



Does Math Destroyed the Jurassic Park?

Ali Hasan Abdul Khaleq¹ Eman S. Bhaya²

1. University of Babylon, College of Education for Pure Sciences.
Mathematics Department . ali.kufa94@gmail.com
2. University of Babylon, College of Education for Pure Sciences.
Mathematics Department . emanbhaya@itnet.uobabylon.edu.iq

Article Information

Submission date: 29/ 12/2019

Acceptance date: 20 /9 / 2020

Publication date: 31/ 12/ 2020

Abstract,

There is a scene in Jurassic Park movie in which the character Dr Malcolm, attempt to explain the mean of chaos theory to Dr Sattlar.

He dropping a bead of water on her knuckle on her hand, then he put another bead on the same place, it takes a different trajectory from the first one. He asserts that tiny variation of her hand make the first trajectory different from the second one.

Now let us ask what happened in Jurassic Park? Dr Malcolm attributes this unpredictability to chaos. He said that many times when he saw that the events of the film evolve in unpredictable way. He use his mathematics to grantee that the park will be out of the control of its manager. Of course he is correct, but is it truth that the Chaos is the cause of the chaos of Jurassic Park. Let us know what Chaos is and then answer this question.

Keywords: Jurassic Park, Chaos, Dynamical System.

هل ان الرياضيات هي التي سببت الذعر في حديقة جورسية؟

علي حسن عبدالخالق

إيمان سمير بهيه

جامعة بابل، كلية التربية للعلوم الصرفة، قسم الرياضيات

ali.kufa94@gmail.com , emanbhaya@itnet.uobabylon.edu.iq

الخلاصة

هناك مشهد في فلم حديقة جورسية تقوم به الشخصية لان مالكولم يشرح فيه معنى نظرية الفوضى لزميلته الدكتورة ساتلر (لورا درن) حيث انه وضع قطرة ماء على يدها وقال لها اننا لا نستطيع التنبؤ عن مسار سقوط قطرة الماء لانه يعتمد على متغيرات منها نعومة اليد و كمية الدم المارة في اوعيتها الدموية و بعض المؤثرات الموجودة على الجلد. و بالتالي سيكون مسار قطرة الماء غير متوقع على اليد.

ينسب مالكولم هذه الأمور غير المتوقعة الى الفوضى. وقد أشار أكثر من مرة الى ذلك اثناء تطور احداث الفلم بطريقة غير متوقعة. بين المزاك و الجد اكد مالكولم أكثر من مرة على ان الحديقة ستخرج عن سيطرة مديرها. بالطبع هو محق في تنبؤه. لكن هل لنظرية الفوضى دور في ذلك؟ دعنا في هذه الورقة نكتشف نظرية الفوضى و دورها ان وجد في اضطراب او دمار حديقة جورسية.

هناك مشهد في فلم حديقة جورسية تقوم به الشخصية لان مالكولم يشرح فيه معنى نظرية الفوضى لزميلته الدكتورة ساتلر (لورا درن) حيث انه وضع قطرة ماء على يدها و قال لها اننا لا نستطيع التنبؤ عن مسار سقوط قطرة الماء لانه يعتمد على متغيرات منها نعومة اليد و كمية الدم المارة في اوعيتها الدموية و بعض المؤثرات الموجودة على الجلد. وبالتالي سيكون مسار قطرة الماء غير متوقع على اليد.

ينسب مالكولم هذه الأمور غير المتوقعة الى الفوضى. وقد أشار أكثر من مرة الى ذلك اثناء تطور احداث الفلم بطريقة غير متوقعة. بين المزاك و الجد اكد مالكولم أكثر من مرة على ان الحديقة ستخرج عن سيطرة مديرها. بالطبع هو محق في تنبؤه. لكن هل لنظرية الفوضى دور في ذلك؟ دعنا في هذه الورقة نكتشف نظرية الفوضى ودورها ان وجد في اضطراب او دمار حديقة جورسية.

الكلمات الدالة: حديقة جورسية، الفوضى، النظم الدينامية، الجواذب الغريبة.

