AL- Rafidain University College

PISSN: (1681-6870); EISSN: (2790-2293)

مجلة كلية الرافدين الجامعة للعلوم

Available online at: https://www.jrucs.iq

JRUCS

Journal of AL-Rafidain University College for Sciences

تقدير أنموذج انحدار جاما الحرف المقيد بدمج انحدار جاما الحرف مع الإمكان الأعظم المقيدة في ظل وجود مشكلة التعدد الخطي مع التطبيق

ميفان شكور عبدالله	أ.م. سهيل نجم عبود
Mivan.shakur2101m@coadec.uobaghdad.edu.iq	suhnaj2005@coadec.uobaghdad.edu.iq
قسم الاحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد، بغداد، العراق	

المستخلص

يعتبر إنموذج إنحدار جاما Gamma Regression Model إنموذج إنحدار غير خطي عندما لايتبع المتغير المعتمد التوزيع الطبيعي ويختلف عن الإنحدار الخطي في إن قيمة μ_i للمتغير المعتمد Y تستبدل بدالة ربط $g(\mu_i) = \eta$ إذ إن η هي تركيبة خطية من المتغيرات المستقلة والغرض من إستخدام هذه الدالة هو لتقليل قيمة التباين وجعله أكثر استقرارا.

وتعتبر مشكلة التعدد الخطي بين المتغيرات التفسيرية من أكثر المشاكل شيوعا التي تواجه الباحثين وتؤثر بشكل سلبي على المعلمات المقدرة للإنموذج في تحليل الإنحدار بالإضافة الى وجود قيود مفروضة على المعلمات تؤثر بشكل مباشر على تقدير معلمات الأنموذج، تناول البحث تقدير معالم إنموذج إنحدار الحرف جاما المقيد في ظل وجود مشكلة التعدد الخطي عبر إستخدام ثلاث طرق للتقدير وهي طريقة الإمكان الأعظم المقيدة Restricted Maximum Likelihood RMLE ومقدر انحدار الحرف جاما Gamma Ridge Regression GRR بالإضافة الى المقدر المدمج Built in Estimator RGRRE الذي يدمج مقدر الإمكان الأعظم المقيدة مع مقدر إنحدار جاما الحرف وتم الإعتماد على متوسط مربعات الخطأ MSE كمعيار للمقارنة بين طرائق التقدير لمعلمات الإنموذج وبينت النتائج إن المقدر المدمج تفوق على باقي طرق التقدير لأنه أعطى أقل MSE وتم تطبيقها في الجانب التجريبي على بيانات حقيقية تختص بموضوع عرض النقد والعوامل المؤثرة فيه لحجم عينة 48 وكانت نتائج تقدير المعلمات مناسبة للإنموذج .

معلومات البحث

تواريخ البحث:

تاريخ تقديم البحث: 25/2/2024
تاريخ قبول البحث: 12/4/2024
تاريخ رفع البحث على الموقع: 31/12/2024

الكلمات المفتاحية:

أنموذج انحدار جاماGRM انحدار الحرف جاما GRR، مقدر الإمكان الأعظم المقيدRMLE،المقدر المدمج RGRRE .

للمراسلة:

ميفان شكور عبدالله
Mivan.shakur2101m@coadec.uobaghdad.edu.iq

DOI: https://doi.org/10.55562/jrucs.v56i1.24

1. المقدمة

كثيرا مايستخدم إنموذج إنحدار جاما في مجال العلوم الطبية والإقتصاد والرعاية الصحية ومجال تأمين السيارات، عندما يكون المتغير التابع منحرف بشكل موجب ويتبع توزيع جاما، يستخدم مقدر الإمكان الأعظم MLE المعتاد في تقدير المعلمة β لإنموذج إنحدار جاما إذ يقلل مقدر MLE من قيمة متوسط مربعات الخطأ MSE وعلى الرغم من ذلك لايمكن الإعتماد عليه في تقدير معلمات إنموذج إنحدار جاما إذا كان يشتبه في إن المعلمة β تخضع الى قيد خطي مثل Fβ=f إذ إن f هو m×1 متجه من العناصر المعروفة وF هو m×p مصفوفة معروفة فنلجأ في هذه الحالة إلى إستخدام طريقة الإمكان الأعظم المقيدة (RMLE) .

تعتبر مشكلة التعدد الخطي Multicollinearity من أكثر المشاكل شيوعا التي تواجه الباحث في تقدير المقدرات المقيدة وغير المقيدة في إنموذج إنحدار جاما إذ تؤدي إلى زيادة قيمة التباينات في معاملات الانحدار، لذا تم اللجوء إلى طريقة تقدير جديدة تدمج بين طريقة الإمكان الأعظم المقيدة RMLE و طريقة إنحدار جاما الحرف GRR للتغلب على مشكلة التعدد الخطي في ظل وجود القيود المفروضة على متجه المعالم β وتم بيان فاعلية المقدر الجديد عن طريق دراسة خصائص الخطأ التربيعي المتوسط MSE للمقدر الجديد وتفوقه على مقدر GRR و RMLE.

