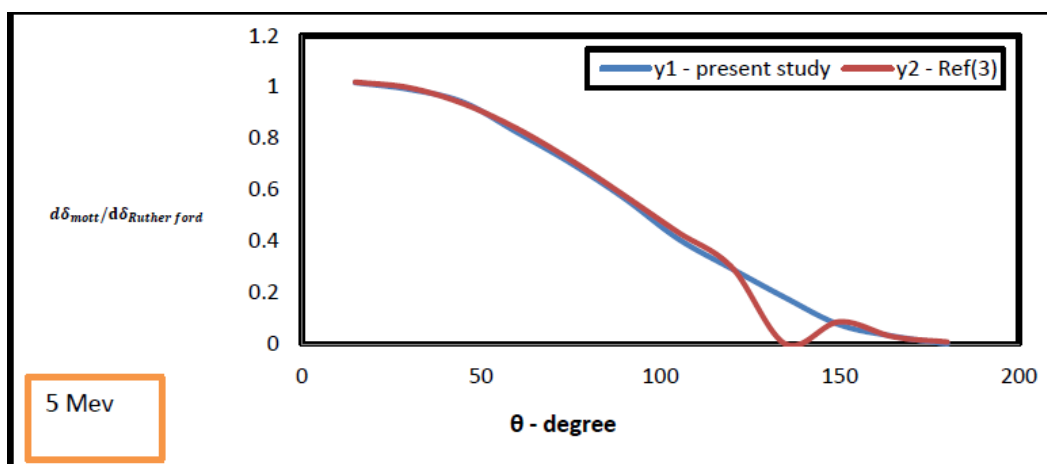
$\theta(\text{degree})/E(\text{MeV})$	0.050MeV	0.025MeV	0.005MeV
---------------------------------------	----------	----------	----------



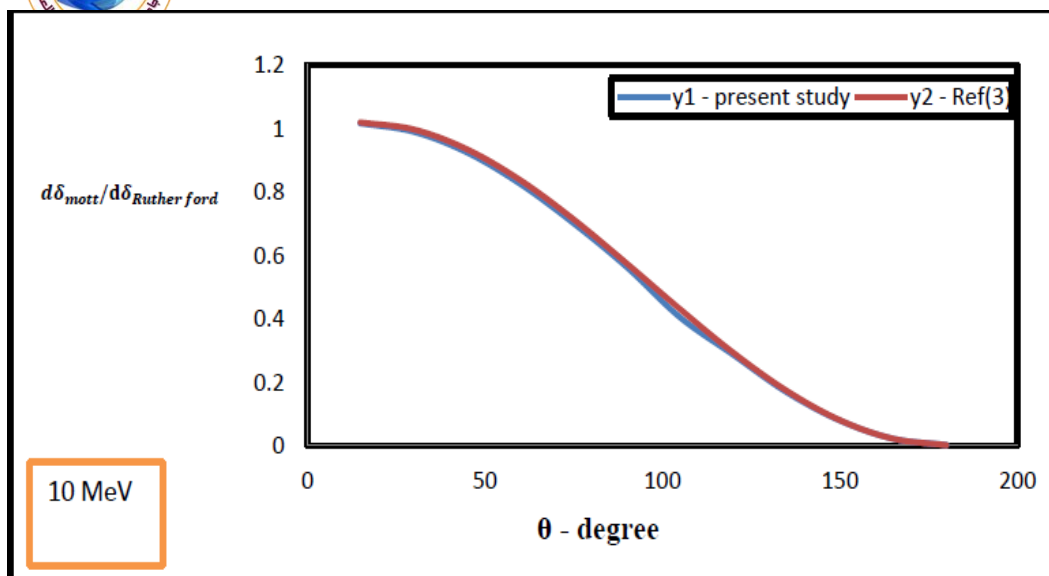
	Present study Ref[3]	Present study Ref[3]	Present study Ref[3]
15	1.01284 1.01245	1.01008 1.00942	1.00507 1.00281
30	1.01911 1.01719	1.01670 1.01535	1.00940 1.00729
45	1.01920 1.01257	1.01999 1.01562	1.01294 1.01102
60	1.013865 0.999364	1.02029 1.01034	1.01574 1.01300
75	1.004215 0.979316	1.01813 1.00055	1.01783 1.01329
90	0.991591 0.954730	1.014151 0.987676	1.01931 1.01235
105	0.977475 0.928157	1.009081 0.973315	1.02030 1.01235
120	0.963370 0.902167	1.003661 0.959045	1.02089 1.00898
135	0.95069 0.87914	0.998598 0.946304	1.02127 1.00735
150	0.940684 0.861131	0.994496 0.936293	1.021281 1.000608
165	0.934276 0.849672	0.991840 0.929914	1.02142 1.00529
180	0.798134 0.845743	0.990922 0.927725	1.02143 1.00503



شكل (٧):نسبة $\frac{d\sigma_{Mott}}{d\sigma_{Rutherford}}$ مع قيم الزوايا الكترونيات الساقطة بطاقة 2.5MeV على نواة المنيوم.



