

استخدام الطرائق شبه المعلمية لتقدير المعلمة الهيسرية للانموذج $ARFIMA(0, d, 0)$ دراسة نظرية وتجزئية

أ.م.د. جواد كاظم خضير* هبة فاضل حربي**

المستخلص:

أن خاصية الاستقرار في نماذج السلاسل الزمنية تؤدي دوراً مهماً في بناء النماذج وحينما لا يتوافر شرط الاستقرار فإنه يتم أخذ الفروق الصحيحة الموجبة لمشاهدات السلسلة إلا أنه في بعض السلاسل الزمنية يكون تأثير معلمة الفروق (d) للملاحظات البعيدة متناقضاً بشكل قطع زائد (Hyperbolically) مع أزيد عدد الازاحات وهذا ما يسمى بالعمليات طويلة الامد (Long – term process). وفي هذا البحث سيتم التعامل مع الفروق الكسرية للنموذج التي تقع ضمن الفترة المغلقة (0.5-0.5). ويهدف هذا البحث الى دراسة النموذج $ARFIMA(0, d, 0)$ من خلال عرض واستخدام طرائق التقدير للمعلمة الكسرية بالاساليب شبه العملية، فضلاً عن إجراء المقارنة بين تلك الطرائق باستخدام المحاكاة.

Abstract

The property of the stationarity time series models plays an important role in building these models. And when the condition of stationary is not hold, then the positive integer differences of the observation are used. But in some time series, the effect of (d) parameter on distant observations decays hyperbolically as the lag increases which is called as long –term processes.

In this study, the fractional differences will be dealt with this model which lie in the closed interval (0.5, 0.5). The goal of this thesis is to study $ARFIMA(0, d, 0)$ model by using the method of estimating of fractional parameter in semi parametric approach. In addition to, a comparison between these methods by using the simulation technique.

1- المقدمة:

إن السلسلة الزمنية التي تتمثل بعملية طويلة الأمد (Long-Term Process) فإن صفة الاستمرارية في مشاهداتها قد تجعل سلوك معاملات دالة الارتباط الذاتي لمشاهدات السلسلة لا تتناقض أسياً نحو الصفر عند أزيد الإزاحات كما هو الحال في السلاسل الزمنية قصيرة الأمد (Short-Term)، بل أن دالة الارتباط الذاتي سوف تسلك سلوك القطع الزائد (Hyperbolic) وتتناقض ببطء شديد وبمعدل متعدد الحدود (Polynomial Rate). وهذه العملية يشار إليها بالسلاسل الزمنية طويلة الذاكرة (Long Memory Time Series) (Tsay, 2005) [17]. وطبقاً لذلك، فقد إهتم الكثير من الباحثين بدراسة نماذج

* الجامعة المستنصرية / كلية الادارة والاقتصاد .

** باحثة .

مقبول للنشر بتاريخ 2013/12/16

مستل من رسالة ماجستير

السلاسل الزمنية والمعرفة بنماذج إعتداد المدى الطويل (Long Memory Dependence) وتطبيقاتها في علم المياه وعلم الفلك وعلوم الحياة والفيزياء وشبكات الحاسوب وغيرها .
والجدير بالذكر إن السلاسل الزمنية التي تتسم إعتداد المدى الطويل (الذاكرة الطويلة) فإن الاستقرارية تتحقق بأخذ الفروق الكسرية (d) التي تقع ضمن الفترة المغلقة $[-0.5, 0.5]$. وبذلك فإن النماذج (ARFIMA) التي تتطرق للإستمرارية في البيانات هي البديل لنماذج (ARIMA) لكون الأخيرة تعجز عن تطبيق الفروق الكسرية .

2- هدف البحث :

يهدف البحث إلى دراسة الإتمودج $ARFIMA(0,d,0)$ عندما تكون معلمة الفروق الكسرية (d) تقع ضمن الفترة $[-0.5, 0.5]$ وذلك من خلال عرض و استخدام طرائق التقدير للمعلمة الكسرية بالأساليب شبه المعلمية (Semi parametric Approach) وأجراء المقارنة بين تلك الطرائق باستخدام المحاكاة

3- الجانب النظري :

1.3 مفهوم عملية الذاكرة الطويلة: [3,6,13,17] **Consept of Long Memory**
هناك العديد من التعاريف لأيضاح مفهوم الذاكرة الطويلة في السلاسل الزمنية . فهي توصف في حقل الزمن (Time Domain) وفي حقل التكرار (Frequency Domain) ، وأغلب هذه التعاريف تركز على دالة التباين المشترك الذاتي ودالة كثافة الطيف .

حيث عرف (Robinson , 2003) [15] ذاكرة السلاسل الزمنية كما يأتي :
لتكن $\{y_t\}$ عملية مستقرة في حقل التكرار بدالة كثافة طيف $f(\lambda)$ تبدي ذاكرة طويلة (Long - Memory) او إعتداد المدى الطويل (Long – Range Dependence) إذا كان :
$$f(0) = \infty$$

بحيث ان $f(\lambda)$ لها نقطة ثابتة عند التكرار (صفر). وفي الحالة المعاكسة اذا كانت $\lambda = 0$ فان $f(0) = 0$ حينئذ يقال للعملية $\{y_t\}$ انها عملية ذاكرة متوسطة او غير دائمة (Anti - Persistent) او ذاكرة سالبة .

