دراسة شروط استقرارية نموذج دالة القاطع الزائدية ذو الانتقال الاملس المطور للانحدار الذاتي [DSTSechAR(P)] مع التطبيق.

شادية مجيد نوري

جامعة تكريت /كلية التربية للعلوم ألصرفة

معلومات البحث:
تاريخ التسليم: ٢٠١٣/٠٠/٠٠
تاريخ القبول: ٢٠١٤/٥/٦
تاريخ النشر: / / ٢٠٢٢
DOI: http://dx.doi.org/10.37652/JUAPS......

الكلمات المفتاحية:
استقرارية ،
نموذج دالة القاطع الزائدية ،
الانتقال الاملس المطور للانحدار الذاتي
DSTSechAR(P) ،
تطبيقات.

الخلاصة:

تم في هذا البحث اقتراح نموذجاً جديداً للسلسلة الزمنية اللاخطية والذي يدعى بنموذج دالة القاطع الزائدية ذو الانتقال الاملس المطور للانحدار الذاتي من الرتبة P (DSTSechAR(P)) حيث قمنا بدراسة شروط استقرارية هذا النموذج . وتمت دراسة الشروط الخاصة لإستقرارية النموذج بدلالة معلمات النموذج وذلك بتقريب النموذج المقترح الى نموذج خطي باستخدام طريقة التقريب بالخطية المحلية والنتائج الاساسية للنموذج المقترح ذكرت في القضية (٣-٤) والتي تتعلق بإستقرارية النقطة المنفردة غير الصفرية للنموذج ، في حين ان القضية (٤-٤) تتعلق بشروط استقرارية دورة النهاية إن وجدت اما في الجانب التطبيقي فتم تطبيق الشروط الخاصة للنموذج المقترح في القضية (٣-٤) على المعدلات الشهرية للرطوبة الشهرية لمدينة كركوك للسنوات (٢٠٠٠-٢٠١٣) ومن ثم مطابقة هذا النتائج عمليا برسم مسارات هذا النموذج لبعض الرتب وتم تعيين افضل نموذج مستقر بالاعتماد على معيارية اكايكي ووضعت النتائج بالجدول (١).

١:المقدمة:

ان تحليل السلسلة الزمنية هو موضوع واسع ،وقد ازداد اتساعه في العقود الاخيرة بشكل كبير نظرا لكثرة التطبيقات المستخدمة في الهندسة والاتصالات والأنواء الجوية والطب ....الخ. وبدا الاهتمام بشكل واسع بالنماذج اللاخطية للسلسلة الزمنية لسبب بسيط هو ان اكثر الظواهر التي يتم دراستها تسلك سلوكا لا خطيا وان النماذج الخطية هي تقريب لواقع الظاهرة او المشكلة قيد الدرس، وان اي نموذج يمثل السلسلة الزمنية يجب ان يتصف بصفات محددة لكي يعطي تنبؤات صحيحة الى حد معين واهم هذه الصفات هي الاستقرارية (staationarity)، والخطية (Linearity)،والدورية (periodiclty)، وهذه الصفات مهمة جدا في التقدير وبناء نماذج السلاسل الزمنية.

* Corresponding author at: Continuous Education Center, Mustansiriyah University, , Baghdad, Iraq;
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5859-6212 .Mobil:777777
E-mail address: dean_coll.science@yahoo.com

لذلك فان دراسة السلاسل الزمنية تشتمل على دراسة هذه الصفات وكيفية معالجة السلسلة الزمنية غير المستقرة . والنماذج الرياضية الملائمة لتلك السلسلة هل هي خطية ام غير خطية وفيما اذا كانت دورية ام لا . سنحاول في هذا البحث دراسة الاستقرارية للنموذج المقترح DSTSechAR(P).

2 : تعاريف ومفاهيم اساسية

٢-١ : نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة p [10]

Autoregressive model of order p:AR(p):

يمكن تعريف نموذج الانحدار الذاتي للرتبة p للسلسلة الزمنية $\{x_t\}$ بالصيغة:

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \cdots + \phi_p x_{t-p} + Z_t \qquad (1)$$

حيث ϕ_i و $i = 1,2, \dots p$ هي ثوابت وان $\{Z_t\}$ تشويش ابيض (White Noise) مستقل ومتماثل التوزيع (i.i.d).

2-2:النقطة المنفردة (singular point) [12], [13]

النقطة المنفردة ξ للنموذج

$$x_t = f(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots x_{t-p}) \qquad (2)$$

تعرف بأنها تلك النقطة التي تحقق الشرط ألآتي إن أي مسار للنموذج (2) يبدأ من نقطة قريبة بشكل كافي من ξ يقترب منها إما عندما $t\rightarrow\infty$ أو عندما $t\rightarrow-\infty$. إذا اقترب المسار من ξ عندما $t\rightarrow\infty$ فأن النقطة المنفردة تكون مستقرة وبالعكس اذا اقترب المسار من ξ عندما $t\rightarrow-\infty$ فإنَّ النقطة المنفردة ξ تكون غير مستقرة .

2-3: دورة النهاية (limit cycle) [12], [13]

دورة النهاية للنموذج (2) تعرف بأنها المسار المغلق والمعزول $x_t, x_{t+1}, x_{t+2}, \dots\dots, x_{t+q} = x_t$ حيث q عدد صحيح موجب . المقصود بأنَّ المسار مغلق هو أنه اذا كانت القيم الابتدائية$(x_1, x_2, \dots\dots, x_p)$ تنتمي إلى دورة النهاية فان$(x_1, x_2, \dots\dots, x_p)$ = ($(x_{1+kq}, x_{2+kq}, \dots\dots, x_{p+kq})$ لأي عدد صحيح k . والمقصود بالمعزول (*Isolated*) ان أي مسار يبدأ قريباً من دورة النهاية بشكل كاف يتقارب نحو دورة النهاية اما عندما t→∞ أو t→-∞ ، فإذا كان المسار يقترب من دورة النهاية عندما t→∞ فأن دورة النهاية تكون مستقرة وبالعكس إذا كان المسار يقترب من دورة النهاية عندما t→-∞ فإنَّ دورة النهاية تكون غير مستقرة . إن أصغر عدد صحيح موجب q الوارد في التعريف (3-3) يطلق عليه الدورة (*period*) لدورة النهاية .

