



**Tikrit Journal of Administrative
and Economic Sciences**

مجلة تكريت للعلوم الإدارية والاقتصادية

EISSN: 3006-9149

PISSN: 1813-1719



**New properties of expansion Inverse Weibull distribution with
Simulation**

Hayman Abdullah Mohammed*, Qasim Nasser Hussain

College of Education for Pure Sciences/Tikrit University

Keywords:

Marshall Olkin-Weibull H- family, The Quantile function, Order Statistic, R'enyi Entropy, inverse Weibull distribution.

ARTICLE INFO

Article history:

Received 12 Mar. 2024
Accepted 15 Apr. 2024
Available online 30 Jun. 2024

©2023 THIS IS AN OPEN ACCESS ARTICLE
UNDER THE CC BY LICENSE

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



*Corresponding author:

Hayman Abdullah Mohammed

College of Education for Pure
Sciences/Tikrit University



Abstract: In this paper, a new distribution of continuous distributions is presented by fitting the Inverse Weibull Distribution with the Marshal Olkin Weibull H-Family to obtain the new distribution called the Marshal Olkin Weibull Inverse Weibull Distribution. The cumulative distribution function (CDF) and the probability density function (PDF) for the new distribution, and the quantile function. Some statistical properties. The parameters of the new distribution are also estimated using the maximum likelihood method (MLE).

Simulation Study In this section of article, we discuss some simulations for different sample size to determine the efficiency of MLEs. The different methods have been derived for simulating a random variable like the inversion method, the rejection, acceptance sampling techniques, and many more from different probability distributions in the field of computational statistics. The Inversion method is considered the most powerful technique. We can simulate random variable Y.

خصائص جديدة لتوسيع توزيع معكوس ويبل مع محاكاة

قاسم ناصر حسين

هيمن عبدالله محمد

كلية التربية للعلوم الصرفة/جامعة تكريت

المستخلص

تم في هذا البحث تقديم خصائص جديدة لتوسيع توزيع معكوس ويبل وهو من التوزيعات المستمرة وذلك عن طريق تركيب توزيع معكوس ويبل Inverse Weibull Distribution مع عائلة مارشال اولكين ويبل The Marshal Olkin Weibull H- Family للحصول على التوزيع الجديد ويطلق عليه توزيع مارشال اولكين ويبل معكوس ويبل Marshal Olkin Weibull Inverse Weibull Distribution ونرمز له بالرمز (MOWIW).

وكذلك نقوم بدراسة بعض الخصائص الإحصائية والدوال مثل، دالة (البقاء)، ودالة (الخطر)، الإحصاءات المرتبة، ريني انثروبي، ثم بعد ذلك يتم عرض بعض الرسوم البيانية لبعض الدوال مثل ذلك (التوزيع التراكمي والكثافة الاحتمالية والبقاء والخطر) وكذلك باستخدام طريقة الأماكن الأعظم MLE يتم تقدير المعالم المجهولة للتوزيع الجديد.

وقد تم استخدام المحاكاة والتي هي من التقنيات الرقمية التي يمكن اجراء التجارب من خلال الكمبيوتر بحيث تتضمن هذه التقنية عدد من النماذج الرياضية وإن هذه النماذج الرياضية تصف سلوك أو نظام عمل معقد بفترة زمنية محددة أو معينة، لغرض الحصول على توزيعات تتميز بمرونة عالية. ويمكن وصفها بشكل آخر بأن عملية المحاكاة هي تقليد للواقع الحقيقي من خلال وصف الواقع بنماذج معينة بحيث إن هذه النماذج تكون مشابهة للواقع لتحقيق فهم أكبر قدر ممكن لهذا الواقع الحقيقي. وإن من أهم ما تتميز بها المحاكاة وهي تكرار التجربة لعدة مرات وبحجوم عينات مختلفة عن طريق تغيير المدخلات وإن هذه العينات التي يتم توليدها تكون مستقلة.

الكلمات المفتاحية: عائلة مارشال اولكين ويبل، دالة التجزئية، ريني انثروبي، الإحصاءات المرتبة، التوزيع معكوس ويبل.

1. المقدمة:

في الآونة الأخيرة، قام عدد كبير من المؤلفين ومنهم الباحثين (Hammed & Khaleel, 2023: 421) وكذلك قدم الباحثان في نفس السنة (Abd, F. H., & Hammed, S. S., 2023: 6). تعميمات لبعض التوزيعات الكلاسيكية لتوسيع شكلها الذي يكون أكثر مرونة لنمذجة البيانات الحقيقية. كما إن التوزيع معكوس ويبل له تطبيق أوسع في مجال الموثوقية والدراسات البيولوجية وكما إن هناك زيادة في الطلب على توسيع التوزيعات كونها تعطي نتائج إيجابية أكثر من سابقتها بزيادة عدد المعلمات فيها، والتي يمكنها التعامل مع مستويات مختلفة من الانحراف والخلل. علاوة على ذلك، قمنا بدمج توزيع معكوس ويبل مع عائلة مارشال اولكين ويبل ونأمل من خلال المحاكاة أن نحصل على نتائج ايجابية التي يمكن أن تناسب تقدير المعلمات التوزيع وتعطي من خلال الرسم البياني أشكالاً مختلفة لها ودالة معدل الخطر هذه النماذج المعممة لها تطبيقات أوسع في مجالات الموثوقية والهندسة.