2. إنموذج إنحدار جاما

يعتبر إنموذج إنحدار جاما Gamma Regression Model (GRM) جزءا من النماذج الخطية المعممة Generalized GLM linear) model)، و تختلف عن إنموذج الإنحدار الخطي المعروف في كون توزيع المتغير التابع ينتمي إلى العائلة الأسية وإن القيم المتوقعة μ_i للمتغير العشوائي Y تستبدل بدالة ربط $g(\mu_i) = \eta_i$ إذ إن η هي تركيبة خطية من المتغيرات المستقلة، والغاية من استخدام دالة الربط هو لجعل تباين الخطأ اكثر استقرارا، وهناك ميزة أخرى في إستخدام النماذج المعممة إذ تتيح لنا إختيار توزيع الخطأ الخاص بالإنموذج بصورة يكون مستقل عكس إنموذج الإنحدار الخطي الذي يجب أن يكون توزيع الخطأ توزيعا طبيعيا .

قام العالمان Hardin و Hilbe عام 2007 بصياغة معادلة دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع جاما لتصبح كما في المعادلة (1) [8,2]

$$f(Y,\mu,\phi)=\frac{1}{\Gamma(\phi)^{-1}}\left(\frac{1}{\mu\phi}\right)^{\phi^{-1}} Y^{\phi^{-1}-1}\ e^{-Y/\mu\phi} \qquad Y\geq 0 \qquad (1)$$

بإفتراض إن $\alpha = \phi^{-1}$

$\beta = \mu\phi$

إذ تمثل ϕ معلمة (معامل) التشتت

μ الوسط الحسابي

و دالة الكتلة الإحتمالية للعائلة الأسية تعطى بالمعادلة (2) :

$$f(Y,\theta,\phi)=\exp\left[\frac{Y\theta-b(\theta)}{a(\phi)}+c(Y,\phi)\right] \qquad (2)$$

تمثل θ معلمة الموقع و$b(\theta)$ تمثل الدالة التراكمية (c.d.f) للمتغير Y وإن :

$\theta=\frac{1}{\mu}$ $\qquad b(\theta) = -\ln(\mu)$

$a(\phi) = -\ \phi$ تمثل القيمة الثابتة المطلوبة لتقدير الخطأ المعياري

$$C(Y,\phi) = \frac{1-\phi}{\phi}\ln(Y) - \frac{\ln(\phi)}{\phi} - ln\Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right)$$

ويمكن كتابة المعادلة (2) بالشكل المبين في المعادلة (3) :

$$f(Y,\theta,\phi) = \left[\frac{y/\mu-(-\ln(\theta))}{-\phi} + \frac{1-\phi}{\phi}\ln(Y) - \frac{\ln(\phi)}{\phi} - ln\Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right)\right] \qquad (3)$$

وبالتالي فإن التوقع والتباين يأخذ صيغة المعادلة رقم (4)و(5) :

$$E(Y)=b'(\theta) = \frac{\partial b}{\partial \mu}\frac{\partial \mu}{\partial \theta} = \frac{-1}{\mu}\times(-\mu^2) =\mu \qquad (4)$$

$$b''(\theta) = \frac{\partial^2 b}{\partial \mu^2}\left(\frac{\partial \mu}{\partial \theta}\right) + \frac{\partial b}{\partial \mu}\left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial \theta^2}\right) = 0(1)^2 + (1)(-\mu^2) = -\mu^2$$

$$Var(Y)=a(\phi)V(\mu) = -\phi\ b''(\theta)=(-\phi)\ (-\mu^2\ )=\phi\ \mu^2 \qquad (5)$$

ويمكن كتابة دالة الربط للمتوسط للمتغير التفسيري Y الذي يتبع إنموذج جاما بالشكل المبين في المعادلة رقم (6) [4,3]:

$$g(\mu_i)= \left(\frac{1}{\mu_i}\right) = x_i{}^T\beta \qquad i=1,2,3,\ldots.n \qquad (6)$$

وإن x_i تمثل صفوف مصفوفة المتغير $X = \left(x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{ip}\right)^T$

X : مصفوفة المتغير التفسيري من الدرجة $n \times (p+1)$

β : المتجه العامودي لمعاملات الإنحدار من الدرجة $(p+1)\times 1$

أما القيمة المقدرة لمعامل التشتت $\hat{\phi}$ فتحسب بالمعادلة (7) :

$$\hat{\phi} = \frac{1}{n-q}\sum_{i=1}^{n}\frac{(y_i-\hat{\mu}_i)^2}{(\hat{\mu}_i)^2} \qquad (7)$$

q=p+1

p عدد المتغيرات المستقلة

λ_j: القيمة الذاتية للمصفوفة ($X^T\ \widehat{W}\ X$)

إن إستخدام طريقة MLE بوجود مشكلة التعدد الخطي يؤدي الى أن تكون قيمة MSE كبيرة وذلك بسبب زيادة الإرتباط بين المتغيرات المفسرة مما يؤدي إلى أن تكون قيمة λ_j صغيرة .