2-4: نموذج ألانحدار ألذاتي اللاخطي ذو الأنتقال الأملس(STSechAR(P [5]

لتكن $\{x_t\}$ سلسلة زمنية و $t = \pm1, \pm2, \pm3, \dots$ يعرف النموذج المقترح بالشكل الاتي:

$$x_t = \sum_{i=1}^{p} (\varphi_i + \pi_i Sech[\gamma(x_{t-1} - c)])x_{t-i} + z_t \qquad (3)$$

حيث π_i و φ_i و $i = 1,2,3, \dots, p$ ثوابت النموذج و $\gamma \in R$ تسمى معلمة التمليس و c معلمة موضع ألانتقال و $\{z_t\}$ عملية إزعاج أبيض في الزمن المتقطع والنقطة المنفردة لهذا النموذج هي

$$\xi = c + \frac{1}{\gamma} ln\left(\frac{1+\sqrt{1-k^2}}{k}\right) = c + \frac{1}{\gamma} Sech^{-1}(k) \qquad (٤)$$

١-٢: قضية

تكون النقطة المنفردة غير الصفرية ξ لنموذج STSechAR(p) مستقرة إذا وفقط إذا كانت جميع جذور المعادلة $\lambda^p - \sum_{i=1}^{p} h_j \lambda^{p-i} = 0$ واقعة داخل دائرة الوحدة . حيث .

$$(5) \quad h_1 = \varphi_1 + \pi_1 k + \left[(\gamma)\left(1 - \sum_{i=1}^{p} \varphi_i\right)\left(\frac{k^2}{1+\sqrt{1-k^2}} - 1\right)\left(c + \frac{1}{\gamma} Sech^{-1}(k)\right)\right]$$

$$h_i = \varphi_i + \pi_i k \qquad ; \qquad i = 2,3,4, \dots\dots p$$

وأن $k = \frac{1-\sum_{i=1}^{p} \varphi_i}{\sum_{i=1}^{p} \pi_i}$

٢-٢: قضية

دورة النهاية بالدورة q (إن وجدت) للنموذج STSechAR(1) مستقرة مدارياً (orbitally stable) إذا تحقق الشرط:

$$\left|\prod_{j=1}^{q} \left[\begin{array}{c} \varphi_1 + \pi_1 Sech[\gamma(x_{t+q-j} - c)] - \gamma \\ tanh[\gamma(x_{t+q-j} - c)]\,(x_{t+q+1-j} - \varphi_1 x_{t+q-j}) \end{array}\right]\right| < 1 \quad (6)$$

3: دراسة شروط استقرارية نموذج *DSTSechAR(P)*

3-1: نموذج الانحدار الذاتي اللاخطي المقترح DSTSechAR(P) :

ليكن لدينا نموذج الانحدار الذاتي الاتي :

$$x_t = \left(\sum_{i=1}^{p} (\phi_i + \pi_i\, sech(\gamma(x_{t-1} - c)^2)\right) x_{t-i} + z_t \qquad (٧)$$

حيث π_i و ϕ_i و $i = 1,2,3, \dots p$ ثوابت النموذج و $\gamma \in R$ تسمى معلمة التمليس وc معلمة موضع الانتقال و$\{z_t\}$ عملية ازعاج ابيض في الزمن المتقطع.

ومن خواص دالة القاطع الزائدية الاتي:

$$\lim_{x_{t-1}\rightarrow c} sech(\gamma(x_{t-1} - c)^2) = 1$$
$$\lim_{x_{t-1}\rightarrow \pm\infty} sech(\gamma(x_{t-1} - c)^2) = 0$$

$$\lim_{\gamma \to \pm\infty} sech(\gamma(x_{t-1} - c)^2) = 0$$
$$\lim_{\gamma \to 0} sech(\gamma(x_{t-1} - c)^2) = 1$$

لإيجاد الشروط الخاصة لهذا النموذج بدلالة معلمات النموذج فأننا سنعتمد طريقة التقريب بالخطية المحلية المقترحة من قبل الباحث اوزاكي .

تتضمن الخطوة الاولى من هذه الطريقة ايجاد النقطة المنفردة غير الصفرية وبإهمال الازعاج الابيض ووضع

$$x_t = \xi , \qquad x_{t-i} = \xi \ , i = 1,2, \dots .p$$

نعوض عن x_{t-i} , x لكل $i = 1,2, \dots .p$ في المعادلة (٢) نحصل على:

$$\xi = \left(\sum_{i=1}^{p} (\phi_i + \pi_i \, sech[\gamma(\xi - c)^2] \right) \xi$$

$$1 = \sum_{i=1}^{p} (\phi_i + \pi_i \, sech[\gamma(\xi - c)^2])$$

$$1 = \sum_{i=1}^{p} \phi_i + \sum_{i=1}^{p} \pi_i \, sech[\gamma(\xi - c)^2]$$

$$\frac{1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i}{\sum_{i=1}^{p} \pi_i} = sech[\gamma(\xi - c)^2] \qquad (8)$$

وليكن $k = \frac{1 - \sum_{i=1}^{p} \emptyset_i}{\sum_{i=1}^{p} \pi_i}$

وان النقاط المنفردة غير الصفرية تكون موجودة حقيقية او معقدة اذا كانت تحقق الشرط الاتي :

$$0 < \frac{1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i}{\sum_{i=1}^{p} \pi_i} \leq 1 \qquad (9)$$

باستخدام خواص دالة القاطع الزائدية على (٨)نحصل على

$$\gamma(\xi - c)^2 = sech^{-1}(k) = sech^{-1}\left(\frac{1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i}{\sum_{i=1}^{p} \pi_i}\right)$$

ونستخدم خاصية معكوس دالة القاطع الزائدية نحصل على

$$(\xi - c)^2 = \frac{1}{\gamma}\left(ln\left(\frac{1 + \sqrt{1 - k^2}}{k}\right)\right)$$

$$(\xi - c) = \mp \sqrt{\frac{1}{\gamma} \, ln\left(\frac{1 + \sqrt{1 - k^2}}{k}\right)}$$

$$\xi = c \mp \sqrt{\frac{1}{\gamma} \, ln\left(\frac{1 + \sqrt{1 - k^2}}{k}\right)} \qquad (10)$$

هذا النموذج يمتلك نقطتان غير صفريتان

تكون النقطتان المنفردتان الغير صفرية حقيقية اذا كان

$$\left(\frac{1}{\gamma} \, ln\left(\frac{1 + \sqrt{1 - k^2}}{k}\right)\right) \geq 0 \qquad (11)$$

تكون النقطتان المنفردتان الغير صفرية معقدة اذا كان

$$\left(\frac{1}{\gamma} \, ln\left(\frac{1 + \sqrt{1 - k^2}}{k}\right)\right) < 0 \qquad (12)$$

القضية التالية تبين شروط استقرارية النقطتان المنفردتان غير الصفرية للنموذج

3-1: قضية:

تكون النقاط المنفردة غير الصفرية للنموذج DSTSechAR(P) مستقرة اذا وفقط اذا كانت جذور المعادلة المميزة $\lambda^p - \sum_{i=1}^{p} h_i \lambda^{p-i} = 0$ واقعة داخل دائرة الوحدة .

$$h_1 = \phi_1 + \pi_1 \, sech[\gamma(\xi - c)^2]$$
$$+2\,\gamma(\xi - c) \; tanh[\gamma(\xi - c)^2] \, (\sum_{i=1}^{p} \phi_1 - 1)$$

$$h_i = \phi_i + \pi_i \, sech[\gamma(\xi - c)^2] \quad , i = 2,3, \dots, p$$

وأن
$$0 < \frac{1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i}{\sum_{i=1}^{p} \pi_i} \le 1$$

