Al Kut Journal of Economics and Administrative Sciences /ISSN: 1999 -558X /ISSN Online 2707-4560/ Vol (15) Issue: 47-2023 (June)

AL KUT JOURNAL OF ECONOMIC AND ADMINISTRATIVE SCIENCES
Publisher: College of Economics and Management - Wasit University

# تقدير واختبار أنموذج انحدار زاوي بخطأ توزيع فون موزيس للبيانات الدائرية

# Estimation and testing of an angular regression model with the Von-Mises distribution error for circular data

https://doi.org/10.29124/kjeas.1547.20

**علي محمد جواد[1]** **أ.د جاسم ناصر حسين[2]**

Alimomj411@gmail.com Jhnassir@gmail.com

**المستخلص ( Abstract)**

تُعدّ دراسة المتغيرّات الدائرية من العمليات المهمّة في وقتنا الحاضر؛ لوجود الظواهر التي توصف بهذه الطريقة. و يعدّ الانحدار الزاوي من أهمّ الأساليب الإحصائية لتمثيل هذا النوع من الظواهر، وتوصف طريقة الإمكان الأعظم من أهمّ الطرائق التي تستعمل لتقدير معالمه. لذا تضمّنَتْ الدراسة استعمال أنموذج الانحدار الزاوي البسيط بخطأ يتّبع توزيعا دائريا هو توزيع فون ميزيس وتقدير المَعْلَمات بطريقة الإمكان الأعظم، واختبار جودة التوفيق للأنموذج بشكل عامّ، من خلال اقتراح اختبار يعتمدُ بشكل أساس على توزيع فيشر. وتَمَّ تطبيق ذلك على متغيّرين دائريين هما: اتّجاه الرياح في مدينة الناصرية كمتغيّر معتمد، واتّجاه الضغط الجوي المرتفع كمتغيّر مستقلّ. وبيّنت النتائج أنّ الأنموذج مثَّلَ البيانات بصورة صحيحاً من خلال اجتياز الأنموذج المقدّر لاختبار جودة التوفيق، و العلاقة بين اتّجاه الضغط الجوي المرتفع واتّجاه الرياح في مدينة الناصرية هي علاقة طردية، فكُلّما زادت قياس الزاوية الخاصّة باتّجاه الضغط الجوي المرتفع زاد قياس الزاوية الخاصّة باتّجاه الرياح في مدينة الناصرية، وكُلّما قلّ قياس الزاوية اتّجاه الضغط الجوي المرتفع يقلّ في مدينة الناصرية .

**Abstract**

The study of circular variables is one of the important processes in our present time because of the phenomena that are described in this way. Therefore, the study included the use of a simple angular regression model with an error that follows a circular distribution, which is the Von Mises distribution, and estimating the parameters in the greatest possible way, and testing the quality of reconciliation of the model in general by proposing a test that depends mainly on the Fisher distribution . This was applied to two circular variables, the wind direction in the city of Nasiriyah as a dependent variable and the direction of high atmospheric pressure as an independent variable. The results showed that the model represented the data correctly by passing the estimated model to test the quality of reconciliation, and that the relationship between the direction of high atmospheric pressure and the direction of the wind in the city of Nasiriyah is a direct relationship, i. The city of Nasiriyah and the smaller the angle measure in the direction of the high atmospheric pressure, the lower it is in the city of Nasiriyah.

## 1-منهجية البحث

### 1-1 المقدّمة:

يهتمُّ الكثيرُ من الباحثين عند تحليل مجموعة من المتغيّرات بالوصول إلى طبيعة العلاقة التي تربط بين هذه المتغيّرات ، ويعدّ تحليل الانحدار واحدًا من أهمّ الموضوعات التي تدرسُ شكل العلاقة بين متغيّر واحد يسمّى المتغيّر التابع، و واحد أو أكثر من المتغيّرات التي تسمّى المتغيّرات المستقلّة. ويمكن وصف البيانات الدائرية: بأنّها البيانات التي تكون على شكل متّجهات تجمعها نقطة أصل واحدة ،وتقاس بالقياس الزاوي، إذ يمثّلُ بُعْدُ كُلّ متّجهٍ عن المتّجه المحدّدِ بالاتّجاه الصفر، واتّجاه الدوران مقدار الزاوية التي تدلّ على اتّجاه ذلك المتّجه ، وأقلّ مقدار من الممكن أنْ تأخذُهُ هذه الزاوية هو الصفر درجة، وأعلى مقدار هو 360 درجة ، مختلفة عن بيانات الخطّة الاعتيادية التي يكون مداها بين $(\infty, \infty-)$. و مقدار هذه الزاوية لا يعكس مقدار الإزاحة بين المتّجه الصفري والمتّجه نفسه، فنجد أكبر إزاحة هي عندما يكون مقدار الزاوية 180 ،وليس 360 التي تُعدّ أقلّ إزاحة بينها وبين المتّجه الصفري ، فمقدار الزاوية يعتمد بصوره دقيقة على أمرين: الأول هو النقطة التي تحدّد ليمرّ بها الاتّجاه الصفر، والثاني هو اتّجاه الدوران، هل هو باتّجاه دوران عقارب الساعة أو عكس اتّجاه دوران عقارب الساعة.

