استعمال الطرائق اللامعلمية في تقدير دالة المعولية (دراسة مقارنة)

أ.د. حامد سعد نور * م.م. رواء صالح محمد **

المستخلص:

تم في هذا البحث تقدير دالة المعولية للتوزيع الاسي العام بطريقة الإمكان الأعظم (MLE) ، والطرائق اللامعلمية وهي طريقة كيرنل (Kem) وكابلن مير (KM) اللامعلميتين في تقدير دالة المعولية ، فضلاً عن الطريقة المقترحة وذلك من اجل الوصول الى افضل طريقة في تقدير دالة المعولية باستخدام اسلوب المحاكاة بطريقة مونت كارلو وقد تم الاعتماد على متوسط مربعات الخطأ(MSE) والذي من خلاله تم الوصول الى الطريقة الافضل في التقدير وهي طريقة كيرنل (Kem) اللامعلمية.

Abstract :

In this research function reliability of the distribution of exponential general way Maximum likehood method (ML) has been estimated and compared with my way of kernel (Kem) and Kaplan Mir (Km) Nonparametric in estimating function reliability in order to get the best way to assess the function reliability using simulation manner Monte Carlo has been relying on mean squer error (MSE) and through which access to the best way to estimate a way Kernel Nonparametric.

المقدمة:

إن التطور الذي يشهده العالم خاصة في حقل العلم والتكنولوجية، أدى الى ظهور الكثير من الأجهزة الالكترونية والمعدات والمكائن المعقدة التي تستخدم في مجالات عديدة مثل الطب والهندسة والصناعة وحقول الاتصالات والملاحة الفضائية وغيرها.

وبطبيعة الحال ان هذه الاجهزة قابلة للعطل وهذا من شأنه أن يوقف العمل بها مما يؤدي الى تزايد النفقات وانخفاض الانتاج وبالتالي الى خسائر بشرية ومعنوية ومادية وضياع في الوقت واضراراً اخرى. لذلك فان قياس معّولية Reliability أي جهاز من شأنه ان يكون أساساً لتطوير معظم هذه الاجهزة ومن هنا تأتي اهمية المعّولية Reliability في حياتنا العملية، فمعرفة المعّولية Reliability لكل ماكنة او جهاز في اي معمل او منشأ يجعل بالامكان التنبؤ بالعدد الامثل الكلي للمكائن والاجهزة العاملة والعاطلة في اي وقت، فضلاً عن دراسة تأثير العطلات والتوقفات الفجائية التي تتعرض لها المكائن او الاجهزة اثناء عملها، والبحث عن الطرائق والاساليب التي تضمن لهذه المعدات والمكائن تحقيق الاهداف التي صممت أو أستخدمت من أجلها، فضلاً عن مقارنة معّولية المنتوج الحالية مع معّولية المنتوج السابقة وذلك لمعرفة مدى التطور او التدهور في المنتوج.

وعند معرفة توزيع أوقات الفشل لآي ماكنة او جهاز فمن السهولة حساب المعّولية Reliability لها بالاعتماد على الطرائق المعلمية الأعتيادية المعروفة، لكن زيادة تعقيدة الاجهزة والمعدات وخاصة الالكترونية والميكانيكية منها، وصعوبة تحديد توزيع أوقات الفشل للماكنة او الجهاز، فضلاً عن الافتراض الخاطئ للتوزيع المعلمي Parametric methods المستخدم يؤدي بالطرائق الاحصائية المعلمية الى استنتاجات خاطئة وبالتالي يعطي نتائج غير جيدة وتقديرات غير كفوءة.

* الجامعة المستنصرية / كلية الادارة والاقتصاد .
** الجامعة المستنصرية / كلية الادارة والاقتصاد .

مقبول للنشر بتأريخ 2013/7/22
مستل من أطروحة دكتوراة

وللأسباب آنفة الذكر أجبرت الباحثين الى استخدام طرائق أكثر تطوراً من الطرائق المعلمية لتحليل البيانات، وهي الطرائق اللامعلمية Nonparametric methods، وهي من الطرائق الاحصائية الاستدلالية التي يمكن استخدامها للتوصل الى استنتاجات بشأن المجتمع في ضوء العينة بغض النظر عن نوع التوزيع النظري لذلك المجتمع، إذ لاتتطلب هذه الطرائق أية افتراضات او معلومات حول خصائص التوزيع للمجتمع، في حين تتطلب الطرائق المعلمية ذلك، فضلاً عن الوقت المستغرق لتحليل البيانات بهذه الطرائق يكون أقل مما في الطرائق المعلمية، وبالتالي يؤدي الى الاسراع في الحصول على النتائج .