وتكون $\{y_t\}$ عملية ذاكرة قصيرة (Short - Memory) او عملية إعتداد المدى القصير (Short – Range Dependence) اذا كان $0 < f(0) < \infty$ وان :

$$f(0) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma(k) \quad \dots \dots \dots (1.2)$$

وفي حقل التكرار أيضاً ، عرف (Bearan , 1994b) [2] إن العملية المستقرة $\{y_t, t \geq 1\}$ يقال أنها عملية ذاكرة طويلة بدالة كثافة طيف :

$$f(\lambda) \sim C_1 |\lambda|^{-\alpha} \quad \dots \dots \dots (2.2)$$

اذ إن $0 < \alpha < 1$ وأن $C_1 > 0$ ، في حين إنها تمتلك ذاكرة قصيرة إذا كان $(\alpha = 0)$ وذاكرة متوسطة (غير دائمة) إذا كان $(\alpha < 0)$
أما في حقل الزمن (Time Domain) فقد وصف (Palma, 2007) أن العملية المستقرة تعد عملية ذاكرة طويلة إذا كان :

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\gamma(k)| = \infty \quad \dots \dots \dots (3.2)$$

اذ إن $\gamma(k) = E(y_t, y_{t+k})$ تمثل التباين والتباين المشترك الذاتي للسلسلة .
علاوة على ذلك ، فإن التباينات المشتركة الذاتية تتضاعل ببطء وتتبع القطع الزائد (Hyperbolic)

(Yong, 1974) [19] وكما يأتي :

$$|\gamma(k)| \sim C_2 K^{\alpha-1} \quad \text{as } k \rightarrow \infty \quad \dots \dots \dots (4.2)$$

$$C_2 = 2C_1 \Gamma(1 - \alpha) \sin\left(\frac{\alpha}{2} \pi\right) \quad \text{اذ ان}$$

وإن $0 < \alpha < 1$ و C_1 كمية ثابتة و $\Gamma(.)$ تمثل دالة كاما (Gamma Function)
في حين أن العملية المستقرة للذاكرة القصيرة تكون فيها التباينات المشتركة الذاتية تتضاعل بشكل هندسي أسي :

$$|\gamma(k)| < a b^k \quad \dots \dots \dots (5.2)$$

حيث أن : $0 < a < \infty$ و $0 < b < 1$

ومن الجدير بالذكر إن قيمة المعلمة الكسرية (d) في عمليات الذاكرة الطويلة تساوي $\frac{\alpha}{2}$ أو أن $(2d = \alpha)$. وأن عامل الفرق الكسري (Fractional Difference Operator) يعرف باستخدام متسلسلة ثنائي الحد (Binomial Series)

$$\nabla^d = (1 - B)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{d}{j} (-B)^j = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{d!}{j!(d-j)!} (-B)^j$$

$$= 1 - dB + \frac{d(d-1)}{2!} B^2 - B^3 + \dots \dots \dots (6.2)$$

إن الأسلوب التطبيقي للفرق الكسري في عملية الذاكرة الطويلة يتطلب حساب دالة كاما. لذا فقد اقترح كل من (Macarthy, Disario & Sarago, 2003) [10] خوارزمية تكرارية لحساب متسلسلة الفروق الكسرية دون الحاجة الى حساب دالة كاما بصورة مباشرة وكما يأتي :

$$(1 - B)^d = \sum_{j=0}^{\infty} c_j B^j \dots \dots \dots (7.2)$$

بافتراض أن :

$$c_j = \frac{\Gamma(j-d)}{\Gamma(j+1)\Gamma(-d)}, \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

فإنه ممكن الحصول على الخاصية التكرارية لـ c_j وكما يأتي :

$$c_0 = \frac{\Gamma(0-d)}{\Gamma(0+1)\Gamma(-d)} = 1$$

$$c_j = \frac{(j-d-1)\Gamma(j-d-1)}{j\Gamma(j)\Gamma(-d)}$$

2.3 العملية ARIMA (0,d,0) :

لتكن $\{u_t\}$ عملية ARIMA (0,d,0) وتدعى بعملية التشويش الأبيض الكسري (FGN) :

1- عندما $d < \frac{1}{2}$ فإن $\{u_t\}$ عملية مستقرة ولها تمثيل متوسط متحرك غير محدود وفقاً لنظرية (Wold).

$$u_t = \psi(B) \epsilon_t = \epsilon_t + \psi_1 \epsilon_{t-1} + \psi_2 \epsilon_{t-2} + \dots$$

إذاً :

$$c_1 \psi_j = \frac{(j+d-1)!}{j!(d-1)!} = \prod_{t=1}^j \frac{t-1+d}{t} = \frac{\Gamma(j+d)}{\Gamma(d)\Gamma(j+1)}, \quad j = 1, 2, \dots$$

$$\psi_j \sim c_1 \frac{j^{d-1}}{\Gamma(d)} \quad \text{as } j \rightarrow \infty \quad \text{ثابت موجب فان :}$$

2- وعندما $d > -\frac{1}{2}$ فإن العملية $\{u_t\}$ تكون قابلة للانعكاس (Invertible) وغير محدوده :

$$\pi(B)u_t = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j u_{t-j} = \epsilon_t$$

$$\pi_j = \frac{(j-1-d)!}{j!(-d-1)!} = \prod_{t=1}^j \frac{t-1-d}{t} = \frac{\Gamma(j-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(j+1)}, \quad j = 1, 2, \dots$$

$$\pi_j \sim c_2 \frac{j^{-d-1}}{\Gamma(d)} \quad \text{as } j \rightarrow \infty \quad \text{وعندما } c_2 \text{ ثابت موجب فان :}$$

3- وعندما $-\frac{1}{2} \leq d \leq \frac{1}{2}$ فإن العملية $\{u_t\}$ تكون مستقرة وقابلة للانعكاس. -دالة كثافة الطيف :

$$f(\lambda) = \left[2 \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right) \right]^{-2d}, \quad 0 < \lambda < \pi \quad \dots \dots \dots (8.2)$$

$$f(\lambda) \sim \lambda^{-2d} \quad \text{as } \lambda \rightarrow 0 \quad \text{وان :}$$

ii- دالة التباين المشترك كما وضعت من قبل (Gradshteyn & Ryzhik, 1965) [5] :

$$\gamma_j = E(u_j u_{t-j}) = \sigma^2 \sum_{i=0}^{\infty} \psi_j \psi_{i+|j|}$$

$$= \sigma^2 \frac{(-1)^j (-2d)!}{(j-d)! (-j-d)!} = \sigma^2 \frac{(-1)^j \Gamma(1-2d)}{\Gamma(j-d+1) \Gamma(1-j-d)} \dots \dots (9.2)$$

iii- دالة الارتباط الذاتي :

$$\rho_j = \frac{\Gamma(1-d)\Gamma(j+d)}{\Gamma(d)\Gamma(j-d+1)} = \prod_{0 < j \leq h} \frac{j-1+d}{j-d}, \quad h = 1, 2, \dots$$

$$\rho_j = C_3 \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} |j|^{(2d-1)}, \quad \rho_1 = \frac{d}{1-d} \quad \text{as } j \rightarrow \infty \dots \dots \dots (10.2)$$