البرهان:-

ξ النقطة المنفردة غير الصفرية لنموذج (7) وبأخذ جوار مفتوح حول النقطة ξ وبنصف قطر صغير بشكل كاف وليكن ξ_{t-j} ، لكل $j = 0,1,2, \dots, p$ بحيث ان $\xi_{t-j}^n \to 0$ لكل $n \ge 2$ وباستخدام المعادلات البينية :

$$x_t = \xi + \xi_t \,, \quad x_{t-i} = \xi + \xi_{t-i} \,, i = 1,2, \dots p$$

نعوض عن $x_t \,, x_{t-i}$ لكل $i = 1,2, \dots, p$ في النموذج (7) وبعد الغاء تأثير الازعاج الابيض نحصل على :

$$\xi + \xi_t = \sum_{i=1}^{p} (\phi_i + \pi_i \, sech[\gamma(\xi + \xi_{t-1} - c)^2]) \, (\xi + \xi_{t-i}) \qquad (13)$$

نبسط الدالة $sech[\gamma(\xi + \xi_{t-1} - c)^2]$الى ابسط صورة لنتمكن من خلالها من تبسيط الحل .

$$sech[\gamma(\xi + \xi_{t-1} - c)^2] = \frac{2}{e^{\gamma(\xi+\xi_{t-1}-c)^2} + e^{-\gamma(\xi+\xi_{t-1}-c)^2}} \qquad (14)$$

بحيث ان :

$$(\xi + \xi_{t-1} - c)^2 = \left((\xi - c) + \xi_{t-1}\right)^2 = (\xi - c)^2 + 2\xi_{t-1}(\xi - c) + \xi_{t-1}^2$$
$$= (\xi - c)^2 + 2\xi_{t-1}(\xi - c) \qquad (15)$$

حيث أن $\xi_{t-1}^2 = 0$ نعوض (15) في(14) نحصل على :

$$sech[\gamma(\xi + \xi_{t-1} - c)^2] = \frac{2}{e^{\gamma((\xi-c)^2+2\xi_{t-1}(\xi-c))} + e^{-\gamma((\xi-c)^2+2\xi_{t-1}(\xi-c))}}$$

وباستخدام توسيع تايلور (*Taylor expansion*) للدالة الاسية :

$$sech[\gamma(\xi + \xi_{t-1} - c)^2] = \frac{2}{e^{\gamma(\xi-c)^2}(1 + 2\gamma\xi_{t-1}(\xi - c) + e^{-\gamma(\xi-c)^2}(1 - 2\gamma\xi_{t-1}(\xi - c)}$$

باستخدام توسيع تايلور لكل من الحدود $e^{-2\gamma(\xi-c)\xi_{t-1}}$ و $e^{2\gamma(\xi-c)\xi_{t-1}}$ نحصل على

$$sech[\gamma(\xi + \xi_{t-1} - c)^2] = \frac{2}{e^{\gamma(\xi-c)^2} + e^{-\gamma(\xi-c)^2} + 2\gamma(\xi - c)\xi_{t-1}(e^{\gamma(\xi-c)^2} - e^{-\gamma(\xi-c)^2})}$$

$$sech[\gamma(\xi + \xi_{t-1} - c)^2] = \frac{1}{cosh[\gamma(\xi - c)^2] + (2\gamma(\xi - c)\xi_{t-1}) \, sinh[\gamma(\xi - c)^2]} \qquad (16)$$

نعوض معادلة (16) في معادلة (13) نحصل على :

$$\xi + \xi_t = \sum_{i=1}^{p} \left(\phi_i + \pi_i \frac{1}{cosh[\gamma(\xi - c)^2] + (2\gamma(\xi - c)\xi_{t-1}) \, sinh[\gamma(\xi - c)^2]}\right) (\xi + \xi_{t-i})$$

وبإجراء بعض العمليات الجبرية نحصل على

$$\xi + \xi_t = \sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \xi + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \xi_{t-i} + \frac{\sum_{i=1}^{p} \pi_i \, \xi}{cosh[\gamma(\xi - c)^2] + (2\gamma(\xi - c)\xi_{t-1}) \, sinh[\gamma(\xi - c)^2]}$$
$$+ \frac{\sum_{i=1}^{p} \pi_i \, \xi_{t-i}}{cosh[\gamma(\xi - c)^2] + 2\gamma(\xi - c)\xi_{t-1} \, sinh[\gamma(\xi - c)^2]}$$

بضرب طرفي المعادلة $cosh[\gamma(\xi - c)^2] + (2\gamma(\xi - c)\xi_{t-1}) \, sinh[\gamma(\xi - c)^2]$ نحصل على :

$$(\xi + \xi_t)(cosh[\gamma(\xi - c)^2] + 2\gamma(\xi - c)\xi_{t-1} \, sinh[\gamma(\xi - c)^2]) =$$
$$\sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \xi \, cosh[\gamma(\xi - c)^2] + 2\sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \gamma(\xi - c)\xi_{t-1} \, sinh[\gamma(\xi - c)^2] +$$
$$+ \sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \xi_{t-i} cosh[\gamma(\xi - c)^2]$$
$$+2\sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \gamma(\xi - c)\xi_{t-1}\xi_{t-i} \, sinh[\gamma(\xi - c)^2] + \sum_{i=1}^{p} \pi_i \, \xi + \sum_{i=1}^{p} \pi_i \, \xi_{t-i}$$

حيث ان قيمة $\xi_{t-1}\xi_{t-i} \to 0$.

بإجراء بعض العمليات الجبرية نحصل على

$$\xi \, cosh[\gamma(\xi - c)^2] + 2\gamma(\xi - c)\xi_{t-1}\xi \, sinh[\gamma(\xi - c)^2] +$$

$$\xi_t \, cosh[\gamma(\xi-c)^2] + 2\gamma(\xi-c)\xi_{t-1}\xi_t \, sinh[\gamma(\xi-c)^2] = \sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \xi \, cosh[\gamma(\xi-c)^2] + 2\sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \gamma(\xi-c)\xi_{t-1} \, sinh[\gamma(\xi-c)^2]$$
$$+\sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \xi_{t-i} \, cosh(\gamma(\xi-c)^2 + \sum_{i=1}^{p} \pi_i \, \xi + \sum_{i=1}^{p} \pi_i \, \xi_{t-i}$$

بقسمة المعادلة اعلاه على الحد $cosh[\gamma(\xi-c)^2]$ نحصل على

$$\xi + 2\gamma(\xi-c)\xi_{t-i} \, \xi \, tanh[\gamma(\xi-c)^2] + \xi_t = \sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \xi$$
$$+2\sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \gamma(\xi-c)\xi_{t-1} \, tanh[\gamma(\xi-c)^2]\xi + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \xi_{t-i}$$
$$+\frac{\sum_{i=1}^{p} \pi_i}{cosh[\gamma(\xi-c)^2]}\xi + \frac{\sum_{i=1}^{p} \pi_i \, \xi_{t-i}}{cosh[\gamma(\xi-c)^2]}$$