وكما سندرس في هذا البحث كيفية وآلية اشتقاق التوزيع الجديد ودراسة بعض الخصائص الإحصائية التي تخصها، ولأجل ذلك أختارنا توزيع معكوس ويبل

Inverse Weibull Distribution التي تعد من أهم التوزيعات الأساسية المستمرة حيث أنها تمتلك معلمتان وهما معلمة القياس والشكل بناء على عائلة مارشال اوليكن والتي تتكون من معلمتين أيضا وحصلنا على توزيع جديد توزيع مارشال اوليكن ويبل معكوس ويبل تمتلك أربع معلمات اثنان منها معلمة الشكل والأخران معلمة القياس. كما وتناول بعض الصفات الاحصائية والدوال المهمة وسيتم التطرق إلى بعض الخصائص الإحصائية الدالة التجزئية (الكمية)، وتقدير معلمات التوزيع الجديد بطريقة الإمكان الأعظم MLE. فضلاً عن ذلك قمنا بعرض بعض الأشكال البيانية لدوال التوزيع الجديد. ونأمل أن يكون للتوزيع الجديد نتائج إيجابية المستخدمة في هذا البحث.

2. توزيع معكوس ويبل Inverse Weibull Distribution: قدم كل من (De Gusmao, 2011: 21)

أشكال دالة الكثافة الاحتمالية ودالة التوزيع العكسي الأساسي. معكوس ويبل (IW) وحظي التوزيع ببعض الاهتمام في المزيد من المؤلفات التي يمكن استخدامه فيها الانضباط الهندسي الموثوقية ونموذج مجموعة متنوعة من الفشل خصائص مثل وفيات الرضع والعمر الإنتاجي وفترات التآكل.

يمكن القول إن المتغير العشوائي يمتلك توزيع معكوس ويبل إذا كانت دالتي PDF و CDF على التوالي بالصيغة الآتية:

$$F(y) = e^{\frac{-\beta}{(\gamma)^{\gamma}}} \quad y \in \mathbb{R}^+ , \beta, \gamma > 0 \quad (1)$$

$$f(y) = \frac{\beta \gamma e^{\frac{-\beta}{(\gamma)^{\gamma}}}}{(y)^{\gamma+1}} \quad (2)$$

3.3 عائلة مارشال اوليكن: The Marshal Olkin Weibull H- Family

قدم (Ahmed Z. Afify, 2022: 2) وآخرون دالة الكثافة الاحتمالية ودالة التوزيع التراكمي للعائلة The Marshall–Olkin–Weibull-H family بالشكل:

$$G(y, \theta) = \frac{1 - e^{-\left\{ \frac{H(y)}{\bar{H}(y)} \right\}^{\rho}}}{1 - (1 - \theta) e^{-\left\{ \frac{H(y)}{\bar{H}(y)} \right\}^{\rho}}} \quad x \in \mathbb{R} \quad (3)$$

$$g(y, \theta) = \frac{\theta \rho h(y) (H(y)^{\rho-1}) \left(1 - e^{-\left\{ \frac{H(y)}{\bar{H}(y)} \right\}^{\rho}} \right)}{(\bar{H}(y))^{\rho+1} \left[1 - e^{-\left\{ \frac{H(y)}{\bar{H}(y)} \right\}^{\rho}} \right]^2} \quad (4)$$

حيث $\bar{\theta} = 1 - \theta$ و $\bar{H}(y) = 1 - H(y)$.

إذ نقوم بتعويض المعادلة رقم (1) في المعادلة رقم (3) لأجل الحصول على دالة التوزيع التراكمي CDF للتوزيع الجديد توزيع مارشال اوليكن ويبل معكوس ويبل Marshal Olkin Weibull Inverse Weibull Distribution وبذلك يتم استنتاج صيغة جديدة خاصة بالتوزيع الجديد والتي تكون كالآتي:

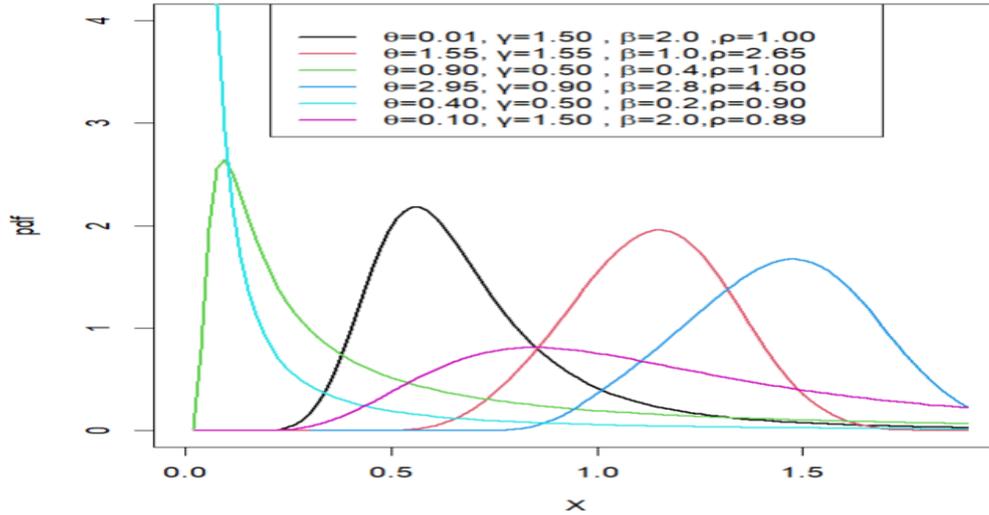
$$\theta \beta, \gamma, \rho > 0, y > 0 \quad G(y; \theta) = \frac{1 - e \left\{ - \left[\frac{-\beta}{e(\overline{y})^\gamma} \right]^\rho \right\}}{1 - (1-\theta)e \left\{ - \left[\frac{-\beta}{e(\overline{y})^\gamma} \right]^\rho \right\}} \quad (5)$$

نقوم بتعويض المعادلة رقم (1) و(2) إلى المعادلة رقم (4) لغرض الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الجديد فنحصل على الآتي:

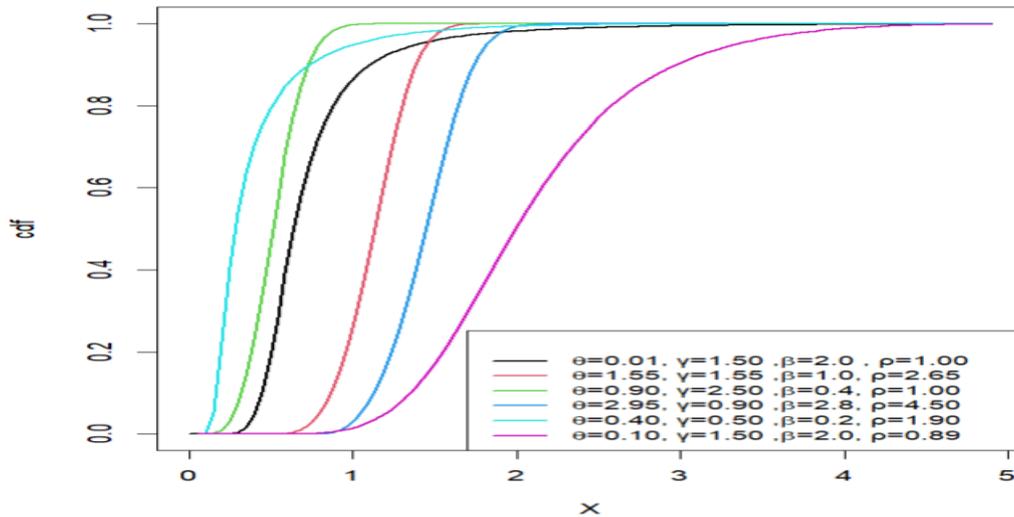
$$g(y; \theta) = \frac{\frac{\theta \rho \beta \gamma e \frac{-\beta}{(\overline{y})^\gamma}}{(\overline{y})^{\gamma+1}} \left(\left[e \frac{-\beta}{(\overline{y})^\gamma} \right]^{\rho-1} \right) \left(1 - e \left\{ - \left[\frac{-\beta}{e(\overline{y})^\gamma} \right]^\rho \right\} \right)}{\left(1 - e \frac{-\beta}{(\overline{y})^\gamma} \right)^{\rho+1} \left[1 - e \left\{ - \left[\frac{-\beta}{e(\overline{y})^\gamma} \right]^\rho \right\} \right]^2}$$

$$g(y; \theta) = \frac{\theta \rho \beta \gamma e \frac{-\beta}{(\overline{y})^\gamma}}{(\overline{y})^{\gamma+1}} \left(\left[e \frac{-\beta}{(\overline{y})^\gamma} \right]^{\rho-1} \right) \left(1 - e \frac{-\beta}{(\overline{y})^\gamma} \right)^{-(\rho+1)} \left(1 - e \left\{ - \left[\frac{-\beta}{e(\overline{y})^\gamma} \right]^\rho \right\} \right)^{-1} \quad (6)$$

إذ إن $\{\theta, \beta, \gamma, \rho\} > 0, y > 0$



شكل (1): رسم دالة الكثافة الاحتمالية PDF لتوزيع MOWIW لقيم معالم مختلفة.



