



دراسة الخصائص الاهتزازية للعمود الدوار المحتوي على الشقوق المائلة باستخدام طريقة العناصر المحددة في برنامج (ANSYS)

عماد خضير صالح

أ.د. صباح محمد جميل

emad.ksalh@gmail.com

Prosabah7447@yahoo.com

قسم الهندسة الميكانيكية / كلية الهندسة / جامعة الموصل

الخلاصة

يقدم البحث دراسة نظرية عن الخصائص الاهتزازية للأعمدة الدوارة المحتوية على الشقوق المائلة. وتم ذلك نظرياً باستخدام طريقة العناصر المحددة في برنامج (ANSYS) كوسيلة حل رياضية عن طريق رسم النموذج بالأبعاد المطلوبة باستخدام برنامج (solid work) وإدخاله كبيانات الى برنامج (ANSYS) فضلاً عن بيانات المواصفات الميكانيكية والفيزيائية للعمود الدوار والقرص المعدني لدراسة تأثير عمق الشق وزاوية ميلانه على التردد الطبيعي ونمط الحركة (Mode Shape) عن طريق افتراض وجود شق مائل بزوايا مختلفة وهي $20, 45, 70, 90^\circ$ و اعماق مختلفة كذلك وهي $4, 8, 12$ mm على بعد 2 cm من القرص المعدني في المنطقة التي يكون فيها اعلى عزم انحناء ومعرفة تأثيرها على الخصائص الاهتزازية. وظهرت النتائج بأن قيم التردد الطبيعي تتأثر بشكل واضح عند وجود الشق وتقل بزيادة زاوية ميلان الشق وعمق الشق اما نمط الحركة فأن تأثره بزيادة عمق الشق وزاوية الميلان قليل و لا يظهر الا بعد ان يصل عمق الشق الى مراحل متقدمة من قطر العمود.

الكلمات الدالة: عمود دوار، شق مائل، برنامج ANSYS



Study The Vibration Characteristics of Rotating Shaft with Slant Crack by Using Finite Element method in (ANSYS) Software

Dr. Sabah Mohamed Jamel

Emad kudiyer salh

professor M. Sc. in Mechanical Eng. Univ. of Mosul/College of Eng Univ. of Mosul/College of Eng.

Prosabah7447@yahoo.com

emad.ksalh@gmail.com

ABASTRUCT

The present research about vibration characteristics analysis of rotating shaft with slant crack using finite element method in ANSYS program as mathematical tool and model drawing on the solid work software and insert to the (ANSYS) program in addition to mechanical and physical properties data for rotating shaft with disc to study the effect of several parameters such as crack depth and crack inclination angle on the natural frequency .mode shapes, by using (ANSYS 14.5) program and from workbench window the crack create at different inclination angle ($20^{\circ}, 45^{\circ}, 70^{\circ}, 90^{\circ}$) and different depth (4,8,12) mm , the crack location at distance 2cm from the left side of the disc at maximum bending moment position to know its effect on the vibration characteristics . The result indicated that the natural frequencies are significant affected in the presence of a crack and reduces with increasing in the inclination angle and depth of crack while the mode shape affected by increasing inclination angle of crack and depth relatively little and not appear except after the crack depth receive advance stage from diameter of shaft .

Key Words : rotating shaft , slant crack , ANSYS program

١-المقدمة

إن استخدام الاعمدة والاجزاء الدوارة في الاجهزة والمعدات الصناعية والخدمية ومنذ بداية الثورة الصناعية في القرن التاسع عشر بدأت تشكل نسبة كبيرة ومهمة فيها اضافة الى السرعة العالية التي قد تصل الى اكثر من خمسة آلاف دورة في الدقيقة [1] والطاقة الناتجة عنها ومثال ذلك محركات الطائرات ومحطات توليد الطاقة والمضخات بكافة انواعها والقطارات والسيارات ... الخ. نتيجة لذلك بدأت تظهر العديد من المشاكل والاعطاب التي تصيب هذه الاجزاء او بعض منها مما يؤدي الى توقفها المفاجئ عن العمل مسببة اضراراً جسيمة و كارثية في المعدات نفسها او الاماكن القريبة منها مما يشكل خطورة بالغة على الاشخاص العاملين فيها والمستفيدين من الخدمات التي تقدمها. الشكل (1) يوضح حادثة في محطة توليد بخارية والاضرار الناتجة عنه ، لذلك ومنذ النصف الثاني من القرن العشرين وتحديداً في الستينات منه عكف الباحثون والعاملون في المجالات الصناعية على دراسة هذه المشاكل والاعطاب وتحديد انواعها وأسبابها وصفاتها لزيادة المعرفة بها ومحاولة ايجاد الحلول المناسبة لها في الوقت المناسب ومنع حدوثها أو التقليل من اضرارها واطالة عمر تشغيلها ومن ثم زيادة الثقة فيها وتفضيلها من قبل المستخدم وتقليل الاضرار الاقتصادية الناتجة عن الحوادث التي تسببها [1].

تعد الشقوق الناتجة عن الكلال (Fatigue cracks) أحد أهم المشاكل التي تصيب الاعمدة الدوارة (Rotating shaft) بسبب حدوثها بشكل متكرر وبدون انذار سابق عند تحميل المعدة بجهد عالي وقبل وصولها الى اجهاد الخضوع (Yield stress) والشكل (2) يوضح مناطق الشق الناتج عن الكلال ، ان الشقوق الناتجة عن الكلال في كافة المنظومات والمعدات تمر بثلاث مراحل مهمة قبل وصولها الى الفشل [2]، و كما يلي:

١- نشوء الشقوق (Crack initiation) .

٢- نمو الشقوق (Crack propagation) .

٣- الانهيار او الفشل (Failure) .

ونظراً لكون الشقوق الناتجة عن الكلال لا يمكن ان نمنع حدوثها او ان نتنبأ بموقع ووقت نشؤها في العمود على الرغم من اختيار افضل المواد والتصاميم في صناعتها لذلك فان تقنية مراقبة او تحليل الاهتزاز (Vibration analysis) تعد من اهم الطرائق المستخدمة في مراقبة سلوك الاعمدة والاجزاء الدوارة في المعدات والآلات الصناعية المختلفة واكثرها شيوعاً لسهولة استخدامها في مواقع العمل.