### 1-2 هدف البحث:

يهدف البحث إلى تقدير مَعْلَمات أنموذج الانحدار الزاوي بافتراض أنّ الخطأ الناتج من القيم الحقيقة والقيم التقديرية يتّبع توزيعاً دائرياً هو توزيع فون ميزيس، وكذلك اختبار معنوية العلاقة بين المتغيّر التابع والمتغيّر المستقلّ لتحديد هل العلاقة المُقدّرة هي علاقة معنوية أم لا .

**3-1 مشكلة البحث:**

تكمـــن مشـــكلة البحـــث فـــي نـــوع البيانـــات إذْ تختلـــف البيانـــات الدائريـــة عـــن نظيرتهـــا الخطيـــة الاعتياديـــة، ومِـــنْ ثـــمّ يجـــب إيجـــاد طريقـــة مختلفـــة للتعامّـــل معهـــا بمـــا يتناســـب مـــع طبيعتهـــا. وعنـــدما يـــراد دراســـة تـــأثير متغيّـــر دائـــري علـــى متغيّـــر دائـــري آخـــر يجـــب أنْ تختلـــف الصـــيغة الرياضـــية لتقـــدير العلاقـــة بـــين هذين المتغيّرين، وكذلك طريقة اختبار العلاقة المُقدّرة.

**2- الجانب النظري:**

**1-2 مفهوم الانحدار الزاوي البسيط:**

عنـــدما تكـــون لـــدينا ظـــاهرة مـــا فـــي الطبيعـــة أو فـــي الحيـــاة تعتمـــد علـــى متغيـــرّات تَـــمّ قياســـهم بمقـــاييس دائريـــة ( علـــى شـــكل زاويـــة محصـــورة قيمهـــا بـــين ( الصـــفر درجـــة و 360 درجـــة )، و عـــدد هـــذه لمتغيـــرّات هـــو اثنـــان فقـــط أحـــدهم متغيّـــر مســـتقلّ (Independent variable)، و الآخـــر متغيّـــر تـــابع (Dependent variable) يعتمـــد فـــي قيمـــه علـــى المتغيّـــر المســـتقلّ، أو يتـــأثّر بتغيّـــر قـــيم للمتغيّـــر المســـتقلّ. ولمعرفـــة مقـــدار هـــذا التـــأثير و اتّجاهـــه و التنبُّـــؤ بقـــيم المتغيّـــر التـــابع المســـتقبلية يســـتعمل أنموذج الانحدار الزاوي البسيط.

**2-2 أنمـوذج الانحـدار الـزاوي البسـيط بخطـأ فـون ميـزيس[3][5][4] Simple circular regression model by von Mises error**

تَمّ اقتـراح هـذا الأنمـوذج فـي عـامّ (2004) مـن قبـل Hussain, A.G ,et، وهـو مشـابه تمامًـا لأنمـوذج الانحـدار البسـيط ،وفكرتـه مـأخوذة منـه ، ففـي الانحـدار البسـيط يتـوّزعُ الخطـأ توزيعـاً طبيعيـا، ولمّـا كـان توزيـع فـون ميـزيس (von mises) يُعـدّ بمثابـة التوزيـع الطبيعـي للبيانـات الدائريـة تَـمّ افتـراض أنّ الخطـأ يتـوّزع توزيـع فـين ميزيس (von mises). ويمكن كتابة الأنموذج بالشكل الآتي :

$$y_i = \alpha + \beta x_i + e_i \quad (\text{model } 2\pi) \qquad \dots\dots \quad (1)$$

إذْ إنّ

$y_i$ تمثّلَ المتغيّر المعتمد (التابع ) (Dependent variable)

$x_i$ تمثّلَ المتغيّر المستقلّ (independent variable)

$\alpha$ تمثّلَ الحدّ الثابت للأنموذج .

$\beta$ تمثّلَ الميل الحدّي للأنموذج .