شكل (2): دالة التوزيع التراكمي CDF لتوزيع MOWIW لقيم معالم مختلفة

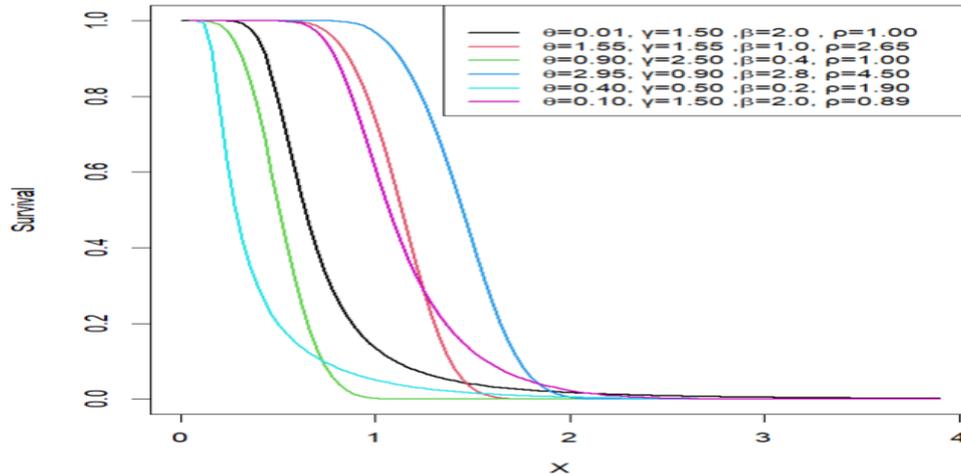
لغرض إيجاد بعض الخصائص الإحصائية الأساسية لتوزيع MOWIW، نبدأ

بحساب دالة البقاء $(S(y))$ باستخدام الصيغة التي قدمها (Abdal, 2020: 126).

$$S(y; \theta) = 1 - G(y; \theta) \quad (7)$$

$$S(y; \theta)_{MOWIWD} = 1 - \frac{\left[1 - e \left\{ - \left[\frac{e^{-\frac{\beta}{(y)^\gamma}}}{1 - e^{-\frac{\beta}{(y)^\gamma}} \right]} \right\}^\rho \right]}{\left[1 - (1 - \theta) e \left\{ - \left[\frac{e^{-\frac{\beta}{(y)^\gamma}}}{1 - e^{-\frac{\beta}{(y)^\gamma}} \right]} \right\}^\rho \right]} \quad (8)$$

إذ إن $0 \leq S(y; \theta, \beta, \gamma, \rho)_{MOWIWD} \leq 1$ وان $\theta, \beta, \gamma, \rho > 0$

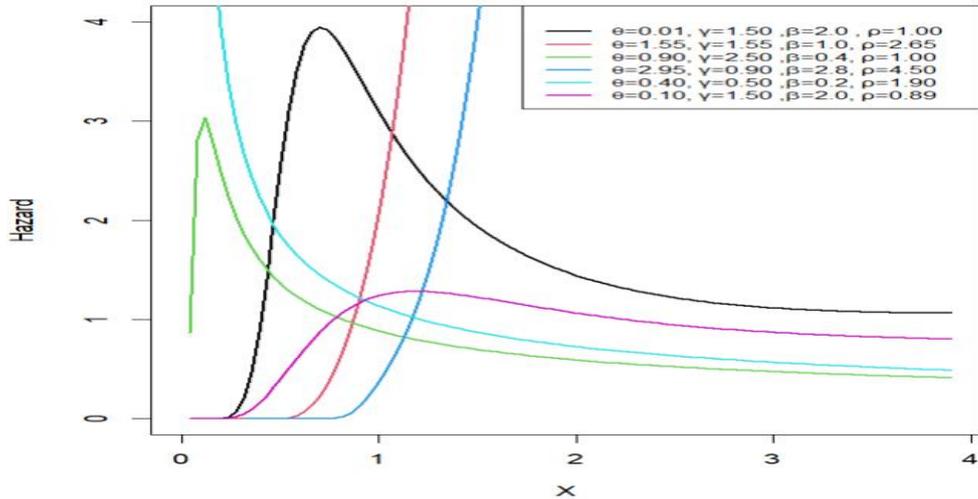


شكل (3): دالة البقاء $S(y; \theta, \beta, \gamma, \rho)_{MOWIWD}$ لتوزيع MOWIWD لقيم مختلفة للمعالم. وكما نبدأ بحساب دالة الخطر $(h(y))$ باستخدام الصيغة التي قدمها: (Johnson et al., 1975: 54)

$$h(y; \theta)_{MOWIWD} = \frac{g(y; \theta)_{MOWIWD}}{S(y; \theta)_{MOWIWD}} \quad (9)$$

$$\left[\frac{\theta \rho \beta \gamma e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}} \left(\left[e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}} \right]^{\rho-1} \right) \left(1 - e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}} \right)^{-(\rho+1)} \left(1 - e^{\left\{ - \left[\frac{\frac{-\beta}{e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}}}}{1 - e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}}} \right]^\rho \right\}} \right)^{-1}}{1 - \frac{\left(1 - e^{\left\{ - \left[\frac{\frac{-\beta}{e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}}}}{1 - e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}}} \right]^\rho \right\}} \right)}{\left[1 - (1 - \theta) e^{\left\{ - \left[\frac{\frac{-\beta}{e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}}}}{1 - e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}}} \right]^\rho \right\}} \right]}} \right] \quad (10)$$

إذ إن $\theta, \beta, \gamma, \rho > 0$ وان $y > 0$



شكل (4): دالة الخطر $h(x;\theta)$ للتوزيع الجديد MOWIWD لقيم مختلفة للمعالم.