3. مقدر إنحدار جاما الحرف

إن أفضل الطرق المستعملة لتقدير معامل الإنحدار بوجود مشكلة التعدد الخطي هي طريقة الحرف، ومن أهم مزايا هذه الطريقة هي تقليل قيمة متوسط مربعات الخطأ MSE أما عيوبها فتكمن بزيادة قيمة معامل الانكماش K [20,7]

تعطي تقديرات الإمكان الأعظم MLE بوجود مشكلة التعدد الخطي قيمة MSE كبيرة ومضللة، ومن أجل حل هذه المشكلة إقترح العالم Amin طريقة لتقدير معامل الإنحدار لإنموذج إنحدار جاما الحرف بطريقة مشابهة لطريقة تقدير الإنحدار المعمم كما مبين في المعادلة رقم (9) [5,3,2]:

$$\hat{\beta}_{RR}= \ (X^T\widehat{W}X + kI_p\ )^{-1}\ (X^T\ \widehat{W}\ X)\ \hat{\beta}_{ML} \qquad (8)$$

إذ إن

$$\hat{\beta}_{ML}= (X^T\widehat{W}X\ )^{-1}\ X^T\ \widehat{W}\ y^*$$

$$\widehat{W} = diag\{(1/\mu_i{}^2)\mu_i{}^2\}$$

$$y^*=\widehat{\eta_i} +(y_i - \hat{\mu}_i)/\hat{\mu}_i{}^2$$

$$\hat{\mu}_{i=}\ [x_i{}^T\ \hat{\beta}_{ML}\ ]^{-1}$$

هي المتغيرات المعدلة التي تستعمل دالة ربط معكوسة

$$\eta_i = x_i{}'\beta \quad , \quad i = 1,2,\dots,$$

$$k = \hat{k}_{min} = min\left(\frac{\hat{\theta}\lambda_j m_{jj}}{\hat{\alpha}_j{}^2}\right)$$

4. مقدر الامكان الاعظم المقيد

من الطرق المستخدمة لإثبات كفاءة المقدر هي إستخدام المعلومات السابقة المتوفرة عن البيانات المدروسة أو معاملات الإنحدار,والغاية من ذلك هو لتقدير المعامل β عندما يقع تحت تأثير قيد خطي $F_r'\beta = f_r$ [10,6]

إذ إن

f_r أعداد ثابتة

F_r متجه معلوم p×1

m قيود مستقلة مفروضة على متجه المعالم B

في هذه الحالة نستخدم مقدر مقيد لـ β إذ تعطينا طريقة الإمكان الأعظم المقيدة RMLE أكبر قيمة دالة ربط لإنموذج إنحدار جاما GRM على β بموجب القيود $\acute{F}_r\beta = f_r$ و بإستخدام دالة الجزاء التربيعية المؤشرة في المعادلة (10)[15,13] ...

$$\Theta\ (\lambda,\beta) = \ell(\beta) - \tfrac{1}{2}\textstyle\sum_{r=1}^{m}\lambda_r(f_r - \acute{F}_r\beta)^2 \qquad (9)$$

يتم حساب مقدر RMLE وفق المعادلة (11):

$$\hat{\beta}_{RMLE} = \hat{\beta}_{MLE} + A^{-1}\acute{F}\left(FA^{-1}\acute{F}\right)^{-1}\left(f - F\hat{\beta}_{MLE}\right) \qquad (10)$$

5. المقدر المدمج

يتم حساب مقدر RMLE من خلال تعظيم دالة الإمكان الأعظم لإنموذج إنحدار جاما مع مراعاة القيد $\acute{F}_r\ \beta = f_r$ إذ إن r=1,2,..m ، لكن بوجود مشكلة التعدد الخطي يمكن أن تعطينا طريقة RMLE مقدرات ضعيفة وبالتالي سيعطي معلومات غير دقيقة كما هو الحال بالنسبة لمقدرالإمكان الأعظم MLE بوجود مشكلة التعدد الخطي ، لذا تم تعديل مقدرالإمكان الأعظم المقيد RMLE لنحصل على مقدر فعال في ظل وجود قيود مفروضة على المعالم [10,6]...

إن الدالة التربيعية لمقدر إنحدار جاما الحرف المقيد RGRRE تعطى وفق المعادلة (12) :

$$\Theta\ \ (\beta,\mathrm{K},\lambda) =\beta'\beta - \ \frac{2}{k}\ \ell(\beta)+\textstyle\sum_{r=1}^{m}\lambda_r\ (f_r - F_r\acute{\beta})^2 \qquad (11)$$

إذ إن $\frac{1}{k}$ تمثل مضاعفات لاكرانج، وإن الدالة التربيعية $\Theta(\beta,k,\lambda)$ لـ RGRRE تجمع بين دالة RGGE و RMLE [15_14]..