$e_i$ تمثّلَ الخطأ العشوائي الذي يتّبع توزيع فون ميزيس بمتوسّط دائري مقداره صفر و مَعْلَمَة تركيز (k) .

### أولا: تقدير المَعْلَمات الأنموذج[1][2][3] Estimating model parameters

لتقدير معالم هذا الأنموذج نستعمل طريقة الإمكان الأعظم، على فرض أنّ الخطأ الناتج من الفرق بين القيمة الحقيقية والقيمة لتقديرية يتّبع توزيع فين ميزيس (von mises)، وبهذا يمكن القول أنّ مشاهدات المتغيّر التابع هي الأخرى تتّبع توزيع فين ميزيس بمتوسّط دائري مُقدّرة $E(y) = \alpha + \beta x$ ، وبشكل عامّ ولعيّنة حجمها (n) يأخذ المتغيّر التابع (y) المشاهدات الآتية ( $y_1, y_2, \dots\dots y_n$ )، وأنّ دالّة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) لكُلّ مشاهدة من مشاهدات المتغيّر المعتمد لهذه العيّنة يمكن أنّ توضّع بدلالة المعالم المُقدّرة وكما يأتي :

$$f(y_1) = \frac{1}{2\pi\, I_{0(k)}} e^{\{k\cos(y_1-\alpha-\beta x_1)\}}$$

$$f(y_2) = \frac{1}{2\pi\, I_{0(k)}} e^{\{k\cos(y_2-\alpha-\beta x_2)\}}$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$f(y_n) = \frac{1}{2\pi\, I_{0(k)}} e^{\{k\cos(y_n-\alpha-\beta x_n)\}}$$

و على فرض استقلال مشاهدات المتغيّر المعتمد الواحدة عن الأخرى، لذا فإنّ دالّة الكثافة الاحتمالية المشتركة ( j.p.d.f) لمشاهدات المتغيّر المعتمد جميعها هي عبارة عن حاصل ضرب دوال الكثافة الاحتمالية المفردة للمشاهدات المتغيّر المعتمد وكما يأتي :

$$f(y_1, y_2 \dots . y_n) = \frac{1}{2\pi\, I_{0(k)}} e^{\{k\cos(y_1-\alpha-\beta x_1)\}} * \frac{1}{2\pi\, I_{0(k)}} e^{\{k\cos(y_2-\alpha-\beta x_2)\}}$$

$$* \dots\dots\dots..* \frac{1}{2\pi\, I_{0(k)}} e^{\{k\cos(y_n-\alpha-\beta x_n)\}}$$

$$f(y_1, y_2 \dots . y_n) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{2\pi\, I_{0(k)}} e^{\{k\cos(y_i-\alpha-\beta x_i)\}}$$

$$f(y_1, y_2 \dots . y_n) = \frac{1}{(2\pi I_{0(k)})^n} e^{\sum_{i=1}^{n}\{k\cos(y_i-\alpha-\beta x_i)\}}$$

$$\ln f(y_1, y_2 \dots . y_n) = -n\ln(2\pi) - n\ln(I_{0(k)}) + \sum_{i=1}^{n}\{k\cos(y_i-\alpha-\beta x_i)\}$$

ولجعـل دالّـة الإمكـان الأعظـم بأقصـى احتمـال ممكـن يسـتوجب أخـذ المشـتقّة لجزئيـة الأولـى للمَعْلَمـات المطلـوب تقديرها جميعها وكما يأتي :

$$\frac{d\ln f(y_1, y_2 \ldots. y_n)}{d\alpha} = \sum_{i=1}^{n} \{k \sin(y_i - \alpha - \beta x_i)\}$$

$$\frac{dln\, f(y_1, y_2 \ldots. y_n)}{d\beta} = \sum_{i=1}^{n} \{k \sin(y_i - \alpha - \beta x_i)x\}$$

$$\frac{dln\, f(y_1, y_2 \ldots. y_n)}{dk} = \frac{-n\, I_{1(k)}}{I_{0(k)}} + \sum_{i=1}^{n} \{\cos(y_i - \alpha - \beta x_i)\}$$

إذْ إنّ $I_{1(k)}$ تمثَّلَ المشتقّة الأولى لـ $I_{0(k)}$

و بمساواة جمع المعادلات للصفر تصبح بالشكل الآتي :

$$k \sum_{i=1}^{n} \{\sin(y_i - \alpha - \beta x_i)\} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$k \sum_{i=1}^{n} \{\sin(y_i - \alpha - \beta x_i)x\} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

$$\frac{-n\, I_{1(k)}}{I_{0(k)}} + \sum_{i=1}^{n} \{\cos(y_i - \alpha - \beta x_i)\} = 0 \qquad \ldots\ldots\ldots.(4)$$