٢- الجانب النظري

إن المعادلات والعلاقات الرياضية التي يتم استخدامها والاعتماد عليها في إجراء الحسابات النظرية تنطبق في حالة كون العمود الدوار في الحالة السليمة ولكن بعد أحداث الشقوق الصناعية لا يمكن تطبيقها لفقدان الاستمرارية (continuous) وعدم خضوعها للفرضيات التي تم الاعتماد عليها ويكون حلها نظرياً معقداً ولذلك يلجأ الباحثون والمصممون إلى استخدام الطرائق العددية للحل ومنها تقنية العناصر المحددة (FEM) في التعرف على الخصائص الاهتزازية والسلوك الديناميكي للعمود الدوار. وهناك الكثير من البرامج (Software) التي صممت من قبل الشركات البرمجية بمساعدة المهندسين والعلماء المختصين في هذا المجال لايجاد الحلول السريعة للمعادلات المتعلقة بدراسة الاهتزازات، ومن هذه البرامج (ABAQUS، ANSYS) من أشهرها استخداماً هو برنامج ANSYS لما له من المقدرة على حل المسائل المتعلقة بأي منظومة معقدة مهما كان حجمها في شتى المجالات وعمل محاكاة للمنظومات مثل (توزيع الاجهادات على جسم او جريان المائع داخل انبوب او انتقال حرارة بين جسمين او حدوث تصادم بين جسمين او انهيار مبنى بتأثير قوة زلزالية الخ).

٣- الجانب العملي

بعد أن تم التعرف على المواصفات الميكانيكية والفيزيائية لمعدن العمود الدوار والقرص المعدني حيث تعتبر هذه البيانات مهمة وضرورية لإدخالها إلى برنامج (ANSYS) ليقوم البرنامج بأجراء كافة الحسابات اللازمة ومنها حساب التردد الطبيعي للعمود الدوار في الحالة السليمة ومن ثم أيجاد التردد الطبيعي بعد إجراء الشقوق الصناعية بأعماق وزوايا مختلفة وكذلك أيجاد نمط الحركة لكل حالة وأجراء المقارنة بينهما بشكل يسهل على الباحث عرض النتائج وتحليلها. وللحصول على نتائج دقيقة تم استخدام (25377) عقدة (node) و (13746) عنصر (element) نوع (tetrahedral) وللحصول على نموذج ثلاثي الأبعاد ومن نافذة (workbench) تم استخدام (Solid 186) وهو عنصر ثلاثي الأبعاد يحتوي على عشر عقد كل عقدة تمتلك ثلاث درجات من الحرية وهذا النوع مناسب في مجال البحث بسبب وجود أشكال غير منتظمة ولاسيما في المنطقة التي تمثل الشق لأنه له القابلية على التحول من شكل رباعي السطوح إلى شكل الهرم والموشور مما يزيد من دقة أجراء الحسابات وكما موضح في الشكل (٣).

١.٣- توليد الشبكة (Mesh Generation)

تم رسم النموذج في برنامج الرسم على الحاسوب (SOLID WORK) ثم إدخاله على شكل بيانات داخلية الى برنامج (ANSYS) مع المواصفات الخاصة بمعدن العمود الدوار والقرص المعدني وكما موضح في الشكل (4)(a,b) ، بعدها تتم عملية التقسيم الشبكي لكل من العمود الدوار والقرص المعدني حيث تم اختيار تقسيم له ابعاد صغيرة في العمود الدوار ولاسيما بالقرب وحول منطقة الشق للحصول على النتائج بصورة دقيقة اما في القرص المعدني تم اختيار تقسيم ذو ابعاد كبيرة تختلف عن العمود الدوار وذلك لتقليل عدد النقاط والعناصر ومن ثم التقليل من زمن اجراء التحليل وكما موضح في الشكل (٥) .

٤- النتائج والمناقشة

لمناقشة وتحليل النتائج التي تم الحصول عليها بصورة دقيقة، تم تقسيم النتائج اعتماداً على العوامل المؤثرة على الخصائص الاهتزازية وهي عمق الشق وزاوية الميلان على كل من التردد الطبيعي ونمط الحركة والجدول ادناه يوضح الفرق بين النتائج النظرية والنتائج المستحصلة بواسطة برنامج (ANSYS) للعمود السليم.

جدول يوضح النتائج النظرية والنتائج المستحصلة باستعمال طريقة العناصر المحددة

Health shaft Without disk				
mode	Frequency (theoretical) HZ	Frequency (ANSYS) HZ	EXP. HZ	difference
1H	82.306	82.314	82.5	0.008
1V	82.306	82.371	82.5	0.065
2H	329.226	327.920	-----	1.306
2V	329.226	327.980	-----	1.246
Health shaft With disk				
1H	35.7	37.296	37.4	1.596
1V	35.7	37.356	37.4	1.656

١.٤- التأثير على التردد الطبيعي

للتعرف على تأثير عمق الشق وزاوية الميلان على الخصائص الاهتزازية للعمود الدوار عند وجود القرص المعدني الذي يمثل كثير من الاحمال التي تثبت على العمود في كثير من

التطبيقات الهندسية والصناعية تم إضافة القرص الى البيانات السابقة لإجراء التحليل باستخدام طريقة العناصر المحددة (ANSYS) حيث تم الحصول على النتائج الموضحة في الجداول (١)، (٢)، (٣)، و (٤) بالنسبة الى تأثير الزاوية والجداول (٥)، (٦)، و (٧) بالنسبة الى تأثير العمق حيث يبين الشكل (٦) ان تأثير زيادة العمق عند الزاوية (٢٠°) يكون قليلاً حيث نلاحظ ان الانحدار قليل في المحورين الافقي والعمودي وللطور الاول والثاني ولكن هذا الانحدار يزداد بزيادة مقدار الزاوية حيث يوضح الشكل (٧) عند الزاوية (٤٥°) زيادة في الانحدار وفي المحورين العمودي والافقي لكن الزيادة في المحور الافقي تكون واضحة بشكل اكبر وفي كلا النمطين وهذا السلوك يتكرر نفسة في الشكل (٨) و (٩) عند الزاوية (٧٠°) و (٩٠°) على التوالي ولكن في الزاوية (٩٠°) يكون الانحدار اكثر وضوحاً وخاصةً في المحور الافقي مما يشير الى أن الزاوية (٩٠°) يكون تأثير عمق الشق فيها كبيراً ومباشراً على التردد الطبيعي وهذا يفسر الانحدار الكبير في المنحني وخاصةً في المحور الافقي ولكلا النمطين الاول والثاني.

