

# اقتراح استعمال اسلوب الترافق في التقدير والتبيه بمعدلات الخصوبة في العراق للمدة 2012 - 2031

عمر فاروق خليل\*\*

\*أ.م. د. عمر عبدالحسن علي

## المست黯

غالباً ما تكون الحاجة في البحوث الديموغرافية إلى أدوات أحصائية حديثة تتصف بالمرونة لمواكبة وملائمة نوع البيانات المتوفرة في العراق من حيث مرور البلد بمراحل من فترات الحروب والحصار الاقتصادي و عدم الاستقرار الأمني لفترة من الزمن. ولذا يهدف هذا البحث إلى إقتراح استعمال اسلوب الشرائح الالاميكي كبديل عن بعض مركبات التحليل ضمن أنموذج Lee-Carter الخاص بتقدير معدل لخصوبة التفصيلية كمتغير استجابة في العراق للسنوات (1977 - 2011)، ومن ثم التنبؤ بها للمدة (2012 - 2031). وتم تحقيق هذا الهدف باستعمال اسلوب لامعملي لتجزئة القيمة المفردة باستعمال المركبات الرئيسية الدالية، ومن ثم تقدير مركبة تأثير السلسلة الزمنية، مما أفضى إلى نتائج أفضل.

**Keywords:** Age-specific fertility rate, Non-parametric, Functional principal components.

## Abstract

*It is often needed in demographic research to modern statistical tools are flexible and convenient to keep up with the type of data available in Iraq in terms of the passage of the country far from periods of war and economic sanctions and instability of the security for a period of time . So, This research aims to propose the use of style nonparametric splines as a substitute for some of the compounds of analysis within the model Lee-Carter your appreciation rate for fertility detailed variable response in Iraq than the period (1977 - 2011) , and then predict for the period (2012-2031). This goal was achieved using a style nonparametric decomposition of singular value vehicles using the main deltoid, and then estimate the effect of time-series vehicles, leading to better results.*

## 1. المقدمة وخلفية البحث

### 1.1 المقدمة

يد الوصول الى تحقيق اهداف الالفية الثالثة من أهم ما يرنو اليه المخطط الاقتصادي بمراقبته لنمو السكان في العراق. و لا تخفي أهمية معرفة معدل الخصوبة وأخذها كأحد المتغيرات الديموغرافية المهمة على المهتمين بهذا الشأن خصوصاً وأن العراق يعد من البلدان التي تتميز بمعدل خصوبة عالية، وإن خصوبة السكان في العراق تعد مرتفعة جداً اذا ما قورنت بالبلدان ذات المستوى العالمي للخصوصية. يقدر معدل الخصوبة الكلية للمدة (1950-1955) بحدود 7.2 طفل لكل امرأة للمدة (1980-1985) ثم الى 6.0 للمدة (1985-1990) حتى بلغ 5.7 للمدة (1990-1995).

\* جامعة بغداد / كلية الادارة والاقتصاد .

\*\* باحث .

بحث مستقل من رسالة ماجستير

مقبول للنشر بتاريخ 31/3/2014

لعام 2011 إلى 4.6 طفل لكل امرأة في العراق عموماً<sup>[1]</sup>. وتحتاج الخصوبة بهذا مستوى مرتفع إلى دراسة أساليب تخفيفها لتحقيق مستوى رفاهية أعلى للأجيال القادمة.

## 2.1 هدف البحث

يهدف البحث إلى تقدير معدل الخصوبة التفصيلي لحد عام (2011) ومن ثم التنبؤ إلى حد عام (2031). بأسلوب لامعمي من -الطريقة الشرائحية-. كادة أحصائية توابع التغيرات المتفاوتة لمعدلات الخصوبة عبر الزمن ويمكن تسميتها مجازاً بأنموذج Lee-Carter اللامعمي وهو أمر لم يتم استعماله على مستوى الوطن العربي على الأقل لحد الآن، مما يكسب البحث أهمية خاصة.

## 2. الجانب النظري

### 1.2 معدلات الخصوبة التفصيلية العمرية (ASFR)

يتم احتساب معدل الخصوبة التفصيلي لكل فئة عمرية وذلك بقسمة عدد المواليد الحية خلال كل سنة وكل فئة على عدد الإناث في تلك الفئة ولمنتصف السنة وفقاً على ما ياتي<sup>[1][3]</sup>:

$$\text{معدل الخصوبة في العمر } x = \frac{\text{عدد المواليد الاحياء خلال السنة للنساء في عمر } x}{\text{عدد النساء في العمر } x \text{ في منتصف العام}} * \frac{1000}{1000} \dots (1)$$

$$f_x = \frac{B_x}{P_x^f} * 1000$$

### 2.2 معدل الخصوبة الكلي<sup>[3]</sup>

هو مجموع معدلات المواليد التفصيلية حسب العمر لكل سنة من سنوات الالباب (49-15) اي يحسب لجميع الأعمار (أحادي الأعمار) اي ان  $TFR = \int_{x=15}^{49} f(x)dx$  وذلك بضرب معدل كل فئة في العدد (5) وجمع حواصل الضرب لجميع الفئات بمعنى أن:  $TFR = 5 \sum_{i=1}^7 f_i$  وهو يعبر عن عدد الأطفال الذين يمكن أنجابهم خلال فترات الالباب لـ 1000 امرأة خلال سنة معينة، وهو كذلك مقياس لربط جدول المعدلات الخاصة بالعمر وأعطاء رقم واحد بدلاً من جدول كامل.

### 3.2 اسلوب (Lee-Carter) المعملي

تم استعمال الأنماذج ذاته لعمل تنبؤات بمعدلات الخصوبة العمرية التفصيلية، إذ تم افتراض  $f_{x,t}$  تمثل معدل الخصوبة العمرية التفصيلية (ASFR) للعمر  $x$  في السنة  $t$ ، إذ يمكن صياغة الأنماذج الرياضي له كالتالي<sup>[15]</sup>:

$$f_{x,t} = a_x + f_t * b_x + e_{x,t} \dots (2)$$

$x = 15, 16, 17 \dots 49$  or  $x = 15-19, 20-24, \dots, 45-49$ ;  $t = 1, 2, 3, \dots, T$  حيث ان  $a_x$ : موجة ثابتة تمثل متوسط قيم الخصوبة العمرية التفصيلية عبر الزمن.

$f_t$ : يمثل مؤشر الخصوبة في الزمن  $t$  ويعرف بأنه يفسر انحراف معدل الخصوبة الكلية (TFR) في الفترة  $t$  من المتوسط العام لمعدل البعيد الامد  $A$  اذ ان  $A = \sum_{x=15}^{49} \hat{a}_x$ .  $\hat{a}_x$ : موجة ثابتة تمثل مركبة العمر يصف السرعة النسبية للتغير في الخصوبة عند كل فئة عمرية.  $e_{x,t}$ : يمثل الخط العشوائي في العمر  $x$  في السنة  $t$ ، مع افتراض انه يتوزع طبيعياً بمتوسط (0) وتبين  $(\sigma^2)$ .

والصيغة النصف اللوغاريتمية لنفس الأنماذج هي ايضاً يمكن اعتبارها أنماذج كالتالي:

$$\ln(f_{x,t}) = a_x + f_t * b_x + e_{x,t} \dots (3)$$

حيث ان  $\ln f_{x,t}$ : يمثل اللوغاريتم الطبيعي لمعدل الخصوبة العمرية التفصيلية للعمر او الفئة العمرية  $x$  في السنة  $t$ .