الجانب النظري

المقدمة Introduction :

في هذا البحث تم أفتراض التوزيع الأسي العام توزيعاً لبيانات الفشل، حيث تم التطرق الى مفهوم التوزيع وخصائصه، ومن ثم ايجاد مقدر الامكان الاعظم لدالة المعّولية لهذا التوزيع، فضلاً عن أستخدام بعض الطرائق اللامعلمية لتقدير دالة المعّولية وهي طريقة كيرنل (KEM) وطريقة كابلن – مير (K.M)، وتم أقتراح طريقة جديدة ، لغرض مقارنتها مع الطرائق اللامعلمية مستخدمة.

التوزيع الأسي العام : Generalized Exponential Distribution[5]

يعّرف هذا التوزيع بالتوزيع الأسي العام generalized exponential distribution، (أو التوزيع الأسي الأسي) distribution exponentiated exponential، وهو توزيع مهم لتحليل بيانات الفشل قدمه الباحثان (Gupta , Kundu) في عام (1999) وهو حالة خاصة من توزيع ويبل الأسي ذي الثلاث معلمات عندما تكون معلمة الشكل الثنائية مساوية للواحد، علماً ان توزيع ويبل الأسي ذي الثلاث معلمات هو حالة خاصة من الصنف العام للتوزيعات الأسية، التي قدمها الباحث (Gupta) بالصيغة الآتية:

$$F(t) = \, [\, G(t)]^{\alpha} \qquad \ldots\ldots(2-1)$$

إذ أن :

$G(t)$: دالة التوزيع للتوزيع الاعتيادي.

α : معلمة الشكل shape parameter المضافة للتوزيع الاعتيادي.

$F(t)$: دالة التوزيع الأسي العام الجديد.

وعليه فان دالة التوزيع التراكمية للتوزيع الأسي العام تكون بالصيغة الأتية :

$$F(t\,;\,\alpha\,,\lambda) = \left[\,1 - \,e^{-\lambda t}\right]^{\alpha} \qquad ,\alpha,\lambda,t > 0 \qquad \ldots\ldots(2-2)$$

إذ أن :

تكون بالصيغة الآتية :$F(t,\lambda)$

$$F(t,\lambda) = \left[1 - \,e^{-\lambda t}\right]$$

λ : معلمة القياس scale parameter للتوزيع الأسي.

وللحصول على دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الأسي العام نشتق دالة التوزيع التراكمية في معادلة رقم (2-2) بالنسبة الى (t) لتكون بالصيغة الآتية :

$$F(t\,;\alpha,\lambda) = \alpha\lambda e^{-\lambda t}\left[1 - e^{-\lambda t}\right]^{\alpha-1} \qquad ,\alpha,\lambda,t > 0 \qquad \ldots(2-3)$$

أما دالة المعولية لتوزيع الأسي العام تعرف بالصيغ الآتية :

$$R(t) = 1 - F(t)$$

$$R(t) = 1 - \left[\,1 - \,e^{-\lambda t^{1}}\right]^{\alpha} \qquad \ldots\ldots(2-4)$$

طرا ئق التقدير Methods of estimation :

إن طرائق تقدير دالة المعّولية مختلفة منها التي تعتمد على معرفة توزيع البيانات وتعرف بالطرائق المعلمية والاخرى لاتعتمد على معرفة توزيع البيانات وتعرف بالطرائق اللامعلمية، وفي هذا البحث سيتم تقدير دالة المعّولية بطريقة معلمية واحدة وهي طريقة الامكان الاعظم، فضلاً عن الطريقتين اللامعلميتين والطريقة المقترحة .

1- الطريقة المعلمية The parametric method :

طريقة الامكان الأعظم Maximum like hood method (ML) [7]

يعد العالم **R.A. Fisher** من أوائل من طبق هذه الطريقة من خلال ابحاثه الكثيرة، وان هذه الطريقة تهدف الى جعل دالة الامكان للمتغيرات العشوائية أعظم مايمكن، وتستخدم هذه الطريقة غالباً لتقدير معلمات التوزيع لانها تمتلك خواص جيدة بكونه مقدات كفوءة وتمتلك خاصية اقل تباين ممكن، فضلاً عن خاصية مهمة جداً هي خاصية الثبات Invariant property، وتكون أكثر دقة من طرائق التقدير الآخرى ولاسيما عند زيادة حجم العينة (n). فاذا كانت $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ هي مفردات عينة عشوائية بحجم (n) لأوقات الفشل، ومسحوبة من مجتمع يمتلك دالة احتمالية معلومة $f(t;\alpha,\lambda)$ عندئذ تعرف دالة الامكان الاعظم لبيانات العينة بأنها التوزيع المشترك لتلك البينات بـ (L)، ولتي يمكن كتابتها بالصيغة الآتية :