اما عند تثبيت العمق وتغير الزاوية كما في الشكل (١٠) فنلاحظ ان تأثير الزاوية عند العمق (4mm) يكون قليلاً ولا يوجد انحدار في المنحني بل يبدو على شكل خط مستقيم وفي المحورين الافقي والعمودي ولكلا الطورين لكن هذا التأثير يزداد بزيادة عمق الشق حيث يبدأ المنحني بالانحدار قليلاً وخاصةً في المحور الافقي وهذا واضح في الشكل (١١) ثم يزداد الانحدار عند العمق (12mm) والشكل (١٢) يوضح ذلك حيث يظهر الانحدار في المنحني في المحور الافقي اكبر وفي الطورين الاول والثاني، وفي الشكل (١٣) و (١٤) تم اجراء مقارنة حول تأثير عمق الشق النسبي (a/R) بين الشق المائل (slant) عند الزاوية (٤٥°) والشق المستعرض اي عند الزاوية (٩٠°) (transverse) حيث يظهر في الشكل ان هنالك انحداراً ملحوظاً في منحنى التردد الطبيعي النسبي (w_{no}/w_{nc}) عند الطور الاول وخاصةً في المحور الافقي ولكن في المحور العمودي نلاحظ أن الانحدار قليل وهذا السلوك يتكرر في الطور الثاني ايضاً وكما موضح في الشكل (١٤). وهذا ينطبق مع ما اشار به الباحثان [٥] و [٦] في البحث.

الجدول (١) تأثير عمق الشق عند الزاوية (٢٠°)، مع وجود القرص المعدني

20deg. ,12mm		20deg. ,8mm		20deg. ,4mm		health shaft	
frequency	mode	frequency	Mode	Frequency	Mode	Frequency	mode
36.277	1, H	36.928	1, H	37.232	1, H	37.296	1, H



36.645	1, V	37.164	1, V	37.293	1, V	37.356	1, V
223.19	2, H	225.59	2, H	226.78	2, H	227.13	2, H
224.87	2, V	226.63	2, V	227.05	2, V	227.19	2, V

الجدول (٢) تأثير عمق الشق عند الزاوية (٤٥°) مع وجود القرص المعدني

45deg. ,12mm		45deg. ,8mm		45deg. ,4mm		health shaft	
frequency	mode	frequency	mode	Frequency	mode	Frequency	mode
34.599	1, H	36.392	1, H	37.176	1, H	37.296	1, H
36.374	1, V	37.073	1, V	37.289	1, V	37.356	1, V
217.44	2, H	223.69	2, H	226.55	2, H	227.13	2, H
223.98	2, V	226.32	2, V	227.05	2, V	227.19	2, V

الجدول (٣) تأثير عمق الشق عند الزاوية (٧٠°) مع وجود القرص المعدني

70deg. ,12mm		70deg. ,8mm		70deg. ,4mm		health shaft	
frequency	mode	frequency	mode	Frequency	mode	Frequency	mode
33.422	1, H	36.101	1, H	37.117	1, H	37.296	1, H
36.239	1, V	37.051	1, V	37.282	1, V	37.356	1, V
213.78	2, H	222.67	2, H	226.34	2, H	227.13	2, H
223.55	2, V	226.24	2, V	227.03	2, V	227.19	2, V

الجدول (٤) تأثير عمق الشق عند الزاوية (٩٠°) مع وجود القرص المعدني

90deg. ,12mm		90deg. ,8mm		90deg. ,4mm		health shaft	
frequency	mode	frequency	mode	Frequency	mode	Frequency	mode
33.166	1, H	36.018	1, H	37.102	1, H	37.296	1, H
36.216	1, V	37.043	1, V	37.278	1, V	37.356	1, V
212.98	2, H	222.38	2, H	226.28	2, H	227.13	2, H
223.46	2, V	226.21	2, V	227.02	2, V	227.19	2, V

الجدول (٥) تأثير زاوية ميلان الشق عند العمق (٤mm) مع وجود القرص المعدني

90deg. ,4mm	70deg. ,4mm	45deg. ,4mm	20deg. ,4mm
-------------	-------------	-------------	-------------



frequency	mode	Frequency	mode	Frequency	mode	Frequency	mode
37.102	1, H	37.117	1, H	37.176	1, H	37.232	1, H
37.278	1, V	37.282	1, V	37.289	1, V	37.293	1, V
226.28	2, H	226.34	2, H	226.55	2, H	226.78	2, H
227.02	2, V	227.03	2, V	227.05	2, V	227.05	2, V

الجدول (٦) تأثير زاوية ميلان الشق عند العمق (8mm) مع وجود القرص المعدني

90deg. ,8mm		70deg. ,8mm		45deg. ,8mm		20deg. ,8mm	
frequency	mode	Frequency	mode	Frequency	mode	Frequency	Mode
36.018	1, H	36.101	1, H	36.392	1, H	36.928	1, H
37.043	1, V	37.051	1, V	37.073	1, V	37.164	1, V
222.38	2, H	222.67	2, H	223.69	2, H	225.59	2, H
226.21	2, V	226.24	2, V	226.32	2, V	226.63	2, V

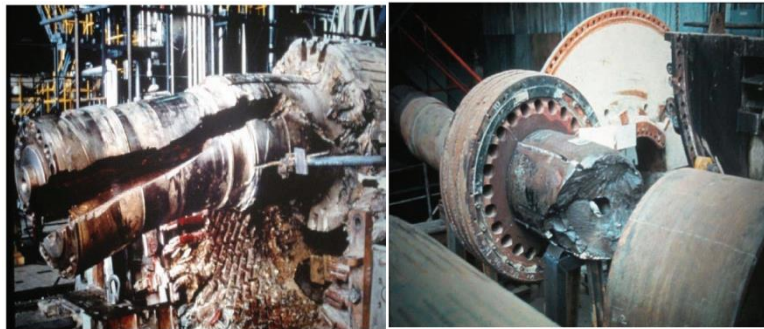
الجدول (٧) تأثير زاوية ميلان الشق عند العمق (12mm) مع وجود القرص المعدني