4. بعض الخصائص الإحصائية للتوزيع الجديد: Some statistical properties of the new distribution.

1-4 الدالة التجزئية The Quantile function: هذه الدالة تم دراستها في عام (1996) من قبل الباحث (Hyndman, 1996:363). حيث يمكن استنتاج دالة التجزئية أخذ المعكوس دالة CDF للتوزيع الجديد (MOWIW). بناءً على ما تقدم يمكن تمثيله رياضياً بالشكل الآتي وكما درست من قبل الباحثان هما (Hammed, S. S., & Khaleel, M. A., 2023: 183).

$$u = G^{-1}(x), u \in (0,1) \quad (11)$$

$$u = 1 - \frac{\left\{ - \left[\frac{e^{-\frac{\beta}{(y)^\gamma}}}{1 - e^{-\frac{\beta}{(y)^\gamma}}} \right]^\rho \right\}}{1 - (1 - \theta)e^{-\left\{ - \left[\frac{e^{-\frac{\beta}{(y)^\gamma}}}{1 - e^{-\frac{\beta}{(y)^\gamma}}} \right]^\rho \right\}}} \quad (12)$$

بعد سلسلة من العمليات وتبسيط المقدار والجذر a للطرفين بالشكل الآتي:

$$x = \sqrt{\frac{a \left[- \ln \left(\frac{\left[- \ln \left(\frac{1}{[\theta] - u[\theta] + 1} \right) \right]^{\frac{1}{\beta}}}}{\left(1 + \left[- \ln \left(\frac{1}{[\theta] - u[\theta] + 1} \right) \right]^{\frac{1}{\beta}} \right)} \right]}{b}} \quad \beta \neq 0 \quad \theta > 0 \quad (13)$$

من خلال ما تم استنتاجه وبوضع $u=0.5$ في المعادلة الأخيرة يمكن الحصول على الوسيط (Median) وكذلك يمكن إيجاد كل من الالتواء والتفطح والربيعات والتمينينات والعشريات وغيرها.

2-4. الإحصاءات المرتبة: Order Statistic: تلعب الإحصاءات المرتبة دوراً مهماً في تحليل بيانات عدم الفناء والموثوقية، بناءً على ذلك خلال الخمسين سنة الماضية وأكثر أصبحت الإحصاءات المرتبة ودوالها محل اهتمام كبير. وبشكل عام تعرف الإحصاءات المرتبة كالاتي (Johnson, N. L., & Kotz, S., 1975: 53-66)

ليكن X_1, X_2, \dots, X_n عينة عشوائية من الحجم n من مارشال اولكين ويبل معكوس ويبل ولتكن المتغيرات $X_{s,n}$ تسمى بالإحصاءات المرتبة من هذه العينات، ويرمز لها $X_{(1,n)} \leq X_{(2,n)} \leq \dots \leq X_{(n,n)}$ إذ إن $X_{(1,n)}$ هي أصغر إحصاء مرتبة (Minimum Order Statistic) و $X_{(2,n)}$ ثاني أصغر إحصاء مرتبة و $X_{(n,n)}$ هي أكبر إحصاء مرتبة (Maximum Order Statistic) وبشكل عام إن الصيغة القياسية لدالة الكثافة الاحتمالية للإحصاءات المرتبة هي.

$$g_{i:n}(y) = \sum_{j=0}^{n-i} \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} (-1)^j \binom{n-i}{j} [F(y)]^{j+i-1} f(y) \quad (14)$$

بتعويض دالة التوزيع التراكمي ودالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الجديد في المعادلة رقم (14) تصبح بالشكل الآتي.

$g_{i:n}(y)$

$$= \sum_{j=0}^{n-i} \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} (-1)^j \binom{n-i}{j} \left[\frac{1 - e \left\{ - \left[\frac{-\beta}{e^{(\frac{-\beta}{y})^\gamma} } \right]^\rho \right\}}{1 - (1-\theta) e \left\{ - \left[\frac{-\beta}{e^{(\frac{-\beta}{y})^\gamma} } \right]^\rho \right\}} \right]^{j+i-1} \frac{\theta \rho \beta \gamma e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}}}{(y)^{\gamma+1}} \left(\left[e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}} \right]^{\rho-1} \right) \left(1 - e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}} \right)^{-(\rho+1)} \left(1 - e \left\{ - \left[\frac{-\beta}{e^{(\frac{-\beta}{y})^\gamma} } \right]^\rho \right\} \right)^{-1} \quad (15)$$

1. عند تعويض $i=1$ في المعادلة 15 نحصل على اقل قيمة للإحصاء المرتب للتوزيع الجديد (MOWIW).