كما يمكن التعبير عن الأنماذج (2) بالصيغة الآتية<sup>[15]</sup>:

$$TFR_t = A + f_t + E_t \dots (4)$$

حيث ان:  $E_t = \sum_{t=1977}^{2011} e_{x,t}$

وتأسساً على ماتم ذكره في أعلاه فستكون المرحلة الأولى لتقدير موجة المعلمات ( $\hat{b}_x$ ) كالتالي:

$$\hat{b}_x^{(1)} = \frac{\hat{b}_x^{\text{SVD}}}{\sum_{x=1}^A \hat{b}_x^{\text{SVD}}} \dots \quad (5)$$

اذ ان:

$\hat{b}_x^{\text{SVD}}$  : العمود الاول من المصفوفة  $U$  وهو  $(u_{x1})$ .

$\sum_{x=1}^A \hat{b}_x^{\text{SVD}}$  : مجموع قيم العمود  $(u_{x1})$ .

اما المرحلة الاولى لتقدير موجة المعلمات  $(f_t)$  فيكون:

$$\hat{f}_t^{(1)} = \hat{f}_t^{\text{SVD}} * \sigma_1 * \sum_{x=1}^A \hat{b}_x^{\text{SVD}} \dots \quad (6)$$

حيث ان:

$\hat{f}_t^{\text{SVD}}$  : العمود الاول من المصفوفة  $V$  وهو  $(v_{t1})$ .

$\sigma_1$  : العنصر الاول من المصفوفة القطرية  $(\Sigma)$ .

لذلك سيكون التقدير النهائي للمعلمات كالتالي:

$$\hat{b}_x = \hat{b}_x^{(1)} * c \dots \quad (7)$$

$$\hat{f}_t = \frac{\hat{f}_t^{(1)}}{c} \dots \quad (8)$$

ثابت يحقق وحدانية الحل.

اما فيما يخص تقدير موجة الثوابت  $a$  والذي يمثل المتوسط الحسابي لمعدلات لوغاریتمات الخصوبة العمرية التفصيلية وفق الصيغة الآتية<sup>[9]</sup>:

$$\hat{a}_x = \frac{\sum_{t=1}^T \ln f_{x,t}}{T} \dots \quad (9)$$

## 4.2 التقدير الامعملي

وبأخذة كتابة الصيغة (2) لياتم الغرض من استعمال نموذج (L-C) يتم الحصول على الآتي<sup>[14]</sup>:

$$y_t(x_i) = g_t(x_i) + \epsilon_{t,i} \dots \quad (10)$$

اذ ان  $(x_t)$  يمثل لوغاریتم معدل الخصوبة للعمر  $x$  في السنة  $t$ . وان  $(g_t(x))$  دالة تمهد وبخطا عند نقاط متقطعة  $L_x$ ، ويعرف العمر بمجموعات خمسية (5-year age groups) كما مر ذكره في التحليل المعلمي في الفقرات السابقة. ويتميز التحليل الامعملي باستعمال احدي أساليب التمهيد بتوافق حسانة (Robustness) كافية لتقدير (ASFR)، وسيتم عمل ذلك عن طريق توسيع منهجية (L-C) لتقليل العشوائية، وتلافي مشاكل البيانات المجمعة ضمن فترات عمرية، من جهة، ووضع نمط جديد للمركبات الرئيسية لتلافي صعوبات السنوات المطبقة من جهة اخرى. اضافة الى ذلك استعمال أكثر من المركبة الرئيسية الاولى خلافاً لأنموذج (L-C) والذي يعتمد على المركبة الرئيسية الاولى فقط.

ويمكن تلخيص الاسلوب الامعملي المستعمل كالتالي<sup>[14][8]</sup>:

1. تمهد البيانات لكل  $t$  باستعمال طريقة تمهد لامعمليه لتقدير  $(x)$ .

2. تجزئة المنحنies المقدرة عن طريق مفهوك دالة اساس باستعمال الصيغة الآتية:

$$g_t(x) = \mu(x) + \sum_{k=1}^K \beta_{t,k} \varphi_k(x) + e_t(x) \dots \quad (11)$$

اذ ان  $\mu(x)$  تمثل مقياس الموضع  $L$  ( $x, g_t(x)$ ) هي مجموعة دوال اساس (orthonormal) وان  $(e_t(x))$  يتوزع طبيعاً بوسط صفر وتباین  $\sigma^2$ .

وهو ما يكافي تحليل نموذج (L-C) بالاسلوب المعلمي.

3. تقدير نماذج سلاسل زمنية احادية المتغيرات لكل معاملات  $(\beta_{t,k})$ .

4. تتبؤه المعاملات  $(\beta_{t,k})$  باستعمال نماذج السلاسل الزمنية المقدرة اعلاه.

5. استعمال معاملات التتبؤ من الخطوة (2) لاستحصلان التتبؤ  $(x)$ .

6. استعمال التباينات المقدرة لحدود الاخطاء من الخطوة (2) و (1) في احتساب حدود التقدير لغرض التنبؤات.

## 1.4.2 استعمال اسلوب B-Spline [12][11]

تتضمن B-Spline على متعددة حدود قطعية piecewise polynomials. وتمتاز بأنها ملائمة جداً ل تكون دالة اساس للاحدار الامعملي البسيط، اذ ان التوافق الخطية من الدرجة الثالثة  $L$  تعطي منحنى ممهد.

اذ قام (De Boor, 1978) بوضع خوارزمية لحساب B-Spline من أي درجة من للدرجة الدنيا. لان الدرجة الصفرية  $L$  تكون ثابتة فقط على فترة واحدة بين عقدتين. وهذه

الخوارزمية تعمل في حالة المسافات بين العقد متساوية او غير متساوية لكنها تعمل بسهولة في حالة تساوي المسافات.

لتكن  $(x; q)$  تعرف بانها القيمة الناتجة عند  $x$  من الشرحه  $B^j$  من الدرجة  $q$  ولشبكة معطاة من العقد متساوية المسافة (equidistant grid).

## 2.4.2 المركبات الرئيسية الموزونة (Weighted principal components) (basis expansion)

لنفرض بالامكان كتابة أي دالة ممهدة معدلة  $(x)^*$   $\hat{g}_t$  بشكل أساس موسع كالتالي [13][14]:

$$\hat{g}_t^*(x) = \sum_{j=1}^m \gamma_{t,j} \xi_j(x) \quad \dots$$

(12)

ولتكن  $(\gamma_{t,j})$  مصفوفة معاملات من درجة  $n*m$ . الأساس الموسع اعلاه يمكن الحصول عليه طبيعياً اذا كانت حساب  $(x)$   $\hat{g}_t$  يتحقق من خلال استعمال شرائح الانحدار، والآن نفرض  $J$  مصفوفة من درجة  $m*m$  وعناصرها  $\int \xi_i(x) \xi_k(x) dx$  وبايجاد تجزئة كولسكي (decomposition Choleski)  $J = \int \xi_i(x) \xi_k(x) dx$  للنصفوفة  $U'$   $U' U = J$ . اذن

$$\varphi_k(x) = (U^{-1} z^{(k)})' \xi(x) \quad \dots \quad (13)$$

اذ ان  $z^{(k)}$  يمثل متوجه الجذور المميزة الطبيعية لـ  $A'$  حيث  $S = (n-1)^{-1} A' W^2 A$  ،  $(U^{-1})' JSJ' U^{-1}$  ،  $\Phi = \text{diagonal}(w_1, \dots, w_n)$  . اذا  $\Phi$  مصفوفة من درجة  $n$  و  $\xi(x) = [\xi_1(x), \dots, \xi_m(x)]'$  . اذا  $\Psi$  مصفوفة من درجة  $p*(n-1)$  مع قيمة  $\varphi_k(x_i)$  ، و  $F$  هي مصفوفة من درجة  $n*p$  للعنصر  $(t, i)$ th المنحنيات المقدرة المعدلة  $(x)$   $\hat{g}_t^*$  اذن  $\beta_{t,k}$  هو العنصر  $(t, k)$ th من  $Q = F \Phi$