1. ما هي الفوضى؟

ان نظرية الفوضى هي فرع من فروع النظم الدينامية، التي يمكن عدّها كنماذج رياضية لتطور الكميات عبر الزمن [1]. فمثلا نكتب نظام دينامي لعد الحيوانات المفترسة و لتكن الديناميكا ماثلا و الحيوانات الفريسة و لتكن الماعز ماثلا في جزيرة عند بداية كل شهر. سنعتبر عن هذا النظام بدلالة دالة بمتغيرين $f(x,y)$ اما مخرجاتها فانها ستكون عددين أيضا كما في:

$$f(10,20)=(12,18)$$

هذا يعني انه اذا كان لدينا 10 ديناصورات و 20 ماعزا في بداية شهر كانون الثاني فانها ستكون 12 ديناصورا و 18 ماعزا في بداية شهر شباط. و عند التعويض مكرر في $f(x,y)$ سنحصل على العدد في بداية مارس و عند التعويض عن الناتج في $f(x,y)$ مكررا سنحصل على عدد الديناميكا ماثلا و الماعز في باية شهر نيسان، و هكذا..

بصورة عامة عند الاعتماد على سيناريو معينة بإمكاننا وصف التطبيق الذي يمثل النظام الدينامي بأي عدد من المتغيرات، أما الزمن يمكن ان يكون بالسنوات او الأشهر او حتى أجزاء الثانية او الاف السنين. و بغض النظر لو كانت p هي حالة النظام عند لحظة من الزمن فان $f(p)$ ستكون حالة النظام بعد اول خطوة من الزمن الذي انقضى. و ان دينمية النظام نكتب بدلالة متتابعة الحالات:

$$p, f(p), f(f(p)), f(f(f(p))), \dots$$

للتبسيط اكثر دعنا نتخيل ان لدينا نظاما يمكن التعبير عنه بالدالة ذات المتغير الواحد

$$f(x) = 2x(1-x), x \in (0,1)$$

ماذا سيحدث لو نختار اية x بين 0 و 1 و نعوضها في f و نعوض $f(x)$ في f مرة أخرى و هكذا! لو كانت $25x = 0$ سيكون لدينا

$$f(0.25) = 0.37, f(0.375) = 0.46875, \dots$$

أي انه لو بدأنا النظام بقيمة ابتدائية هي 0.25 فاننا سنحصل على قيمة تقترب الى 0.5 مع انقضاء الوقت. في الحقيقة انه سيحصل الشئ نفسه عندما نأخذ قيمة ابتدائية أخرى بين 0 و 1. كما هو الحال في كومة الرمل.

2. مثال اخر

ان الدالة $f(x) = 2x(1-x)$ مثال لنظام دينمي لكنها لا تمثل مثال لنظام فوضوي. دعنا نغير قليلا فيها و نكتبها بالصيغة:

$$g(x) = 4x(1-x)$$

وفجأة ستكون الدينامية اكثر اثارة للاهتمام. لاية قيمة ابتدائية تسمى نقطة صامدة ستكون g ستوك

$$g(0.75) = 0.75, g(g(0.75)) = 0.75, \dots$$

وهكذا.

بإمكاننا أيضا غلق التكرارات بعد دورة معينة: فمثلا عند $x = 0.90451$ نحصل على:

$$g(0.90451) = 0.3459, g(0.3459) = 0.90451, g(0.90451) = 0.3459, \dots$$

و هكذا. كذلك يمكن الحصول على دورة طولها 3. في الحقيقة توجد نقطة ابتدائية x التي تجعل للدالة $g(x)$ دورة باي طول.

بالإضافة الى كل هذه الاحتمالات فانه يوجد هناك المزيد. حيث انه لبعض القيم الابتدائية لا توجد هناك

تكرارات ابداء، و لا تقترب النتائج اتجاه اية قيمة. كما هو الحال مع المثال $f(x)$.

في الواقع تبدو متتابعة الاعداد و كأنها تقفز قفزات عريضة حول المكان و لا تستقر ابداء.