وباستخدام بعض العمليات الجبرية نحصل على

$$\xi + \xi_t = \left(\sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \xi + \frac{\sum_{i=1}^{p} \pi_i}{cosh[\gamma(\xi-c)^2]}\xi\right) - 2\gamma\xi(\xi-c)\xi_{t-i} \, tanh(\gamma(\xi-c)^2)$$
$$+2\sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \gamma(\xi-c)\xi_{t-i} \, tanh[\gamma(\xi-c)^2] + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \xi_{t-i} + \frac{\sum_{i=1}^{p} \pi_i \, \xi_{t-i}}{cosh[\gamma(\xi-c)^2]}$$

وبما ان $\xi = \left(\sum_{i=1}^{p} \phi_i + \sum_{i=1}^{p} \pi_i \, sech[\gamma(\xi-c)^2]\right)\xi$

وان $sech[\gamma(\xi-c)^2] = \frac{1}{cosh[\gamma(\xi-c)^2]}$

نحصل على :

$$\xi_t = \left(2\gamma\xi(\xi-c) \, tanh[\gamma(\xi-c)^2] \left(\sum_{i=1}^{p} \phi_i - 1\right)\right) \xi_{t-i} + \phi_1 \xi_{t-1}$$
$$+\pi_1 \, sech[\gamma(\xi-c)^2]\xi_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} (\phi_i + \pi_i \, sech[\gamma(\xi-c)^2]) \, \xi_{t-i} \qquad (17)$$

وتكتب المعادلة (١٧)بالشكل الاتي :

$$\xi_t = (\varphi_1 + \pi_1 \, sech[\gamma(\xi-c)^2] + 2\gamma\xi(\xi-c) \, tanh[\gamma(\xi-c)^2] \ (\textstyle\sum_{i=1}^{p} \phi_i - 1))\xi_{t-1}$$
$$+\sum_{i=2}^{p} (\phi_i + \pi_i \, sech[\gamma(\xi-c)^2] \, \xi_{t-i})$$

وبالتالي تكون قيم

$$h_1 = \ \phi_1 + \pi_1 \, sech[\gamma(\xi-c)^2] + 2\,\gamma(\xi-c) \ tanh[\gamma(\xi-c)^2]\,(\sum_{i=1}^{p} \phi_i - 1))$$
$$h_i = \phi_i + \pi_i \, sech[\gamma(\xi-c)^2] \quad , i = 2,3, \dots, p$$

وبما ان النموذج الذي حصلنا عليه هو نموذج الانحدار الذاتي الخطي فانه يكون مستقرا اذا كانت جميع جذور المعادلة المميزة داخل دائرة الوحدة اي تكون قيمها ذات قيمة مطلقة اقل من واحد.

والقضية الاتية تبين دراسة استقرارية دورة النهاية بالدورة q ان وجدت وللرتبة الاولى للنموذج(٧)

<u>2-3: قضية :</u>

تكون دورة النهاية بالدورة q للنموذج DSTSech AR(1) مستقرة مداريا اذا تحقق الشرط:

$$\left|\prod_{j=1}^{q}\left(\phi_1 + \pi_1 \, sech\left[\gamma\left(x_{t+q-j} - c\right)^2\right] + 2\gamma \, tanh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]\left(\phi_1 x_{t+q-j} - x_{t+q+1-j}\right)\right)\right| < 1$$

<u>البرهان</u> : لنفرض $x_{t-1} = x_{t-1} + \xi_{t-1}$, $x_t = x_t + \xi_t$ نعوض عن x_{t-1}, x_t في النموذج DSTSechAR(P) وبعد الغاء تأثير الازعاج الابيض نحصل على :

$$x_t + \xi_t = (\phi_1 + \pi_1 sech(\gamma(x_{t-1}+\xi_{t-1} - c)^2)(\, x_{t-1} + \xi_{t-1}) \qquad (18)$$

نبسط الدالة $sech[\gamma(x_{t-1} + \xi_{t-1} - c)^2]$ الى ابسط صورة يمكن من خلالها تبسيط الحل.

$$sech[\gamma(x_{t-1} + \xi_{t-1} - c)^2] = \frac{2}{e^{\gamma(x_{t-1}+\xi_{t-1}-c)^2} + e^{-\gamma(x_{t-1}+\xi_{t-1}-c)^2}} \qquad (19)$$

نبسط الحد الاتي $(x_{t-1} + \xi_{t-1} - c)^2$ بحيث ان

$$(x_{t-1}+\xi_{t-1}-c)^2=(x_{t-1}-c)^2+2\xi_{t-1}(x_{t-1}-c)+\xi_{t-1}^2$$
$$=(x_{t-1}-c)^2+2(x_{t-1}-c)\xi_{t-1} \qquad (20)$$

حيث ان $\xi_{t-1}^2=0$

نعوض المعادلة (٢٠) في المعادلة (١٩) نحصل على

$$sech[\gamma(x_{t-1}+\xi_{t-1}-c)^2]=\frac{2}{e^{\gamma(x_{t-1}-c)^2+2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1}}+e^{-\gamma((x_{t-1}-c)^2+2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1})}}$$

وباستخدام توسيع تايلور لكل من $e^{2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1}}$ و $e^{-2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_t}$ نحصل على

$$=\frac{2}{e^{\gamma(x_{t-1}-c)^2}(1+2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1})+e^{-\gamma(x_{t-1}-c)^2}\,(1-2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1})}$$
$$=\frac{2}{e^{\gamma(x_{t-1}-c)^2}+e^{-\gamma(x_{t-1}-c)^2}+2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1}(e^{\gamma(x_{t-1}-c)^2}-e^{\gamma(x_{t-1}-c)^2})}$$
$$=\frac{1}{cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]+(2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1})sinh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]} \qquad (21)$$

نعوض معادلة (21) في معادلة (١٨) نحصل على

$$x_t+\xi_t=\left(\phi_1+\pi_1\frac{1}{cosh(\gamma(x_{t-1}-c)^2)+(2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1})\,sinh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]}\right)(x_{t-1}+\xi_{t-1})$$

وبإجراء بعض العمليات الجبرية نحصل على

$$x_t+\xi_t=\phi_1x_{t-1}+\phi_1\xi_{t-1}+\frac{\pi_1X_{t-1}}{cosh[\gamma(x_{t-1}\xi_{t-1}-c)^2]+(2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1})\,sinh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]}$$
$$+\frac{\pi_1\xi_{t-1}}{cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]+(2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1})\,sinh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]}$$