90deg. ,12mm		70deg. ,12mm		45deg. ,12mm		20deg. ,12mm	
frequency	mode	frequency	mode	Frequency	mode	Frequency	Mode
33.166	1, H	33.422	1, H	34.599	1, H	36.277	1, H
36.216	1, V	36.239	1, V	36.374	1, V	36.645	1, V
212.98	2, H	213.78	2, H	217.44	2, H	223.19	2, H
223.46	2, V	223.55	2, V	223.98	2, V	224.87	2, V

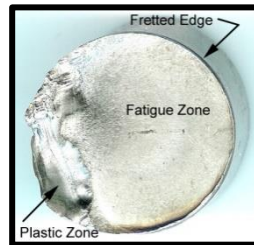
٢.٤ - التأثير على نمط الحركة

يعد نمط الحركة الخاصة الثانية بعد التردد الطبيعي التي يجب اخذها بنظر الاعتبار عند دراسة السلوك الاهتزازي لأي نموذج يراد تصنيعه او بناءه وللتعرف على انماط الحركة للعمود الدوار بوجود القرص المعدني التي يمكن الحصول عليها بواسطة برنامج (ANSYS) بعد ان يتم ادخال البيانات اللازمة ومن خلال نافذة (Workbentch) فان الاشكال (١٥)، (١٦)، (١٧)

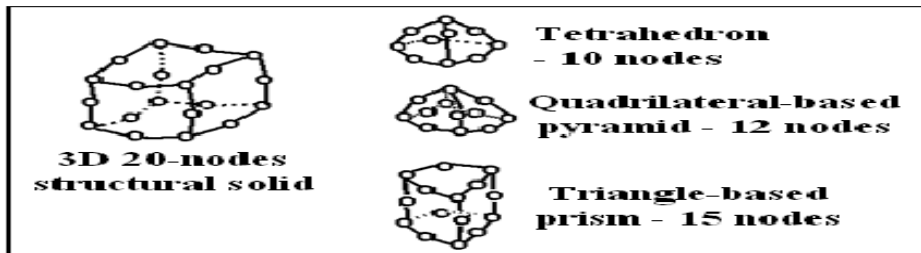
و (١٨) توضح انماط الحركة التي تم الحصول عليها في الطور الاول والتأثير في الاتجاه العمودي والافقي في حالة العمود السليم اما الاشكال من (١٩) الى (٢٢) فتوضح اشكال الاطوار للعمود الدوار عندما يكون عمق الشق (١٢mm) وزاوية ميلان الشق (٩٠°) وللتعرف بشكل دقيق وواضح على مدى تأثير نمط الحركة بوجود الشق وتأثير توغله او تغير الزاوية فيه فأًننا نأخذ تغير الازاحة العمودية على طول العمود الدوار البالغ (٧٠٠mm) ونقارنها مع العمود السليم ونلاحظ مدى التغير في الشكل (٢٣) نلاحظ وعند العمق (٤mm) عدم تأثير نمط الحركة بعمق الشق والسلوك نفسه يتكرر في الشكل (٢٤) عند العمق (٨mm) ولكن في الشكل (٢٥) نلاحظ زيادة طفيفة في مقدار انحناء العمود أي عند العمق (١٢mm) يتضح من ذلك ان نمط الحركة لا يتأثر بعمق الشق وزاوية الميلان إلا عندما يصل مراحل متقدمة من قطر العمود الدوار ولاسيما في الاول.



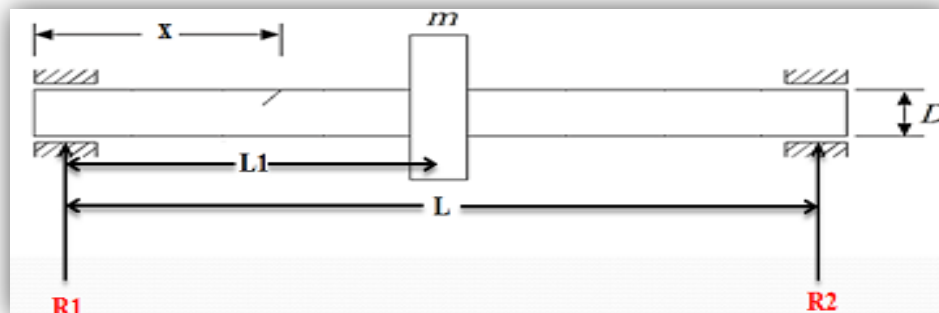
شكل (١) عمود دوار في حالة فشل في احدى المحطات البخارية[4]



شكل (2) مراحل نشوء الشق الناتج عن الكلال [5]



الشكل (3) الشكل الهندسي للعنصر المحدود [7].