$$L=\prod_{i=1}^{n} f(t\,,\alpha\,,\lambda)$$

لوجود صفة الاستقلالية بين العينات المسحوبة فأن :

$$L=f(t_1,\alpha,\lambda).f(t_2,\alpha,\lambda)\dots..f(t_n,\alpha,\lambda)$$

وبذلك دالة الامكان للتوزيع الأسي العام تصبح كالآتي :

$$L(t_1,t_2,\dots,t_n,\alpha,\lambda)=\alpha^n\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}\prod_{i=1}^{n}\left(1-e^{-\lambda t_i}\right)^{\alpha-1}$$

$$t,\alpha,\lambda>0 \quad ,i=1,2,\dots,n \qquad \dots(2-5)$$

وباخذ اللوغارتيم الطبيعي للطرفين فان المعادلة تصبح كالاتي :

$$\ln(L)=n\ln(\alpha)+n\ln(\lambda)-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i+(\alpha-1)\sum_{i=1}^{n}\ln\left(1-e^{-\lambda t_i}\right) \qquad \dots(2-6)$$

وبالاشتقاق الجزئي لمعادلة (2-6) بالنسبة الى (α) نحصل على الآتي :

$$\frac{\partial\ln(L)}{\partial\alpha}=\frac{n}{\alpha}+\sum_{i=1}^{n}\ln\left[1-e^{-\lambda t_i}\right] \qquad \dots\dots(2-7)$$

وبمساواة المشتقة للصفر نحصل على مقدر الامكان الاعظم بالنسبة (α) وكالآتي :

$$\therefore \quad \hat{\alpha}_{MLE}=-\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln\left[1-e^{-\hat{\lambda}t_i}\right]} \qquad \dots\dots(2-8)$$

ويمكن الحصول على مقدر الامكان الاعظم بالنسبة لـ (λ) من خلال تعويض معادلة رقم (2-8) في معادلة (2-6) وبمساواة المشتقة بالصفر نحصل على الاتي :

$$\therefore\hat{\lambda}_{MLE}=\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{t_i e^{-\hat{\lambda}t_i}}{1-e^{-\hat{\lambda}t_i}}}{\sum_{i=1}^{n}\left[\ln\left(1-e^{-\hat{\lambda}t_i}\right)\right]}+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{t_i}{1-e^{-\hat{\lambda}t_i}}\right](2-9)$$

ولصعوبة حل المعادلة (2-9) بالطرائق الاعتيادية لانها غير خطية ولكن يمكن حلها بأحدى طرائق التحليل العددي.

ومن خلال الطريقة التكرارية نيوتن- رافسون(Newton-Raphson method) نحصل على مقدر الامكان الاعظم لـ λ_k وبتعويضها في معادلة (2-8)، نحصل على $\hat{\alpha}_{MLE}$ ، وحسب الخطوات الآتية:

- يتم احتساب قيمة ابتدائية لـ (λ) ولتكن λ_k .
- يتم تعويض λ_k في المعادلة رقم (2-9) .
- يتم حساب المشتقة للمعادلة رقم (2-9)، ثم يتم التعويض في صيغة نيوتن - رافسون الآتية :

$$\lambda_{k-1}=\lambda_k-\frac{\lambda_{MLE}}{(\lambda_{MLE})'}$$

- يتم التوقف عندما يكون الفرق المطلق

$$|\lambda_{k+1}-\lambda_k|<\epsilon$$

إذ أن :

ϵ: هو عدد صغير جداً .

يتم اختيار λ_k كمقدر لـ λ وبعدها نعوض $\hat{\lambda}_{MLE}$.

في المعادلة رقم (2-8) نحصل على $\hat{\alpha}_{MLE}$ والتي تمثل مقدر الامكان الاعظم للتوزيع الأسي العام وعليه يمكن الحصول تقدير دالة المعّولية وبالاعتماد على خاصية الثبات التي تمتاز بها هذه الطريقة وكالآتي :

$$\hat{R}_{MLE}(t) = 1 - \left[1 - e^{-\hat{\lambda}_{MLE}t}\right]^{\hat{\alpha}_{MLE}} \qquad \dots\dots(2-10)$$

إذ أن :

$\hat{R}_{MLE}(t)$: مقدر دالة المعّولية بطريقة الامكان الاعظم .

