مجلة كلية الرافدين الجامعة للعلوم (2024)؛ العدد 56؛ 239 -246

PISSN: (1681-6870); EISSN: (2790-2293)
مجلة كلية الرافدين الجامعة للعلوم
Available online at: https://www.jrucs.iq

JRUCS
Journal of AL-Rafidain University College for Sciences

AL- Rafidain University College

توزيع راموس لوزادا لوماكس : خصائص ومقدرات

مصطفى عبدالله جارالله	أ. د. عباس لفته كنيهر
mabdullah523@uowasit.edu.iq	alafta@uowasit.edu.iq

قسم الاحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة واسط، واسط، العراق

المستخلص

في هذا البحث نقدم توزيع راموس لوزادا لوماكس، هو توسيع لتوزيع لوماكس، اذ تم ايجاد الخصائص الإحصائية المهمة مثل: العزوم، الوسط الحسابي، والتباين، ومعامل الالتواء، ومعامل التفلطح، وتم تقدير معلمات هذا التوزيع باستخدام طريقة الامكان الاعظم، اذ تم تقديم جزء من دراسة محاكاه لمعرفه مدى كفاءة هذه الطريقة. وكان من اهم الاستنتاجات هي معرفه الكفاءة لطريقة الامكان الاعظم ومدى امكانياتها في تقدير المعالم لهذا التوزيع.

معلومات البحث

تواريخ البحث:

تاريخ تقديم البحث: 19/2/2024
تاريخ قبول البحث: 12/4/2024
تاريخ رفع البحث على الموقع: 31/12/2024

الكلمات المفتاحية:
توزيع راموس لوزادا لوماكس، العزوم، الالتواء، والتفلطح.

للمراسلة:
مصطفى عبدالله جار الله
mabdullah523@uowasit.edu.iq

DOI: https://doi.org/10.55562/jrucs.v56i1.21

1. المقدمة

أن التوزيعات الإحصائية تستخدم للتعبير او للوصف عن مجتمعات إحصائية حيث تم اعتمادها على المعالم للمجتمع الذي يكون تحت التجربة، ويكون لتقدير معالم المجتمع دورا أساسيا في الاستدلال الاحصائي، كما ان هناك العديد من الطرائق الإحصائية لتقدير تلك المعالم مثل طريقه المربعات الصغرى، طريقه الامكان الاعظم وغيرها من الطرائق الاخرى. اشتقت صيغه التوزيع الجديد راموس لوزادا لوماكس حيث تم التوصل للخصائص الإحصائية لهذا التوزيع ومن اهمها داله الكثافة الاحتمالية، الدالة التجميعية، وداله البقاء، وايضا تم تقدير معالم هذا التوزيع باستخدام طريقه تقليديه وهي طريقه الامكان الاعظم.

في عام 2023 قام الباحث (John Kwadey "واخرون")[1] بتقديم مولد راموس لوزادا للتوزيعات مع تطبيقات الفشل والانتظار، اذ تم اشتقاق بعض الخصائص الاحصائية مثل داله الكثافة الاحتمالية والدالة التجميعية وايجاد العزوم وتم تقدير المعلمات من خلال عدة طرائق مثل طريقة الامكان الاعظم وطرائق اخرى، وتم اجراء المحاكاة على طرائق التقدير لمعرفة الافضل بينهم.

في عام 2023 قام الباحث (Ibrahim Alkhairy "واخرون")[2] بتقديم الاستدلال الكلاسيكي والبايزي لتوزيع بواسون راموس-لوزادا المنفصل مع التطبيق على بيانات كوفيد-19، اذ تم الاشتقاق العديد من الخصائص الاحصائية للتوزيع الجديد بما في ذلك داله الكثافة الاحتمالية والدالة المولدة للعزوم والعزوم والانحراف والتفلطح ومقاييس التشتت، اذ تم اشتقاق بعض طرائق التقدير مثل طريقة الامكان الاعظم وطريقة النسب المئوية، اذ تم استخدام المحاكاة لتحديد افضل طريقة تقدير.