وبضرب الطرفين بالحد $cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]+(2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1})\,sinh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]$ نحصل على

$$(x_t+\xi_t)\,cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]+(2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1})\,sinh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]$$
$$=\phi_1x_{t-1}\,cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]+\phi_1x_{t-1}(2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1})\,sinh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]$$
$$+\phi_1\xi_{t-1}\,cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]\quad+2\phi_1\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1}{}^2\,sinh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]\quad+\pi_1x_{t-1}+\pi_1\xi_{t-1}$$

نجري بعض العمليات الجبرية ونحصل على

$$x_t(cosh(\gamma(x_{t-1}-c)^2)+(2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1}x_t)\,sinh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]$$
$$+\xi_t\,cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]+(2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1}\xi_t)\,sinh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]$$
$$=\phi_1x_{t-1}\,cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]+2\phi_1x_{t-1}\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1}\,sinh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]$$
$$+\phi_1\xi_{t-1}\,cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]\;+\pi_1x_{t-1}+\pi_1\xi_{t-1}$$

حيث $\xi_{t-1}\xi_t\to 0$

وبقسمة المعادلة اعلاه على الحد $cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]$ نحصل على

$$x_t+(2\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1}x_t)\;tanh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]+\xi_t=\phi_1x_{t-1}$$
$$+2\phi_1\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1}\,tanh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]x_{t-1}+\phi_1\xi_{t-1}$$
$$+\frac{\pi_1\,x_{t-1}}{cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]}+\frac{\pi_1\,\xi_{t-1}}{cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]}$$

وباستخدام بعض العمليات الجبرية نحصل على

$$x_t+\xi_t=\left(\phi_1x_{t-1}+\frac{\pi_1\,x_{t-1}}{cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]}\right)$$
$$-2\gamma x_t(x_{t-1}-c)\xi_{t-1}\,tanh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]$$
$$+2\phi_1\gamma(x_{t-1}-c)\xi_{t-1}\,tanh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]x_{t-1}+\phi_1\xi_{t-1}+\frac{\pi_1\,\xi_{t-1}}{cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]}$$

وبما ان

$$x_t=(\phi_1+\pi_1\;sech[\gamma(x_{t-1}-c)^2])x_{t-1}$$

وان $sech[\gamma(x_{t-1}-c)^2]=\frac{1}{cosh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]}$

نحصل على

$$\xi_t=2\gamma(x_{t-1}-c)\,tanh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]\,(\phi_1x_{t-1}-x_t)$$
$$+\phi_1\xi_{t-1}+\pi_1\;sech[\gamma(x_{t-1}-c)^2]\xi_{t-1}$$

وبالتالي :

$$\xi_t=(\phi_1+\pi_1sech[\gamma(x_{t-1}-c)^2]$$
$$+2\gamma(x_{t-1}-c)\,tanh[\gamma(x_{t-1}-c)^2]\,(\phi_1x_{t-1}-x_t))\,\xi_{t-1} \qquad (22)$$

تكتب المعادلة (٢٢) بالشكل : $\xi_t = T(x_{t-1})\xi_{t-1}$

اي انه $\xi_{t+1} = T(x_t)\xi_t$

وبعد التكرار q من المرات

$$\xi_{t+q} = T(x_{t+q-1})\xi_{t+q-1}$$

اي ان $\xi_{t+q} = T(x_{t+q-1})T(x_{t+q-2})\ldots.T(x_t)\xi_t$

وعلى هذا تكون النسبة

$$\frac{\xi_{t+q}}{\xi_t} = \prod_{j=1}^{q} T(x_{t+q-j})$$

ومن الشرط التقارب فان دورة النهاية بالدورة q تكون مستقرة دوريا اذا تحقق الشرط:

$$\left|\frac{\xi_{t+q}}{\xi_t}\right| < 1$$

وتكتب ايضا بشكل اخر

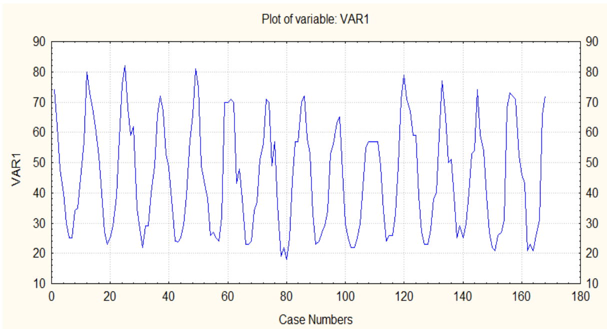
$$\left|\prod_{j=1}^{q}\left(\phi_1 + \pi_1\, sech\left[\gamma\left(x_{t+q-j} - c\right)^2\right] + 2\gamma\, tanh[\gamma(x_{t-1} - c)^2]\left(\phi_1 x_{t+q-j} - x_{t+q+1-j}\right)\right)\right| < 1$$

٤ – الجانب التطبيقي:

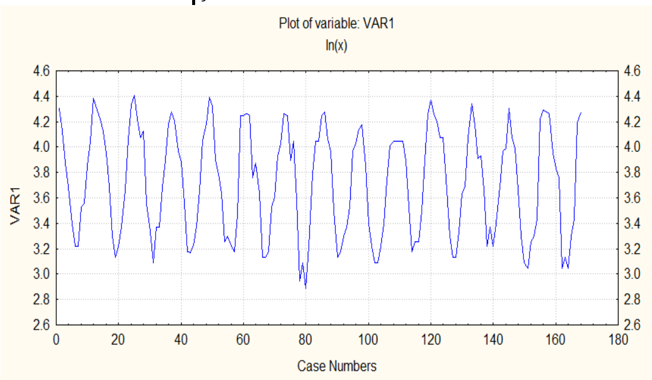
في هذه الفقرة يتم تطبيق شروط استقرارية النموذج DSTSechAR(P) والتي تم ايجادها في الفقرة السابقة وبالتحديد استقرارية النقطة المنفردة غير الصفرية للنموذج المقترح التي تم وضعها في القضية (3–1) واستقرارية دورة النهاية في القضية (3–2). وان البيانات المستخدمة في هذا التطبيق هي بيانات الرطوبة في مدينة كركوك وللسنوات من ٢٠٠٠ الى ٢٠١٣ الملحق [8] اذ ان الرطوبة تزداد في فصل الشتاء وتقل في فصل الصيف، تم استخدام البرنامج (Statistica) لغرض ايجاد القيم التخمينية لمعلمات النماذج وحساب تباين البواقي (Residual variance)، التي تم ايجادها في هذا البحث وبالتحديد تم استخدام جزء البرنامج الخاص بالتخمين اللاخطي (Nonlinear estimation) ولغرض مطابقة النتائج تم رسم مسارات الحل للنماذج ومشاهدة السلوك هذه المسارات لبيان استقرارية او عدم الاستقرارية اي نموذج بشكل واضح ، وتم رسم هذه المسارات باستخدام برنامج بلغة MATLAB.