من المعادلة (2) و باستعمال القاعدة الآتية :

$$\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \qquad \ldots\ldots\ldots \qquad (5)$$

نحصل على الآتي :

$$\sum_{i=1}^{n} \{\sin(y_i - \beta x_i) \cos \alpha \; - cos(y_i - \beta x_i) \sin \alpha\} = 0$$

$$\cos \alpha \sum_{i=1}^{n} \sin(y_i - \beta x_i) - \sin \alpha \sum_{i=1}^{n} cos(y_i - \beta x_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sin(y_i - \beta x_i) - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \sum_{i=1}^{n} cos(y_i - \beta x_i) = 0$$

ولمّا كان : $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$

$$\sum_{i=1}^{n} \sin(y_i - \beta x_i) - \tan\alpha \sum_{i=1}^{n} cos(y_i - \beta x_i) = 0$$

$$\tan\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sin(y_i - \beta x_i)}{\sum_{i=1}^{n} cos(y_i - \beta x_i)}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{\sum_{i=1}^{n} \sin(y_i - \beta x_i)}{\sum_{i=1}^{n} cos(y_i - \beta x_i)}$$

$$\hat{\alpha} = \begin{cases} tan^{-1}(\frac{S}{c}) & if\ c > 0\ and\ \ s \geq 0 \\ tan^{-1}\left(\frac{S}{c}\right) + \pi & if\ c < 0 \\ tan^{-1}\left(\frac{S}{c}\right) + 2\pi & if\ c \geq 0\ and\ \ s < 0 \\ \text{undefined} & \text{if } c = 0 \text{ and } s = 0 \end{cases} \qquad \dots\dots\dots\dots \qquad (6)$$

إذْ إنّ :

$$s = \sum_{i=1}^{n} \sin(y_i - \beta_0 x_i)$$

$$c = \sum_{i=1}^{n} \cos(y_i - \beta_0 x_i)$$

$\beta_0$ تمثّلَ قيمة أولية للحلّ للمَعْلَمَة المُقدّرة $\beta$

أمّا $\beta$ فيمكن الحصول عليها من الصيغة الآتية :

$$\hat{\beta}_1 \approx \beta_0 + \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sin(y_i - \hat{\alpha} - \beta_0 x_i)}{\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 \cos(y_i - \hat{\alpha} - \beta_0 x_i)} \qquad \dots\dots\dots \qquad (7)$$

و $\hat{k}$ يمكن أنّ نحصل عليها من القانون الآتي :

$$\hat{k} = A^{-1}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \cos\left(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i\right)\right) \qquad \dots\dots\dots\dots \qquad (8)$$

إذْ إنّ $A^{-1}$ هي نسبة دالّة Bessel modified من النوع الأول من الترتيب الأول، و النوع الأول من الترتيب الصفري لَمَعْلَمَة التركيز k في توزيع فين ميزيس ، وقد أعطى (Dobson) في عامّ 1978 تقديرات تقريبية بسيطة

للحصول على $A^{-1}$. وهي كما مبيّنة في ما يأتي :

$$A^{-1}(w)=\begin{cases} 2w+w^3+0.833w^5 & w<0.53 \\ -0.4+1.39w+0.43(1-w)^{-1} & 0.53\le w<0.85 \\ (w^3-4w^2+3w)^{-1} & w\ge 0.85 \end{cases} \quad \ldots \ (9)$$

### ثانيا: اختبار الأنموذج بشكل عامّ [2][3][6] General model test

لاختبار الأنموذج بشكل عامّ سنقترح اختبار يعتمد على توزيع F لاختبار أنموذج الانحدار الزاوي وبيان مدى معنوية العلاقة بين المتغيّر المستقلّ والمتغيّر المعتمد وحسب الفرضية الآتية:

فرضية العدم : العلاقة المُقدّرة غير معنوية

… … … (10)

الفرضية البديلة : العلاقة المُقدّرة معنوية

من خلال قيمة S التي تساوي $(n-\sum_{i=1}^{n}\cos(y_i-\hat{\alpha}-\hat{\beta}x_i))$ والتي يمكن أنّ تُكتب بالشكل الآتي :

$$s=n-\sum_{i=1}^{n}\cos(y_i-\hat{y}_i) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