شكل (8):نسبة $\frac{d\sigma_{Mott}}{d\sigma_{Rutherford}}$ مع قيم الزوايا الكترونيات الساقطة بطاقة 5MeV على نواة المنيوم.



شكل (٩):نسبة $\frac{d\sigma_{Mott}}{d\sigma_{Rutherford}}$ مع قيم الزوايا الكترونيات الساقطة بطاقة 10MeV على نواة المنيوم.



جدول (4) عامل تصحيح البرم f_{spin} لمدى الطاقة E=50-350MeV والنتيجة من تطبيق المعادلة (٩).

θ°	50MeV	100MeV	150 MeV	200MeV	250MeV	300MeV	350MeV
15	0.98297180	0.98297022	0.98297019	0.982970071	0.98297007	0.98297005	0.982970037
30	0.93302036	0.93301387	0.933013778	0.933013334	0.933013334	0.933013194	0.933013147
45	0.8535760	0.853562	0.85356169	0.85356615	0.85356615	0.853560424	0.853560292
60	0.7500275	0.7500032	0.7500003	0.75000105	0.75000105	0.750000725	0.75000055
75	0.6294407	0.6294048	0.62940421	0.630001554	0.62940798	0.629408451	0.629408732
90	0.500055	0.5000065	0.5000058	0.5000021	0.5000021	0.50000145	0.5000011
105	0.3706692	0.3706082	0.370607301	0.371002641	0.371002641	0.370601825	0.37660138
120	0.2500825	0.2500098	0.2500087	0.25000315	0.25000315	0.25000218	0.25000165
135	0.1465440	0.1464610	0.146459901	0.146453584	0.146453584	0.146452475	0.146451877
150	0.0671026	0.06701213	0.067010822	0.06700392	0.067003918	0.0670027	0.067002052
165	0.01811826	0.01704978	0.0170484	0.017043487	0.01704113	0.01703985	0.01703801
180	0.00010	1.3E-5	1.16E-5	6.6E-6	4.2E-6	2.9E-6	2.2E-6

جدول (5) عامل تصحيح الطاقة الارتدادية للنواة f_{recoil} والنتيجة من تطبيق المعادلة لمدى الطاقة



θ^0	50MeV	100MeV	150 MeV	200MeV	250MeV	300MeV	350MeV
15	0.999932	0.999865	0.999798	0.99973	0.999663	0.999569	0.999529
30	0.000375	0.999471	0.999207	0.998942	0.998678	0.998414	0.998151
45	0.999421	0.998844	0.998267	0.997691	0.997116	0.996541	0.995967
60	0.999013	0.998028	0.997046	0.996065	0.995086	0.994109	0.993134
75	0.998538	0.997080	0.995627	0.994188	0.992745	0.991307	0.989973
90	0.998028	0.996065	0.994109	0.992161	0.990221	0.988288	0.986363
105	0.997520	0.995052	0.992596	0.990153	0.987721	0.985302	0.982894
120	0.997046	0.9941098	0.991190	0.988288	0.985403	0.982535	0.979633
135	0.996639	0.993302	0.989986	0.986693	0.983421	0.980171	0.976943
150	0.996328	0.992683	0.989064	0.985472	0.981906	0.978366	0.974851
165	0.996133	0.992297	0.988489	0.984711	0.980962	0.977241	0.973548
180	0.996065	0.992161	0.988288	0.984445	0.980632	0.976848	0.9730939

E=50-350MeV والناتجة من تطبيق المعادلة (10)

جدول (6) عامل تصحيح الحجم للنواة f_{size} و لمدى الطاقة E=50-350MeV الناتجة من تطبيق المعادلة (11).