وبتبسيط العمليات الحسابية لتقدير (discretize) دوال التمهيد على شبكة  $q$  من قيم المسافات المتساوية  $\{x_1^*, \dots, x_q^*\}$  المعرفة على الحيز  $[x_1, x_p]$ . المصفوفة الناتجة  $G$  من الدرجة  $n*q$  ولتكن  $G^* = WG$  حيث  $W = \text{diagonal}(w_1, \dots, w_n)$  . فأن طريقة تحليل القيمة المفردة (SVD) للنصفوفة  $G^*$  تعطي  $G^*$  حيث  $\hat{\varphi}_k(x_j^*) = \Psi \Lambda V$  حيث  $\Psi$  هي المصفوفة  $\Psi$ . اذا كانت  $B = G \Psi$  ، فأن  $\hat{\beta}_{t,k}$  هي العنصر  $(t, k)$ th من المصفوفة  $B$  ، اما بالنسبة لباقي قيم  $\varphi_k(x)$  بالامكان حسابها باستعمال الاستكمال الخطى (linear interpolation). ويتم تقدير نماذج السلسل الزمنية  $\hat{\beta}_{t,k}$  سيكون باستعمال نماذج (J-B).

## 5.2 التنبؤ بـ (ASFR) باستعمال الاسلوب اللامعمي by Using a Nonparametric smoothing)

الآن وبعد ان تم الحصول على  $\hat{\beta}_{t,k}$  و  $\hat{\varphi}_k(x)$  صار بالامكان التنبؤ بمعدلات الخصوبة (ASFR) وذلك بدمج الصيغتين (3) و (4) ليتخرج الصيغة الآتية [8][14]:

$$y_t(x_i) = \mu(x) + \sum_{k=1}^K \beta_{t,k} \varphi_k(x) + e_t(x) + \epsilon_{t,i} \quad \dots \quad (14)$$

وأخذ التوقع لطفي الصيغة أعلاه ويعوض كل من  $\beta_{t,k}$  و  $\varphi_k(x)$  فضلاً عن  $\mu(x)$  في الصيغة (14) نحصل على الآتي:

$$\hat{y}_t(x_i) = \hat{\mu}(x) + \sum_{k=1}^K \hat{\beta}_{t,k} \hat{\varphi}_k(x) \quad \dots \quad (15)$$

وللحصول على  $h$  من الخطوات التنبؤية ستكون الصيغة (15) بالشكل الآتي:

$$\hat{y}_{t,h}(x_i) = \hat{\mu}(x) + \sum_{k=1}^K \hat{\beta}_{t,k,h} \hat{\varphi}_k(x) \quad \dots \quad (16)$$

### Criteria of Model fitting

### معايير جودة النموذج

هناك العديد من المعايير لقياس جودة توفيق النموذج (Lee-Carter) لمعرفة نسبة تفسير النموذج للاحراف الكلية والتي تعتمد على اخطاء النموذج وفق الصيغة:

$$\hat{\varepsilon}_{x,t} = (\ln f_{x,t} - \hat{a}_x + \hat{b}_x * \hat{f}_t) \quad \dots \quad (17)$$

ويتم استعمال معامل التحديد لاحتساب القوة التفسيرية للتباين الكلي بين معدلات الخصوبة العمرية وبالصيغة الآتية:

$$R^2 = \frac{\sigma_1^2}{\sum_{t=1}^T \sigma_t^2} \quad \dots$$

(18)

اما المقاييس التي تستخدم لقياس جودة التقدير والتي تعتمد على استخراج أخطاء انموذج (L-C) فهي:

## Mean Absolute Error (MAE)

$$\text{MAE} = \frac{1}{A} \sum_{x=15}^{49} \sum_{t=1}^T \left| \hat{\mathcal{E}}_{x,t}^* \right|$$

# Mean Square Error

## ١. متوسط القيمة المطلقة للخطأ [1][2]

## ٢. متوسط مربعات الخطأ

$$\text{MSE} = \frac{1}{A} \sum_{x=15}^{49} \sum_{t=1}^T (\hat{\epsilon}_{x,t}^*)^2$$

### 3. متوسط النسبة المطلقة للخطأ Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

$$\text{MAPE} = \frac{1}{A} \sum_{x=1}^{49} \sum_{t=1}^T \left| \frac{\hat{\varepsilon}_{x,t}}{f_{x,t}} \right| \quad \dots (21)$$

#### **٤. نسبة التباين المئوية التجميعية (Cumulative Percentage Variance: CPV)**

يبين نسبة المساهمة التجميعية للمركبات الرئيسية في تفسير التباين الكلي للمركبات، وأما قيمته المثلث فليس هناك اتفاق إلى حد الان عليها سوى بعض الاراء للباحثين في هذا المجال فعلى سبيل المثال هناك رأي بأن تكون النسبة المترادفة من التباين الكلي مایعادل 70% إلى 80% للمركبات الاولى من المركبات الرئيسية، وكلما ازداد كان افضل. وأما صيغتها الرياضية كالتالي [16]:

$$C.P.V. = \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^K \lambda_i} * 100\% \quad \dots (22)$$

### ٣. الجانب التطبيق

تم جمع البيانات من وزارة التخطيط - الجهاز المركزي للإحصاء حيث تم الاستناد إلى بيانات التعداد السكاني في العراق للسنوات (1977-1987-1997) بالإضافة إلى المسح العنفودي متعدد المؤشرات العراق 2011 (MICS-4) وتضمنت البيانات ما هو خاص بالخصوصية وهي (عدد المواليد الحية للنساء في سن الحمل 15-49) في منتصف السنة السابقة للتعداد وعدد النساء في سن الحمل (15-49) سنة في منتصف السنة، وتم إستعمال برمجيات عديدة وتوظيفها في جانبي التحليل المعملي واللامعملي وكما في الملحة.

### ١.٣ تقدیر انموذج Lee – Carter للمعلمی

يتم استخراج موجة تقدير المعلمات ( $\hat{a}_x$ ) من المصفوفة (F) وفق الصيغة (9)، وتمثل قيم هذا الموجة المتirasطات الحسابية للوغاريتمات معدلات الخصوبة العمرية للفترة (1977-2011) على المستوى والبياني (حضر، ريف، العراق).

## جدول 1

### القيم المقدرة للمعلمة ( $a_v$ )

$\hat{a}_x$			
العراق	ريف	حضر	الفنات
-1.225	-1.1391	-1.2961	15-19
0.0317	0.043	-0.1341	20-24
0.1936	0.3304	0.1056	25-29
0.1147	0.2785	0.0279	30-34
-0.1356	0.0676	-0.2277	35-39
-0.8284	-0.5275	-0.9956	40-44
-1.9667	-1.4655	-2.2941	45-49

ويلاحظ من الجدول (1) اعلاه ان أعلى قيم للمعلمـة  $\hat{a}$  للفئة العمرية الثالثة (25-29).