ويكون تقدير RGRRE وفق المعادلة (13):

$$\hat{\beta}_F(\mathrm{K})=\hat{\beta}\ (\mathrm{k})+(A + kI_p)^{-1}\ F'\ (F(\mathrm{A}+\mathrm{k}I_p)^{-1}\ F'\ )^{-1}\ (\mathrm{f}-F\hat{\beta}_{MLE}\ ) \quad \mathrm{K}>0 \qquad (12)$$

تكون خصائص MSE لـ GRM مختلفة مقارنة بالإنحدار الخطي بسبب تاثير معلمة التشتت في طرق تقدير معامل الإنكماش k في RGRRE [18 _ 17,11]

$$\hat{\beta}_F(k)=A_k\ \hat{\beta}_{RMLE}$$

$$A_k=(I_p+\mathrm{k}A^{-1})^{-1}$$

6. تقدير معامل الانكماش

يفضل تقدير معامل الانكماش (k) بطريقة تقلل من قيمة متوسط مربعات الخطأ MSE للمقدر المدمـج RGRRE لذا تم إستخدام المعادلة (13)[20]

$$\text{EMSE}=\widehat{\emptyset}\sum_{j=1}^{p+1}\frac{\lambda_j}{(\lambda_j+k)^2}+k^2\sum_{j=1}^{p}\frac{{\alpha_j}^2}{(\lambda_j+k)^2} \quad (13)$$

إذ يتم اشتقاق المعادلة (13) بالنسبة لـ k و مساواتها للصفر لإيجاد أفضل قيمة لـ k...لذا تم في عام 2021 إقتراح عدد من الصيغ من قبل الباحثون محمد قاسم ومحمد نعمان اكرم ومحمد امين وكريستوفر مانسون لتقدير معامل الإنكماش لغرض إختيار الطريقة التي تعطينا أقل MSE وهي :

$$\mathrm{k}_{(1)}=\hat{\mathrm{k}}_{\mathrm{mean}}=\frac{\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{p}}\sqrt{\frac{\widehat{\emptyset}\lambda_{\mathrm{j}}\mathrm{m}_{\mathrm{jj}}}{\widehat{\alpha}_{\mathrm{j}}{}^2}}}{\mathrm{p}} \quad (14)$$

$$\mathrm{k}_{(2)}=\hat{\mathrm{k}}_{\mathrm{median}}=\mathrm{median}\left(\frac{\widehat{\emptyset}\lambda_{\mathrm{j}}\mathrm{m}_{\mathrm{jj}}}{\widehat{\alpha}_{\mathrm{j}}{}^2}\right) \quad (15)$$

$$\mathrm{k}_{(3)}=\hat{\mathrm{k}}_{\mathrm{HM}}=\frac{\mathrm{p}}{\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{p}}(1/(\frac{\widehat{\emptyset}\lambda_{\mathrm{j}}\mathrm{m}_{\mathrm{jjj}}}{\widehat{\alpha}_{\mathrm{j}}{}^2}))} \quad (16)$$

$$k_{(4)}=\hat{k}_{max}=max\left(\sqrt{\frac{\widehat{\emptyset}\lambda_j m_{jj}}{\hat{\alpha}_j{}^2}}\right) \quad (17)$$

$$\mathrm{k}_{(5)}=\hat{\mathrm{k}}_{\mathrm{GM}}=\left(\prod_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{p}}(\frac{\widehat{\emptyset}\lambda_{\mathrm{j}}\mathrm{m}_{\mathrm{jj}}}{\widehat{\alpha}_{\mathrm{j}}{}^2})\right)^{\frac{1}{\mathrm{p}}} \quad (18)$$

7. مقارنة بين $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{F}}(\mathbf{k})$ و $\widehat{\boldsymbol{\beta}}(\mathbf{k})$ عندما تكون القيود المفروضة على المعلمات تساوي 0

في أنموذج انحدار جاما عندما تكون قيمة القيد $\tau=f-F\beta=0$, يكون [16,15]

$$Cov\,\hat{\beta}_F(k)<Cov\hat{\beta}(k)\quad k\geq 0\ \forall\quad \text{if}\quad \tau=0$$

يكون لكل من $\hat{\beta}_F(k)$ و $\hat{\beta}(k)$ نفس مقدار التحيز اذا كان $\tau=0$ ويمكن كتابته بالشكل التالي [9] :

$$Bias\left(\hat{\beta}_F(k)\right)=Bias\left(\hat{\beta}(k)\right)=-k\left(A+kI_p\right)^{-1}\beta$$

يمكننا المقارنة بين قيمة مصفوفتي التباين والتباين المشترك لكل من $\hat{\beta}_F(k)$ و $\hat{\beta}(k)$

$$\begin{aligned}&[Cov(\hat{\beta}(k))-Cov(\hat{\beta}_F(k))]\\&=\hat{\phi}(W(k)^{-1}AW(k)^{-1})-\widehat{\emptyset}[A_k\{A^{-1}-A^{-1}F'(FA^{-1}F')^{-1}FA^{-1}\}A_k{}']\\&=\widehat{\emptyset}[W(k)^{-1}A^{-1}F'(FA^{-1}F')^{-1}FA^{-1}W(k)^{-1}]\end{aligned} \quad (19)$$

إذ أن $W(k)=\left(A+kI_p\right),\ A_k=W(k)A$

$$W(k)=A_kA^{-1}$$

لذا فإن المصفوفة مصفوفة التباين والتباين المشترك لكل من $\hat{\beta}_F(k)$و $\hat{\beta}(k)$هي مصفوفة psd $\forall\ k\geq 0$ وهذا كاف لإثبات إن المقدر المدمج RGRRE أفضل من مقدر إنحدار جاما الحرف GRRE .

8. مقارنة بين $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{F}}$ (k) و $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{RMLE}}$ عندما تكون القيود المفروضة على المعلمات تساوي 0 .