θ°	50MeV	100MeV	150 MeV	200MeV	250MeV	300MeV	350MeV
15	4.99E-5	2.76E-5	4.37E-6	9.98E-7	2.73E-7	4.37E-6	6.15E-9
30	2.9E-5	1.036E-6	5.8E-8	2.75E-11	8.67E-9	5.78E-8	1.246E-8
45	4.76E-6	6.65E-8	3.03E-9	1.36E-8	1.10E-8	3.03E-9	1.07E-9
60	1.253E-6	2.39E-10	1.53E-8	2.37E-9	2.22E-9	1.334E-8	3.43E-10
75	3.39E-7	5.78E-9	1.72E-9	3.17E-9	1.07E-10	1.23E-8	1.1843E-10
90	1.33E-7	1.2E-8	7.65E-9	3.7E-10	3.82E-10	7.66E-9	2.52E-11
105	4.66E-8	1.38E-8	3.82E-9	2.06E-11	3.213E-10	3.81E-9	5.10E-11
120	1.2E-6	1.336E-8	1.62E-9	3.038E-10	4.05E-10	1.62E-9	1.10E-10
135	5.01E-8	1.178E-8	5.96E-10	5.16E-10	9.064E-11	5.95E-10	7.52E-11
150	1.5E-9	1.077E-8	1.97E-10	5.91E-10	6.817E-11	1.97E-10	3.2E-11
165	3.6E-10	9.96E-9	6.98E-11	5.93E-10	2.48E-11	6.99E-11	1.23E-11
180	2.5E-12	9.6E-9	1.266E-8	5.8E-10	6.23E-11	4.17E-11	7.7E-12

$$\sigma_{Mott}$$

جدول (7): قيم النسبة $\sigma_{Rutherford}$ و لمدى الطاقة E=50-350MeV الناتجة من تطبيق المعادلة (16).

θ°	50MeV	100MeV	150 MeV	200MeV	250MeV	300MeV	350MeV
----------------	-------	--------	---------	--------	--------	--------	--------



15	4.816E-5	2.712E-5	4.295E-6	9.8E-7	2.682E-7	3.85E-6	6.04E-9
30	2.7E-5	0.966E-6	5.4E-8	2.563E-11	8.08E-9	5.348E-8	1.16E-8
45	4.06E-6	5.66E-8	2.582E-9	1.16E-8	9.36E-9	2.6E-9	9.1E-10
60	0.939E-6	1.79E-10	1.144E-8	1.733E-9	1.656E-9	9.94E-9	2.6E-10
75	2.5E-7	3.62E-9	1.094E-10	2.318E-9	6.68E-11	4.52E-9	4.34E-11
90	0.663E-8	5.976E-9	3.8E-9	1.84E-10	1.89E-10	3.79E-9	9.196E-12
105	1.668E-8	5.09E-9	1.4E-9	7.55E-12	1.18E-10	1.39E-9	1.88E-11
120	2.99E-7	3.32E-9	0.40E-9	0.75E-10	9.98E-11	0.397E-9	2.711E-11
135	0.7317E-8	1.7137E-9	8.64E-11	8.01E-11	1.3E-11	8.54E-11	1.08E-11
150	1.0E-10	7.16E-10	0.13E-11	3.9E-11	4.48E-12	1.29E-11	0.209E-11
165	6.41E-12	1.68E-10	27.7E-11	9.95E-12	0.045E-11	1.164E-12	0.02E-11
180	2.5E-16	1.238E-13	1.45E-13	37.68E-16	2.57E-16	1.18E-16	1.648E-17

6-المصادر

[1]J.S.Lilley”Nuclear physics”Ch.4,p.p104-105,John Wiley & Sons ,Ltd,UK,(2001).

[2] Mott, N. F. “The scattering of fast electrons by atomic nuclei” *Proc .Roy. Soc., 124, Ser. A, 425, 1929.*

[3]Teng Lijian ,Hou Qing and Luo Zhenggmimg” Analytical fitting of the Mott cross section of Electron ”*Radiat.Phys .Chem. Vol.45,No.2 ,p.p235-245(1995).*