حيث C_3 كمية ثابتة . أما فيما يخص العملية $\{u_t\}$ فإنها تعرف طبقاً للارتباطات عندما تكون بمجموع محدود أو غير محدود :

1- إذا كانت $0 \leq d \leq \frac{1}{2}$ فإن العملية $ARIMA(0, d, 0)$ مستقرة بذاكرة طويلة ومستقرة أيضاً ، وإنها تبدي اعتماداً موجباً قوياً بين المشاهدات البعيدة ، حيث تبين في حقل الزمن ان التباينات المشتركة موجبة وتتناقص بشكل بطيء . وفي حقل التكرار فإن دالة الطيف تتلاشى الى قيمة لا نهائية عندما $\lambda \rightarrow 0$.

2- إذا كانت $-\frac{1}{2} \leq d \leq 0$ فإن العملية $ARIMA(0, d, 0)$ قابلة للانعكاس بذاكرة قصيرة وغير دائمة ، وإنها تبدي اعتماداً سالباً بين المشاهدات البعيدة ، حيث تبين في حقل الزمن ان التباينات المشتركة سالبة وتتناقص بشكل بطيء . وفي حقل التكرار فإن دالة الطيف تتلاشى الى قيمة لا نهائية عندما $\lambda \rightarrow 0$.

3- عندما $d = \frac{1}{2}$ فإن العملية غير مستقرة ولكنها قابلة للانعكاس .

4- عندما $d = -\frac{1}{2}$ فإن العملية مستقرة ولكنها غير قابلة للانعكاس .

5- عندما $d = 0$ فإن العملية تكون عملية تشويش ابيض بارتباط ذاتي يساوي صفر .

3.3 طرائق التقدير شبه المعلمية semiparametric Estimation Methods:

أقترحت العديد من أساليب التقدير شبه المعلمية للسلاسل الزمنية المتكاملة كسرياً . فقد وردت في

دراسة (Mandelbrot & wallis, 1969) [9]، (Geweke & Porter-Hudak, 1983) [4]

(Beran, 1994) [2]، (Peng , 1994) [12]، (Robinson, 1995) [14]، (Dicker, 2004) [3]، وآخرون.

1.3.3 طريقة انحدار لوغاريتم المخطط الدوري : [13, 4] Log – Periodogram Regression

لقد اقترحت هذه الطريقة من قبل (Geweke and Porter-Hudak, 1983)، وهي امتداد للطريقة التكرارية التي تعتمد على انحدار الطيف المقترح من قبلهم عام (1982)، وبين الباحثان ان هذه الطريقة والتي اطلق عليها تسمية (GPH) يمكن استخدامها في حالة العينات الصغيرة أيضاً . ولوصف هذه الطريقة، لتكن العملية $\{y_t\}$ تخضع للعملية $ARIMA(p, d, q)$ وكما يأتي:

$$\phi(B) (1 - B)^d y_t = \theta(B) \epsilon_t$$

$$(1 - B)^d y_t = u_t$$

$$\therefore u_t = \phi^{-1}(B) \theta(B) \epsilon_t$$

حيث ان $\{u_t\}$ تمثل عملية مستقرة بمتوسط (0) وتباين (σ_u^2) ، ولها كثافة طيف $f_u(\lambda)$ عندما $0 < \lambda < \pi$. وبذلك فإن دالة كثافة الطيف للعملية $\{y_t\}$ يمكن كتابتها بالصيغة الآتية :

$$f_y(\lambda) = |1 - e^{-i\lambda}|^{-2d} f_u(\lambda)$$

$$= \left| \frac{2ie^{-\frac{i\lambda}{2}} \left(e^{\frac{i\lambda}{2}} - e^{-\frac{i\lambda}{2}} \right) }{2i} \right|^{-2d} f_u(\lambda) = \left| 2 \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right) \right|^{-2d} f_u(\lambda) \dots \dots (11.2)$$

وبأخذ اللوغاريتم لطرفي المعادلة (11.2) وإضافة وطرح الحد $\ln f_u(0)$ ينتج ان :

$$\ln f_u(\lambda) = \ln f_u(0) - d \ln \left| 2 \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right) \right|^2 + \ln \left[\frac{f_u(\lambda)}{f_u(0)} \right] \dots \dots (12.2)$$

وبتعويض التكرارات التوافقية لـ (Fourier) والتي تساوي $\lambda_j = \frac{2\pi j}{T}$ ، حيث ان (T) عدد المشاهدات وان $j = 1, 2, \dots, \left[\frac{T-1}{2}\right]$ واضافة لوغاريتم المخطط الدوري لـ $\{y_t\}$ الى طرفي المعادلة (12.2) ينتج ان :

$$\ln I(\lambda_j) = \ln f_u(0) - d \ln \left| 2 \sin \left(\frac{\lambda}{2} \right) \right|^2 + \ln \left[\frac{f_u(\lambda)}{f_u(0)} \right] + \ln \left[\frac{I(\lambda_j)}{f_y(\lambda_j)} \right]$$

وعندما $\lambda_j \rightarrow 0$ لكل قيم (j) فان $\ln \left[\frac{f_u(\lambda)}{f_u(0)} \right] \approx 0$ ، وبتعريف :

$$z = \ln I(\lambda_j) , \quad \alpha = \ln f_u(0) , \quad \beta = -d$$

$$x_j = \ln \left| 2 \sin \left(\frac{\lambda}{2} \right) \right|^2 , \quad v_j = \ln \left[\frac{I(\lambda_j)}{f_y(\lambda_j)} \right]$$

أمكن الحصول على معادلة الانحدار الآتية :

$$z_j = \alpha + \beta x_j + v_j , \quad j = 1, 2, \dots, k \quad \dots \dots \dots (13.2)$$