الشكل (4,a) مخطط للعمود الدوار وموقع الشق

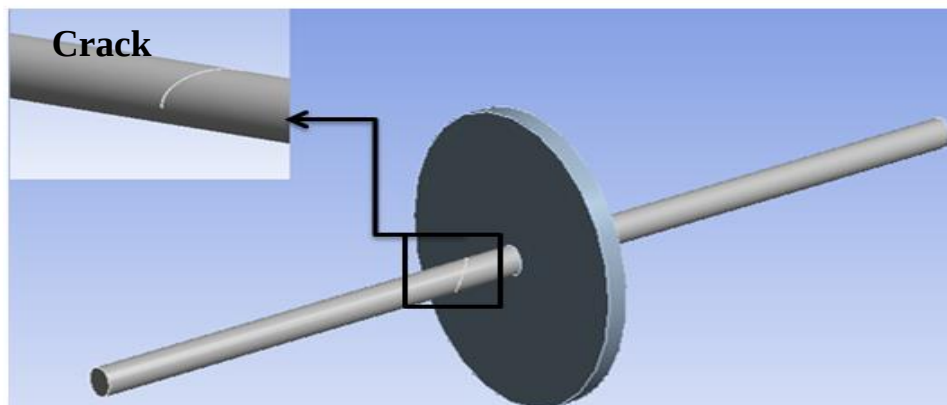
$$D=20\text{mm}$$

$$L=700\text{mm}$$

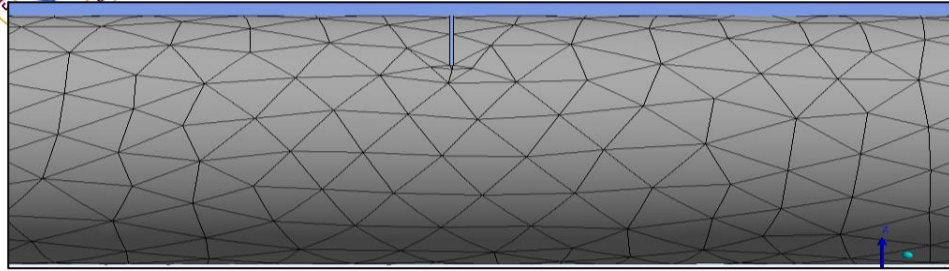
$$X=330\text{mm}$$

$$m = 3.67\text{Kg}$$

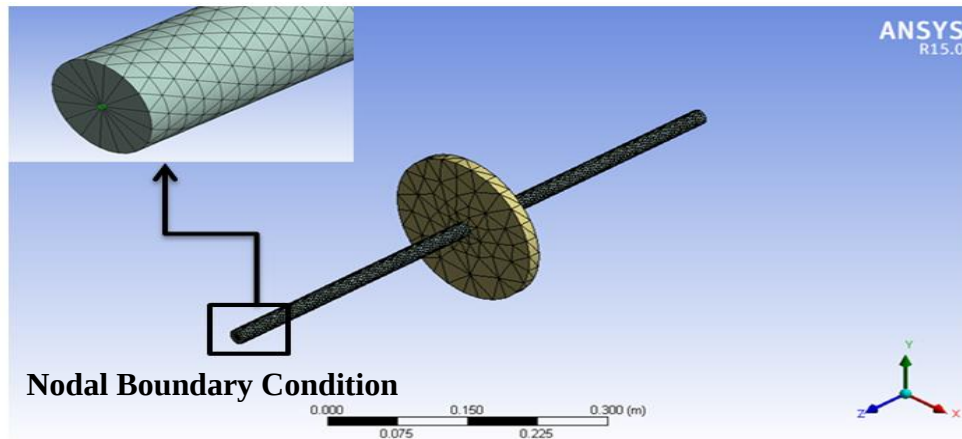
$$\rho=7850\text{Kg/m}^3$$



الشكل (4,b) شكل العمود الدوار مع القرص المعدني.



(a)

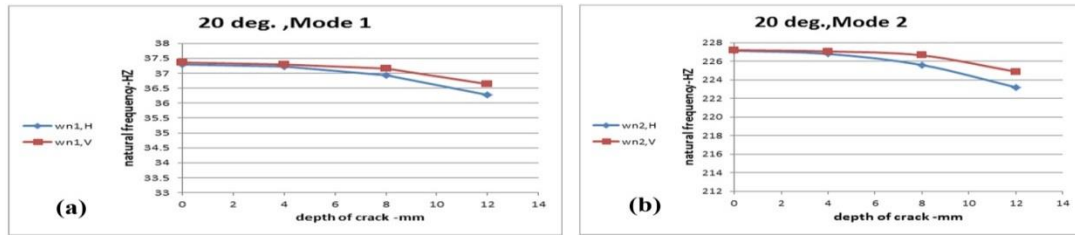


(b)

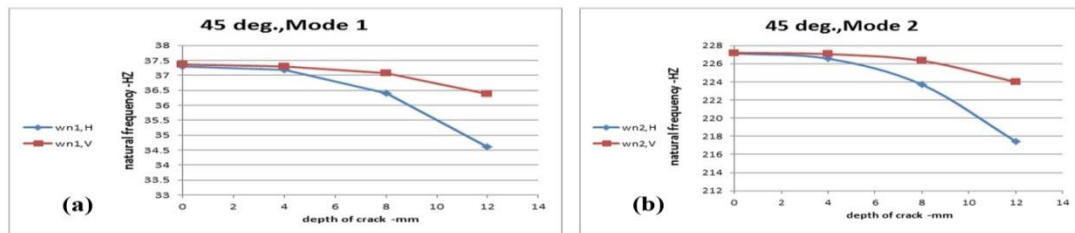
الشكل (٥) يوضح عملية توليد الشبكة (mesh generation) : (a) حول الشق، (b) للعمود الدوار والقرص المعدني.

٥- الاستنتاجات

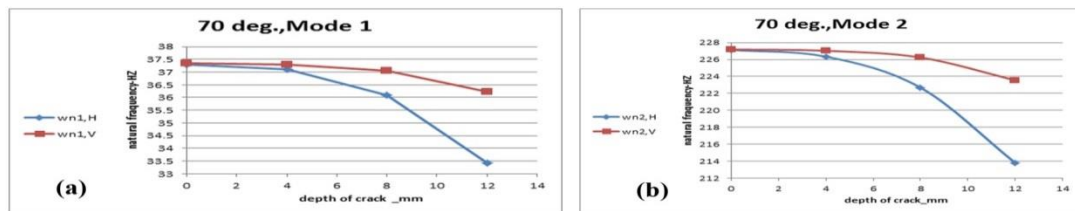
- الاستنتاجات الرئيسية التي تم ملاحظتها من النتائج النظرية التي تم الحصول عليها بواسطة استخدام طريقة العناصر المحددة والمتمثلة ببرنامج (ANSYS) كما يلي:
- ١- تتأثر قيم التردد الطبيعي بزيادة عمق الشق وزاوية الميلان حيث تقل هذه القيم كلما زاد عمق الشق او زاوية الميلان ويكون التأثير واضح عند زاوية (90°) وهذا يشير الى ان الشقوق المستعرضة هي اكثر تحسناً لتوغل الشق في العمود الدوار من الشقوق المائلة.
 - ٢- ان الانخفاض في قيم التردد الطبيعي النسبي في حالة الشقوق المائلة يكون اقل من الشقوق المستعرضة وخصوصا في الطور الاول حيث يكون التأثير واضح اكثر من الطور الثاني وهذا ينطبق مع ما اشار به اليه الباحث (Darpe) [٦].
 - ٣- ان تأثير تغير زاوية ميلان الشق عند تثبيت العمق على نمط الحركة قليل ولا يظهر الا في مراحل متقدمة من نمو الشق في العمود الدوار في الطور الاول والثاني والسلوك نفسه يتكرر بالنسبة الى زيادة العمق عند تثبيت الزاوية .