إن مقدر $\hat{\beta}_{\mathrm{RMLE}}$ هو مقدرغير متحيز عندما τ=0 لكن مقدر $\hat{\beta}_{\mathrm{F}}$(k) هو دائما تقدير متحيز لذا فإن [13,9] :

$$Cov\,\hat{\beta}_F(k)\leq Cov\,\hat{\beta}_{RMLE}\quad\forall\quad k\geq 0$$

$$\begin{aligned}&[Cov(\hat{\beta}_{RMLE})-Cov(\hat{\beta}_F(k))]\\&=\widehat{\emptyset}[A^{-1}-A^{-1}F'(FA^{-1}F')^{-1}FA^{-1}]-\widehat{\emptyset}[A_k[A^{-1}-A^{-1}F'(FA^{-1}F')^{-1}FA^{-1}]A'_k]\\&=\left[\widehat{\emptyset}A_k[k^2A^{-1}GA^{-1}+kGA^{-1}+kA^{-1}G]A'_k\right]\\&=\hat{\phi}G-\hat{\phi}[A_kGA_k{}']\end{aligned} \quad (20)$$

إذ إن $G = A^{-1} - A^{-1}F'(FA^{-1}F')^{-1}FA^{-1}$ (G = positive semidefinite psd)

و $A_k = \left(I_p + kA^{-1}\right)^{-1}$, $A = X^T\widehat{w}X$ (positive definite)

نستنتج من المعادلة (20) أن

$A^{-1}G$ مصفوفة غير سالبة

$A^{-1}GA^{-1}$ مصفوفة psd

لذا فإن $\left[Cov\left(\hat{\beta}_{RMLE}\right) - Cov\left(\hat{\beta}_F(k)\right)\right]$ مصفوفة psd $\forall\ k \geq 0$ يتبين مما سبق إن تباين $\hat{\beta}_F(k)$ أقل من تباين $\hat{\beta}_{RMLE}$, و يمكن كتابة MSE لـ $\hat{\beta}_{RMLE}$ لإنموذج إنحدار جاما GRM بالمعادلة (21) :

$$MSE\ \left(\hat{\beta}_{RMLE}\right) = \widehat{\emptyset}tr(G) = \widehat{\emptyset}\sum_{j=1}^{p} m_{jj} \qquad (21)$$

إذ تمثل m_{jj} عناصر القطر الرئيسي للمصفوفة $M = Q'GQ$ وان Q مصفوفة متعامدة بحيث تكون

$\Lambda = Q'GQ$

Λ مصفوفة قطرية عناصر القطر الرئيسي فيها $\left(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p\right)$ تمثل الجذور المميزة للمصفوفة G , وإن MSE لـ RGRRE تحسب بالمعادلة (22)

$$MSE\ \left(\hat{\beta}_F(k)\right) = \widehat{\emptyset}tr\left[Cov\left(\hat{\beta}_F(k)\right)\right] + \left[Bias\left(\hat{\beta}_F(k)\right)\right]\acute{}\left[Bias\left(\hat{\beta}_F(k)\right)\right] \qquad (22)$$

إذا إفترضنا إن قيمة القيد $\tau = 0$ فإن المعادلة (22) يمكن أن تكتب بالشكل التالي :

$$MSE\left(\hat{\beta}_F(k)\right) = \widehat{\emptyset}tr(A_kGA'_k) + k^2\beta'\left(A + kI_p\right)^{-2}\beta$$

بعد التبسيط نصل إلى المعادلة (23)

$$MSE\ \hat{\beta}_F(k) = \widehat{\emptyset}\sum_{j=1}^{p}\frac{{\lambda_j}^2}{\left(\lambda_j + k\right)^2}m_{jj} + k^2\sum_{j=1}^{p}\frac{{\alpha_j}^2}{\left(\lambda_j + k\right)^2}$$

$$= \Upsilon_1(F_k) + \Upsilon_2(F_k) \qquad (23)$$

تمثل قيمة α_j عناصر $Q'\beta$ و λ_j هي القيمة الذاتية للمصفوفة A وإن قيمة $\Upsilon_1\ (F_k)$ و $\Upsilon_2(F_k)$ تمثل قيمة التباين ومربع التحيز لـ $\hat{\beta}_F(k)$ على التوالي ...

كما أن التباين الكلي لـ $\Upsilon_1\left(F_{(k)}\right)$ مستمر ويتناقص بشكل طردي بالنسبة لـ k كما في المعادلة (24) :

$$\frac{\partial\{\Upsilon_1(F_k)\}}{\partial k} = -2\emptyset\sum_{j=1}^{p}\frac{{\lambda_j}^2}{\left(\lambda_j + k\right)^3}m_{jj} \qquad (24)$$

وإن مربع التحيز لـ $\Upsilon_2\left(F_{(k)}\right)$ دالة مستمرة متزايدة بشكل طردي لـ k كما مبين في المعادلة رقم (25)

$$\frac{\partial\{\Upsilon_2(F_{(k)})\}}{\partial k} = 2k\sum_{j=1}^{p}\frac{\lambda_j{\alpha_j}^2}{(\lambda_j+k)^3} \qquad k > 0\ ,\ \ \lambda_j > 0 \qquad (25)$$