وبذلك فإن مقدر المربعات الصغرى لمعلمة الذاكرة الطويلة (d) يأخذ الصيغة الآتية :

$$\hat{d}_{GHP} = - \frac{\sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x})(z_j - \bar{z})}{\sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x})^2} \quad \dots \dots \dots (14.2)$$

$$\bar{z} = \sum_{j=1}^k \frac{z_j}{k} , \quad \bar{x} = \sum_{j=1}^k \frac{x_j}{k} \quad \text{اذ أن}$$

2.3.3 طريقة التباين المتجمع : [13,16] Aggregated Variance Method

على فرض أن عينة تخضع للعملية ARFIMA(p,d,q) $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$. ففي هذه الطريقة يتم تقسيم العينة الى قطاعات حجم كل منها يساوي (m) ، وحساب المعدل داخل كل قطاع ، وبالتالي الحصول على السلسلة التجميعية بقيم متعاقبة عددها (m) :

$$\bar{y}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=(j-1)m+1}^{jm} y(i) , \quad j = 1, 2, \dots, k \quad \dots \dots \dots (15.2)$$

حيث أن k : تمثل رمز القطاع . ثم احتساب تباين العينة لـ (y_j) عندما $k = 1, 2, \dots, \frac{n}{m}$ داخل كل قطاع . وأن هذا التباين يمثل المقدّر $\text{var}(\bar{y}_j)$ وبحسب بالشكل الآتي :

$$\widehat{\text{var}}(\bar{y}_j) = \frac{1}{n/m} \sum_{j=1}^{n/m} (\bar{y}_j)^2 - \left(\frac{1}{n/m} \sum_{j=1}^{n/m} \bar{y}_j \right)^2 \quad \dots \dots \dots (16.2)$$

وبالتالي يكرر الاسلوب اعلاه لمختلف القيم (m) . ثم ترسم قيم لوغاريتم تباين العينة مقابل (Log m) . وأن النقاط الناتجة سوف تشكل خطاً مستقيماً بميل مقداره $\beta = 2H - 2$ ، وإن $-1 < \beta < 0$. وطبقاً لنظرية الذاكرة الطويلة وعندما تكون قيمة (m) كبيرة فإن :

$$\widehat{\text{var}}(\bar{y}_m) \sim C m^{2d-1} \quad \dots \dots \dots (17.2)$$

اذ أن C : عدد ثابت موجب . وعلى التعاقب بعد تقسيم العينة (n) الى (k) من القطاعات وكل قطاع بحجم (m) اي أن $n = k \times m$ فليكون :

$$\text{Log } \widehat{\text{var}}(\bar{y}_j) \sim \text{Log } c + (2d - 1) \text{Log } j \quad \dots \dots \dots (18.2)$$

لكل قيم $j = 1, 2, \dots, k$ حيث أن $\bar{y}_j$ يمثل معدل القطاع (j) . وبذلك فإن مقدر المربعات الصغرى للمعلمة الكسرية (d) يكون :

$$\hat{d}_{AV} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\sum_{j=1}^k (\text{Log } j - a)(\text{Log } \widehat{\text{var}}(\bar{y}_j) - b)}{\sum_{j=1}^k (\text{Log } j - a)^2} \right] \quad \dots \dots \dots (19.2)$$

$$a = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \text{Log } j , \quad b = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \text{Log } \widehat{\text{var}}(\bar{y}_j) \quad \text{اذ أن :}$$

3.3.3 طريقة المخطط الدوري: [2,16] Periodogram Method

إقترحت هذه الطريقة من قبل (Bearan,1994) وتتلخص فكرة هذه الطريقة بالشكل الآتي :
على فرض أن $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ تمثل سلسلة الذاكرة الطويلة أو إعتداد المدى الطويل ، فإن المخطط الدوري للسلسلة يمكن حسابه وفق الصيغة الآتية :

$$I(\lambda) = \frac{1}{2\pi n} \left| \sum_{j=1}^n y(j) e^{-ij\lambda} \right|^2 \dots \dots \dots (20.2)$$

عندما $\lambda_j = \frac{2\pi j}{n}$ تمثل التكرارات و (n) عدد مشاهدات السلسلة $\{y_t\}$. ولأن $I(\lambda)$ هي مقدر لدالة الطيف فإن سلسلة أعتداد المدى الطويل لها مخطط دوري يتناسب مع $|\lambda|^{1-2H}$ أي :

$$I(\lambda) \sim C_f |\lambda|^{1-2H} \text{ as } |\lambda| \rightarrow 0 \dots \dots \dots (21.2)$$

وعليه فإن أنحدار لوغاريتم المخطط الدوري على لوغاريتم التكرارات سوف يشكل الميل (1-2H) ،
أي إن :

$$\text{Log } I(\lambda) \sim \text{Log } C_f + (1 - 2H) \text{Log } (|\lambda|)$$

وعلى فرض أن مقدر الإنحدار الخطي هو $(-\hat{\alpha})$ فإن المقدر (H) سيكون $(1 + \hat{\alpha})$ وبالتالي $\hat{H} = \frac{1}{2} (1 + \hat{\alpha})$

فإن $\hat{d}_{PR} = \frac{\hat{\alpha}}{2}$ أي أن :

$$\hat{d}_{PR} = \frac{1}{2} \left[\frac{\sum_{k=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} (\text{Log } |\lambda_k| - a)(\text{Log } I(\lambda_k) - b)}{\sum_{k=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} (\text{Log } |\lambda_k| - a)^2} \right] \dots \dots \dots (22.2)$$

$$a = \left[\frac{n}{2} \right]^{-1} \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \text{Log } |\lambda_k| , \quad b = \left[\frac{n}{2} \right]^{-1} \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \text{Log } I(\lambda_k) \quad \text{اذ أن :}$$

4.3.3 مقدر Robinson [15,16]

لقد أقتراح هذا المقدر من قبل الباحث (Robinson , 1995) ، ويعتمد أسلوبه على تحويلات فورير (Fourier Transform) والمخطط الدوري . حيث درس الباحث إنموذج التشويش الكسري (Fractional Noise) وبين أن دالة الطيف لإنموذج تأخذ الصيغة الآتية :

$$f(\lambda) = \frac{2\sigma^2 \Gamma(2d)}{(2\pi)^{3+2d}} \cos(\pi d) \left(\frac{\lambda}{2} \right) \sum_{j=-\infty}^{\infty} \left| j + \frac{\lambda}{2\pi} \right|^{-2(1+d)} , -\pi < \lambda < \pi$$