يتبع من نتائج الجدول أعلاه بأن متوسطات لوغاریتمات معدلات الخصوبة دائمًا تبدأ منخفضة في الفئة الأولى وسرعان ما ترتفع لتصل إلى أعلى مستوياتها في الفئة الثالثة ومن ثم تبدئ بالانخفاض لتصل إلى أدنى مستوياتها في الفئة الأخيرة وهي بذلك تتتطابق مع نمط الخصوبة في العالم بشكل عام<sup>[5]</sup>.

تجزأ المصفوفة  $F$  إلى مركباتها كالتالي:

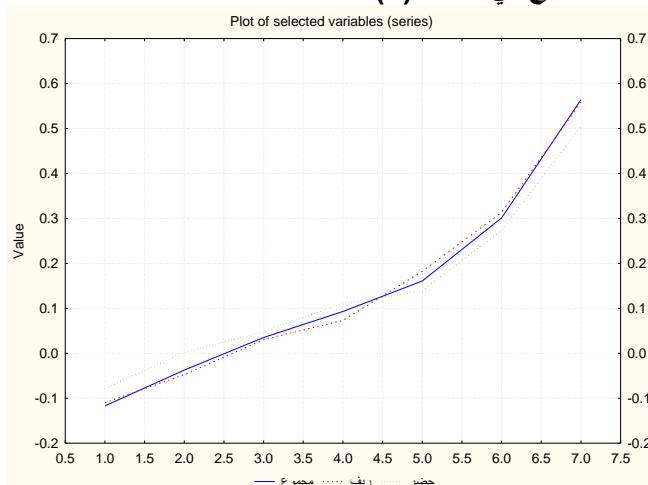
$$\mathbf{F}_{7*35} = \mathbf{U}_{7*7} \boldsymbol{\Sigma}_{7*35} \mathbf{V}'_{35*35}$$

وباختيار العمود الأول من المصفوفة ( $U$ ) والقيمة القطرية الأولى من المصفوفة ( $\Sigma$ ) والعمود الأول من المصفوفة ( $V'$ ) نحصل على التقديرات الأولية لكل من ( $b_x$ ) و ( $f_t$ ) كما في المعادلتين (5) و (6) على التوالي. والنتائج في الجدول (2) وكما يأتي:

**الجدول 2**  
القيم المقدرة للمعلمات ( $b_x$ ) لـ (حضر، ريف، العراق)

$\hat{b}_x$			الفئات
العراق	ريف	حضر	
-0.117	-0.1099	-0.0786	15-19
-0.0373	-0.0475	0.0019	20-24
0.0353	0.0304	0.0485	25-29
0.093	0.073	0.1109	30-34
0.1607	0.182	0.1388	35-39
0.3012	0.3135	0.2736	40-44
0.5641	0.5585	0.5049	45-49

ويمكن توضيح هذه النتائج في الشكل (1).



**شكل 1**  
متغيرات القيم المقدرة لمعلمات ( $\hat{b}_x$ )

يتبيّن من الجدول (2) والشكل (1) تزايد رتبب في مركبة العمر ( $\hat{b}_x$ ) وجود فروق طفيفة بين المركبات المقدرة بالنسبة للريف والحضر.

**الجدول 3**  
قيم العناصر القطرية للمصفوفة ( $\Sigma$ )

$\Sigma$		
العراق	ريف	حضر
3.8800	3.3787	3.9226
1.7025	1.3676	1.9584
0.4790	0.2194	0.4094
0.2269	0.0532	0.0691
0.0423	0.0287	0.0539
0.0213	0.0251	0.0264
0.0153	0.0075	0.0151

الجدول 4

$R^2$  مقاييس

ريف	حضر	العراق	البيئة
85.58%	79.32%	82.55%	$R^2$

الجدول 5

مقاييس الخطأ

MAE	MAPE	MSE	
3.3755	3.3411	0.5731	حضر
1.9741	1.9549	0.2747	ريف
2.752	2.7391	0.4546	العراق

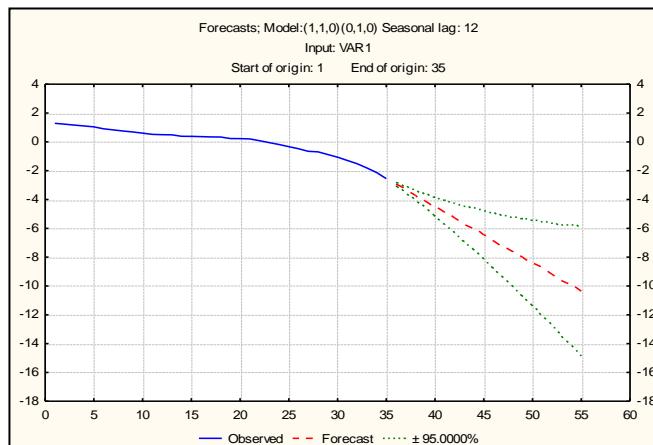
### 2.3 تقيير نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الاولى AR(1)

بعد اجراء عملية التشخيص للسلسلة الزمنية تبين بأن أفضل نموذج سلسلة زمنية هو نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الاولى AR(1) بعدأخذ الفرقين الاول والثاني للسلسلة لكل من (الحضر والمجموع)، إما بالنسبة للريف فأن افضل نموذج كان MA(1) أيضاً بعدأخذ الفرقين الاول والثاني للسلسلة الاصلية للتغلب على مشكلة الاتجاه وبالاستناد على معيار تشخيص النموذج AIC.

جدول 6

القيم التنبؤية بدليل الخصوبة ( $\hat{f}_t$ ) في العراق

Std.Err.	Upper	Lower	Forecast	year
0.057	-2.812	-3.045	-2.928	2012
0.107	-3.107	-3.543	-3.325	2013
0.171	-3.365	-4.063	-3.714	2014
0.243	-3.610	-4.601	-4.106	2015
0.324	-3.837	-5.156	-4.497	2016
0.411	-4.050	-5.726	-4.888	2017
0.506	-4.249	-6.309	-5.279	2018
0.606	-4.436	-6.905	-5.670	2019
0.713	-4.610	-7.513	-6.061	2020
0.825	-4.773	-8.132	-6.452	2021
0.942	-4.925	-8.762	-6.844	2022
1.064	-5.067	-9.403	-7.235	2023
1.192	-5.199	-10.053	-7.626	2024
1.323	-5.321	-10.713	-8.017	2025
1.460	-5.434	-11.382	-8.408	2026
1.601	-5.538	-12.060	-8.799	2027
1.746	-5.634	-12.747	-9.190	2028
1.895	-5.721	-13.442	-9.582	2029
2.049	-5.800	-14.146	-9.973	2030
2.206	-5.871	-14.857	-10.364	2031



شكل 2

التنبؤ بدليل الخصوبة ( $\hat{f}_t$ ) وبمستوى ثقة 95% لمجموع العراق

يلاحظ من الجدول (6) والشكل (2)، بأن متوجه الخصوبة يبدأ مستقر ومن ثم يبدأ بالانخفاض التدريجي والقيم التنبؤية توضح استمرارية الانخفاض بدليل الخصوبة مما يدل على ان العراق سيشهد انخفاض في معدلات الخصوبة في العقدين القادمين مما يسهل له عملية التحول الديموغرافي.