٢–٥ :وصف البيانات

ان التسجيلات الشهرية للرطوبة في مدينة كركوك او بشكل ادق السلسلة الزمنية للرطوبة في مدينة كركوك تتصف بصفة دورية او شبه دورية لاخطية والشكل (١) يمثل رسم السلسلة الزمنية للرطوبة في مدينة كركوك ،اذ انها تزداد في فصل الشتاء وتقل في فصل الصيف. ولكي نسهل الحسابات العددية التي سنقوم بها استخدامنا تحويل اللوغاريتم الطبيعي للبيانات والشكل (٢) يمثل رسم السلسلة الزمنية بعد التحويل.



الشكل (١):رسم السلسلة الزمنية للمعدلات الشهرية للرطوبة لمدينة كركوك للسنوات (٢٠٠٠–٢٠١٣)



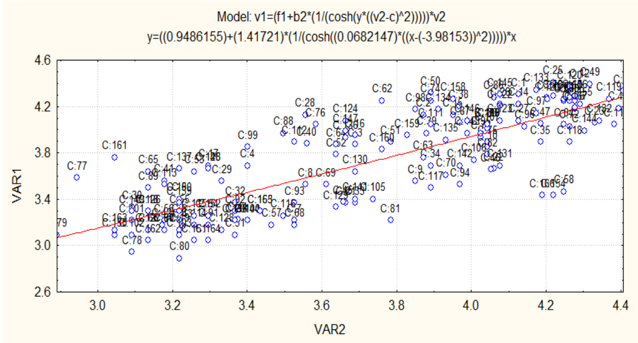
الشكل (٢):رسم السلسلة الزمنية بعد استخدام تحويل اللوغاريتم الطبيعي

3–3 نمذجة السلسلة الزمنية للرطوبة في مدينة كركوك باستخدام نماذج :DSTSechAR(P)

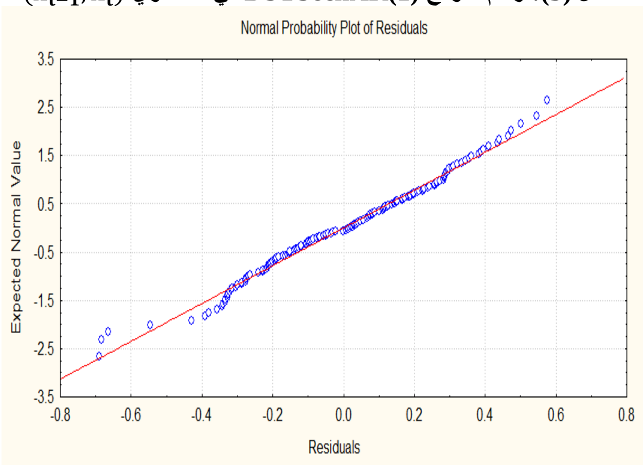
في هذه الفقرة سوف نقوم بنمذجة السلسلة الزمنية الشهرية للرطوبة في مدينة كركوك واستخدمنا برنامج statistica لتخمين قيم معلمات النماذج نأخذ النموذج عندما $p=1$ نحصل على نموذج DSTSechAR(1) بالشكل.

$$x_t = \left(0.94861 + 1.41721\,(Sech[0.068215(x_{t-1} - 3.9815)^2])\right)x_{t-1} + z_t$$

وأن تباين البواقي للنموذج$\hat{\sigma}_z^2$ =0.019471 والشكل (3) يبين رسم منحنى النموذج في المستوي (x_{t-1}, x_t) ، إذ إن النقاط الموجودة في الرسم تمثل بيانات المتسلسلة الزمنية ، أما الشكل (4) فيمثل رسم الاحتمالية الطبيعية (Normal Probability) لبواقي النموذج ، وإن النقاط المؤشرة على الرسم تمثل قيم متسلسلة بواقي النموذج ، والمقصود بالبواقي هنا هي الفروقات بين القيم الحقيقية للمتسلسلة والقيم المتنبأ بها من قبل النموذج.

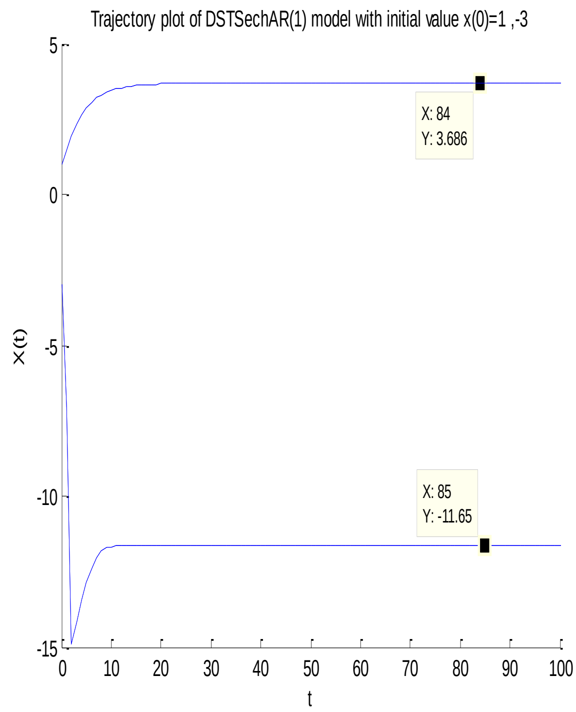


الشكل (3): رسم نموذج DSTSechAR(1) في المستوي (x_{t-1}, x_t)



الشكل (4): رسم الاحتمالية الطبيعية لبواقي نموذج DSTSechAR(1)

ومن معادلة (9) فأن النقاط المنفردة الغير صفرية موجودة وكذلك من معادلة (١١) تكون النقاط حقيقية وتحسب بالمعادلة (10) وقيمتها هي $\xi_2 = 3.6855$ و $\xi_1 = -11.6486$ بما ان النموذج يمتلك نقطتان منفردتان فيجب التأكد من استقرارية كل نقطة على حدى نأخذ النموذج عند النقطة ξ_1 ومن قضية (3.1) فأن قيمة $h = 0.3743$ وأن جذر المعادلة المميزة $\lambda - 0.3743 = 0$ لهذا النموذج هو $\lambda = 0.3743$ وبالتالي نحصل على انه النقطة المنفردة الاولى مستقرة وذلك لأنه جذر المعادلة المميزة واقع داخل دائرة الوحدة $|\lambda| = |0.3743| < 1$ وبنفس الطريقة بالنسبة للنقطة المنفردة $\xi_2 = 3.6855$ يكون قيمة الجذر هي $\lambda = 0.8020$ وبالتالي $|\lambda| = |0.8020| < 1$ وهذا يؤدي الى انه النموذج من الرتبة الاولى يمتلك نقطتان منفردتان مستقرتان والشكل(5) يبين رسم مسارات النموذج DSTSechAR(1) لقيم ابتدائية.