وأن الإنموذج لسلاسل إعتداد المدى الطويل يأخذ الصيغة الآتية :

$$f(\lambda) \sim C \lambda^{-2d} \text{ as } \lambda \rightarrow 0 \dots \dots \dots (23.2)$$

وبالتالي فإن مقدر (Robinson) يحسب بأستخدام المخطط الدوري الآتي :

$$I(\lambda) = |\omega(\lambda)|^2, \quad \omega(\lambda) = (2\pi n)^{-\frac{1}{2}} \sum_{t=1}^n y_t e^{it\lambda}$$

$$a_j = -\text{Log} \left(4 \sin^2 \left(\frac{\lambda_j}{2} \right) \right)$$

$$\bar{a} = (m - l)^{-1} \sum_{j=l+1}^m a_j , \quad S_l = \sum_{j=l+1}^m (a - \bar{a})^2$$

$$\bar{d}_{Robs} = \frac{\sum_{j=l+1}^m (a - \bar{a}) \text{Log } I(\lambda_j)}{S_l} , \quad 0 \leq l \leq m < n \dots \dots \dots (24.2)$$

وأن $\bar{d}_{Robs}$ يمثل مقدر المربعات الصغرى للمعلمة الكسرية (d) في أنموذج الإنحدار الآتي: بالصيغة:

$$\text{Log } I(\lambda_j) = C + d a_j + u_j , \quad j = l + 1, l + 2, \dots, m \dots \dots \dots (25.2)$$

اذ أن (l) تمثل نقطة ادنى قطع تميل الى مالا نهاية بشكل أبطأ من (m) وأن $c = \text{Log } C - \delta$ حيث أن (δ) تمثل ثابت (Euler) والذي قيمته تساوي (0.5772)

5.3.3 طريقة تحليل تقلبات الاتجاه المتناقض : [11,12,14]

Method Detrended Fluctuation Analysis

إقترحت هذه الطريقة من قبل (Peng et al., 1994) والتي وصفت بالشكل الآتي :
على فرض أن $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ تمثل عينة من عملية ذاكرة طويلة مستقرة ، فإن الخطوات اللاحقة:
توضح الأسلوب المتبع في تطبيق الطريقة :

- 1- تقسم العينة إلى (k) من القطاعات وأن حجم كل قطاع يساوي $(m = \frac{n}{k})$
- 2- داخل كل قطاع يتم حساب المجاميع الجزئية لـ $\{y_t\}$ أي أن :

$$x_t = \sum_{j=1}^t y_j, \quad t = 1, 2, \dots, m$$

- 3- في كل قطاع يتم مطابقة إنموذج الإنحدار البسيط لـ (x_t) مقابل $t = 1, 2, \dots, m$.

- 4- حساب (σ_k^2) الذي يمثل تباين البواقي المقدرة من الإنحدار داخل القطاع وحسب كما يأتي:

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m (x_t - \hat{\alpha}_k - \hat{\beta}_k t)^2 \dots \dots \dots (26.2)$$

اذ أن $\hat{\beta}_k, \hat{\alpha}_k$ هي مقدرات المربعات الصغرى للحد الثابت والميل لخط الإنحدار للمجموعة (k).

- 5- إيجاد $F^2(k)$ والتي تمثل المعدل لهذه التباينات وتحسب كما يأتي :

$$F^2(k) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \sigma_j^2 \dots \dots \dots (27.2)$$

- 6- وقد وصف (Peng et al) سلوك $(F(k))$ في إنموذج المسار العشوائي بأنه يأخذ التقريب:

$$F(k) \sim C k^{\frac{1}{2}}$$

بينما في متسلسلة المدى الطويل يكون :

$$F(k) \sim C k^{d+\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (28.2)$$

- 7- وبأخذ اللوغاريتم للطرفين يكون:

$$\text{Log } F(k) \sim \text{Log } C + (d + \frac{1}{2}) \text{Log } k$$

حينئذ وبمطابقة المربعات الصغرى للإتمودج الخطي البسيط :

$$\text{Log } F(k) = \alpha + \beta \text{Log } k + \epsilon_k \dots \dots \dots (29.2)$$

فإنه بالإمكان الحصول على مقدار المعلمة الكسرية التي تمثل ميل الإنحدار:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{j=1}^k (\text{Log } F(k) - a) (\text{Log } k - b)}{\sum_{j=1}^k (\text{Log } F(k) - a)^2} \dots \dots \dots (30.2)$$

$$a = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \text{Log } F(j), \quad b = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \text{Log } j \quad \text{اذ أن :}$$

$$\therefore \hat{d}_{\text{DFA}} = \hat{\beta} - \frac{1}{2} \dots \dots \dots (31.2)$$

6.3.3 طريقة إعادة قياس المدى : Rescaled Range Method

يعد الباحث (Hurst, 1956) [7] أول من أكتشف خصائص الذاكرة الطويلة عندما كان يبحث في معرفة الحد الأدنى لارتفاع سد أسوان الذي يزود طاقة خزين كافية للتحكم بتدفق نهر النيل. حيث قام بتطوير أداة تعرف بتحليل إعادة قياس المدى (Rescaled Range Analysis) التي تستخدم في تحليل عمليات المدى الطويل ويرمز له اختصاراً (R/S).