ما الذي يجعل النظام الدينامي المتمثل بالدالة $g(x) = 4x(1-x)$ جديرا بالاهتمام. مع انه في الواقع اما يجعله

فوضويا حقا هو ليس مجرد وجود هذه الاحتمالات التي لا تعد و لا تحصى لكن هو صعوبة التمييز بينها. فانه

لو اخذنا قيمتين ابتدائيتين للمتغير x متقاربتين جدا، فاننا سنلاحظ بعد عدد من التعويضات ان كل مسار لاحدهما يختلف عن الاخر نهائيا.

تسمى هذه الخاصية للدالة g الحساسية للشروط الابتدائية. و هي احد الصفات المميزة للفوضى .
و هو الامر الذي أراد مالكولم توضيحه باستخدام قطرات الماء على يد د سائلر في حديقة جورسية . ان نتائج هذه الحساسية ملفتة للنظر في عالمنا الحقيقي. نفرض لو اننا اردنا التنبؤ عن الحالة المستقبلية للطقس، يمكن قياس وضعه الحالي بعدها نستخرج تكرارات النظام بعد التعويض عن القيمة الابتدائية للوضع الحالي. فلو كانت قياساتنا للوضع الحالي غير دقيقة قليلا جدا فانه ستكون النتيجة مختلفة جدا عن القيمة الحقيقية بعد عدد قليل من التكرارات، و هذا سيضعف حالة التنبؤ للنظام الدينامي الذي يعبر عن الطقس.

تسمى الظاهرة اعلاه بتأثير جناح الفراشة. و هي عبارة لرأى الفوضى ادورد لورنز منذ عام 1972. ان الشيء المذهل هو ان عدم القدرة على التنبؤ تنشأ من نظام حتمي اذ ان الدالة التي تعبر عن النظام الدينامي تخبرنا بالضبط ماذا ستكون القيمة التالية و لا شيء متروك للعشوائية لكن بالوقت نفسه ان التنبؤ الدقيق لا يزال مستحيلا. لوصف هذه الحالة الغريبة استخدم لورنز مفهوم الفوضى .

الفوضى عندما يخبرنا الحاضر عن المستقبل لكن الحاضر التقريبي لا يخبرنا عن المستقبل التقريبي. و يمكن ملاحظة الدينامية الفوضوية في كثير من الظواهر من حركة الموائع الى مجتمع الحشرات و حتى مسارات الكواكب في نظامنا الشمسي. يمكن القراءة عن الفوضى و النظم الدينامية في [1] و [2]

3. هل نلوم الفوضى؟

الشيء الصحيح الذي صورته الفوضى لحديقة جورسية هو التنبؤ بانها بدأت تعاني من انحلال تدريجي في الترتيب. ان الدالتين f و g هما عنصران في المجموعة

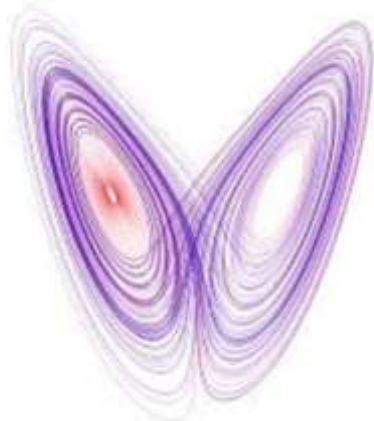
$$\{h_r, r \text{ is a constant}\}$$

فلو تخيلنا ان h_r هي قرص يشبه قرص الراديو و تدريجاته هي قيم r . اذا بدانا بتدوير القرص نبدا بقيمة r مساوية الى 2 فزيادة فيم r سنلاحظ ان دينمية h_r ستصبح اكثر تعقيدا و ليس فوضويتها.