في عام 2023 قام الباحث (Aned Almutairi "واخرون")[3] بتقديم توزيع القوه العكسية لراموس لوزادا مع طرق التقدير والنمذجة الكلاسيكية المختلفة للهندسة، تم اشتقاق الخصائص الاحصائية لهذا التوزيع مثل داله الكثافة الاحتمالية والدالة المولدة للعزوم، وتقدير معلمات هذا التوزيع بطريقه الامكان الاعظم والمربعات الصغرى وطرائق اخرى، والمقارنة بين الطرائق بواسطه المحاكاة.

2. مشكلة البحث

نظراً للتوسع الكبير في البيانات وتعقيد طريقه تحليلها، يتطلب الأمر ايجاد توزيعات معلميه جديده تسمح لنا بتمثيل البيانات بشكل اكثر ملائمه من التوزيعات المعلمية المعروفة، فأن توافر مثل هكذا توزيعات يساهم في معالجة بعضا من المشاكل الإحصائية التي قد تنشأ في الواقع العملي، وخصوصاً عند رغبة الباحث في الحصول على سلوك اكثر دقه في تمثيل البيانات

3. هدف البحث

تهدف هذه الرسالة الى تعميم لتوزيع Lomax من خلال استعمال احد طرائق تعميم التوزيعات ومن ثم التركيب على توزيع لوماكس Lomax بغية الحصول علا توزيع جديد يطلق عليه توزيع Ramos Louzada Lomax كتعميم لتوزيع Lomax، وكذلك اشتقاق بعض من الخصائص المهمة لهذه التوزيع، ومن ثم تقديم بعض من طرائق التقدير المختلفة والمقارنة بينها باستعمال المحاكاة ومن ثم تطبيق على بيانات الفشل والانتظار من الواقع العملي.

4. توزيع راموس لوزادا لوماكس

يعد توزيع Lomax من التوزيعات الاحتمالية المستمرة، لكون ان توزيع Lomax هو احد التوزيعات الاكثر استخداما والمعروف غالبا بتوزيع باريتو من النوع الثاني، تم اقتراحه من قبل Lomax كنموذج لبيانات فشل الاعمال غالبا ما يستخدم في تطبيقات الهندسة وكذلك يستخدم بشكل شائع في بيانات الحياة [4].

ان دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) لتوزيع Lomax تعطى بالصيغة الأتية :

$$f_{XL}(x;\alpha,\beta)=\frac{\alpha}{\beta}\left[1+\frac{x}{\beta}\right]^{-(\alpha+1)} \quad ; \quad x>0;\alpha>0,\beta>0 \tag{1}$$

ان داله التوزيع التراكمي (cdf) لتوزيع Lomax تعطى بالصيغة الأتية:

$$F_L(x)=1-\left[1+\frac{x}{\beta}\right]^{-\alpha} \tag{2}$$

سوف يتم تقديم شكل معمم لتوزيع لوماكس وذلك بتعويض المتغير (x) ب $\left(\frac{P(x;\epsilon)}{1-P(x;\epsilon)}\right)$ في داله لتوزيع التراكمية لوماكس حيث ان (ϵ) هو متجه المعالم في التوزيع الاساسي تمثل P داله(cdf) $\bar{P}$ =1-P هي داله البقاء. وباستخدام توزيع مناسب سيتم تحسين التوزيع الاصلي وجعله اكثر ملاءمة لبعض بيانات الحياة.

ان داله cdf و pdf هي داله التوزيع RL :-

$$A(t;\theta)=1-\frac{(\theta^2+t-\theta)}{\theta(\theta-1)}exp\left(-\frac{t}{\theta}\right) \tag{3}$$

$$a(t;\theta)=\frac{(\theta^2+t-2\theta)}{\theta^2(\theta-1)}exp\left(-\frac{t}{\theta}\right) \tag{4}$$

$$F_{RL}(x;\theta,\epsilon)=\int_0^{\left(\frac{P(x;\epsilon)}{1-P(x;\epsilon)}\right)}\frac{(\theta^2+t-2\theta)}{\theta^2(\theta-1)}exp\left(-\frac{t}{\theta}\right)dt$$

$$F_{RL}(x;\theta,\epsilon)=1-\left[1+\frac{P(x;\epsilon)}{\theta(\theta-1)(1-P(x;\epsilon))}\right]exp\left(\frac{P(x;\epsilon)}{\theta(1-P(x;\epsilon))}\right) \tag{5}$$