ولحساب الإحصاءة (R/S) فإن السلسلة $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ تقسم إلى (k) من القطاعات. وأن كل قطاع يحتوي على (M) من المشاهدات، وأن قيمة (M) تساوي أكبر عدد صحيح أقل من $(\frac{n}{k})$. أن إعادة

قياس المدى المصحح $R(t_i, r)/S(t_i, r)$ يمكن أن يحسب للمديات (r) عندما $t_i = M(i-1)$ تمثل نقاط البدء للقطاعات $i = 1, 2, \dots, k$ ولأي مدى معطى (r) فإن $R(t_i, r)$ يمكن حسابها فقط عندما :

$$t_i + r \leq n \dots \dots \dots (32.2)$$

وعليه فإن $R(t_i, r)$ يمكن ان تحسب بالشكل الآتي:

$$R(t_i, r) = \max\{w(t_i, 1), \dots, w(t_i, r)\} - \min\{w(t_i, 1), \dots, w(t_i, r)\} \dots \dots (33.2)$$

$$w(t_i, k) = \sum_{j=0}^{k-1} y_{t_i+j} - k \left(\frac{1}{r} \sum_{j=0}^{r-1} y_{t_i+j} \right), \quad k = 1, 2, \dots, r$$

اذ ان

وان تباين العينة للملاحظات $y_{t_i}, \dots, y_{t_i+r-1}$ يكون:

$$S^2(t_i, r) = \frac{1}{r} \sum_{j=0}^{k-1} y_{t_i+j}^2 - \left(\frac{1}{r} \sum_{j=0}^{r-1} y_{t_i+j} \right)^2 \dots \dots \dots (34.2)$$

ولكل قيم (r) يتم الحصول على عدد من عينات (R/S) . فحينما تكون (r) صغيرة فإنه يتم حساب (k) من عينات (R/S) بسبب متطلبات الشرط في الصيغة (32.2) ولكل قيم $i = 1, 2, \dots, k$. وهذا يعني ان العينات المحسوبة لـ (R/S) تتناقص عندما تكون (r) قيمة كبيرة. فضلا عن ذلك فإن عدد عينات (R/S) تكون مساوية الى (1) عندما $(r \rightarrow n)$.

لقد بين (Mandelbrot, 1975) أنه تحت شروط معينة فإن $k^{-H} R/S(t_i, k)$ يقترب بالتوزيع من متغير عشوائي غير منحل (Non degenerate) عندما $k \rightarrow \infty$. وهذا يؤدي الى ان القيم الكبيرة لـ (k) يمكن ان تستخدم عن طريق الرسم البياني الى $\log R/S$ مقابل $\log k$ التي ستشكل خط مستقيم بميل مقداره H :

$$\log E [R/S] \sim a + H \log k$$

وبالتالي فإن المعامل H (Hurst Coefficient) يقدر بمطابقة المستقيم الخطي للرسم البياني وإيجاد ميله للقيم الكبيرة لـ (k) باستخدام طريقة المربعات الصغرى للأحدار. ومن ثم أيجاد المقدر للمعلمة الكسرية $\hat{d}_{R/S} = \hat{H} - \frac{1}{2}$.

كما اقترح الباحث (Lo, 1991) [8] إحصاءة (R/S) المعدلة (Modified Rescaled Range)، حيث ركز على الاشارة $\log r = n$ فقط بدلاً من دراسة الاشارات المختلفة، فضلاً عن ذلك بدلاً من استخدام الانحراف المعياري للعينة فقد استخدم المجموع الموزون للتباينات المشتركة الذاتية وكما يأتي:

$$S_q(n) = \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y}_n)^2 + \frac{2}{n} \sum_{j=1}^q w_j(q) \left[\sum_{i=j+1}^n (y_i - \bar{y}_n)(y_{i-j} - \bar{y}_n) \right] \right)^{1/2}$$

$$= [S^2 + 2 \sum_{j=1}^q w_j(q) \hat{\gamma}_j]^{1/2} \dots \dots \dots (35.2)$$

اذ ان $\bar{y}_n$ يمثل متوسط العينة للسلسلة الزمنية وان الاوزان $w_j(q)$ تكون معطاة كما يأتي:

$w_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1}$, $q < n$ إن الطريقة المعدلة من قبل (Lo) تحتاج الى الدقة في إختيار القيمة المثلى الى (q) وبعبكسه ستكون الاحصاءة المعدلة غير حساسة الى الذاكرة الطويلة و الحصول على نتائج متحيزة، ونتيجة لذلك فقد اقترح (Andrews, 1991) [1] صيغة جديدة لأختيار (q) المثلى وكما يأتي:

$$q_{opt} = \text{int} \left[\left(\frac{3n}{2} \right)^{1/3} \left(\frac{2\hat{\rho}}{1 - \hat{\rho}^2} \right)^{2/3} \right]$$

اذ ان $\hat{\rho}$ هو معامل الارتباط الذاتي المقدر من الدرجة الاولى.

4.3 المحاكاة:

مما لا شك فيه أن للمحاكاة مفاهيم متعددة رغم انها تحقق هدفاً واحداً، حيث استخدمت المحاكاة عبر الزمن لحل نوعين من المسائل: الاولى هي المسائل النظرية في العلوم الأساسية كالرياضيات والفيزياء والكيمياء وغيرها، والثانية هي المسائل العملية في كل مظاهر الحياة مثل المسائل التجارية والاجتماعية والأنظمة الطبية واستراتيجيات الحروب والتعبئة العسكرية.

ومن طرائق المحاكاة وأكثرها شيوعاً طريقة مونت كارلو (Monte Carlo) التي استخدمت اول مرة في أوائل الأربعينيات وخلال الحرب العالمية الثانية، وهي تستخدم عادة عند تكرار تجربة المحاكاة للتمودج العشوائي المدروس عن طريق توليد اعداد عشوائية تحاكي العملية العشوائية لتوليد بيانات معينة.