جدول 7

**القيم التنبؤية ASFR بطريقة (L-C) في العراق لكل 1000 امرأة ماعدا TFR**

العراق					السنة الفئات
2031	2026	2021	2016	2012	
198	157	125	99	83	15-19
304	282	263	244	230	20-24
168	180	193	207	219	25-29
86	103	123	148	171	30-34
33	45	62	85	109	35-39
4	7	13	23	36	40-44
0	0	1	2	5	45-49
4.0	3.9	3.9	4.0	4.3	TFR

جدول (7) يوضح التباوء بعدد الولادات للمرأة العراقية حسب الفئات العمرية حيث ان العدد (83) للفئة العمرية (15-19) للعراق في سنة 2012 يمثل اعداد الولادات لكل 1000 امرأة في هذه الفئة وهذا بالنسبة لبقية الفئات والسنوات، أما فيما يخص TFR فيمثل (4.3) عدد الولادات الحية التي تتجهها المرأة طيلة فترة حياتها الاجابية وهذا بالنسبة لبقية قيم الجدول.

بعد أن تم تقدير كل من موجة متغريات لوعاريات معدلات الخصوبة ( $\hat{a}_x$ ) وفق المعادلة (9) وموجة مركبة العمر ( $\hat{b}_x$ ) وفق المعادلة (7) فضلاً عن مرکبة الزمن ( $\hat{f}_t$ ) نعرض هذه التقديرات في النموذج (3) للحصول على تقديرات معدلات الخصوبة العمرية والتي سوف تكون بشكل مصفوفة ذات ابعاد (7\*35) وبعدها يتم طرح معدلات الخصوبة المقدرة من معدلات الخصوبة الحقيقة للحصول على الأخطاء التقديرية وفق المعادلة (19). أما في ما يخص القيم التنبؤية لمعدلات الخصوبة الناتجة من تقدير ألمودج (-Lee-Carter) الجدول (7) أعلاه تبين القيم التنبؤية لمعدلات الخصوبة في العراق.

الجدول 8

**تقدير معدلات الخصوبة التفصيلية العمرية ASFR لكل (1000) امرأة\***

معدل الخصوبة التفصيلية العمرية ASFR				الفئات
2011	1997	1987	1977	
82	45	42	86	15-19
214	214	155	263	20-24
236	224	215	335	25-29
187	217	222	294	30-34
131	168	185	242	35-39
45	89	100	142	40-44
7	31	37	58	45-49

الجدول 9

**تقدير معدلات الخصوبة التفصيلية العمرية بأسلوب (Lee-Carter) لكل (1000) امرأة**

معدل الخصوبة التفصيلية العمرية ASFR				الفئات
2011	1997	1987	1977	
79	57	55	51	15-19
227	205	203	197	20-24
222	244	247	254	25-29
177	229	235	253	30-34
116	180	190	215	35-39
41	93	102	129	40-44
7	31	37	58	45-49

### 3.3 نتائج تحليل الأنموذج اللامعمي

تم تطبيق الصيغ الرياضية الواردة في الفقرة (4.2) أعلاه لاحتساب مقدرات الأنموذج اللامعمي المذكور آنفاً في المعادلة (10)، إذ ان الجدول (10) أدناه، يبيّن تقديرات معلمات المتوسط العام ( $\mu_x$ ) إذ

يمثل قيم هذا الموجه المتوسطات الحسابية للوغاریتمات معدلات الخصوبة العمرية للمدة (1977-2011) على المستوى الوطني.

**جدول 10**  
القيم المقدرة للمتوسط العام ( $\mu_x$ ) لـ العراق

$\mu_x$	الفئات
10.3172	15-19
18.6080	20-24
20.0154	25-29
19.3126	30-34
17.2585	35-39
12.5465	40-44
7.1896	45-49

يتبيّن من الجدول (10) بأن قيم المتوسط العام تبدأ منخفضة وتستمر بالارتفاع حتى تصل إلى أعلى مستوى لها في الفئة العمرية الثالثة (25-29) ومن ثم الانخفاض لتصل إلى أدنى مستوياتها في الفئة العمرية (45-49) وهذا ما يظهره الشكل (3) ويظهر الشكل الأول المتوسط العام وهو يمثل بذلك منحنى الخصوبة العام.

**جدول 11**  
القيم المقدرة للمعلمات ( $\varphi_k$ ) لـ العراق

$\varphi_3(x)$	$\varphi_2(x)$	$\varphi_1(x)$	الفئات
0.6567	0.6464	-0.0710	15-19
-0.4609	0.5543	-0.0203	20-24
0.3286	0.4621	0.2058	25-29
0.1494	0.1446	0.3031	30-34
0.1603	0.0130	0.4284	35-39
-0.1100	-0.0918	0.5622	40-44
-0.4338	-0.1785	0.6006	45-49

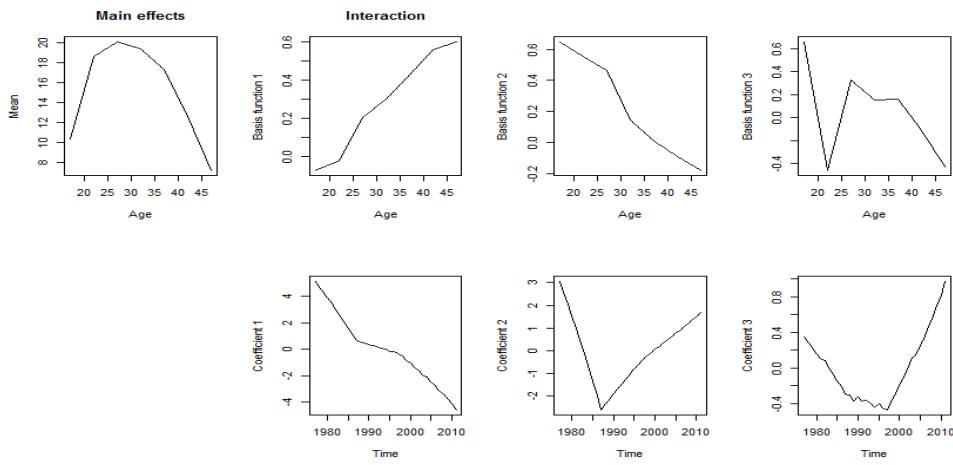
اما الجدول (11) يبيّن القيم المقدرة لمركبات العمر ويظهر في الجدول بأحتواهه على ثلاثة مركبات رئيسة للعمر وهذه ميزة يمتاز بها الأنموذج الامعلمي على الأنموذج (L-C) لأن الأخير يعتمد على المركبة الرئيسية الأولى في تقديره بأفتراض ان هذه المركبة تحمل اكبر قدر ممكّن من الاحرافات، لكن في الأنموذج الامعلمي يسمح لنا بأخذ اكبر قدر من دوال الاساس (المركبات الرئيسية) للحصول على تقدير ادق لمعدلات الخصوبة وبالتالي الحصول على تنبؤات دقيقة، ويتبّع في كل من الجدول (11) والشكل (3) بأن المركبة الرئيسية الأولى  $\varphi_1$  هي عبارة عن دالة متزايدة رتبة تبدأ منخفضة وتستمر بالارتفاع لتصل إلى أعلى مستوىاتها في الفئة العمرية (45-49) بعكس المركبة الرئيسية الثانية  $\varphi_2$  اذ تمثل دالة رتبة متناقصة وكما هو واضح، بينما المركبة الثالثة  $\varphi_3$  تكون مضطربة القيم اذ تكون مرتفعة عند فئة عمرية محددة وتتحفظ في الفئة التالية بشكل سريع.