2- الطرائق اللامعلميةNonparametric methods :

اولاً : طريقة مقدر كيرنل:Kernel estimator methods (KEM) [1],[6]

يعد مقدر كيرنل (Kernel estimator) من المقدرات اللامعلمية لتقدير دوال الكثافة والدوال التجميعية ودالة المعّولية ودوال الطيف والانحدار وغيرها تم اقتراحه من قبل الباحثان Rosenblatt and (Parzen) والهدف من استخدام هذا المقدرّ هو لغرض تعديل البيانات بالشكل الذي يجعل الحصول على مقدرات ذات صفات تتقارب مع خواص المعلمات الحقيقية، وهناك أنواع مختلفة من دوال Kernel اللامعلمية في هذا المبحث سيتم استخدام دوال Kernel من نوع Gaussion والمعرفة بالصيغة الآتية:

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\,\pi}}\,exp\left(\frac{-u^2}{2}\right) \qquad , \qquad 0 \le u \le 1 \dots.(2-11)$$

وعلى الرغم من ان دوال كيرنل (Kernel) مهمة للحصول على مقدرات تتقارب مع الخواص الاستدلالية الاحصائية إلا أن الباحث (Hardle) أكد على ان اختيار الدوال ليس بالخطوة الأهم في طريقة التقدير بل اختيار المعلمة التمهيدية (h)عرض الحزمة(bandwith) هو الأهم، أي أن أختيار عرض الحزمة الملائم يرادف اختيار دالة كيرنل Kernel الأفضل.

ان استخدام مقدر كيرنل Kernel يتطلب تحديد المعلمة التمهيدية (h)، إذ أن هذه المعلمة تؤثر بشكل كبير في التحيز والتباين وان زيادة المعلمة التمهيدية يؤدي الى زيادة التحيز وتقليل التباين والعكس صحيح، ونتيجة لذلك تؤثر المعلمة التمهيدية في درجة تمهيد المنحنى المقدر واقترابه من المنحنى الحقيقي.

ان المعلمة التمهيدية تمثل عدد موجب ودالة بدلالة حجم العينة وتحقق الشروط الآتية :

$$\left.\begin{array}{ll} 1. & \lim\limits_{n\to\infty} h = 0 \\ 2. & \lim\limits_{n\to\infty} h = \infty \end{array}\right\} \qquad \dots\dots(2-12)$$

وسيتم في هذا البحث ايجاد مقدر كيرنل Kernel ذو المعلمة التمهيدية الثابتة Fixed Bandwidth (2) بافتراض ان $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ عينة من المشاهدات المستقلة والمتماثلة التوزيع فأن دالة كثافة لـ Kernel (Kernel) تعرف كالاتي:-

$$\hat{f}_{K.F}(t) = \frac{1}{n\,h}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{t - T_i}{h}\right) \qquad \dots\dots(2-13)$$

إذ أن :

$K(u)$: تمثل دالة Kernel ، وهي دالة حقيقية متماثلة محددة ومستمرة وتحقق الشروط الآتية :

$$\left.\begin{array}{ll} 1. & \int_{-\infty}^{\infty} K(u)du = 1 \\ 2. & \int_{-\infty}^{\infty} u\,K(u)du = 0 \\ 3. & \int_{-\infty}^{\infty} u^2\,K(u)du > 0 \end{array}\right\} \qquad \dots\dots(2-14)$$

t: يمثل زمن تقدير دالة المعّولية.

h : تمثل المعلمة التمهيدية (bandwidth) الثابتة وتقدر حسب الخطوات الآتية[1] :

$$\hat{h}_{opt} = 1.06\,\hat{\sigma}n^{-1/5} \qquad \dots\dots(2-15)$$

إذ أن :

$\hat{h}_{opt}$: المعلمة التمهيدية الثابتة المثلى optimum.

$$\hat{\sigma} = min\left[S\,, \frac{\hat{Q}}{1.349}\right] \qquad \dots\dots(2-16)$$

وان :

S : الانحراف المعياري للعينة .

$$\widehat{Q} = X_{(0.25n)} - X_{(0.75n)} \qquad \ldots\ldots(2-17)$$

وعليه نحصل على مقدر دالة الكثافة Kernelومن هذا المقدر يمكن ان نحصل على مقدر الدالة التجميعية كالاتي :-

$$\widehat{F}_{(K.F)}(t) = \frac{1}{n\,h}\sum_{i=1}^{n}\int_{-\infty}^{t} K\left(\frac{y-T_i}{h}\right) dy \qquad \ldots\ldots(2-18)$$

وبالتالي يمكن الحصول على تقدير دالة المعّولية لـ (Kernel) وحسب الصيغة الآتية:

$$\widehat{R}_{(K.F)}(t) = 1 - \left[\frac{1}{n\,h}\sum_{i=1}^{n}\int_{-\infty}^{t} K\left(\frac{y-T_i}{h}\right) dy\right] \qquad \ldots(2-19)$$

إذ أن :

$\widehat{R}_{(K.F)}(t)$: تقدير دالة المعّولية لـ Kernel ذو المعلمة التمهيدية الثابتة.