1.4.3 تطبيق اسلوب المحاكاة :

- طبقاً للمراحل التي تبني فيها المحاكاة باستخدام طريقة مونت كارلو ، فقد تم تحديد ما يأتي :
1. استخدام ثلاثة أحجام للعينات لتوليد الانموذج المدروس هي (100, 200, 300) وكررت التجربة (500) مرة ، كما تم باستخدام لغة (Virtual Basic) في تنفيذ برامج الحاسوب .
 2. ان تجارب المحاكاة تتضمن دراسة طرائق التقدير المذكورة في الجانب النظري .
 3. أن كل الانموذج التجريبي يتضمن متجه للاخطاء العشوائية وهو ما يسمى بمتجه التشويش الابيض (ϵ_t) والذي يتبع التوزيع الطبيعي القياسي $N(0, I_n)$ ، وأن الخطوة الرئيسية لتوليد هذا المتجه تتم بتوليد سلسلة من القيم العشوائية التي تتبع التوزيع المنتظم المستمر $U(0,1)$. وعليه فإن توليد المتغيرات الطبيعية لمتجه الاخطاء العشوائية يتم باستخدام التحويل الآتي :

$$\epsilon_1(t) = [-2 \ln u_1]^{1/2} [\sin(2\pi u_2)]$$

$$\epsilon_2(t) = [-2 \ln u_1]^{1/2} [\cos(2\pi u_2)]$$

2.4.3 الانموذج الكسري ARFIMA(0 , d , 0) :

- تم توليد السلسلة $\{Y_t\}$ للانموذج الكسري $ARFIMA(0,d,0)$ المعرف بالشكل الآتي :
- $$(1 - B)^d Y_t = \epsilon_t$$
- وان القيم الاسمية للقيمة الكسرية (Nominal Values) التي تم اختيارها لتوليد الانموذج اعلاه هي :

$$\{ \pm 0.45 , \pm 0.35 , \pm 0.25 , \pm 0.15 , \pm 0.05 , 0 \}$$

وبحجم مختلف للعينة هي (100 ، 200 ، 300) ، وكررت التجربة (500) مرة . كما تم تقدير المعلمة الكسرية باستخدام الطرائق شبه المعلمية المذكورة سلفاً . وبالتالي إيجاد المعايير الآتية:

$$1- \text{متوسط القيمة الكسرية} \quad \text{mean} = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^r d_k$$

$$2- \text{القيمة المطلقة للتحيز} \quad |Bias| = |d_k - \text{nominal}(d)|$$

$$3- \text{الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الخطأ}$$

$$\sqrt{MSE} = \left[\frac{1}{r} \sum_{k=1}^r (d_k - \text{nominal}(d))^2 \right]^{1/2}$$

الخطوة الاولى : تم احتساب المقدّر شبه المعلمي للطرائق المذكورة عندما (n=100) للسلسلة الزمنية التي تم توليدها بالانموذج $ARFIMA(0,d,0)$. وان القيمة الاسمية للمعلمة الكسرية تساوي (- d = 0.45) ، وبالتالي رسم المخطط البياني (log - log) لكل طريقة وذلك لبيان مدى تكيف النقاط الناتجة عن تقاطع الاحداثيات ومطابقة الانموذج الخطي البسيط . والشكل المرقم (1.3) توضح رسم هذه النقاط المناظرة لكل طريقة تقدير .

الخطوة الثانية : تم تحليل المعايير المستخدمة في هذه التجربة على ثلاثة مجاميع طبقاً لانخفاض وارتفاع قيم معياري التحيز المطلق والجذر التربيعي لمتوسط مربعات الخطأ ، والناتج التي تم الحصول عليها مثبتة في الجداول المرقمة (1.3) ، (2.3) و (3.3) وبذلك يكون :

1. ان اقل قيمة لمعيار التحيز المطلق |Bias| للمجموعة الاولى كانت للمقدّر (GHP) عند كل أحجام العينات والقيم الاسمية للمعلمة (d) . وان قيمة هذا المعيار تتناقص تدريجياً عند زيادة حجم العينة ، كما يتضح ايضاً ان المقدّر (GHP) لا يتأثر بالقيم الاسمية للمعلمة الكسرية سواء كانت سالبة ام موجبة . ويلي ذلك كل من المقدرات (RobS) ثم (DFA) ثم (AV) على التوالي ، حيث ينطبق التحليل نفسه الذي تم ايضاحه في هذه الفقرة .

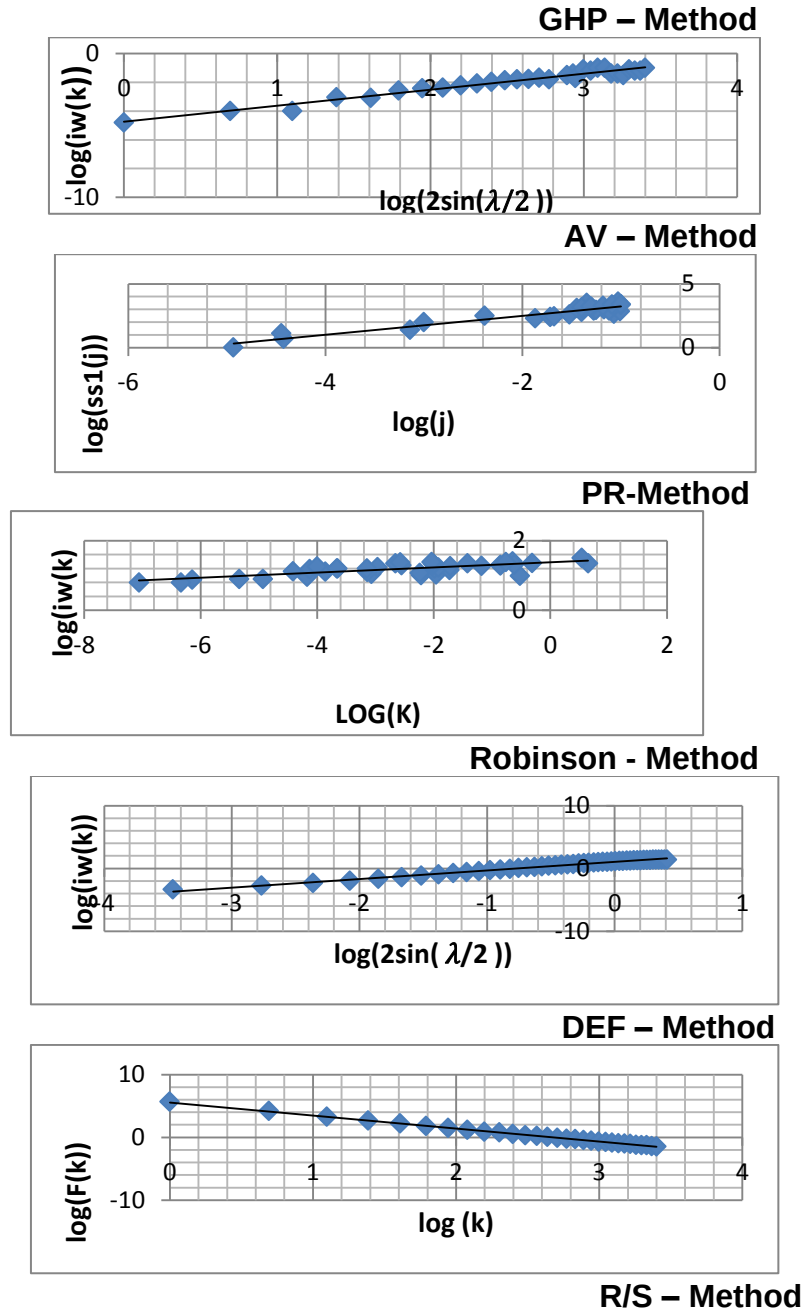
2. اما المجموعة الثانية فهي تضم المقدّر (PR) حيث اعطت قيم متفاوتة للتحيز المطلق بالرغم من يعد مقبولة عند كل مستويات القيم الاسمية للمعلمة (d) ، وايضاً لحجوم العينات كافة التي هي الاخرى تتناقص عند ازدياد حجم العينة .