في إنموذج إنحدار جاما GRM ستكون هناك قيمة لـ k >0 في حدود

$$0 < k < \frac{\phi}{\left[max\left(\frac{{\alpha_j}^2}{\lambda_j m_{jj}}\right)\right]}$$

ستؤدي الى ان تكون قيمة $MSE\ \beta_F(k) < MSE\ \beta_{RMLE}$ عندما $\tau = 0$

$$\frac{\partial\left(MSE(\hat{\beta}_F k)\right)}{\partial k} = -2\emptyset\sum_{j=1}^{p}\frac{{\lambda_j}^2}{\left(\lambda_j + k\right)^3}m_{jj} + 2k\sum_{j=1}^{p}\frac{\lambda_j{\alpha_j}^2}{\left(\lambda_j + k\right)^3}$$

$$= 2\sum_{j=1}^{p}\frac{k\lambda_j{\alpha_j}^2 - \emptyset{\lambda_j}^2 m_{jj}}{\left(\lambda_j + k\right)^3} \qquad (26)$$

9. الجانب التطبيقي

في هذا الجزء أستعملت بيانات عن عرض النقد الذي يمثل متغير الإستجابة وعدد من العوامل المؤثرة فيه وعددها ست متغيرات تفسيرية إذ تم الحصول عليها من تقارير البنك المركزي وكانت بحجم (48) وأستعملت طرق التقدير التي تم عرضها في الجانب النظري من البحث لغرض تقدير إنموذج إنحدار جاما الحرف المقيد .

- **البيانات الحقيقية**

تم جمع البيانات (من تقاريرالبنك المركزي العراقي للأعوام 2018-2021) [1] وكانت عبارة عن مجموعة من العوامل المؤثرة على متغير عرض النقد و كما مبين في الجدول رقم (1) وتم بناء إنموذج إنحدار جاما بوصفه الإنموذج الأنسب لهذه البيانات وكانت صيغة الإنموذج :

$$Y_i = e^{(\beta_0+\beta_1 X_{i1}+\beta_2 X_{i2}+\beta_3 X_{i3}+\beta_4 X_{i4}+\beta_5 X_{i5}+\beta_6 X_{i6})}$$

إذ إن :

Y_i : متغير الإستجابة يمثل عرض النقد

X_1 : الحوالات والسندات

X_2 : القروض والسلف

X_3 : ديون القطاع الخاص

X_4 :صافي الموجودات الأجنبية

X_5 : الودائع الحكومية

X_6 : الودائع الأخرى

β_0 : معلمة الحد الثابت

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6$: معلمات الميل الحدي في إنموذج الإنحدار

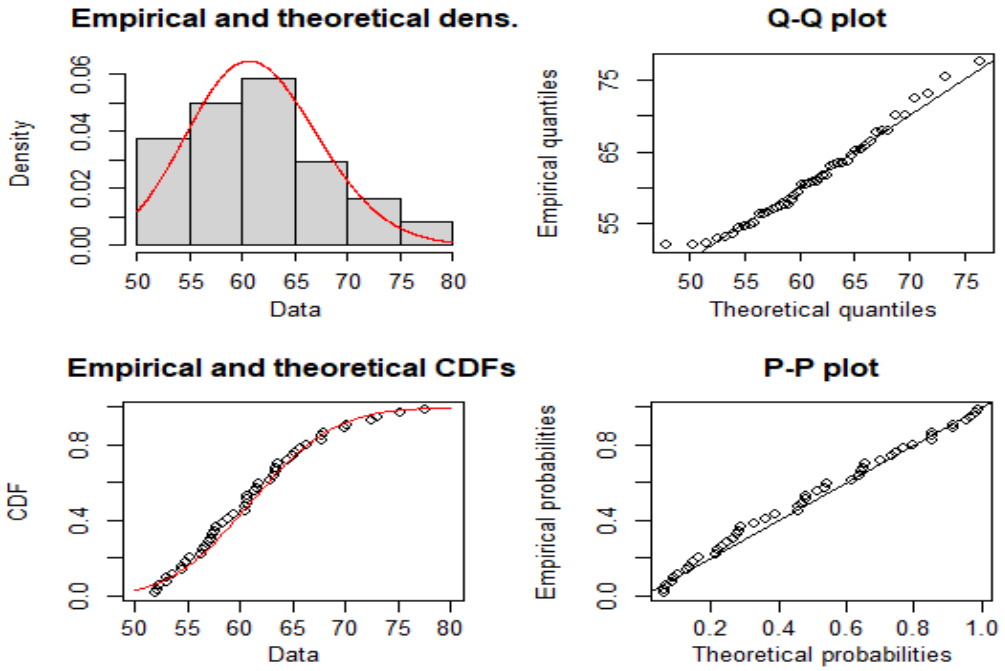
u_i : حد الخطأ العشوائي للإنموذج

- **إختبار بيانات متغير الاستجابة**

لمعرفة توزيع بيانات متغير الإستجابة المتمثل بعرض النقد (Y_i) تم إستخدام البرنامج (Easy fit) إذ أظهر اختبار أندرسون دارلينغ (Anderson Darling Test) وإختبار كولمجروف – سميرنوف (Kolmogorov Smirnov) إن البيانات تتبع توزيع جاما كما مبين في الجدول (2) وموضح بالرسم البياني رقم (1).