ثانياً: طريقة كابلن – مير : Kaplan – Meier methods (K.M) (2)،(3)

تعتبر هذه الطريقة من أهم طرائق التقدير اللامعلمية، وذلك لملائمتها لمختلف بيانات طول الحياة سواء كانت في الميادين الطبية (لقياس جزء من حياة المرضى لفترة زمنية معينة)، أو الميادين الصناعية (يقيس المهندس الوقت حتى حصول الفشل الذي يصب المنتج او الماكنة).وان تقدير دالة المعّولية وفق هذه الطريقة يعرف كالآتي:

$$\widehat{R}_{K.M}(t_i) = \prod_{t_i \le t}\left[1 - \frac{1}{n_i}\right] \qquad \ldots\ldots(2-20)$$

إذ أن :

$\widehat{R}_{K.M}(t_i)$: تقدير دالة المعّولية بطريقة كابلن- مير .

n_i: اعداد اوقات الفشل الباقية في الوقت t_i .

ثالثاً: الطريقة المقترحة : suggestion method [4]

أقترح الباحث Jani وفي عام (1991) طريقة لتقدير معلمات التوزيعات ودالة المعّولية وبالطرائق المعلمية أستخدمها في طريقة التقلص وكالآتي :

$$\widehat{R}_{(J.)}(t) = R_0(t)\left[1 + W\left(\frac{R_0(t)}{\widehat{R}(t)}\right)^{P}\right] \qquad \ldots\ldots(2-21)$$

إذ أفترض :

$$\widehat{W} = \left[\frac{\widehat{R}(t) - R_0(t)}{\widehat{R}(t)}\right]\left[\frac{\widehat{R}(t)}{R_0(t)}\right]^{(P+1)} \frac{\sqrt{n-P}}{n^{P}\sqrt{n-2P}} \qquad \ldots\ldots(2-22)$$

إذ أن :

$\widehat{R}_{(J.)}(t)$: تقدير Jani لدالة المعّولية

$R_0(t)$: قيمة أولية معلومة لدالة المعّولية.

$\widehat{R}(t)$: تقدير دالة المعّولية بأحدى الطرائق المعلمية .

* سيتم تطوير (صيغة مقترحة)، لهذه الطريقة باستخدام الاسلوب اللامعلمي وكالآتي :

$$\widehat{R}_{(sug.)}(t) = \widehat{R}_{(KEM)}(t)\left[1 + W\left(\frac{\widehat{R}_{(KEM)}(t)}{\widehat{R}_{(K.M)}(t)}\right)^{P}\right] \qquad \ldots\ldots(2-23)$$

إذ أن

$$\widehat{W} = \left[\frac{\widehat{R}_{(K.M)}(t) - \widehat{R}_{KEM}(t)}{\widehat{R}_{(K.M)}(t)}\right]\left[\frac{\widehat{R}_{(K.M)}(t)}{\widehat{R}_{KEM}(t)}\right]^{(P+1)} \frac{\sqrt{n-P}}{n^{P}\sqrt{n-2P}}$$

…….(2-24)

إذ أن:

$\widehat{R}_{(sug.)}(t)$: تقدير لامعلمي مقترح لدالة المعّولية.

$\widehat{R}_{(K.F)}(t)$: تقدير دالة المعّولية بطريقة Kernel.

$\widehat{R}_{(K.M)}(t)$: تقدير دالة المعّولية بطريقة Kaplan-Meier.

وأن:

$P \neq 0 \quad , \quad P \in R$

الجانب التجريبي :

سيتم استخدام المحاكاة بطريقة مونت كارلو،لغرض الوصول الى افضل طريقة في تقدير دالة المعولية حيث إن عملية المحاكاة تمثل عملية تشبيه وتقليد الواقع الحقيقي؛أي إيجاد صورة طبق الأصل من أي نظام او إنموذج من دون أخذ ذلك النظام أو الإنموذج نفسه . وسيتم تلخيص خطوات عملية المحاكاة كما يلي :-

1- تحديد القيم الافتراضية: تم اختيار ثلاثة احجام للعينات هي (n=10;15;20) ، وقيم مختلفة لمعلمات التوزيع وهي ($\lambda = 0.5, 1$) و ($\alpha = 1.5, 2$) ، وافتراض أن (P=1) .