حيث ان: $\theta\geq 2$

من خلال تعويض cdf لتوزيع لوماكس في معادله رقم (5) نحصل على

$$F(x_i)=1-\left[1+\frac{\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}-1}{\theta(\theta-1)}\right]e^{-\frac{\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}-1}{\theta}} \tag{6}$$

حيث ان $x>0;\ \alpha>0,\beta>0,\theta>1$

$$f_{RLL}(x)=\frac{\frac{\alpha}{\beta}\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1}\left(\theta^2-2\theta+\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}-1\right)e^{-\frac{-\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}1}{\theta}}}{\theta^2(\theta-1)} \tag{7}$$

حيث ان $x>0;\ \theta>1,\alpha>0,\beta>0$

5. خصائص توزيع راموس لوزادا لوماكس:

هناك خصائص موجوده لكل توزيع معلمي ومثل هذه الخصائص المهمة:

العزوم : يعطى العزم الرائي كما في الصيغة الاتية:

$$\acute{\mu}_r = E(x^r) = \int_{-\infty}^{\infty} x^r\, f(x)\, dx \qquad r = 1,2,3,\dots$$

$$E(y^r) = \frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{r+i+1}{b}\right)}{c^{\frac{r+i+1}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{r+i+1}{b}\right)}{c^{\frac{r+i+1}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{r+i+j+1}{b}\right)}{c^{\frac{r+i+j+1}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{r+i+1}{b}\right)}{c^{\frac{r+i+1}{b}}}\right] \tag{8}$$

يعطى الوسط الحسابي بالصيغة الاتية:

where , r=1

$$E(y) = \frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{2+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{2+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}}\right] \tag{9}$$

يعطى التباين حسب الصيغة الاتية:

$$\begin{aligned} V(y) = {} & \frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{3+i}{b}\right)}{c^{\frac{3+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{3+i}{b}\right)}{c^{\frac{3+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{3+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{3+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{3+i}{b}\right)}{c^{\frac{3+i}{b}}}\right] \\ & - \left(\frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{2+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{2+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}}\right]\right)^2 \end{aligned} \tag{10}$$

معامل الالتواء والتفلطح:-

يعطى معامل الالتواء حسب الصيغة الأتية[5]:

$$\begin{aligned} sk = {} & \frac{\left[\frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{4+i}{b}\right)}{c^{\frac{4+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{4+i}{b}\right)}{c^{\frac{4+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{4+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{4+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{4+i}{b}\right)}{c^{\frac{4+i}{b}}}\right]\right] - 3\frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{2+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{2+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}}\right]}{\left[\frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{3+i}{b}\right)}{c^{\frac{3+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{3+i}{b}\right)}{c^{\frac{3+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{3+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{3+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{3+i}{b}\right)}{c^{\frac{3+i}{b}}}\right] - \left(\frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{2+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{2+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}}\right]\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \\ & \frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{3+i}{b}\right)}{c^{\frac{3+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{3+i}{b}\right)}{c^{\frac{3+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{3+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{3+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{3+i}{b}\right)}{c^{\frac{3+i}{b}}}\right] + 2\left[\frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{2+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{2+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}}\right]\right]^3 \end{aligned} \tag{11}$$

يعطى معامل التفلطح حسب الصيغة الاتية:

$$\begin{aligned} ku = {} & \frac{\frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{5+i}{b}\right)}{c^{\frac{5+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{5+i}{b}\right)}{c^{\frac{5+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{5+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{5+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{5+i}{b}\right)}{c^{\frac{5+i}{b}}}\right] - 4\frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{2+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{2+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}}\right]}{\left[\frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{2+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{2+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}}\right] - \left(\frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{2+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{2+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}}\right]\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \\ & \frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{4+i}{b}\right)}{c^{\frac{4+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{4+i}{b}\right)}{c^{\frac{4+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{4+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{4+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{4+i}{b}\right)}{c^{\frac{4+i}{b}}}\right] \\ & \quad + 6\frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{3+i}{b}\right)}{c^{\frac{3+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{3+i}{b}\right)}{c^{\frac{3+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{3+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{3+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{3+i}{b}\right)}{c^{\frac{3+i}{b}}}\right] \\ & \left(\frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{2+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{2+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}}\right]\right)^2 \\ & \quad - 3\left(\frac{A}{b}\left[\theta^2 \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} - 2\theta \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}} + B\frac{\Gamma\left(\frac{2+i+j}{b}\right)}{c^{\frac{2+i+j}{b}}} - \frac{\Gamma\left(\frac{2+i}{b}\right)}{c^{\frac{2+i}{b}}}\right]\right)^4 \Bigg] \end{aligned} \tag{12}$$

6. طريقة الإمكان الاعظم:

تعد طريقه الامكان الاعظم هي من الطرائق الشائعة في الاستعمال وذلك لامتلاكها على خصائص مميزه عن بقيه الطرائق مثل خاصيه الثبات ,وخاصيه الاتساق, التي تكون في الغالب وليس دائما, وخاصيه عدم التحيز. ان طريقه الامكان الاعظم لأي داله احتماليه تعتمد على تعظيم تلك الدالة ويكون تحويل تلك الدوال الى دوال خطيه وذلك بأخذ اللوغاريتم بعد تعظيمها ، ولا يؤثر ذلك في سلوك اي داله، مثل نقاط الانقلاب في التوزيع ويكون رمزها (L). وتعطى وفقاً للعلاقة الاتية[6]:

$$L=\prod_{i=1}^{n} f(x)=\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\frac{\alpha}{\beta}\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1}\left(\theta^{2}-2\theta+\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}-1\right)e^{-\frac{-\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}1}{\theta}}}{\theta^{2}(\theta-1)}\right)$$

$$L=\alpha^{n}\beta^{-n}\theta^{-2n}(\theta-1)^{-n}\prod_{i=1}^{n}\left(\theta^{2}-2\theta+\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}-1\right)\prod_{i=1}^{n}\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1}e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}-1}{\theta}}$$

$$lnL=nln\alpha-nln\beta-2nln\theta-nln(\theta-1)+\sum_{i=1}^{n} ln\left(\theta^{2}-2\theta+\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}-1\right)$$

$$+(\alpha-1)\sum_{i=1}^{n} ln\left(1+\frac{x}{\beta}\right)-\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}-n}{\theta}$$

$$\frac{lnL}{\partial\beta}=\frac{-n}{\beta}-\sum_{i=1}^{n}\frac{(\alpha-1)\frac{x}{\beta^{2}}}{\left(1+\frac{x}{\beta}\right)}-\sum_{i=1}^{n}\frac{\alpha\frac{x}{\beta^{2}}\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1}}{\left(\theta^{2}-2\theta+\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}-1\right)}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\frac{\alpha x}{\beta^{2}}\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}}{\theta}=0$$

$$\frac{lnL}{\partial\alpha}=\frac{n}{\alpha}+\sum_{i=1}^{n} ln\left(1+\frac{x}{\beta}\right)+\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha} ln\left(1+\frac{x}{\beta}\right)}{\left(\theta^{2}-2\theta+\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}-1\right)}-\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha} ln\left(1+\frac{x}{\beta}\right)}{\theta}=0$$

$$\frac{lnL}{\partial\theta}=\frac{-2n}{\theta}-\frac{n}{(\theta-1)}+\sum_{i=1}^{n}\frac{2\theta-2}{\left(\theta^{2}-2\theta+\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}-1\right)}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(1+\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}-n}{\theta^{2}}=0$$

وهناك طرائق عديده يمكن استعمالها لحل المعادلات انياً.