جدول 2: اختبارات حسن المطابقة للمتغير المعتمد Y

Test	Statistic	Critical value	P-value
Kolmogorov-Smirnov	0.08519	0.19221	0.84770
Anderson-Darling	0.35509	2.5018	0.76364



شكل 1: رسم بياني يبين اختبار حسن المطابقة

- **اختبار مشكلة التعدد الخطي بين المتغيرات التفسيرية**

من أجل الكشف عن وجود مشكلة التعدد الخطي بين المتغيرات التفسيرية في البيانات تم إستعمال برنامج (R 4.2.3) في حساب مصفوفة الإرتباط (R) بين المتغيرات التفسيرية كما مبين في الجدول (3) إذ لوحظ وجود مشكلة التعدد الخطي بين جميع المتغيرات التفسيرية ضمن بيانات التطبيق ..

جدول 3: مصفوفة الإرتباط بين المتغيرات التفسيرية

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_1	1	-0.94	0.81	-0.95	0.84	-0.98
X_2		1	-0.69	0.97	-0.76	0.92
X_3			1	-0.80	0.94	-0.88
X_4				1	-0.87	0.96
X_5					1	-0.89
X_6						1

ويلاحظ من خلال تطبيق إختبار معامل التضخم (VIF) والدليل الشرطي Condition Index (CI) على مصفوفة الإرتباطات للمتغيرات التفسيرية وجود علاقة بين المتغيرات التفسيرية كما مبين في الجداول (4) و(5) ...

جدول 4: إختبار معامل التضخم (VIF)

	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
VIF	138.444	110.503	33.029	18.938	44.957	14.982	83.631

جدول 5: اختبار الدليل الشرطي (CI)

Eigenvalue	6.87382	0.11743	0.00744	0.00065	0.00039	0.00054	0.000005
CI	1	7.65	30.38	103.03	132.42	164.34	1151.37

10. مناقشة النتائج

إن ملائمة توزيع متغير الإستجابة (Y_i) لتوزيع جاما كما مبين في إختبارات حسن المطابقة في الجدول (2) وبعد الكشف عن وجود مشكلة التعدد الخطي بين المتغيرات التفسيرية الستة عبر تطبيق إختبار معامل التضخم والدليل الشرطي أصبح إنموذج إنحدار جاما هو الإنموذج الملائم ليعبر عن عرض النقد وتم إستخدام المقدر المدمج RGRRE لتقدير معلمات إنموذج إنحدار جاما في ظل وجود مشكلة التعدد الخطي في هذا التطبيق وذلك لتفوقها على باقي الطرق في تقدير معلمات الإنموذج ..

أما فيما يخص القيد المفروض على معلمات الإنموذج فقد كانت قيمته

$$F = [1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1] \qquad f = [0]$$

إذ إن المقدر المدمج RGRRE بصيغة k_5 يملك أقل متوسط مربعات خطأ MSE بحسب بيانات التطبيق (عرض النقد) وتبلغ قيمته (0.0141).

يبين الجدول (6) تقديرات لمعلمات المقدر المدمج RGRRE بصيغة k_5 وبذلك تكون معادلة الإنحدار التقديرية لإختبار تأثير عدد من العوامل على عرض النقد عندما تكون المتغيرات التفسيرية p=6 كالآتي :

$$Y_i = e^{(82.3636 - 1.2545x_{i1} - 0.4127x_{i2} - 0.6507x_{i3} + 0.2247x_{i4} - 0.0096x_{i5} + 1.5294x_{i6})}$$

جدول 6 : معلمات انموذج جاما المقدرة وفق طريقة RGRRE بصيغة k_5

RGRRE						
β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6
4.4111	-1.2545	-0.4127	-0.6507	0.2247	-0.0096	1.5294

11. الإستنتاجات

يتبين لنا مما تم التوصل اليه من نتائج الى تفوق طريقة المقدر المدمج RGRRE ذات الصيغة k_5 على باقي طرق التقدير المذكورة في البحث كونها أعطت أقل قيمة لمعيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ MSE .

المصادر

[1] البنك المركزي العراقي، المديرية العامة للإحصاء والأبحاث، مجموعات ونشرات إحصائية سنوية للأعوام (2018-2021).

[2] التميمي، السعدون و الثعلبي (2014)" تحليل الإنحدار بالأمثلة" رقم الايداع في دار الكتب والوثائق ببغداد 932 لسنة 2014، مديرية دار الكتب للطباعة والنشر جامعة البصرة.

[3] جاتيرجي, برايس (1989) "تحليل الإنحدار بالأمثلة " رقم الايداع في المكتبة الوطنية ببغداد 763 لسنة 1990, طبع بمطابع التعليم العالي في الموصل.

[4] عبد الجبار، لؤي عادل، (2020) "مقارنة بعض طرائق تقدير إنحدار جاما مع تطبيق عملي" رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد، العراق.