2- توليد البيانات التي تتبع التوزيع الاسي : يتم توليد البيانات وفقاً لكل قيمة من قيم المعلمات الافتراضية وحجم العينة المحدد ويتم من خلال :

- توليد ارقام عشوائية U_i تتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة (1,0) .

$$U_i \sim U_{(0,1)} \quad , \quad i=1,\dots,n \qquad \dots\dots\dots(2-25)$$

اذ أن:

U_i : متغير عشوائي مستمر يتم توليده وفقاً للصيغة الاتية:

$$U = Rand$$

- تحويل البيانات المولدة والتي تتبع التوزيع المنتظم الى البيانات التي تتبع التوزيع الاسي العام وباستخدام دالة التوزيع التجميعية وحسب طريقة التحويل المعكوس:

$$F((t:\alpha,\lambda) = \left(1 - e^{-t\lambda}\right)^{\alpha} \qquad \dots\dots\dots(2\text{-}26)$$

$$U = \left(1 - e^{-t\lambda}\right)^{\alpha} \qquad \dots\dots\dots(2-27)$$

وباجراء بعض العمليات الحسابية البسيطة ينتج الاتي:

$$t = (-1/\lambda)\log\left(1 - U^{1/\alpha}\right) \qquad \dots\dots\dots.(2-28)$$

- يتم تقدير دالة المعولية بالطرائق المستخدمة في هذا البحث وبالاعتماد على t_i المولدة ، ولغرض الوصول الى المقدر الافضل فقد تم الاعتماد على المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) كأس للمقارنة والمبين بالصيغة الاتية:

$$MSE\left(\widehat{R}\,(t)\right) = \frac{\sum_{i=1}^{L}\left(\widehat{R}(t_i) - R(t_i)\right)^2}{L} \qquad \dots\dots\dots(2-29)$$

اذ أن:

(L=1000)، يمثل عدد مرات تكرار التجربة .

وبالاعتماد عاى البرنامج الذي تم كتابته باستخدام تطبيق MINATIB)، تم الحصول على الجدول (1) و(2) الاتيين:-

جدول (1)

يمثل قيم دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لجميع الطرائق واحجام العينات المستخدمة في البحث ولجميع الحالات المختلفة