7. تجربة المحاكاة:

لاختبار مدى كفاءه تقدير المعلمات التي تم اجراءها بواسطه المحاكاة باستخدام طريقه الامكان الاعظم على افتراض قيم لكل معلمه لمعلمات التوزيع واحجام لعينات مختلفة حيث تم حسابMSE

النتائج بطريقة الإمكان الاعظم:

تم ملاحظه النتائج في الجداول لطريقه الامكان الاعظم عند الزيادة في حجم العينة نلاحظ ان القيم للمقدرات تقترب كثيرا من القيم الحقيقية للمعلمات

جدول (1) : القيم التقديرية للمعالم عندما (β =0.5 ,α=0.9 , θ =1.5) باستخدام طريقة MLE

PARAMETAR			n	ESTMATOR			MSE		
β	α	θ		β	α	θ	β	α	θ
0.5	0.9	1.5	10	0.9642616	1.4869459	2.256165	0.51994756	0.48745833	0.74631492
			25	0.732142	1.154142	1.735975	0.05449914	0.06989928	0.06275865
			50	0.6197282	1.0292422	1.615763	0.0144304	0.01746645	0.01420589
			75	0.5807375	0.9881683	1.578393	0.00654544	0.00798496	0.00635637
			100	0.5609082	0.967124	1.559504	0.00372028	0.0021843	0.00321562

جدول (2) : القيم التقديرية للمعالم عندما (θ =1.5 , α=0.5 , β =1) باستخدام طريقة MLE

PARAMETAR			n	ESTMATOR			MSE		
β	α	θ		β	α	θ	β	α	θ
1	0.5	1.5	10	1.2607178	0.574831	1.701411	0.86420876	0.0132029	0.15793996
			25	1.123017	0.5448301	1.634053	0.03732733	0.00121103	0.02228678
			50	1.0746688	0.5235482	1.565539	0.01002603	0.00018016	0.00505784
			75	1.0531725	0.5160053	1.543284	0.00417723	0.00006574	0.00214342
			100	1.0405239	0.5121895	1.532444	0.00232516	0.00003587	0.00118746

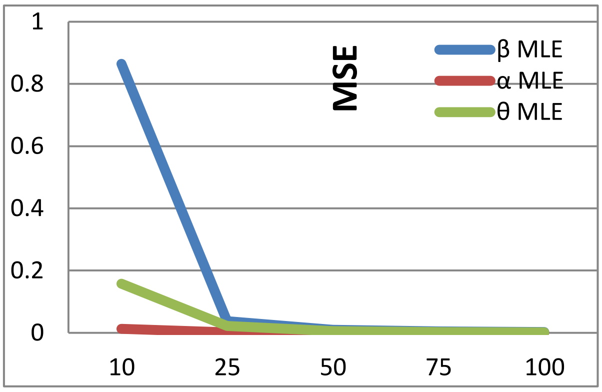
جدول (3) : القيم التقديرية للمعالم عندما (θ =2.5 , α=3.5 , β =1.5) باستخدام طريقة MLE

PARAMETAR			n	ESTMATOR			MSE		
β	α	θ		β	α	θ	β	α	θ
1.5	3.5	2.5	10	1.715033	3.660627	3.124978	0.3160579	0.55106187	0.88496415
			25	1.533877	3.493179	2.725929	0.0190604	0.03048347	0.10635224
			50	1.516675	3.491507	2.579244	0.00334745	0.00578541	0.01515066
			75	1.512846	3.495656	2.543511	0.00139219	0.00226174	0.00496864
			100	1.511402	3.498696	2.526045	0.00071488	0.00112061	0.00184425

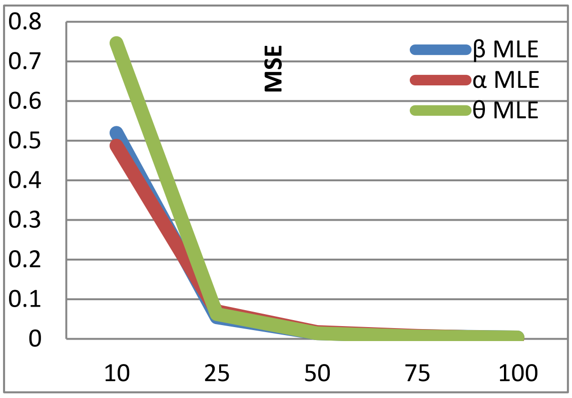
جدول (4) : القيم التقديرية للمعالم عندما (θ =1.5 , α=2 , β =2.5) باستخدام طريقة MLE