2. عند تعويض $i=n$ في معادلة 15 نحصل على اعلى قيمة للإحصاء المرتب للتوزيع (MOWIW).

3-4. ريني انتروبي R'enyi Entropy: إن مفهوم انتروبي هو التذبذب لدالة التوزيع أو الفوضى التي تحصل للدالة وهي مقياس لدرجة عدم اليقين للمتغير العشوائي. حيث تستخدم هذا المفهوم في مجالات عدة كمجالات الفيزياء الإحصائية في نظرية المعلومات. وتعرف ريني انتروبي للمتغير العشوائي X مع دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الجديد (MOWIW) والتي تم دراستها في هذه البحث. فإن الصيغة القياسية لها تكون بالشكل الآتي (Khaleel, M. A., & Hammed, S. S., 2023: 426)

$$I_R(S) = \frac{1}{1-s} \log \int_0^{\infty} [f(x)]^s dx \quad (16)$$

$$I_R(S) = \frac{1}{1-s} \log \int_0^{\infty} [f(x; \theta, b, a, \beta)_{\text{MOWIW}}]^s dx$$

إذ إن $\theta, \beta, \gamma, \rho > 0$ وان $y > 0$ وأن $s \neq 1, s > 0$ (R'enyi 1961:4). وبذلك تكون صيغة ريني للتوزيع الجديد MOWIWD المعادلة بالشكل الآتي.

$$I_R(S) = \frac{1}{1-s} \log \int_0^{\infty} \left[\frac{\theta \rho \beta \gamma e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}}}{(y)^{\gamma+1}} \left(\left[e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}} \right]^{\rho-1} \right) \left(1 - e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}} \right)^{-(\rho+1)} \left(1 - e^{\left\{ - \left[\frac{-\beta}{e^{\frac{-\beta}{(y)^\gamma}}} \right]^\rho \right\}} \right)^{-1} \right]^s dx \quad (17)$$

سنقوم بالتبسيط حسب مفكوك اسي ومفكوك تايلر وغيرها من الطرق مثلا متسلسلة ما كلورين وبعد توزيع الاس s على الحدود. وبعد اجراء عدة تعديلات نحصل على الصيغة النهائية الانتروبي للتوزيع الجديد (MOWIW) باستخدام تكامل كما فتكون بالصيغة الآتية: (Bera 2015).

$$I_R(S) = \left[a w \Phi_{(n,m,u,v)} w^{\frac{-sa-s}{a}} \right] \Gamma \left(\left[\left(\frac{-sa-s}{a} \right) + 1 \right] \right) \quad (18)$$

5. المحاكاة Simulation:

وهي من التقنيات الرقمية التي يمكن اجراء التجارب من خلال الكمبيوتر بحيث تتضمن هذه التقنية عدد من النماذج الرياضية وإن هذه النماذج الرياضية تصف سلوك أو نظام عمل معقد بفترة زمنية محددة أو معينة. ويمكن وصفها بشكل آخر بأن عملية المحاكاة هي تقليد للواقع الحقيقي من خلال وصف الواقع بنماذج معينة بحيث إن هذه النماذج تكون مشابهة للواقع لتحقيق فهم أكبر قدر ممكن لهذا الواقع الحقيقي. وإن من أهم ما تتميز بها المحاكاة وهي تكرار التجربة لعدة مرات وبحجوم عينات مختلفة عن طريق تغيير المدخلات وإن هذه العينات التي يتم توليدها تكون مستقلة. ويمكن تلخص المحاكاة بخطوات عدة نذكرها بالتفصيل.

1-5 القيم الاولية Initial values: هناك العديد من البرامج التي تشتهر بعملية المحاكاة ومنها ما تلاب R و Python. تم أخذ ثلاث مجاميع مختلفة من القيم الاولية لأجل توضيح كيفية أداء طريقة الامكان الأعظم في تقدير معالم التوزيع (MOWIW)، وحسب الجدول رقم (1) حيث أن جميع القيم المأخوذة يجب أن تكون أكبر من الصفر أي موجبة فقط.

جدول (1): القيم الاولية لتوليد البيانات

Model	θ	γ	ρ	β
1	2	2	2	2
2	5	2	5	2

تمّ توظيف في هذه المحاكاة أحجام مختلفة من العينات وهي $n=10, 30, 50, 200, 500$. حيث كررت هذه العملية $N=1500$ مرة. تمّ استخدام مقياسين لغرض المقارنة وهما Root Mean Square Error (RMSE) و Bias.

$$\text{Square Error (RMSE)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (19)$$

$$\text{Bias}(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}) - \theta \quad (20)$$