Cases	n	ti	Real (R(t))	MLE	KEM	KM
$\alpha = 1.5$ $\lambda = 0.5$	10	0.1	0.989229	0.974672	0.909091	0.900000
		0.2	0.970644	0.945034	0.818182	0.800000
		0.3	0.948014	0.914359	0.727273	0.700000
		0.4	0.922823	0.883481	0.636364	0.600000
		0.5	0.895966	0.852807	0.545455	0.500000
	15	0.1	0.989229	0.999364	0.937500	0.930000
		0.2	0.970644	0.995154	0.875000	0.830000
		0.3	0.948014	0.985065	0.812500	0.730000
		0.4	0.922823	0.968180	0.750000	0.630000
		0.5	0.895966	0.944547	0.687500	0.530000
	20	0.1	0.989229	0.982040	0.952381	0.950000
		0.2	0.970644	0.950060	0.904762	0.850000
		0.3	0.948014	0.790644	0.857143	0.750000
		0.4	0.922823	0.698450	0.809524	0.650000
		0.5	0.895966	0.505035	0.761905	0.550000
$\alpha = 1.5$ $\lambda = 1$	10	0.1	0.989229	0.974672	0.99985	0.900000
		0.2	0.970644	0.945034	0.99890	0.800000
		0.3	0.948014	0.914359	0.98748	0.700000
		0.4	0.922823	0.883481	0.98229	0.600000
		0.5	0.895966	0.852807	0.97036	0.500000
	15	0.1	0.989229	0.999364	0.99945	0.930000
		0.2	0.970644	0.995154	0.98835	0.830000
		0.3	0.948014	0.985065	0.98633	0.730000
		0.4	0.922823	0.968180	0.97666	0.630000
		0.5	0.895966	0.944547	0.97044	0.530000
	20	0.1	0.989229	0.982040	0.99987	0.950000
		0.2	0.970644	0.950060	0.99946	0.850000
		0.3	0.948014	0.790644	0.98622	0.750000
		0.4	0.922823	0.698450	0.98590	0.650000
		0.5	0.895966	0.505035	0.98500	0.550000
$\alpha = 2$ $\lambda = 0.5$	10	0.1	0.989229	0.974672	0.99958	0.900000
		0.2	0.970644	0.945034	0.99491	0.800000
		0.3	0.948014	0.914359	0.99477	0.700000
		0.4	0.922823	0.883481	0.99452	0.600000
		0.5	0.895966	0.852807	0.98190	0.500000
	15	0.1	0.989229	0.999364	0.99998	0.930000
		0.2	0.970644	0.995154	0.99708	0.830000
		0.3	0.948014	0.985065	0.98946	0.730000
		0.4	0.922823	0.968180	0.98346	0.630000
		0.5	0.895966	0.944547	0.98107	0.530000
	20	0.1	0.989229	0.982040	0.99946	0.950000
		0.2	0.970644	0.950060	0.99830	0.850000
		0.3	0.948014	0.790644	0.99828	0.750000
		0.4	0.922823	0.698450	0.99314	0.650000
		0.5	0.895966	0.505035	0.99258	0.550000
$\alpha = 2$ $\lambda = 1$	10	0.1	0.989229	0.974672	0.99996	0.900000
		0.2	0.970644	0.945034	0.99994	0.800000
		0.3	0.948014	0.914359	0.99914	0.700000
		0.4	0.922823	0.883481	0.98647	0.600000
		0.5	0.895966	0.852807	0.96584	0.500000
	15	0.1	0.989229	0.999364	0.99964	0.930000
		0.2	0.970644	0.995154	0.99919	0.830000
		0.3	0.948014	0.985065	0.99866	0.730000
		0.4	0.922823	0.968180	0.99786	0.630000
		0.5	0.895966	0.944547	0.98243	0.530000
	20	0.1	0.989229	0.982040	0.99998	0.950000
		0.2	0.970644	0.950060	0.99906	0.850000
		0.3	0.948014	0.790644	0.99791	0.750000
		0.4	0.922823	0.698450	0.99666	0.650000
		0.5	0.895966	0.505035	0.99112	0.550000

جدول (2)
يبين قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) لجميع الطرائق واحجام العينات المستخدمة في البحث
ولجميع الحالات المختلفة

cases	n	ti	MLE	KEM	KM	BEST
$\alpha=1.5$ $\lambda=0.5$	10	0.1	0.0000080	0.0000000	0.0000000	Kem
		0.2	0.0000291	0.0000004	0.0000006	Kem
		0.3	0.0000615	0.0000010	0.0000023	Kem
		0.4	0.0001042	0.0000034	0.0000054	Kem
		0.5	0.0001568	0.0000073	0.0000101	Kem
	15	0.1	0.0000079	0.0000000	0.0000000	kem.km
		0.2	0.0000029	0.0000002	0.0000006	Kem
		0.3	0.0000015	0.0000008	0.0000023	Kem
		0.4	0.0000142	0.0000016	0.0000053	Kem
		0.5	0.0000568	0.0000013	0.0000100	Kem
	20	0.1	0.0000068	0.0000000	0.0000000	kem,km
		0.2	0.0000021	0.0000001	0.0000005	Kem
		0.3	0.0000013	0.0000002	0.0000023	Kem
		0.4	0.0000140	0.0000009	0.0000052	Kem
		0.5	0.0000168	0.0000012	0.0000099	Kem
$\alpha=1.5$ $\lambda=1$	10	0.1	0.0000050	0.0000000	0.0000004	Kem
		0.2	0.0000151	0.0000037	0.0000047	Kem
		0.3	0.0000282	0.0000100	0.0000165	Kem
		0.4	0.0000444	0.0000255	0.0000346	Kem
		0.5	0.0000641	0.0000525	0.0000600	Kem
	15	0.1	0.0000049	0.0000000	0.0000004	Kem
		0.2	0.0000150	0.0000002	0.0000045	Kem
		0.3	0.0000280	0.0000074	0.0000155	Kem
		0.4	0.0000441	0.0000255	0.0000341	Kem
		0.5	0.0000640	0.0000499	0.0000591	Kem
	20	0.1	0.0000045	0.0000000	0.0000002	Kem
		0.2	0.0000145	0.0000001	0.0000040	Kem
		0.3	0.0000275	0.0000018	0.0000139	Kem
		0.4	0.0000435	0.0000030	0.0000333	Kem
		0.5	0.0000630	0.0000442	0.0000590	Kem
$\alpha=2$ $\lambda=0.5$	10	0.1	0.0000095	0.0000000	0.0000000	kem,km
		0.2	0.0000365	0.0000002	0.0000000	Km
		0.3	0.0000787	0.0000003	0.0000003	kem,km
		0.4	0.0001348	0.0000019	0.0000009	Km
		0.5	0.0002035	0.0000024	0.0000023	Km
	15	0.1	0.0000095	0.0000000	0.0000000	kem,km
		0.2	0.0000365	0.0000001	0.0000000	Km
		0.3	0.0000787	0.0000003	0.0000003	kem,km
		0.4	0.0001348	0.0000009	0.0000008	Km
		0.5	0.0002035	0.0000024	0.0000022	Km
	20	0.1	0.0000090	0.0000000	0.0000000	kem,km
		0.2	0.0000360	0.0000000	0.0000000	kem,km
		0.3	0.0000780	0.0000001	0.0000002	Kem
		0.4	0.0000348	0.0000006	0.0000008	Kem
		0.5	0.0000235	0.0000017	0.0000021	Kem
$\alpha=2$ $\lambda=1$	10	0.1	0.0000083	0.0000002	0.0000000	Km
		0.2	0.0000279	0.0000010	0.0000008	Km
		0.3	0.0000542	0.0000011	0.0000039	Kem
		0.4	0.0000849	0.0000091	0.0000114	Kem
		0.5	0.0001192	0.0000237	0.0000239	kem
	15	0.1	0.0000080	0.0000002	0.0000000	km
		0.2	0.0000079	0.0000004	0.0000006	kem
		0.3	0.0000540	0.0000010	0.0000035	kem
		0.4	0.0000830	0.0000083	0.0000113	kem
		0.5	0.0001189	0.0000233	0.0000239	kem
	20	0.1	0.0000073	0.0000001	0.0000000	km
		0.2	0.0000078	0.0000003	0.0000006	kem
		0.3	0.0000520	0.0000007	0.0000030	kem
		0.4	0.0000820	0.0000071	0.0000108	kem
		0.5	0.0000189	0.0000213	0.0000230	mle