الشكل (5) : رسم مسارات النموذج DSTSechAR(1) لقيم ابتدائية

الان نأخذ p=5 نحصل على النموذج من الرتبة الخامسة DSTSechAR(5)

$$x_t = \sum_{i=1}^{5} (\phi_i + \pi_i Sech[\gamma(x_{t-1} - c)^2]) x_{t-i} + z_t$$

والقيم التخمينية هي

$\hat{\phi}_1 = 1.311613$ $\quad\hat{\pi}_1 = 1.480967$

$\hat{\phi}_2 = -0.175459$ $\quad\hat{\pi}_2 = 1.360972$

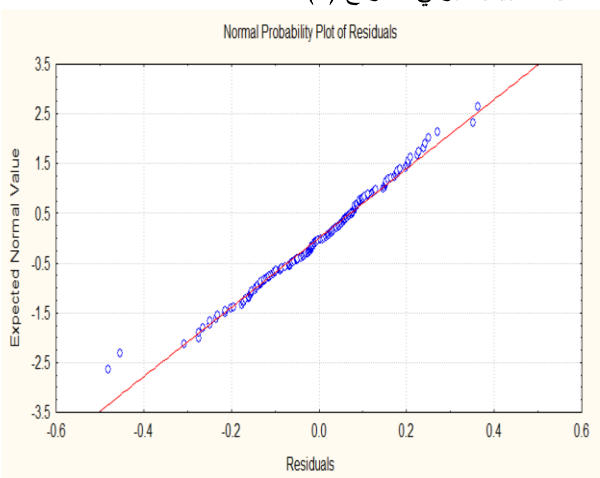
$\hat{\phi}_3 = 0.403996$ $\quad\hat{\pi}_3 = -2.21102$

$\hat{\phi}_4 = -0.603483$ $\quad\hat{\pi}_4 = 2.269242$

$\hat{\phi}_5 = -0.060047$ $\quad\hat{\pi}_5 = -1.85000$

$\hat{\gamma} = -0.357848$ $\quad\hat{c} = 0.887864$

وأن تباين البواقي هو $\hat{\sigma}_z^2 = 0.022989$ والشكل (6) يبين رسم الاحتمالية الطبيعية لبواقي النموذج DSTSechAR(5)



الشكل (6): رسم الاحتمالية الطبيعية لبواقي نموذج DSTSechAR(5)

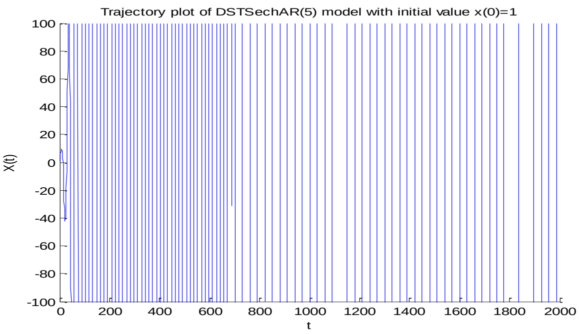
ومن معادلة (9) فأن النقاط المنفردة الغير صفرية موجودة وكذلك من معادلة (١٢) تكون النقاط معقدة ومترافقة وتحسب بالمعادلة (10) وقيمتها هي $\xi_1 = 0.8879 + 2.8127\text{i}$ و $\xi_2 = 0.8879 - 2.8127\text{i}$ بما ان النموذج يمتلك نقطتان منفردتان فيجب التأكد من استقرارية كل نقطة على حدى نأخذ النموذج عند النقطة ξ_1 ومن قضية (3.1) فأن قيمة h_i و $i = 1,2,3,4,5$ هي

$$h_1 = 0.7918 + 0.2190\text{i} \qquad h_2 = -0.0156 \qquad h_3 = 0.1442$$
$$h_4 = -0.3369 \qquad h_5 = -0.2774$$

و أن جذور المعادلة المميزة $\lambda^p - \sum_{i=1}^{p} h_i \lambda^{p-i} = 0$ لهذا النموذج هي:

$$\lambda_1 = 0.9426 + 0.5487i \qquad \lambda_2 = 0.8505 - 0.4020i$$
$$\lambda_3 = -0.2414 + 0.7274i \qquad \lambda_4 = -0.2689 - 0.6661i$$
$$\lambda_5 = -0.4910 + 0.0110i$$

وبالتالي نحصل على انه النقطة المنفردة الاولى ليست مستقرة وذلك لأن احد جذور المعادلة المميزة ليس واقعا داخل دائرة الوحدة $|\lambda_1| = |0.9426 + 0.5487i| = 1.0907 < 1$ وبنفس الطريقة بالنسبة للنقطة المنفردة الثانية $\xi_2 = 0.8879 - 2.8127\text{i}$ تكون قيمة الجذر هي $\lambda = 0.9426 - 0.5487i$ وبالتالي فأن الجذر، $|\lambda_1| = |0.9426 - 0.5487i| = 1.0907 < 1$ وهذا يؤدي الى انه النموذج من الرتبة الخامسة يمتلك نقطتان منفردتان غير مستقرتان وذلك لأن جذور المعادلة المميزة للنموذج المذكور ليست واقعة داخل دائرة الوحدة والشكل (7) يبين رسم مسارات النموذج DSTSechAR(5) لقيمة ابتدائية.



الشكل (7) : رسم مسارات النموذج DSTSechAR(5) لقيمة ابتدائية

ويعتبر افضل نموذج هو ذو اقل معيارية لاكايكي وكذلك يكون مستقر ففي العام 1977 أوجد كل من العالمين Ozaki و Oda صيغة لحساب معيار أكايكي خاصة بالنماذج اللاخطية للمتسلسلات الزمنية وهذه الصيغة هي:

$$\text{AIC}(p) = (N - p)\, ln(\hat{\sigma}_z^2) + 2M$$

حيث N هي عدد المشاهدات (البيانات) و $\hat{\sigma}_z^2$ يمثل تباين البواقي بالنسبة للنموذج الغير خطي و p تمثل رتبة النموذج و M عدد معلمات النموذج . [14].

ولأجل اجراء مقارنة بالنسبة لاستقرارية كل النماذج التي تم دراستها فقد وضعت النتائج في الجدول (1)، حيث يمثل مقارنة بين نماذج DSTSechAR(P) و للرتب الخمسة الاولى. اذ يتبين ان افضل رتبة لنموذج DSTSechAR هو النموذج ذو الرتبة الثالثة لأنه يملك نقطتان منفردتان مستقرتان وكذلك معيارية اكايكي لها اقل مايمكن.

جدول (١)

استقرارية نموذج DSTSechAR(P)				
الرتبة p	نقطة المنفردة غير الصفرية ξ	تباين البواقي $\hat{\sigma}_z^2$	معيار اكايكي $AIC(p)$	الاستقرارية
1	-11.6486 3.6855	0.019471	-٦٤٥.٨٤٥٦	النقطة المنفردة مستقرة النقطة المنفردة مستقرة
2	-13.3672 3.6951	0.016357	-٦٦٢.٥٤٨٢	النقطة المنفردة مستقرة النقطة المنفردة مستقرة
3	-13.3629 3.7148	0.014226	-٦٧٢.٩٣٤٨	النقطة المنفردة مستقرة النقطة المنفردة مستقرة
4	-14.1978 3.7089	٠.012247	٦٨٤.٣٩٥ -٨	نقطة المنفردة غير مستقرة نقطة مستقرة
5	0.8879 + 2.8127i 0.8879 - 2.8127i	0.011061	-٦٨٧.٦٨٤١	نقاط غير مستقرة

ألمصادر

١. الحمداني ،رعد عواد ، (٢٠٠٧) ، "دراسة استقرارية بعض نماذج السلاسل الزمنية مع تطبيقاتها" ، رسالة ماجستير غير منشورة الى كلية التربية ، جامعة تكريت .