ومن المعلوم أنّ أعلى قيمة يمكن أنْ يأخذها المقدار $\cos(y_i-\hat{y}_i)$، هي الواحد الصحيح عندما يكون الفرق بين القيمة الحقيقية والقمة التقديرية يساوي صفر، أيّ لو تطابقت القيم الحقيقية جميعها مع القيم التقديرية فإنّ ناتج المقدار $\sum_{i=1}^{n}\cos(y_i-\hat{y}_i)$ مساوٍ إلى n ، وبهذا يكون ناتج قيمة S مساويا للصفر، وهي الحالة المثالية للأنموذج، أيّ أنموذج بدون خطأ . أمّا أقلُّ قيمة يمكن أنّ يأخذها المقدار $\cos(y_i-\hat{y}_i)$ فهي سالب واحد، عندما يكون الفرق بين القيمة الحقيقية والتقديرية إمّا $180^\circ$ أو سالب $180^\circ$ ؛ لأنّ جيب تمام هذين المقدارين يساوي سالب واحد، فعندما تكون الفروق جميعها بين القيم الحقيقية والتقديرية مساوية $180^\circ$، وهي أكبر مسافة بين القيمة الحقيقية والمتوقّعة ممكنة في حالة البيانات الدائرية، يكون ناتج قيمة S يساوي 2n ،وهو أكبر مقدار ممكن للخطأ في الأنموذج . ولو أخذنا قيمة الفرق بين القيمة الحقيقية والمتوقّعة مساوٍ إلى $90^\circ$ أو سالب $90^\circ$ فإنّ قيمة $\cos(y_i-\hat{y}_i)$ تساوي صفر ، ومِنْ ثمّ فإنّ ناتج المقدار $\sum_{i=1}^{n}\cos(y_i-\hat{y}_i)$ يساوي صفر أيضا، ومنه فإنّ قيمة S تساوي n . نلاحظ ممّا تقدّم كُلّما كان الفرق بين القيمة الحقيقة والقيمة التقديرية كبيراً كان مقدار قيمة S كبيراً أيضا، وكُلّما كان الفرق بين القيمة الحقيقية والتقديرية صغيراً كان مقدار قيمة S صغيراً أيضا. لذلك يمكن أنّ تمثّل المقدار $s=n-\sum_{i=1}^{n}\cos(y_i-\hat{y}_i)$ ، وهو يمثِّلَ الانحرافات غير الموضّح للأنموذج الدائري المقدّر، وسنرمز له بالرمز $(S_E)$. أمّا الانحرافات الموضّحة فيمكن أنّ تُمثّلَ بالمعادلة بالشكل الآتي :

$$s=n-\sum_{i=1}^{n}\cos(\hat{y}_i-\bar{y})$$

وكُلّما كانت القيم المُقدّرة قريبة من الوسط الحسابي الدائري، كانت قيمة S أصغر، وكُلّما كانت القيم المُقدّرة بعيدة عن وسطها الدائري كَبُرَتْ قيمة s ،وسنرمز للانحرافات الموضّحة بالرمز ($S_R$). ولمّا كان المقدار (2K S) يتّبع توزيع مربع كاي حسب ما بين (Mardia)، فيمكن تعميم ذلك على كُلٍّ من الانحرافات الموضّحة ($S_R$)، والانحرافات غير الموضّحة ($S_E$) ، ويكون لكُلٍّ من المقدار ($2KS_R$) والمقدار ($2KS_E$) توزيع مربع كاي بدرجة حرية تساوي واحد و (n-1) على التوالي. و لإيجاد صيغة الاختبار نقوم بقسمة المقدار ($2KS_R$) على المقدار ($2KS_E$) كلاً على درجة حريته وكما يأتي:

$$\frac{2\mathrm{K}S_R/_1}{(2\mathrm{K}S_E)/_{\mathrm{n}-1}} = \frac{(\mathrm{n}-1)S_R}{S_E} = \mathrm{F}$$

$$F_{(1,n-1)} = \frac{(\mathrm{n}-1)S_R}{S_E} \qquad \dots\dots\dots \qquad (12)$$

ونقارنها مع قيمة F الجدولية بدرجة حرية (1, n-1) و مستوى معنوية معيّن، فإذا كانت قيمة Fالمحسوبة أكبر من قيمة F الجدولية نرفض فرضية العدم، أيّ إنّ العلاقة المُقدّرة معنوية. أمّا إذا كانت قيمة F المحسوبة أصغر من قيمة F الجدولية فلا نرفض الفرضية الصفرية، أيْ إنّ العلاقة المُقدّرة غير معنوية .