الاستنتاجات

من جدول رقم (1) و (2) تبين الاتي:-

1- أظهرت النتائج بان طريقة كيرنل (KEM) هي أفضل طريقة وذلك لانها حققت أقل (MSE) لجميع الحالات واحجام العينات المختلفة .

2- أظهرت النتائج بان الطريقة المقترحة كانت ثاني أفضل طريقة لانهاحققت ثاني اقل (MSE) لجميع الحالات واحجام العينات المختلفة .

التوصيات

1- يمكن تطبيق توزيعات اخرى ضمن العائلة الاسية ومقارنتها مع الطرائق اللامعلمية المستخدمة في هذا البحث.

2- يمكن استخدام دوال اخرى من دوال كيرنل (Kernel) لتطبيقها في تقدير دالة المعولية .

3- أستخدام الطريقة المقترحة في تقدير دالة المعّولية لتوزيعات أخرى

المصادر:

1- حمود، مناف يوسف، 2005، "مقارنة المقدرات اللامعلمية لتقدير دوال الكثافة الاحتمالية"، رسالة دكتوراه فلسفة في علوم الاحصاء مقدمة الى مجلس كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

2- العابدي، منى عباس ميسر، 2001، "دراسة وتحليل سرطان الثدي: كابلن-مير ونسبة كوكس"، رسالة ماجستير علوم في الرياضيات مقدمة الى مجلس كلية الرياضيات وعلوم الحاسوب، جامعة الكوفة.

3- Ebling, C.E,. 1997, "An introduction to reliability engineering and maintainability engineering", New York, McGraw-Hill companies.

4- Housila p. Singh, Sarjinder Singh, Jong-Min kim, 2012, "Some Alternative Glasses of Shrinkage Estimate for a Scale Parameter of the Exponential distribution", The Korean Journal of Applied Statistics, 25(2), 301-309 .

5- Khan, M.A., Hakkak, A.A. and Kumar, V., 2012, "Bayesian estimation of the parameter of Generalized exponential distribution using Markov chain monte carlo method in open Bugs for informative set of priors", Journal of arts. Science & commerce, vo;.III, Issue 2, pp.96-106.

6- Miladinovic, B., (2008), "Kernel density estimation of reliability with applications to extreme value distribution", university of south Florida, Scholar commons, theses and dissertations.

7- Nasiri, P., 2006, "" Estimation of parameters of generalized exponential distribution in person of oullier". by-email: http://www3.iam.metu.edu.tr/juergenlehn/nasiri.pdf.

……………………………………………………………………

…………………………………………………

……………………..