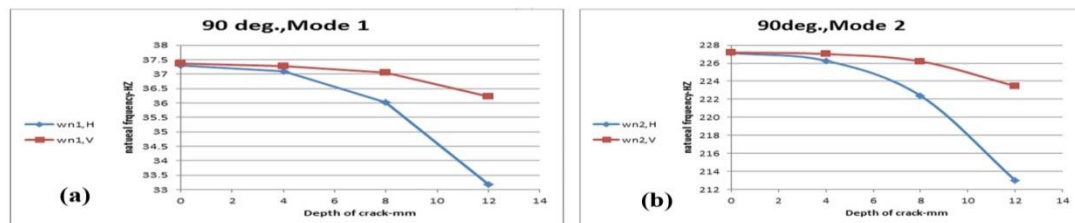
الشكل (6) تأثير عمق الشق على التردد الطبيعي عند الزاوية (20): (a) للطور الاول, (b) للطور الثاني



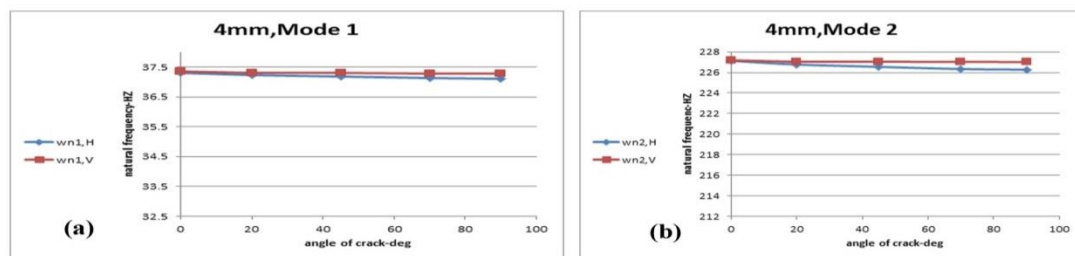
الشكل (7) تأثير عمق الشق على التردد الطبيعي عند الزاوية (45): (a) للطور الاول, (b) للطور الثاني



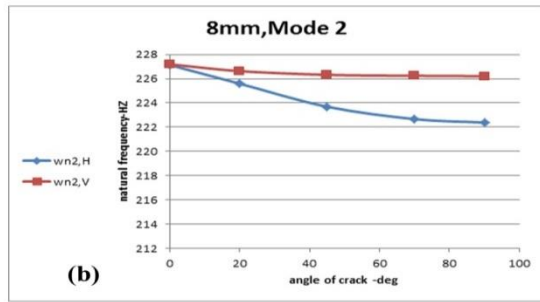
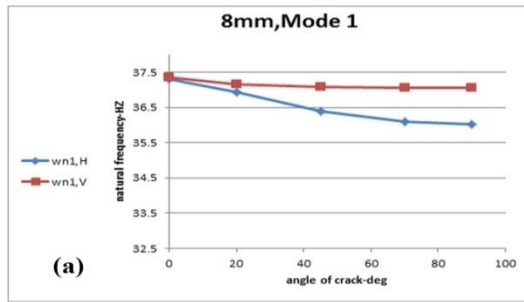
الشكل (8) تأثير عمق الشق على التردد الطبيعي عند الزاوية (70): (a) للطور الاول, (b) للطور الثاني



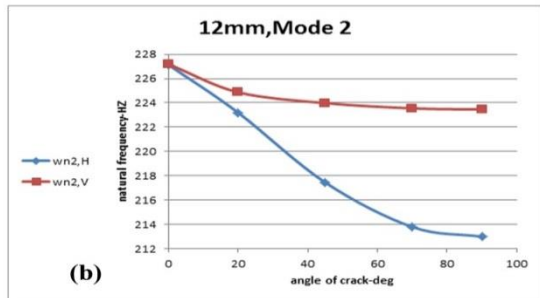
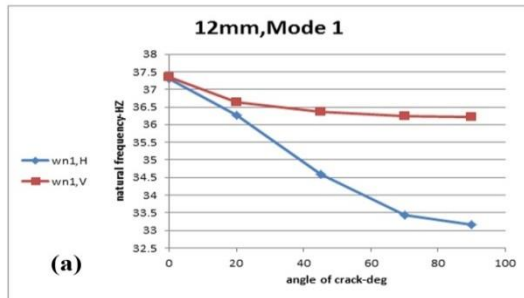
الشكل (9) تأثير عمق الشق على التردد الطبيعي عند الزاوية (90): (a) للطور الاول, (b) للطور الثاني



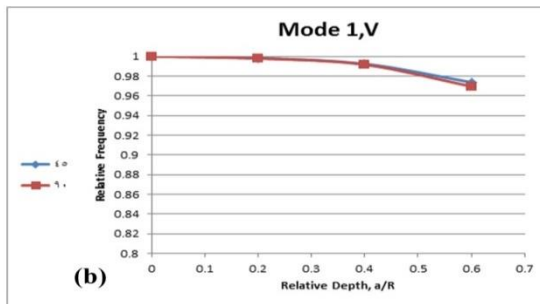
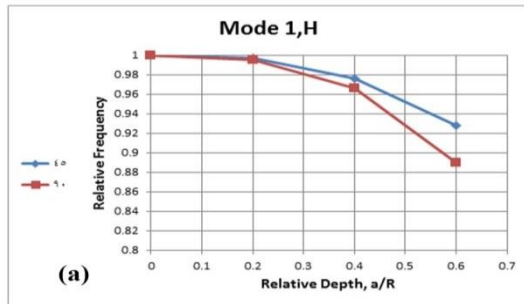
الشكل (10) تأثير زاوية ميل الشق على التردد الطبيعي عند العمق (4mm): (a) للطور الاول, (b) للطور الثاني