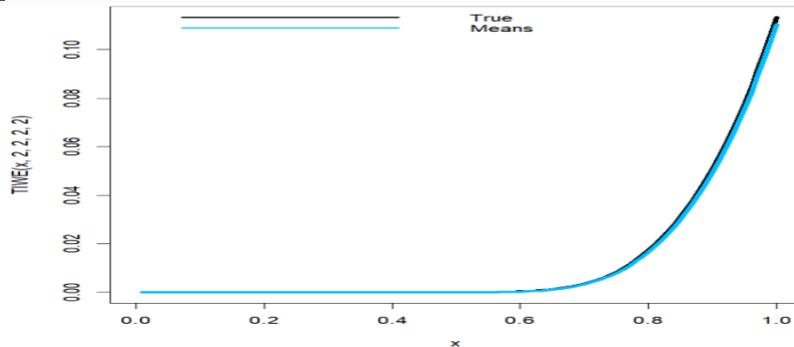
إذ أنّ $\hat{\theta}$ تمثل قيمة المعلمة المقدرة.

2-5. القيم العشوائية Random samples: في هذه المرحلة يتمّ توليد البيانات باستخدام الدالة التجزئية كما في المعادلة رقم (13) حيث يتمّ توليد المتغير العشوائي U_i وإن هذا المتغير يتبع التوزيع (Uniform). يتمّ تحويل المتغير العشوائي والذي يتبع التوزيع المنتظم إلى متغير عشوائي يصف انموذج الدراسة باستعمال أسلوب رياضي احصائي وتُستعمل هذه الطريقة لتوليد مختلف المتغيرات العشوائية والتي تتبع مختلف التوزيعات الاحتمالية وتمتاز هذه الطريقة بسهولة وكفاءتها. يتبين إنه كلما زادت حجم العينة اقترب القيم المقدرة من القيمة الحقيقية وكذلك تتناقص قيم Bias حتى تصبح أقرب إلى الصفر وكذلك يتمّ نقصان قيم RMSE وذلك عند زيادة حجم العينة. وهذا يدل على أن طريقة الامكان الأعظم مناسبة جدا في تقدير معالم التوزيع الجديد.

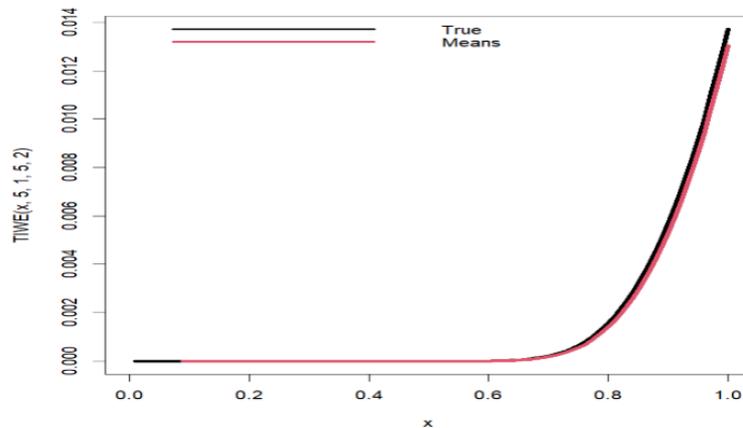
جدول (2): يمثل قيم AvE, Bias, RMSE لقيم مختلفة للمعالم المقدرة للتوزيع الجديد

Set1	$\theta = 2$			$b = 2$				
n	AvE	Bias	RMS	AvE	Bias	RMS		
10	1.8050	-0.1950	0.9587	2.3171	0.3171	0.8157		
30	1.9161	-0.0839	0.7950	2.1061	0.1061	0.4458		
50	1.9818	-0.0182	0.7185	2.0480	0.0480	0.3283		
200	2.0531	0.0531	0.5540	2.0016	0.0016	0.1615		
500	2.0527	0.0527	0.4317	1.9877	-0.0123	0.1028		
			$\alpha = 2$			$\beta = 2$		
n	AvE	Bias	RMS	AvE	Bias	RMS		
10	2.2620	0.2620	0.5763	2.1217	0.1217	0.3348		
30	2.1246	0.1246	0.3596	2.0580	0.0580	0.2228		
50	2.0924	0.0924	0.2977	2.0477	0.0477	0.1738		
200	2.0197	0.0197	0.1550	2.0147	0.0147	0.0818		
500	2.0132	0.0132	0.1137	2.0151	0.0151	0.0618		

Set 2							
		$\theta=5$			$b=1$		
	n	AvE	Bias	RMS	AvE	Bias	RMS
	10	4.7874	-0.2126	1.5142	1.1922	0.1922	0.4788
	30	4.8707	-0.1293	1.4488	1.0574	0.0574	0.2207
	50	4.8930	-0.1070	1.3538	1.0322	0.0322	0.1554
	200	5.0869	0.0869	1.1260	0.9975	-0.0025	0.0749
	500	5.1168	0.1168	0.8228	0.9892	-0.0108	0.0501
		$\alpha=5$			$\beta=2$		
	n	AvE	Bias	RMS	AvE	Bias	RMS
	10	5.3348	0.3348	1.0106	2.0121	0.0121	0.2781
	30	5.3250	0.3250	0.9782	2.0233	0.0233	0.1727
	50	5.3050	0.3050	0.9338	2.0200	0.0200	0.1273
	200	5.1449	0.1449	0.6085	2.0220	0.0220	0.0753
	500	5.1048	0.1048	0.4061	2.0251	0.0251	0.0543