٢. الحمداني ، رعد عواد ، (٢٠١٢) ، "دراسة شروط استقرارية نموذج الانحدار الذاتي الاسي المختلط باستخدام طريقة التقريب الخطي " ، مجلة تكريت للعلوم الصرفة ،المجلد (١٧) العدد (٣)

٣. الدهمشي ، هبة هاني عبد الله حسين ، (٢٠٠٨) ، " دراسة شروط استقرارية النموذج الاسي ذي الانتقال الاملس للانحدار الذاتي مع التطبيق " ، رسالة ماجستير غير منشورة مقدمة الى كلية التربية ، جامعة تكريت .

P- ISSN 1991-8941 , E-ISSN 2706-6703 (JUAPS) مجلة جامعة الانبار للعلوم الصرفة Open Access
2015 ,(9), (2) :230-240

٥. العبيدي ، عبد الله محمود حسين احمد ، (٢٠١٥)،"دراسة شروط استقرارية انموذج STSechAR(p) المقترح مع التطبيق" ، جامعة تكريت ، كلية التربية للعلوم الصرفة ، رسالة ماجستير غير منشورة.

٥. سالم ، عبد الغفور جاسم وخلف ،حامد محمد ، (٢٠١١) ، " دراسة استقرارية احد نماذج الانحدار الذاتي النسبي الغير خطي " مجلة الرافدين للعلوم الحاسوب والرياضيات المجلد (٨) العدد (١).

٦. سالم ،عبد الغفور جاسم و محمد ،اسراء سالم ،(٢٠١١)، "دراسة استقرارية احد نماذج الانحدار الذاتي غير الخطي وبحدود دوال مثلثية مع تطبيق "، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (٢٠) ، عدد خاص بوقائع المؤتمر العلمي الرابع كلية علوم الحاسوب والرياضيات ص ص (٤٣٠-٤٠٨) .

٧. سالم، عبدالغفور جاسم ،واحمد،عبير عبد الخالق ،(٢٠١٣)، "تحليل استقرارية انموذج انحدار ذاتي غير خطي من المرتبة الاولى ،" مجلة الرافدين لعلوم الحاسوب والرياضيات المجلد (١٠) العدد (٤) .

٨.مديرية الانواء الجوية / مدينة كركوك /المناخ.

٩. الناصري ، عمر صابر ،(٢٠٠٨)، "دراسة شروط استقرارية نموذج كوشي ذي الانتقال الاملس للانحدار الذاتي مع التطبيق " ،رسالة ماجستير غير منشورة مقدمة الى كلية التربية جامعة تكريت .

١٠. Chatfield (1978) "The analysis of time series : Theoy Practice " Chapman and Hall, London.

11. Chatfield , Christopher. (1984) "The analysis of time series : 4th Edition Chapman and Hall.

١٢. Ozaki ,T. ,(1982), "The Statistical Analysis of Perturbed Limit Cycle Processes Using Nonlinear Time series Models" , Joournal of Time Series Analysis , V. 3 , No. 1 , pp(29-41).

١٣. Ozaki , T. , (1985) , "Nonlinear Time Series Models and Dynamical Systems ", Handbook of Statistics , V. 5 (Ed. Hannan , E. J. and Krishnailah , P. R. and Rao , M. M.), Elsevier Science Publishers B. V. ,pp(25-83) .

١٤. Ozaki ,T. and Oda ,H. , (1977) ,"Nonlinear Time Series Models Identification by Akanke's Information Criterion ",In Information and Systems , ed. Dubuisson . Pergamum Press , Oxford . pp(83-91).

1٥. Salim, A.J and Abdullah , A.S.Y,(2014) , "Studying the Stability of a Non-linear Autoregressive Model (Polynomial with Hyperbolic Cosine Function)", Raf. J .of Comp. & Math's. , Vol. 11,No. 1.

السنة	كانون الثاني	شباط	آذار	نيسان	أيار	حزيران	تموز	آب	أيلول	تشرين الأول	تشرين الثاني	كانون الأول
2000	74	62	48	40	30	25	25	34	35	47	57	80
2001	73	68	62	52	40	27	23	25	29	39	58	76
2002	82	68	59	62	35	28	22	29	29	40	49	65.1*
2003	72*	66.8*	52.9*	48.3*	35.1*	24.2*	23.9*	25.5*	29.4*	39.4*	56.8*	65.1*
2004	81	75	49	44	38	26	27	25	24	32	70	70
2005	71	70	43	48	38	23	23	24	34	37	51	56
2006	71	70	49	57	36	19	22	18	25	44	57	57
2007	70	72	58	53	33	23	24	27	29	34	53	56
2008	63	65	47	30	25	22	22	25	30	42	55	57
2009	57	57	57	49	34	24.2*	26	26	33	49	71	79
2010	71	67	59	59	39	27	23	23	28	38	40	59
2011	77	65	50	51	39	25	29	25	30	40	53	54
2012	74	59	54	39	27	22	21	26	27	31	68	73
2013	72	71	53	44	43	24.2*	23.9*	25.5*	29.4*	39.4*	56.8*	65.1*

***:تم اجراء معالجة هذه البيانات لعدد من الأشهر المفقودة وذلك بأخذ معدل الرطوبة لنفس الاشهر من السنوات السابقة واللاحقة [8]**

P- ISSN 1991-8941 , E-ISSN 2706-6703 (*JUAPS*) مجلة جامعة الانبار للعلوم الصرفة Open Access
2015 ,(9), (2) :230-240

A Study stability of developer smooth transition secant hyperbolic autoregressive model [DSTSechAR(P)] with application

Shadia Majeed Noori

rayantaha13@gmail.com

Abstract

In this paper we suggest for a new model of the time series non-linear which is named developer smooth transition secant hyperbolic autoregressive model of order p (DSTSechAR(P)) where we studied the terms of the stability of model. Automate study condition for stationarity model in terms of the model parameters ,the spectrum fltting the proposed model to a linear model using the basic of the model reported in the case (4-3) which relates to the stationarity the non-zero point of the model, while the case of (4-4) on conditions for stability of the end cycle, if any, either in the practical side vtm conditions for the proposed application of the model incase (4-3) on monthly averages of the monthly moisture to the city of Kirkuk (2000-2013) years and then matching this results in praclice drawing paths this form to some of the best order was appointed stable model based on standard Akaike and put the results in table (1).