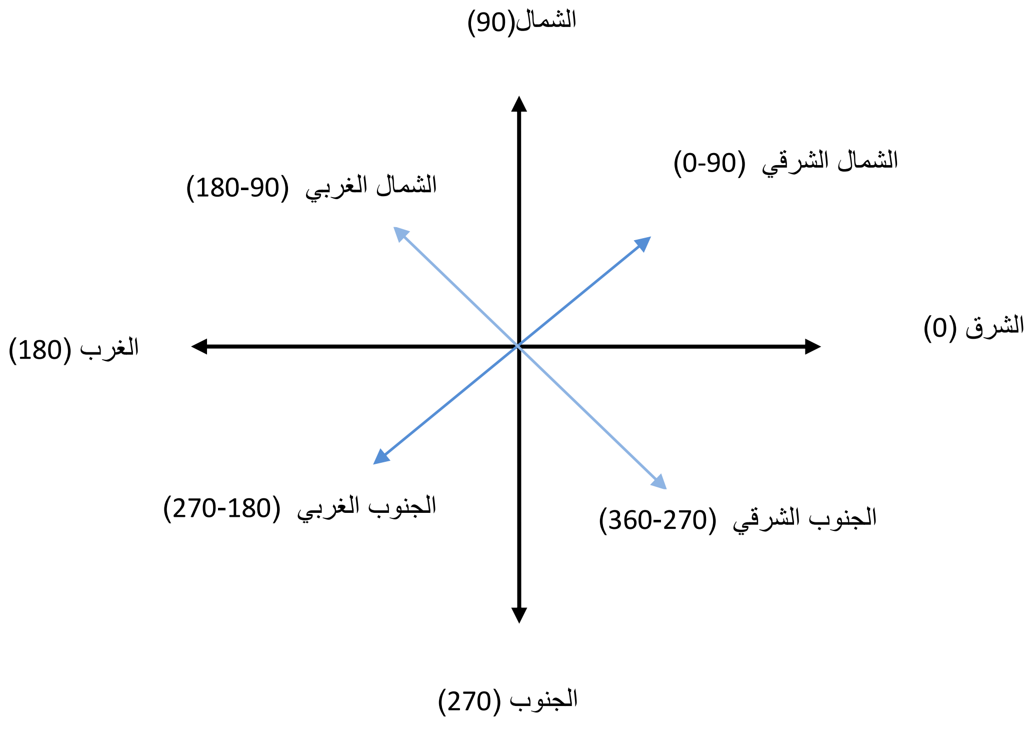
**3– الجانب العملي**

نظراً لأهمّية اتّجاه الرياح عند التخطيط لإنشاء مصدّات الرياح؛ لتفادي خطر الرياح القوية أو التقليل من الأتربة أو الأوساخ التي تحملها، فضلاً عن أنّ معرفة اتّجاه الرياح يساعد في توجيه تدفّق الهواء داخل المنازل أو المباني ،واختيار أماكن النوافذ التي يَتُمّ فتحها. ولمّا كانت بيانات اتّجاه الرياح هي بيانات دائرية تتطابق مع طبية البيانات اللازمة للدراسة، تمّ تَمّ اختيار التطبيق في هذا الجانب ، وسَيتُمّ تطبيق أنموذج الانحدار الزاوي البسيط بخطأ يتّبع توزيع فين موزيس على اتّجاه الرياح في مدينة الناصرية (مركز محافظة ذي قار) والضغط الجوي المرتفع. تَمّ أخذ البيانات من دائرة الأحوال الجوية في مدينة الناصرية لشهر كانون الثاني من سنة 2023 . وتَمّ تحديد اتّجاه الرياح من خلال تحديد مصدرها، والجهة التي تهبّ منها، أيْ إنّ الرياح التي تهبُّ من الشمال إلى الجنوب تسمّى رياحاً شمالية، وعندما تكون الرياح شمالية غربية مثلاً تكون قادمة من الشمال الغربي نحو الجنوب الشرقي .

**1-3 وصف البيانات Data description**

تَمّ أخذ البيانات على شكل أربع قراءات في اليوم الواحد، و تَمّ تقسيم اليوم على أربع أرباع، كُلّ ربع له مدّتهُ الزمنية ست ساعات ، الربع الأول يبدأ من الساعة (12:00 ليلا ) إلى الساعة (6:00 صباحا )، والربع الثاني من الساعة (6:00 صباحا ) إلى الساعة (12:00 ظهرا )، والربع الثالث يبدأ من الساعة (12: ظهرا ) إلى الساعة (6:00 مساءً، الربع الرابع فيبدأ من الساعة (6:00 مساءً ) إلى الساعة (12:00 ليلا) .وتَمّ عَدّ اتّجاه الشرق الاتّجاه الصفري والدوران عكس اتّجاه عقرب الساعة، أيّ عندما يكون اتّجاه الرياح باتّجاه