#### 4.3 نتائج تقدير تأثير الزمن ( $\beta_{t,k}$ )

يتم الان ايجاد تقديرات تأثير  $\beta_{t,k}$  الزمن للأنموذج الامعلمي بعد ان تم الحصول على المتوسط العام ومركبات العمر ويوضح الجدول (12) ثلاثة مركبات (الزمن) رئيسة حيث سيتم اعتبار هذه المركبات الثلاثة فيما بعد سلسلة زمنية احادية المتغيرات ومن الجدول (12) والشكل (3) يتبيّن بأن المركبات الرئيسية الثلاثة  $\beta_{t,k}$  وعند عرضها كسلسلة زمنية يظهر الاضطراب الواضح فيها بالإضافة بعض القيم الشاذة التي لا بد من معالجتها عند تقدير السلسلة الزمنية وأيجاد افضل النماذج المعنوية والتي تعطي دقة عالية في نتائج التقديرات.

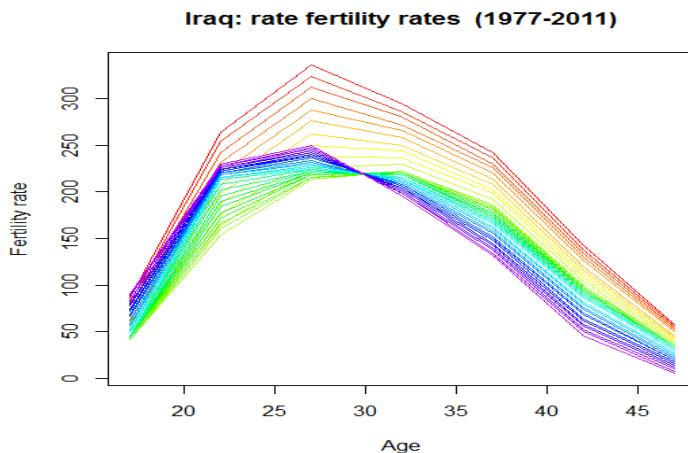
جدول (12)  
القيم المقدرة للمعلمات ( $\beta_{t,k}$ ) للعراق

$\beta_{t,3}$	$\beta_{t,2}$	$\beta_{t,1}$	السنة
0.3546	3.0427	5.0924	1977
0.2841	2.5755	4.6844	1978
0.2350	2.0563	4.2929	1979
0.1545	1.5339	3.9005	1980
0.1031	0.9850	3.4950	1981
0.0867	0.4320	2.9372	1982
-0.0004	-0.1293	2.4736	1983
-0.0651	-0.6693	2.0384	1984
-0.1462	-1.3445	1.6039	1985
-0.2034	-1.9932	1.1515	1986
-0.2896	-2.6132	0.6613	1987
-0.3032	-2.3626	0.5517	1988
-0.3698	-2.1759	0.4904	1989
-0.3223	-1.8749	0.3253	1990
-0.3723	-1.6821	0.2897	1991
-0.3671	-1.4458	0.2082	1992
-0.4033	-1.2579	0.0532	1993
-0.4402	-1.0490	0.0328	1994
-0.3998	-0.7944	-0.1535	1995
-0.4514	-0.6071	-0.2004	1996
-0.4695	-0.4172	-0.3324	1997
-0.3842	-0.2317	-0.5361	1998
-0.2857	-0.1171	-0.8438	1999
-0.2005	0.0639	-1.0568	2000
-0.0977	0.1665	-1.3734	2001
-0.0109	0.3442	-1.5975	2002
0.1185	0.4958	-1.9422	2003
0.1419	0.6164	-2.1052	2004
0.2547	0.7854	-2.4757	2005
0.3342	0.8813	-2.7281	2006
0.4660	1.0779	-3.1091	2007
0.5558	1.1646	-3.3755	2008
0.7005	1.3649	-3.7900	2009
0.8222	1.5000	-4.1000	2010
0.9708	1.6789	-4.5625	2011



شكل 3  
متغيرات القيم المقدرة للمعلمات ( $\beta_{t,k}, \mu_x, \varphi_k$ )

يتضح من الجدول الشكل (3) الاختلاف الكبير والواضح بين مركبات الزمن الرئيسية الثلاثة فضلاً عن مركبات العمر وهذا بدوره يتطلب معالجة كل مركبة على حده فالمركبة الأولى تعاني من مشكلة الاتجاه والتي سيتم معالجتها بأخذ الفروق للسلسلة الأصلية حتى تصبح مستقرة أما بالنسبة للمركبتين الثانية والثالثة كليهما تعانيان من عدم الاستقرارية ايظاً لذا يتوجب معالجة هذه المشكلة.



شكل 4  
معدلات الخصوبة التفصيلية العمرية (ASFR) للمرة (2011-1977)  
جدول 13  
مقاييس الخطأ

Averages across ages:			
ME	MSE	MPE	MAPE
-0.00002	0.1109	0.0041	0.02114
Averages across years:			
IE	ISE	IPE	IAPE
-0.00088	2.66253	0.0822	0.5179

الآن وبعد ان تم الحصول على تقديرات ( $\varphi_k$ ,  $\mu_x$ ,  $\beta_{t,k}$ ) للنموذج الامعمي بالأسلوب الشرائي، وبتعويضها في النموذج (15) للحصول على معدلات الخصوبة التفصيلية العمرية كما في الجدول الاتي:

جدول 14  
تقدير معدلات الخصوبة التفصيلية العمرية (ASFR) بالأسلوب الامعمي لكل (1000) امرأة للعراق

معدل الخصوبة التفصيلية العمرية ASFR				الفئات
1977	1987	1997	2011	
61	42	49	62	15-19
100	86	93	96	20-24
113	94	98	101	25-29
107	95	95	92	30-34
98	87	85	77	35-39
75	66	62	49	40-44
48	41	36	19	45-49