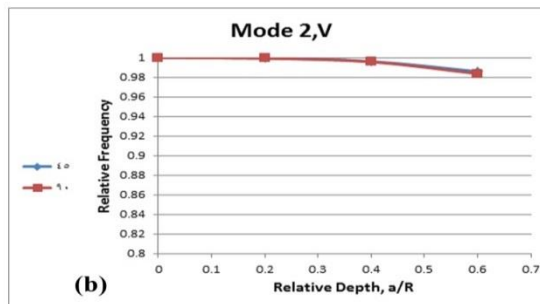
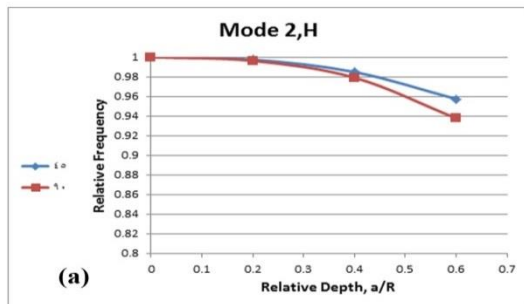
الشكل (11) تأثير زاوية ميل الشق على التردد الطبيعي عند العمق (8) : (a) للطور الاول , (b) للطور الثاني



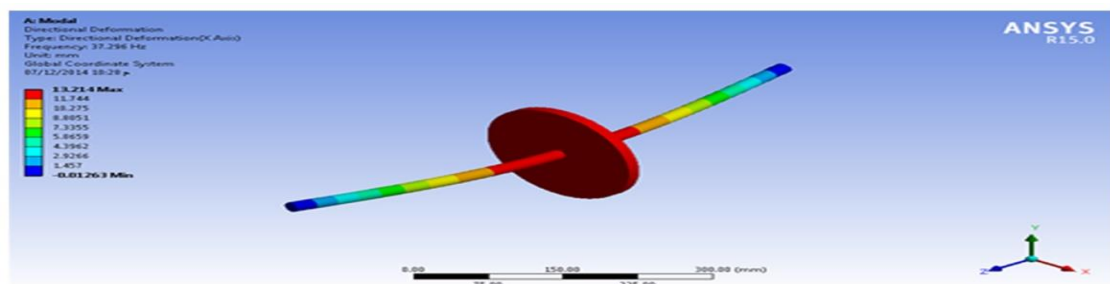
الشكل (12) تأثير زاوية ميل الشق على التردد الطبيعي عند العمق (12) : (a) للطور الاول , (b) للطور الثاني



الشكل (13) تأثير عمق الشق النسبي على التردد الطبيعي النسبي في الطور الاول : (a) أفقياً , (b) عمودياً

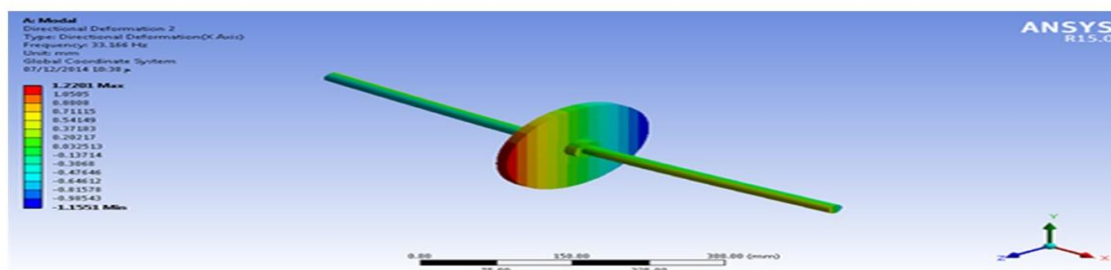


الشكل (14) تأثير عمق الشق النسبي على التردد الطبيعي النسبي في الطور الثاني : (a) أفقياً , (b) عمودياً