الشـرق يأخذ الزاويــة صـفراً أو 360 ، وعنمـا يكـون اتّجـاه الريـاح باتّجـاه الشـمال يأخـذ الزاويــة (90)، وعنـدما يكـون باتّجـاه الغـرب يأخـذ الزاويـة (180)، فـي حـين إذا كـان اتّجـاه الريـاح نحـو الجنـوب تكـون الزاويـة (270). أمّـا إذا كـان اتّجـاه الريـاح بـين أيٍّ مـن الاتّجاهـات فإنّـه يأخـذ قيـاس زاويـة بينهمـا أيضـا . أيْ لـو كـان اتّجـاه الريـاح شـمالي شـرقي سـتكون قيمــة الزاويــة بـين (الصـفر و 90 ) ، وإذا كــان اتّجـاه الريــاح شـمال غربــي فــإنّ قيــاس الزاويــة يكــون بـين (90 إلــى 180 ) ، وإذا كــان اتّجـاه الريــاح جنــوب غربــي فسـيكون قيـاس الزاويــة بـين (180 إلــى 270 ). وأمّـا اذا كــان اتّجـاه الريـاح جنـوب شـرقي فـإنّ قيـاس الزاويـة يكـون بـين (270 إلــى 360 ) وكمـا موضّح بالشكل (1)لآتي :




**الشكل (1)**

**الاتجاهات وقياس الزاوية الخاصّة بها**

### 3-2- النتائج **Results**

تَـمّ اسـتعمال لغـة البرمجـة (R)، و كـذلك البرنـامج المعـروف مايكروسـوفت – اكسـل (Microsoft Excel) فــي اسـتخراج النتــائج التــي تَـمّ الحصــول عليهـا مـن تقـدير المَعْلَمـات، وكـذلك الاختبـارات التـي تخـصّ أنمـوذج الانحـدار الـزاوي البسـيط بخطـأ يتّبـع توزيـع فـين مـوزيس، وسَـيُتمّ مناقشـتها مـع تبويبهـا فـي جـداول ليسـهل تحليلهـا وفهمها وهي كما يأتي .

**أولا : تقدير مَعْلَمات النماذج: Estimation of model parameters**

سيَتُمّ تقدير المَعْلَمَتين ($\alpha$) و ($\beta$) لأنموذج الانحدار الزاوي البسيط بخطأ يتّبع توزيع فون ميزيس، إذ سيكون اتّجاه الرياح في مدينة الناصرية هو المتغيّر المعتمد، وسنرمز له بالرمز (Y) والضغط الجوي المرتفع، هو المتغيّر المستقلّ، وسنرمز له بالرمز (X). و باستعمال المعادلات الخاصّة بتقدير المَعْلَمات لهذا الأنموذج تَمّ الحصول على التقديرات الآتية التي سنعرضها على شكل معادلة:

$$y_i = 6.666 + 0.857\ x_i + \epsilon_i \qquad \dots\dots\dots \quad (13)$$

من خلال المعادلة المُقدّرة السابقة نجد أنّ قيمة المَعْلَمَة المُقدّرة ($\alpha$) تساوي (6.666)، والتي تُمثّلُ قيمة الميل الحدّي ،أيّ قيمة المتغيّر المعتمد (اتّجاه الرياح في مدينة الناصرية ) تساوي (6.666)، عندما تكون قيمة المتغيّر المستقلّ (الضغط الجوي المرتفع ) يساوي صفر . أمّا قيمة المَعْلَمَة المُقدّرة ($\beta$)، والتي تساوي ( 0.857) و تعني أنّ قيمة المتغيّر المعتمد تتغيّر بمقدار ( 0.857) عند تغيّر المتغيّر المستقلّ بمقدار درجة واحدة، بعباره أخرى كُلّما تغيّر اتّجاه الضغط الجوي المرتفع بمقدار درجة واحدة فإنّ اتّجاه الرياح في مدينة الناصرية يتغيّر مقدار ( 0.857) درجة ، ونلاحظ من المعادلة التقديرية أنّ العلاقة بين اتّجاه الرياح في مدينة الناصرية و الضغط الجوي المرتفع هي علاقة طردية. أمّا قمة مَعْلَمَة التركيز (k) فتساوي (0.72).