شكل (5): يمثل المنحني الحقيقي والمنحني المقدر للمجموعة الأولى



شكل (6): يمثل المنحني الحقيقي والمنحني المقدر للمجموعة الثانية

6. الاستنتاجات والتوصيات Conclusions and recommendations

تلعب التوزيعات الإحصائية دورًا حاسمًا في الاستدلالات والتطبيقات لتناسب ظواهر العالم الحقيقي المتقدم. في هذه الدراسة اقترح توزيع جديد يطلق عليه (MOWIW) ونشتق توزيع الجديد رباعي المعلمات. يتم حساب بعض الخصائص الإحصائية. وكما نقوم بدراسة الخصائص التوزيعية لإحصائيات التوزيع. ويتم تقدير المعلمات بطريقة الاحتمالية القصوى. أداء MLE ويتم اختبارها من خلال دراسة المحاكاة.

وكما استنتجنا من خلال دراستنا هذه أنه بحصول الزيادة في معلمة التوزيع يكون التوزيع أكثر مرونة وملاءمة في أدائها. وهذا يشير إلى أنه يعني أن التوسيعات التي حدثت في الأونة الأخيرة تشير إلى زيادة مرونة التوزيعات عن سابقتها. لذا نوصي الباحثين في استخدام قيم أخرى للمعالم التوزيع على إيجاد طرق تقدير أخرى مختلفة ودراستها ومقارنتها مع طريقة الامكان الأعظم لهذا التوزيع أو اجراء توسيع يحسن من دقة تطابق النموذج مع البيانات الحقيقية أو من خلال المحاكاة.

المصادر:

1. Abd, F. H., & Hamed, S. S., (2023), The probability distribution (Marshall-Olkin-generalized Exponential Inverse Weibull) properties and application. Tikrit Journal of Administration and Economics Sciences, 19(Special Issue part 5).
2. Abdal, A. P. D. M. K., (2020), The statistical distribution for crisis consumption of drugs containing narcotic substances. Tikrit Journal of Administration and Economics Sciences, 16(Special Issue part 2).
3. Afify, A. Z., Al-Mofleh, H., Aljohani, H. M., & Cordeiro, G. M., (2022), The Marshall–Olkin–Weibull–H family: estimation, simulations, and applications to COVID-19 data. Journal of King Saud University-Science, 34(5), 102115.
4. Bera, W. T., (2015), The Kumaraswamy inverse Weibull poison distribution with applications. Indiana University of Pennsylvania.
5. Hamed, S. S., & Khaleel, M. A., (2023), Gompertz Topp–Leone invers Weibull Distributions: Some Properties and Application. Tikrit Journal of Administrative and Economic Sciences, 19(61, 2), 417-435.
6. Hamed, S., & Khaleel, M., (2023), Some Properties and Applications of the Gompertz Topp-Leone Inverse Exponential Distribution. Journal of Al-Rafidain University College For Sciences (Print ISSN: 1681-6870, Online ISSN: 2790-2293), (1), 374-386.
7. Hyndman, R. J., & Fan, Y., (1996), Sample quantiles in statistical packages. The American Statistician, 50(4), 361-365.
8. Johnson, N. L., & Kotz, S. (1975). A vector multivariate hazard rate. Journal of Multivariate Analysis, 5(1), 53-66
9. De Gusmao, F. R., Ortega, E. M., & Cordeiro, G. M., (2011), The generalized inverse Weibull distribution. Statistical Papers, 52, 591-619.
10. Khaleel, M. A., & Hamed, S. S., (2023), Gompertz Topp–Leone invers Rayleigh Distributions: Some Properties and Application. Tikrit Journal of Administration and Economics Sciences, 19(Special Issue part 5).

11. Khaleel, M. A., Oguntunde, P. E., Al Abbasi, J. N., Ibrahim, N. A., & AbuJarad, M. H., (2020), The Marshall-Olkin Topp Leone-G family of distributions: A family for generalizing probability models. *Scientific African*, 8, e00470.
12. M. Aleem and G.R. Pasha. Ratio, product and single moments of order statistics form Inverse Weibull distribution. *J. Statist.* 10(1):708, 2003.
13. M. Aleem. Product, ratio and single moments of lower record values of inverse Weibull distribution. *J. Statist.* 12(1):23-29, 2005. [13] M.Q. Shahbaz, S. Saman and N.S. Butt. The Kumaraswamy Inverse Weibull Distribution. *PJSOR*. Vol. 3:479-489, 2012.
14. Rényi, A. (1961, June). On measures of entropy and information. In *Proceedings of the fourth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability* (Vol. 1, No. 547-561).