PARAMETAR			n	ESTMATOR			MSE		
β	α	θ		β	α	θ	β	α	θ
2.5	2	1.5	10	3.420626	2.755744	1.733318	0.87150952	0.63250064	0.06085208
			25	2.874295	2.284225	1.59852	0.14161038	0.08399658	0.01026647
			50	2.689936	2.1382	1.549297	0.03637207	0.0194206	0.00249579
			75	2.628024	2.091348	1.533188	0.01650308	0.0084373	0.00112394
			100	2.596779	2.068441	1.524989	0.00942335	0.00472079	0.00063321

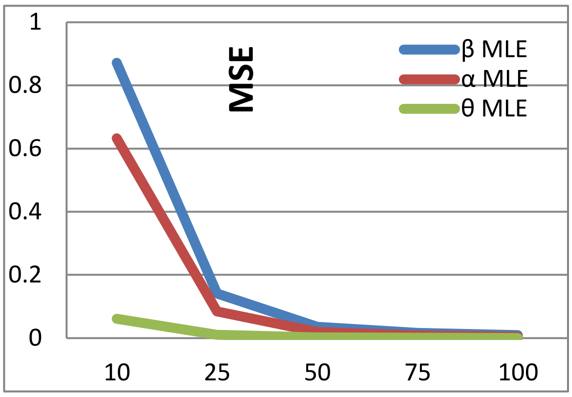
يتبين من الجداول اعلاه ان طريقه الامكان الاعظم ذات كفاءة عالية في تقدير المعلمات الموجودة، وكانت احجام العينة [10,25,50,75,100] اما القيم الافتراضية للمعلمات في التجربة الاولى كانت (θ =1.5 , α=0.9 , β =0.5) وفي التجربة الثانية كانت (θ =1.5 , α=0.5 , β =1) وفي التجربة الثالثة كانت (θ =2.5 , α=3.5 , β =1.5) وفي التجربة الرابعة كانت (θ =1.5 , α=2 , β =2.5) , حيث ان في التجربة الاولى والثانية كان تمييز للمعلمة α بانها حصلت على اقل MSE بمقارنتها مع بقيه المعلمات ، وفي التجربة الثالثة فقد تميزت المعلمة β ، اما في التجربة الرابعة فتميزت θ عن بقيه المعلمات، ونلاحظ ان المقدرات لها MSE صغير نسبيا يقترب من الصفر مما يعطي كفاءه عالية لهذه الطريقة وكما مبين في الاشكال الاتية:



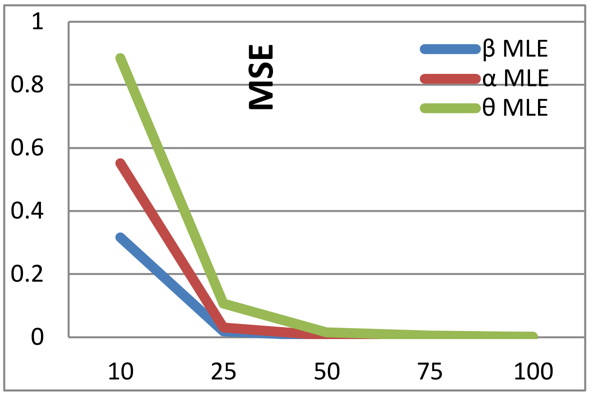
شكل رقم (2)
يمثل MSE عندما $(\beta=1 \ ,\alpha=0.5 \ , \theta=1.5)$ باستخدام طريقة MLE



شكل رقم (1)
يمثل MSE عندما $(\beta=0.5 \ ,\alpha=0.9 \ , \theta=1.5)$ باستخدام طريقة MLE



شكل رقم (4)
يمثل MSE عندما $(\beta=2.5 \ ,\alpha=2 \ ,\theta=1.5)$ باستخدام طريقة MLE



شكل رقم (3)
يمثل MSE عندما $(\beta=1.5 \ ,\alpha=3.5 \ ,\theta=2.5)$ باستخدام طريقة MLE