**ثانيا : اختبار جودة التوفيق للأنموذج المُقدّر Quality-of-fit test for estimated model**

لاختبار العلاقات المُقدّرة للأنموذج الذي تَمّ تقديره سنختبر الفرضية (10)، والتي تَنُصّ فرض العدم منها على أنّ العلاقة المُقدّرة غير معنوية. أمّا الفرض البديل فيَنصُّ على أنّ العلاقة المُقدّرة معنوية، و تَمّ حساب المقادير الضرورية لإجراء الاختبار. وهي كما موضّحة في الجدول الآتي :

**الجدول (1)**

**اختبار جودة التوفيق لأنموذج الانحدار الزاوي بخطأ فون ميزيس**

| $SS_E$ | $MS_e$ | $SS_R$ | $MS_R$ | $F_{المحسوبة}$ | $F_{الجدولية}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 42.17 | 0.346 | 44.3 | 44.3 | 128.03 | 3.92 |

نلاحظ من الجدول رقم (1)أنّ قيمة F المحسوبة أكبر من قيمة F الجدولية بمستوى ثقة مقداره (0.95)، ودرجة حرية للبسط مقدارها واحد، وللمقام مقدارها (122)، فيكون القرار هو رفض فرضية العدم، أيْ إنّ العلاقة المُقدّرة من أنموذج الانحدار الزاوي البسيط بخطأ يتّبع توزيع فون ميزيس، هي علاقة معنوية ومثّلتْ البيانات بصورة صحيحة.

**4-الاستنتاجات والتوصيات:**

من خلال تطبيق طريقة التقدير للمَعْلَمات، و اختبار جودة التوفيق للأنموذج يمكن الإشارة إلى بعض الاستنتاجات التي توصّل إليها الباحث والتوصّيات التي يعتقد أنّها ضرورية.

**1-4 الاستنتاجات:**

1- من خلال معادلة أنموذج الانحدار الزاوي البسيط بخطأ فون ميزيس نجد أنّ العلاقة بين اتّجاه الضغط الجوي المرتفع واتّجاه الرياح في مدينة الناصرية هي علاقة طردية، أيّ كُلّما زادت قياس الزاوية الخاصّة باتّجاه الضغط الجوي المرتفع زاد قياس الزاوية الخاصّة باتّجاه الرياح في مدينة الناصرية ،وكُلّما قلّ قياس الزاوية لاتّجاه الضغط الجوي المرتفع يقِلّ في مدينة الناصرية .

2- من قيمة المَعْلَمَة المُقدّرة ($\beta$) التي تقترب من الواحد نجد أنّ ليس هناك اختلاف كبير في الاتّجاه بين الضغط الجوي المرتفع واتّجاه الرياح في مدينة الناصرية.

3- من اختبار العلاقة نجد أنّ العلاقة كانت معنوية الأنموذج تمثّلُ البيانات بصورة صحيحة.

**2-4 التوصيات**

1- من خلال النتائج التي حقّقها أنموذج الانحدار الزاوي البسيط بخطأ يتّبع توزيع فون ميزيس نوصي باستعمال هذا الأنموذج في التعرّف على نوع العلاقة بين متغيّرين دائريين

2- نوصي بتوسيع نطاق الأنموذج ليتعدّد عدد المتغيّرات المستقلّة بدل استعمال متغيّر مستقلّ واحد.

3- نوصي بتوسيع طريقة اختبار الأنموذج من خلال اختبار مدى معنوية المعالم المُقدّرة كُلّ مَعْلَمَة على حدّة.

**المصادر**

**أولاً : المصادر العربية:**

1. **مي مصطفي قسم الله العبيد. (2019.)** ،" الحلول التحليلية والعددية لبعض المعادلات التفاضلية الخطّية ,(Doctoral dissertation) جامعة البطانة كُلّية الدراسات العليا.

**ثانياً : المصادر الاجنبية**

2. **Abuzaid, A. H. (2013).** On the influential points in the functional circular relationship models with an application on wind data. Pakistan Journal of Statistics and Operation Research,333-342
3. **Allahham, N. (2015).** ON THE SIMPLE ANGULAR REGRESSION MODEL WITH WRAPPED CAUCHY ERROR (Doctoral dissertation, Al Azhar University-Gaza).

4. **Hussin, A. G., Fieller, N. R. J. and Stillman, E. C. (2004).** Linear regression for circular variables with application to directional data. Journal of Applied Science & Technology.
5. **Kato, S., Shimizu, K., & Shieh, G. S. (2008).** A circular–circular regression model. Statistica Sinica, 633-645.
6. **Mardia, K. V. (1972).** Statistics of directional data Academic Press. New York, 357.