[5] كاظم، مسلم، (2002)" القياس الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق" رقم الايداع في دار الكتب والوثائق ببغداد 552 لسنة 2002، مكتبة دنيا الأمل، بغداد شارع الصناعة مجاور الجامعة التكنولوجيا.

[6] Asar Y., Arashi M. ,Wu. "Restricted ridge estimator in the logestic regression model"Commun Stat Simul Comput. 2017;46(8):6538-6544.

[7] Amin M., Qasim M., Amanullah M." Preformance of some ridge estimator for the gamma regression model "statist papers .2020;61(3):997-1026 – 997-1026.

[8] Hardin and Hilbe, "Generalized linear models and extensions " stata press, 2007.

[9] Horel A., Kennard R. (1970)" Ridge regression : biased estimation for non-orthogonal problems" technometrics,12:55-67.

[10] Kibria BG., Saleh AME. "Improving the estimators of the parameters of a probit regression model:a ridge regression approach "J Stat Plan Inference.2012;142(6):1421-1435

[11] Kurtoglu F., Ozkale MR." Restricted ridge estimator in generalized linear models:Monte Carlo simulation studies on Poisson and binomial distributed response"Commun Stat Simul Comput. 2017;48(4):1191-1218.

[12] Kibria BG." Preformance of some new ridge regression estimators "Commun State Simul Comput .2003;32(2):419-435

[13] Mansson K., Kibria BM. , Shukur G. " A restricted liu estimator for binary regression models and its application to an applied demand system "J Appl Stat. 2016;43(6):1119-1127

[14] Mahmoudi A. , Arabi Belaghi R., Mandal S." A comparsion of perlimniary test,stein-type and penalty estimators in gamma regression model" J Stat Comput Simul . 2020;90(17):3051-3079.

[15] NYquist H." restricted estimation of generalized linear models" J Royal Statist Soc C Appl Statist .1991;40(1):133-141.

[16] Rao CR, Toutenburg H, Shalabh, et al.(2008) "linear models and generalizations-least squares and alternatives " Berlin:Springer.

[17] Segeratedt B."On ordinary ridge regression in generalized linear models" Communications in statistics – theory and methods.1992;Vol. 21,No. 8, pp. 2227-2246.

[18] Sarkar N. "A new estimator combining the ridge regression and the restricted least squares methods of estimation"Commun Stat Theory Methods.1992;21(7):1987-2000.

[19] Wang SG,WuMX,Jia ZZ.(2006)"Matrix inequalities" 2nd ed Beijing:Chinese Science Press.

[20] Yasin A. Amin M., Qasim M. , Muse A.,Soliman A. (2022) " More on the ridge parameter estimator for the Gamma ridge regression model ; Simulation and Application"Vol. 202218 pag.

Journal of AL-Rafidain University College for Sciences (2024); Issue 56; pp. 265-273

AL- Rafidain University College

PISSN: (1681-6870); EISSN: (2790-2293)

Journal of AL-Rafidain University College for Sciences

Available online at: https://www.jrucs.iq

JRUCS

Journal of AL-Rafidain University College for Sciences

Estimating Restricted Gamma Regression Model by Combining Gamma Ridge Regression and Restricted Maximum Likelihood with Presence of the Multicollinearity Problem with Application

Mevan S. Abdullah	Suhail N. Abbood
Mivan.shakur2101m@coadec.uobaghdad.edu.iq	suhnaj2005@coadec.uobaghdad.edu.iq
Department of Statistics, College of Administration and Economics, University of Baghdad, Baghdad, Iraq	

Article Information

Article History:
Received: February, 25, 2024
Accepted: April, 12, 2024
Available Online: December, 31, 2024

Keywords:
Gamma Regression Model (GRM), Gamma Ridge Regression (GRR), Restricted Maximum Likelihood Estimator (RMLE), Mean Square Error (MSE).

Correspondence:
Mevan S. Abdullah
Mivan.shakur2101m@coadec.uobaghdad.edu.iq

Abstract

The Gamma Regression Model is considered a non-linear regression model when the dependent variable does not follow a normal distribution. It differs from linear regression in that the value of μ_i for the dependent variable Y is replaced by a link function $g(\mu_i) = \eta$, as η is a linear combination of independent variables, and the purpose of using this is The function is to reduce the contrast value and make it more stable. The problem of multicollinearity between explanatory variables is considered one of the most common problems facing researchers and negatively affects the estimated parameters of the model in the regression analysis. In addition to the presence of restrictions imposed on the parameters that directly affect the estimation of the model parameters, the research dealt with estimating the parameters of the gamma regression model in the presence of The problem of multicollinearity by using three estimation methods, which is the Restricted Maximum Likelihood RMLE and the Gamma Ridge Regression GRR estimator, in addition to the Built in Estimator RGRRE, which combines the Restricted Maximum Likelihood estimator with the Gamma Ridge Regression estimator. The mean square error (MSE) was relied upon as a standard for comparison between the estimation methods for model parameters. The results showed that the built-in estimator It was superior to other estimation methods because it gave the lowest MSE and was applied experimentally to real data related to the subject of money supply and the factors affecting it for a sample size of 48, and the results of estimating the parameters were appropriate for the model.

DOI: https://doi.org/10.55562/jrucs.v56i1.24