8. الاستنتاجات

بناء على ما توصلنا اليه في الجانبين النظري والتجريبي نستنتج من ذلك ما يأتي

- قدمنا توزيعا جديدا يسمى راموس لو زاده لو ماكس ذو ثلاث معلمات وجد انَ ملائم اكثر من التوزيعات الاخرى.
- اذ تم ايجاد خصائص لهذا التوزيع الجديد مثل العزوم والوسط الحسابي والتباين والالتواء والتفلطح وغيرها.
- تم التوصل الى شكل التوزيع وهو ملتو باتجاه اليمين وذلك ذيل طويل نسبيا كما يمكن ملائمه لكثير من التطبيقات التي قد تكون على شكل كبير بالنسبة للبيانات الاخرى المقاس بها او ان هناك بيانات تحتوي على قيم شاذة.
- تم اثبات تقديرات معلومات التوزيع بواسطه تجارب المحاكاة على انها تملك قيم بمتوسطات مربعات الخطاء وكانت بنسب قليله بحيث يمكن الوصول بها.
- بواسطه تجارب المحاكاة يمكن وصف طريقه الامكان الاعظم كطريقه ذات كفاءة عالية لتقدير معلمات التوزيع وذلك بالرغم من وجود تباينات نسبيه بسيطة بينهما.

المصادر

[1] Okutu, J. K., Frempong, N. K., Appiah, S. K., & Adebanji, A. O. "The Odd Ramos-Louzada Generator of Distributions With Applications To Failure And Waiting Times". Scientific African, 22, e01912. (2023).
[2] Alkhairy, I. "Classical And Bayesian Inference For The Discrete Poisson Ramos-Louzada Distribution With Application To COVID-19 data". Mathematical Biosciences and Engineering, 20(8), 14061-14080. (2023).
[3] Al Mutairi, A., Hassan, A. S., Alshqaq, S. S., Alsultan, R., Gemeay, A. M., Nassr, S. G., & Elgarhy, M. "Inverse Power Ramos–Louzada Distribution With Various Classical Estimation Methods And Modeling To Engineering Data". AIP Advances, 13(9). (2023).
[4] Al-Essa, L. A., Abdel-Hamid, A. H., Alballa, T., & Hashem, A. F. "Reliability Analysis of The Triple Modular Redundancy System Under Step-Partially Accelerated Life Tests Using Lomax Distribution". Scientific Reports, 13(1), 14719. (2023).

[5] Gupta, S. C., & Kapoor, V. K. "Fundamentals of Mathematical Statistics. Sultan Chand & Sons". (2020).

[6] Hogg, R. V., McKean, J. W., & Craig, A. T. "Introduction To Mathematical Statistics. Pearson Education India". (2013).

Journal of AL-Rafidain University College for Sciences (2024); Issue 56; pp. 239-246

AL- Rafidain University College

PISSN: (1681-6870); EISSN: (2790-2293)

Journal of AL-Rafidain University College for Sciences

Available online at: https://www.jrucs.iq

JRUCS

Journal of AL-Rafidain University College for Sciences

Ramos Louzada Lomax Distribution: Properties and Estimators

Mustafa A. Jarallah	Prof. Dr. Abbas L. Kneehr
mabdullah523@uowasit.edu.iq	alafta@uowasit.edu.iq

Department of Statistics, College of Administration and Economics, University of Wasit, Wasit, Iraq

Article Information

Article History:
Received: February, 19, 2024
Accepted: April, 12, 2024
Available Online: December, 31, 2024

Keywords:
Ramos Louzada Lomax distribution: properties and estimators, Moments ,Skewness ,Kurosis.

Correspondence:
Mustafa A. Jarallah
mabdullah523@uowasit.edu.iq

Abstract

In this paper, we present the Ramos-Louzada Lomax distribution, which is an expansion of the Lomax distribution. Important statistical properties such as the arithmetic mean moments, the variance, the coefficient of skewness, and the coefficient of kurtosis were determined. The parameters of this distribution was estimated using the maximum likelihood method, and part of a simulation study was presented to determine the efficiency of this method. One of the most important conclusions was knowing the efficiency of the maximum potential method and the extent of its capabilities in estimating the parameters of this distribution.

DOI: https://doi.org/10.55562/jrucs.v56i1.21