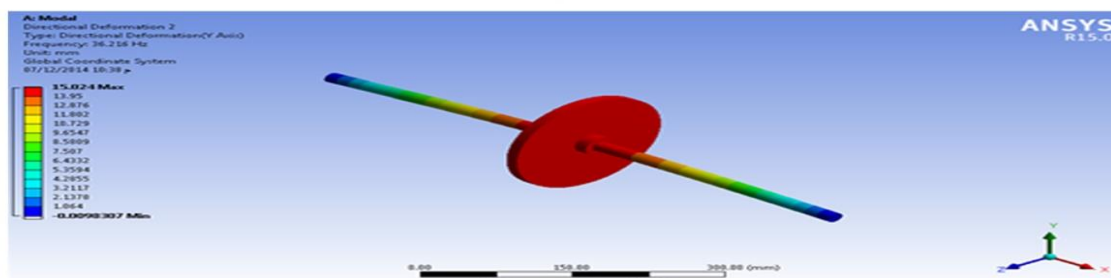


الشكل (15) شكل الطور الاول للعمود السليم بالاتجاه الافقي

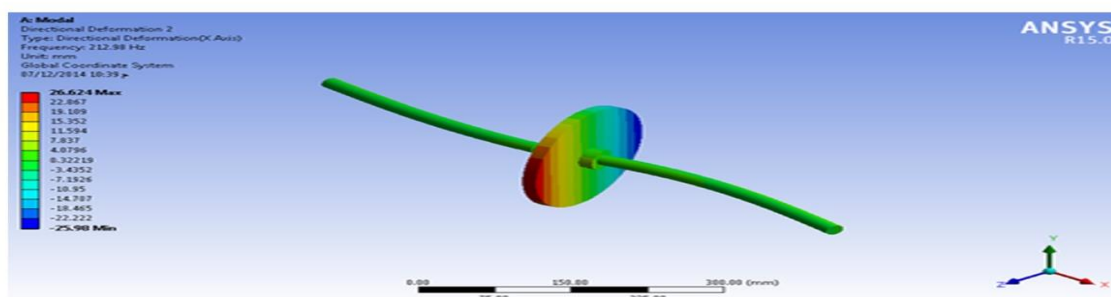




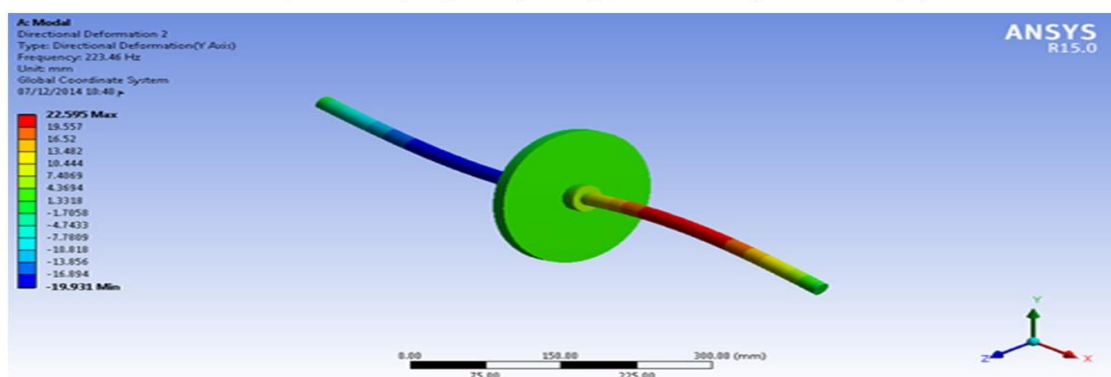
الشكل (19) شكل الطور الاول للعمود عند العمق (12 mm) وزاوية (90°) بالاتجاه الافقي



الشكل (20) شكل الطور الاول للعمود عند العمق (12 mm) وزاوية (90°) بالاتجاه العمودي



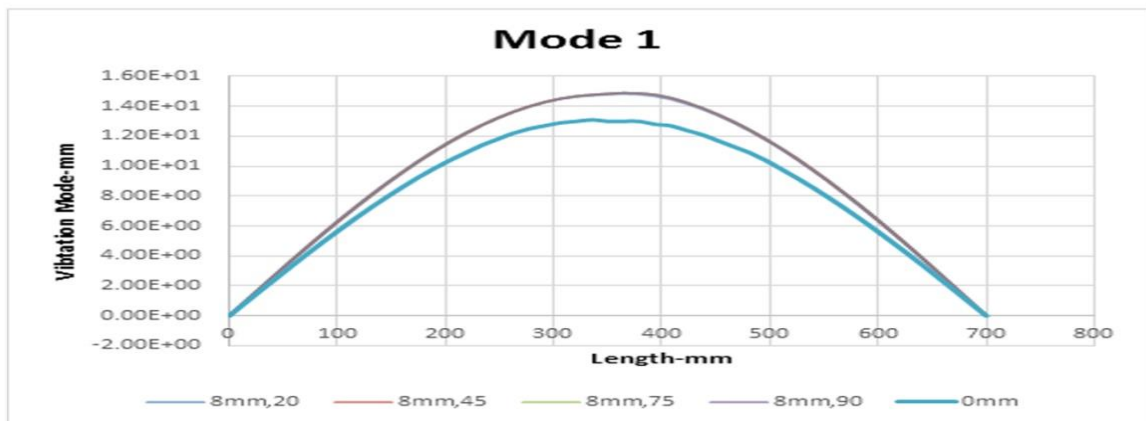
الشكل (21) شكل الطور الثاني للعمود عند العمق (12 mm) وزاوية (90°) بالاتجاه الافقي



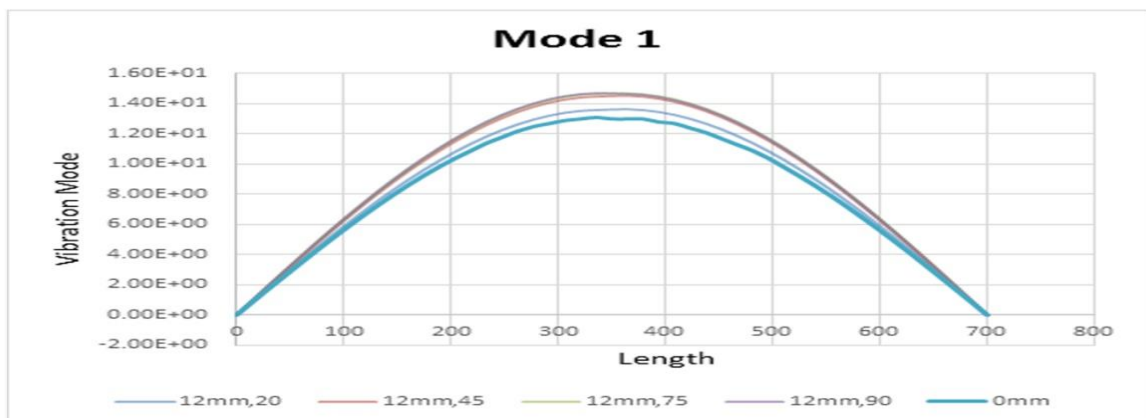
الشكل (22) شكل الطور الثاني للعمود عند العمق (12 mm) وزاوية (90°) بالاتجاه العمودي



الشكل (23) يوضح شكل الطور الاول عند العمق (4mm) مع اختلاف الزاوية



الشكل (24) يوضح شكل الطور الاول عند العمق (8mm) مع اختلاف الزاوية



الشكل (25) يوضح شكل الطور الاول عند العمق (12mm) مع اختلاف الزاوية

المصادر



- [1] **Murthy, B. S. N. Murthy , G. Srinivas, M. Balaji**, "Dynamic Analysis of Cracked Rotor –Bearing System With Fractional –Order Damping", International Journal of Engineering Science Invention (IGESI), Vol. 2319-6734, PP.47-50.
- [2] **Shiegly, Richard G. Budynas, J. Keith Nisbett**, "Mechanical Engineering Design ", Mc Graw Hill, 9th Ed. , In SI Unit , 2011.
- [3] **Singiresu S. Rao** , "Mechanical Vibration" , Prentice Hall , SI Edition, 2004.
- [4] **Zhongyi Cai**, "Vibration Diagnosis of Elastic Shafts With a Transverse Crack" , Thesis , Eng. Edith Cowan University , 2011.
- [5] **Sekhar, A. S, P. Balaji Prasad**, "Dynamic Analysis of a Rotor System Considering a Slant Crack In The Shaft" , Journal of Sound and Vibration , Vol. 208, PP.457-474, 1997.
- [6] **Darpe , A.K.**, "Dynamic Of a Jeffcott Rotor With Slant Crack" , Journal Of Sound And Vibration, Vol. 303, pp.1-28, 2007.
- [7] **ANSYS R14.5**, Finite Elements Simulation with ANSYS Work-Bench14.5.