لا يزال مالكولم متاكدا قليلا من تشخيصه ان الفوضى هي سبب الانهيار المأساوي الترايدي لحديقة جورسية. و في اثناء الفوضى التي تحدد قدرة التنبؤ هناك الكثير من المتغيرات الطبيعية التي تعطينا الكثير من التفسيرات لعدم التنبؤ في الطبيعة. احد تلك القضايا ان الكثير من أنظمة الكون معقدة . من المحتمل انه ليس صحيحا ان مجتمعات الديناصورات و الماعز في جزيرة معينة يحدد عددها في شهر عددها في الشهر الذي يسبقه. لان هناك بعض العوامل البيئية تلعب دور في ذلك .حضور او وجود بعض الحيوانات مثلا او بعض الامراض او وجود الطعام للفريسة، و هذا لا يعني ان العلاقة بين فريسة و مفترس لا يمكن نمذجتها بنظام دينامي رياضي، لكن هذا النظام يحتاج الى عدد من المتغيرات. كيف يمكننا معرفة ان هناك عدة عوامل يجب اخذها بنظر الاعتبار؟ و هل ان جميع تلك العوامل مجتمعة تقيس اية قدرة ؟ ان تلك القضايا التي تنشأ من أنظمة معقدة يمكن ان تؤدي

الى عدم القدرة على التنبؤ حتى لو لم توجد فوضى. هناك سبب اخر محتمل لعدم التنبؤ هو العشوائية. بصورة عامة هناك تقارب بين الفوضى و العشوائية لكن في الرياضيات نلاحظ شيئين مختلفين, و يلخص لورنز في حكمته النظام الفوضوي هو حتمي و بالتالي فان حالته المستقبلية يمكن ان تحددها الظروف الراهنة. و عندما تدخل العشوائية فانه لا يمكن ان تحصل الحتمية .

هناك خاصية أخرى للأنظمة الفوضوية ليس لها علاقة مباشرة بعدم التنبؤ و علينا ان نميزها عن العشوائية. في الوجود او الحضور العشوائية او الفوضى. لو وضعنا قيما ابتدائية فانها ستنمو و تتطور على شكل مسارات غير متكررة و لا مستقرة. في النظام الفوضوي تبدو تلك المسارات بحركات رائعة لتعطي اشكال جميلة حتى وان احتوت على قفزات , يسمى الرياضيات تلك الاشكال بالجاذب الغريبة و لها اثر بارز في حديقة جورسية. الشكل في الأسفل هو مثال لجاذب غريب نشأ من نظام فوضوي دينامي يأخذ ثلاثة متغيرات كمدخلات لتخرج ثلاثة متغيرات كمخرجات. و بالتالي فان تطور قيمة ابتدائية فيه يعبر عنها كطريق في الفضاء ثلاثي البعد. هذا الشكل الفني الرائع الذي ظهر وسط حالة من عدم الترتيب والاضطراب هو احد مفاجآت نظرية الفوضى. لمزيد من المعلومات حول الجاذب الغريبة انظر المصدر [3].



4. دعنا نرجع الى حديقة جورسية

و الان هل ان الفوضى هي التي حطمت حديقة جورسية [4] كما تتبأ مالكولم. ربما نعم و ربما لا! هناك مواقف في الفلم تتطور بطريقة غير متوقعة, لكن ليس لدينا سبب يعزو عدم التنبؤ هذا الى الفوضى ام العشوائية. بطريقة ما هذا يقلل من مصداقية مالكولم كشخصية من ناحية أخرى. انها تسلط الضوء بصورة مباشرة على نقطة كان يركز عليها باصرار. ان الفهم الكامل للنظام الدينامي كما هو على طبيعته امر صعب جدا ان يأتي بصورة مباشرة و ان صفات نظام ما كترتيبه او عشوائيته او فوضويته او تعقيده نادرا ما تقدم نفسها بصورة مباشرة. علينا دائما ان نكون دقيقين و حذرين بان لا نخطئ في درجة فهمنا للنظام الدينامي حتى وان كانت درجة الخطأ

قليلة جدا , لضمان تنبؤ صحيح وثابت. ان الثقة في مستقبل الكثير من المواقف الدينامية كعرض جون هامونت الكارثي لخلقه حديقة جورسية هو إشارة ليس للفهم و انما للخطورة.

Conflict of Interests.

There are non-conflicts of interest .

المصادر

1. Steven Strogatz. Nonlinear Dynamics and Chaos with Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering. 2014, CRC Press.
2. Luis Barrera, Claudia Valls. Dynamical Systems: An Introduction. 2013, Springer, New York.
3. Harriett Hawkins. Strange Attractors. 1995, Pizntice Hall, New York.
4. Michael Crichton. Jurassic. 2012, Kindle Edition, New York.