### 5.3 نتائج نموذج الانحدار الذاتي AR(P)

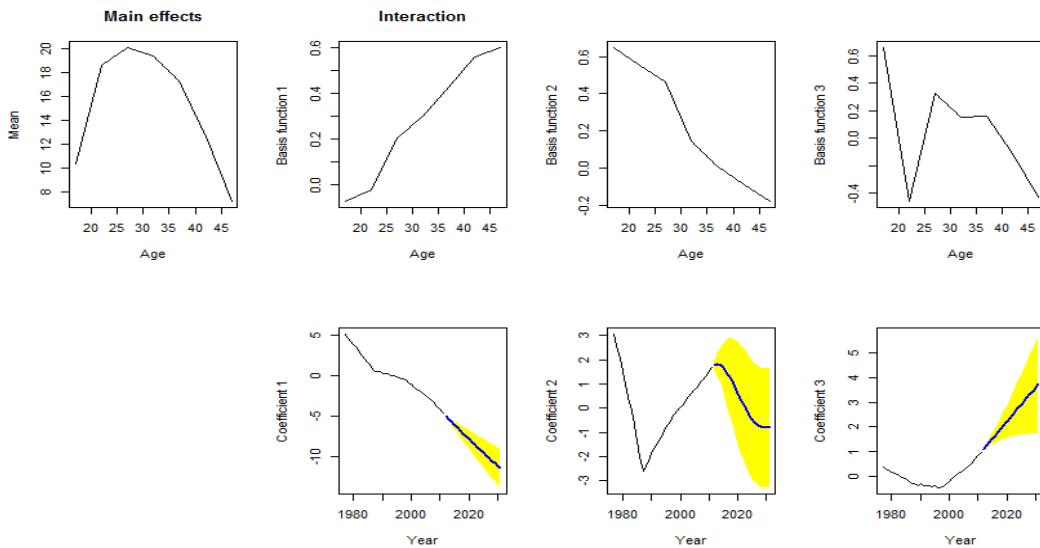
الآن وبعد ان تم الحصول على تقديرات ( $\varphi_k$ ,  $\mu_x$ ,  $\beta_{t,k}$ ) تأتي المرحلة قبل الأخيرة وهي التنبؤ بمركبة الزمن المقدرة ( $\hat{\beta}_{t,k}$ ) والتي تتطلب ايجاد افضل نموذج سلسل زمنية ليتم توظيفه في مرحلة التنبؤ بدليل الخصوبة ( $\hat{\beta}_t$ ) ، وبعد اجراء عملية التشخيص للسلسلة الزمنية تبين بأن افضل نموذج سلسلة زمنية هو نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الثانية (AR(2)) للمركبة الزمنية الاولى  $\hat{\beta}_{t,1}$  بعد أخذ الفرقين الاول للسلسلة اما بالنسبة للمركبة الثانية  $\hat{\beta}_{t,2}$  فأن افضل نموذج كان AR(2) ايضا، اما المركبة الثالثة  $\hat{\beta}_{t,3}$  فأن افضل نموذج سلسلة زمنية هو AR(1) وبالاستناد على معيار تشخيص النماذج AIC وفيما يلى جدول (15) يبين تقديرات معلمات النماذج .

**جدول 15**  
قدرات معلمات النماذج المعنوية للعراق

تقدير المعلمة					النموذج	مركبات الزمن
AIC	MSE	AR(1)	AR(2)	drift		
-50.3	0.010	0.3452 S.E=0.15	0.4541 S.E=0.15	-0.3164 SE=0.07	AR(2,1,0) with drift	$\beta_{t,1}$
-19.45	0.023	1.8737 S.E=0.06	-0.9092 S.E=0.06	--	AR(2,0,0)	$\beta_{t,2}$
-110.98	0.002	-0.6484 S.E=0.12	--	--	AR(1,2,0)	$\beta_{t,3}$

**جدول 16**  
القيم التنبؤية لدليل الخصوبة ( $\hat{\beta}_{t,k}$ ) للعراق

		$\hat{\beta}_{t,3}$			$\hat{\beta}_{t,2}$			$\hat{\beta}_{t,1}$		
Upper	Lower	Forecast	Upper	Lower	Forecast	Upper	Lower	Forecast	السنة	
1.16242	1.04142	1.10192	2.00162	1.5622	1.78191	-4.7807	-5.0721	-4.9264	2012	
1.3461	1.14266	1.24438	2.27895	1.34569	1.81232	-5.0814	-5.5698	-5.3256	2013	
1.54337	1.21562	1.37949	2.51347	1.03774	1.77561	-5.321	-6.0633	-5.6921	2014	
1.74749	1.29125	1.51937	2.69396	0.66439	1.67918	-5.566	-6.5608	-6.0634	2015	
1.95928	1.35304	1.65616	2.81525	0.2485	1.53188	-5.7913	-7.0517	-6.4215	2016	
2.17763	1.41227	1.79495	2.87667	-0.1896	1.34356	-6.0145	-7.5399	-6.7772	2017	
2.40197	1.46291	1.93244	2.88106	-0.6318	1.12463	-6.2304	-8.0218	-7.1261	2018	
2.6321	1.50946	2.07078	2.83407	-1.0628	0.88565	-6.4443	-8.4988	-7.4716	2019	
2.86747	1.54967	2.20857	2.74356	-1.4697	0.63691	-6.6557	-8.9698	-7.8127	2020	
3.10797	1.58545	2.34671	2.61902	-1.8427	0.38815	-6.8664	-9.4354	-8.1509	2021	
3.35324	1.61601	2.48463	2.471	-2.1746	0.1482	-7.0766	-9.8955	-8.4861	2022	
3.60316	1.64222	2.62269	2.31066	-2.4611	-0.0752	-7.2873	-10.35	-8.8188	2023	
3.85748	1.66383	2.76065	2.14914	-2.7005	-0.2757	-7.4986	-10.8	-9.1494	2024	
4.11609	1.68128	2.89868	1.99711	-2.8934	-0.4482	-7.711	-11.245	-9.4781	2025	
4.3788	1.69455	3.03667	1.86419	-3.0423	-0.5891	-7.9248	-11.686	-9.8052	2026	
4.64551	1.70387	3.17469	1.75842	-3.1509	-0.6963	-8.14	-12.122	-10.131	2027	
4.91607	1.70929	3.31268	1.6858	-3.2238	-0.769	-8.3568	-12.554	-10.455	2028	
5.19041	1.71098	3.45069	1.6499	-3.2655	-0.8078	-8.5753	-12.982	-10.779	2029	
5.46839	1.709	3.58869	1.65165	-3.2805	-0.8144	-8.7956	-13.407	-11.101	2030	
5.74994	1.70346	3.7267	1.68944	-3.2724	-0.7915	-9.0177	-13.828	-11.423	2031	



شكل 5

تنبؤات متوجهات القيم المقترنة للمعلمات ( $\beta_{t,k}, \mu_x, \varphi_k$ )

يتبيّن من الشكل (5) بأن القيم التنبؤية لمركبات الزمن تتجه نحو الانخفاض على المستوى المتوسط للمركبتين الأولى والثانية وهذا بدوره يؤثر على القيم التنبؤية لمعدلات الخصوبة التفصيلية (ASFR) وهذا ما سيوضحه جدول (17).

**جدول 17**  
**القيم التنبؤية لمعدلات الخصوبة التفصيلية (ASFR) في العراق لكل 1000 امرأة للاسلوب الالاعمي للمدة (2031-2012)**

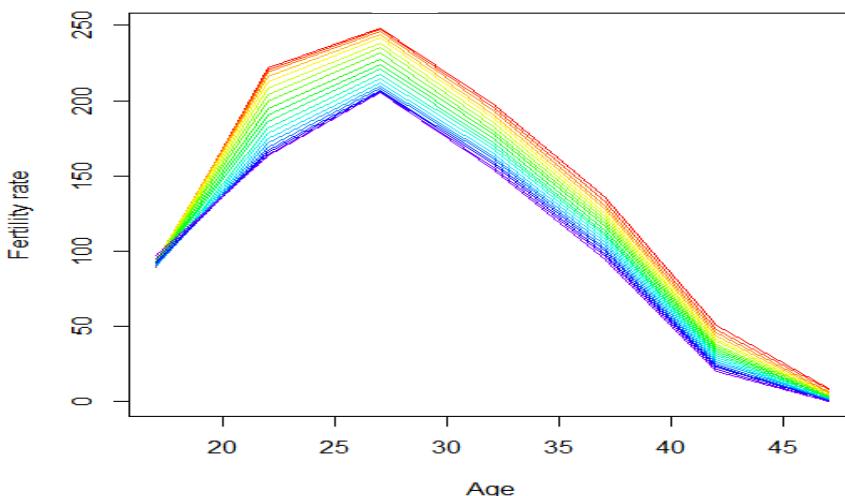
2021	2020	2019	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	السنة
91	92	92	93	93	93	93	92	91	89	15-19
190	195	200	204	209	212	216	219	221	222	20-24
224	228	231	235	238	242	244	246	248	248	25-29
175	178	181	183	186	189	191	194	196	198	30-34
114	117	119	121	123	126	128	131	133	136	35-39
33	35	36	38	40	42	44	46	48	50	40-44
3	3	4	4	5	5	6	7	8	9	45-49
4.2	4.2	4.3	4.4	4.5	4.5	4.6	4.7	4.7	4.8	TFR