- [4]Idoeta R. and Legarda F. “Reviews and calculation of Mott scattering cross section by unscreened point nuclei” Nuclear Instrument and methods in physics research B71,p.p116-125,(1992).
- [5]N.F.Mott and H.S.W .Massey “The theory of atomic collision “Oxford university press, London .(1949).
- [6]Feshbach H. “The Coulomb scattering of relativistic electrons and positrons by nuclei “Phys.Rev. 88, p.295,(1952).
- [7]Yadav H.M” The nuclear scattering of electrons by Uranium “ Proc. R. Soc London A68. P.348(1955).
- [8]Curr R.M. “The Coulomb scattering of high energy electrons and positrons by nuclei “Proc. R. Soc. London A68. P.156(1955).
- [9] Doggett J. A. and Spencer L.V. ”Elastic scattering of electrons and positrons by point nuclei “phys .Rev. 103,p.p1597(1956).
- [10]Sherman N.” Coulomb scattering of relativistic electrons by point nuclei “ phys.Rev.103,p.1601,(1956).
- [11] [Zbigniew Czyżewski](#), [Danny O’Neill MacCallum](#), [Alton Romig](#) and [David C. Joy](#).” Calculations of Mott scattering cross section” J. Appl. Phys. vol. 68, p 3066-3072 (1990).
- [1^٢]Boschini M.J. , Consolandi C. ,M. Gervasi , Giani S., Grandi D., Ivanchenko V., Nieminem P., Pensotti S. , Rancoita P.G. and Tacconi M.” An expression for the Mott cross section of electrons and positron on nuclei with Z up to 118” Radiation physics and Chemistry (2013).
- [1^٣]Egerton R. F .”Electron energy –loss spectroscopy in the electron microscopic 3rd edition “ Ch.3p.p111-120 ,Springer –Verlag Berlin ,Heidelberg (2011).
- [1^٤]Claude Leory and Pier –Giorgio Rancoita “Silicon solid state devices and radiation detection “Ch.1, p.p.30-33, World Scientific (2014).



[1^٥] ~~Stefan~~ P. Hau-Riege "High-Intensity X-Rays –Interaction with Matter" Ch.5, p.p120-129, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, (2011).

[1^٦] HERBERT UBERALL "ELECTRON SCATTERING FROM COMPLEX NUCLEI" Ch.2, p.p 49-63, Academic press, New York (1971).

[1^٧] Philip Mayles ,Alan Nahum and Jean-Claude Rosenwald" Handbook of Radiotherapy physics "Ch.3, p.p35-37, Taylor and Francis ,(2007).

[1^٨] Moliere G. 1948. Theorie der Streuung schneller geladener Teilchen II: Mehrfach und Vielfachstreuung. *Z. Naturf.* 3a: 78–97.

[1^٩] Hooshang Nikjoo ,Shuzo Uehara and Dimitris Emfietzoglou" Interaction Of Radiation with Matter" Ch.13, p.184, by Taylor & Francis Group, LLC, USA, (2012).

[٢^٠] Shyn TW, Cho SY." Vibrationally elastic scattering cross section of water vapor by electron impact". *Phys. Rev. A* 36: 5138–5142, (1987).

[2^١] Katase A, Ishibashi K, Matsumoto Y, Sakae T, Maezono S, Murakami E, Watanabe K, Maki H. "Elastic scattering of electrons by water molecules over the range 100–1000 eV." *J. Phys. B At. Mol. Phys.* 19: 2715–2734, (1986).

[2^٢] Nishimura H." Elastic scattering cross-sections of H₂O by low energy electrons. In *Electronic and Atomic Collisions", Proceedings of XIth International Conference*, ed. N Oda, K Takayanagi. Amsterdam: North-Holland, p. 314, (1979).

[2^٣] Danjo A, Nishimura H. "Elastic scattering of electrons from H₂O molecule". *J. Phys. Soc. Jpn.* 54: 1224–1227, (1985).

[2^٤] Sakurai, J.J." Modern Quantum Mechanics - rev. Edition", Ch.7, p.p189 Addison-Wesley, (1994).



- [2^٥] Alessandro De Angelis & Mário João Martins Pimenta” Introduction to Particle and Astroparticle Physics-Questions to the Universe”Ch.2, p.42, Springer-Verlag (2015).
- [2^٦] Brian J. McParland”Medical Radiation Dosimetry Theory of Charged Particle CollisionEnergy Loss”Ch.4, p.p 144-145, Springer ,German ,(2014).
- [2^٧]D.Liljquist , M.Ismail ,F .Salvat , R .Mayol and J.D.Martinez ,J.Appl.Phys 68 p.3061, (1990).
- [2^٨]W.T.Scott, “The Theory of Small-Angle Multiple Scattering of Fast Charged Particles“Rev .Mod .Phys.103 p.231, (1963).
- [2^٩]B.R.Martin “Nuclear and particle physics “Ch.2, p.p37-40,John Wiley & Sons ,England,(2006).
- [٣٠]Samuel S.M.Wong “Introductory nuclear physics 2nd edition “Ch.4,p.p105-109.Jon Wiley & sons ,Germany (2004).
- [3^١]S.J.Reed ”Electron microprobe analysis and scanning electron microscopy in Geology”Ch.1, p.p.9-12,Cambridge university press ,UK,(2005).