تابع جدول 17

2031	2030	2029	2028	2027	2026	2025	2024	2023	2022	السنة
97	95	93	92	91	90	90	90	90	90	15-19
163	164	165	167	169	172	175	178	182	186	20-24
205	205	206	207	208	210	212	215	218	221	25-29
155	156	158	160	162	164	166	168	170	173	30-34
95	97	99	100	102	104	106	108	110	112	35-39
20	21	22	24	25	26	28	29	30	32	40-44
0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	45-49
3.7	3.7	3.7	3.8	3.8	3.8	3.9	3.9	4.0	4.1	TFR

يلاحظ من الجدول (17) بأن القيم التنبؤية لمعدلات الخصوبة التفصيلية (ASFR) متسقة مع القيم المقدرة لهذه المعدلات للمدة (2011-1977) فضلاً عن الانخفاض البطيء لهذه المعدلات والموضح في قيم معدل الخصوبة الكلية (TFR).

**Iraq: rate fertility rates (2012-2031)**



**شكل 6**  
**معدلات الخصوبة التفصيلية العربية (ASFR) التنبؤية للمدة (2031-2012)**

**جدول 18**  
**نسبة التباين المنويه التجمعيه CPV**

العراق		
الأنموذج الالاعمي	أنموذج (L-C)	المركبة الرئيسية PC
73.2	40.0	PC1
95.5	66.6	PC2
100	80.7	PC3
100	90.3	PC4
100	94.5	PC5
100	97.5	PC6
100%	100.0%	Total Percentage%

يلاحظ من الجدول (18) بأن النسبة التباين للمركبة الرئيسية الاولى لنموذج (L-C) كانت 40% بينما بلغت هذه النسبة للمركبة الرئيسية الاولى للأنموذج الامعلمي 73.2% ويدل ذلك على تفوق الأنموذج الامعلمي على نموذج (L-C).

#### 4. الاستنتاجات

كانت الطريقة الامعلمية في التقدير والتنبؤ بمعدلات الخصوبة أفضل و أجرد باستعمال من طريقة L-C المعلمية من خلال نتائج الجانب التطبيقي، وكما يأتي:

1. اثبتت الطريقة الامعلمية افضليتها عن نموذج (L-C) وهذا ما افضاه الجدول (6) والجدول (13) حيث كانت قيمة متوسط مربعات الخطأ لنموذج (L-C) مساوية (0.4546) بينما كانت قيمته باستعمال الاسلوب الامعلمي (0.1109).

2. برزت افضلية الاسلوب الامعلمي كما بين ذلك نتائج الجدول (18)، حيث كانت قيمة نسبة التباين المئوية التجميعية CPV للمركبة الرئيسية الاولى للطريقة الامعلمية (73.2%) وهذا يعني بأن هذه المركبة تحمل اكبر نسبة من انحرافات بينما سجلت نسبة التباين المئوية لنموذج (L-C) للمركبة الرئيسية الاولى (40.0%) في حالة نموذج L-C المعلمي.

3. كانت نتائج الطريقة الامعلمية أكثر واقعية ومنطقية بالنسبة لقيم معدلات الخصوبة التفصيلية العمرية المتتبني بها وبينما ذلك واضحًا من الجدول (17) وهو ما يتوافق مع المعدلات الحقيقة المدرجة في الجدول (8) اي أنها متقدمة مع المعدلات الأصلية

#### المصادر العربية

1. العبيدي، عمر فاروق خليل، (2014); "تقدير وتتبُّؤَّ معدلات الخصوبة في العراق باستعمال طريقة لامعلمية حصينةً مع مقارنتها بأسلوب L-C وبعض الطرائق المباشرة وغير المباشرة"، رسالة ماجستير غير منشورة في الاحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد، جمهورية العراق.

2. علي، عمر عبدالمحسن ؛ و خليل، عمر فاروق؛ "تقدير معدلات الخصوبة في العراق باستعمال نموذج Lee-Carter والتتبُّؤَّ لل فترة 2031 – 2012"؛ المؤتمر العلمي الدولي الرابع لاتحاد الاحصائيين العرب، المحور الأول: التحولات الديموغرافية في البلدان العربية، (الصفحة 214 – 232).

3. خواجة، خالد زهدي، "إحصاءات الخصوبة"، المعهد العربي للتدريب والبحوث الاحصائية.

4. الجهاز المركزي للإحصاء، وزارة التخطيط، (1978)، "نتائج التعداد العام للسكان لعام (1977)"، بغداد.

5. الجهاز المركزي للإحصاء، وزارة التخطيط، (1988)، "نتائج التعداد العام للسكان لعام (1987)"، بغداد.

6. الجهاز المركزي للإحصاء، وزارة التخطيط، (1998)، "نتائج التعداد العام للسكان لعام (1997)"، بغداد.

7. الجهاز المركزي للإحصاء، وزارة التخطيط ، (2012)، مديرية الإحصاء الاجتماعي والتربوي، "نتائج المسح العنودي متعدد المؤشرات مراقبة أوضاع النساء والأطفال \_العراق 2011 ".

#### المصادر الأجنبية

8. Andreozzi. L.; Blaconá .M.T and Arnes.N; (2011); "The Lee – Carter Method for Estimating and Forecasting Mortality: An Application for Argentina"; School of Statistics Faculty of Economics and Statistics, National University of Rosario, Argentina.
9. D' Amato, V., Piscopo, G., Russolillo, M.; (2011); "The mortality of the Italian population: Smoothing techniques on the Lee--Carter model ". Annals of Applied Statistics, Vol. 5, No. 2A, pp. 705-724.
10. De Boor, C.; (1978); "A Practical Guide to Splines". Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, Vol. 27.
11. Eilers, Paul H. C., Marx, B. D.; (1996); "Flexible Smoothing with B-splines and Penalties". Statistical Science, Vol. 11, No. 2, pp. 89-102.
12. He, X., Ng, P.; (1999); "COBS: qualitatively constrained smoothing via linear programming". Computational Statistics 14, pp.315–337.
13. Hyndman, R. J. Ullah, M. S. (2007); "Robust forecasting of mortality and fertility rates: a functional data approach". Computational Statistics & Data Analysis, Vol. 51, pp. 4942-4956.
14. Lee, R. D.; (1993); "Modeling and forecasting the time series of U.S. fertility: age distribution, range, and ultimate level"; International Journal of Forecasting, Vol. 9, pp. 187-202.
15. Nikitović, V. (2011); "Functional Data Analysis in Forecasting Serbian Fertility". Stanovništvo Journal, Vol. 49, No. 2, pp. 73-89.
16. Tim, Neil H.; (2002); "Applied Multivariate Analysis". Springer-Verlag, New York.

### الملحق خلاصة استعمال البرمجيات لأخذ ومعالجة وتحليل البيانات