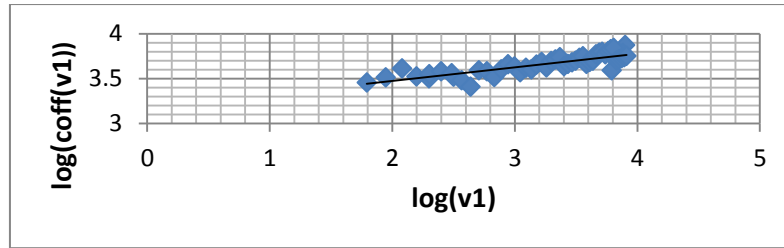
3. فيما تضمنت المجموعة الثالثة المقدّر (R/S) الذي اعطى اكبّر قيمة للتحيز المطلق ولحجوم العينات كافة ، الا ان هذه القيمة تتناقص ايضاً عند زيادة حجم العينة ، ولكن هذا المقدّر يتأثر بالقيم الاسمية اذ تبين ان قيمة التحيز المطلق عند القيم الاسمية الموجبة اكبر منها للقيم الاسمية السالبة .

4. ان اقل قيمة للمعيار $(\sqrt{MSE})$ للمجموعة الاولى كانت للمقدّر (GHP) عند كل أحجام العينات والقيم الاسمية للمعلمة (d) . وان قيمة هذا المعيار تتناقص تدريجياً عند زيادة حجم العينة وايضاً مع القيم الاسمية الموجبة . ويلي ذلك ضمن نفس المجموعة المقدّران (DFA) ثم (AV) اللذان يسلكان السلوك نفسه .

5. اما المجموعة الثانية فهي تضم المقدرات (Robs , PR) حيث اعطت ثاني اقل قيمة للمعيار $(\sqrt{MSE})$. ومن خلال سلوك هذه المقدرات اتضح انها حساسة للقيم الاسمية الكبيرة ، فضلاً عن انها اعطت نتائج غير مشجعة عند زيادة حجم العينة ، إذ ان هذه الزيادة لا تؤدي الى تقليص قيمة المعيار $(\sqrt{MSE})$.

6. اما المجموعة الثالثة التي تضم المقدر (R/S) فقد اعطى اكبر قيمة للمعيار $(\sqrt{MSE})$. وينفرد المقدر (R/S) بكونه يتأثر بحجوم العينات الكبيرة ، حيث تبين ان قيمة المعيار $(\sqrt{MSE})$ له تتناقص بشكل ملحوظ مع زيادة حجم العينة.





شكل رقم (1.3)

يوضح رسم النقاط (log-log) لطرائق التقدير للتمودج $ARFIMA(0, -0.45, 0)$

جدول رقم (1.3)

يبين القيم التقديرية للمعلمة (d) للتمودج الكسري $ARFIMA(0, d, 0)$ باستخدام المحاكاة عندما $(n=100)$ وعدد المكررات $(R=500)$

d		$\hat{d}_{GHP}$	$\hat{d}_{AV}$	$\hat{d}_{PR}$	$\hat{d}_{Robs}$	$\hat{d}_{DFA}$	$\hat{d}_{R/S}$
-0.450	Mean	-0.426	-0.530	-0.364	-0.392	-0.365	-0.321
	Bias	0.024	0.080	0.086	0.058	0.085	0.129
	$\sqrt{MSE}$	0.146	0.157	0.207	0.272	0.158	0.338
-0.350	Mean	-0.351	-0.438	-0.291	-0.334	-0.297	-0.146
	Bias	0.001	0.088	0.059	0.016	0.053	0.204
	$\sqrt{MSE}$	0.147	0.157	0.186	0.261	0.152	0.339
-0.250	Mean	-0.246	-0.344	-0.210	-0.203	-0.216	-0.063
	Bias	0.004	0.094	0.040	0.047	0.034	0.187
	$\sqrt{MSE}$	0.144	0.153	0.188	0.264	0.148	0.338
-0.150	Mean	-0.154	-0.247	-0.112	-0.117	-0.122	-0.013
	Bias	0.004	0.097	0.032	0.033	0.028	0.137
	$\sqrt{MSE}$	0.147	0.148	0.174	0.287	0.145	0.335
-0.050	Mean	-0.053	-0.147	-0.015	-0.038	-0.021	-0.002
	Bias	0.003	0.097	0.035	0.012	0.029	0.048
	$\sqrt{MSE}$	0.135	0.140	0.185	0.261	0.141	0.321
0.000	Mean	0.014	-0.096	0.016	0.057	0.031	0.029
	Bias	0.014	0.096	0.016	0.057	0.031	0.029
	$\sqrt{MSE}$	0.133	0.135	0.178	0.270	0.138	0.319
0.050	Mean	0.039	-0.045	0.055	0.065	0.083	0.312
	Bias	0.011	0.095	0.005	0.015	0.033	0.262
	$\sqrt{MSE}$	0.130	0.130	0.177	0.263	0.138	0.341
0.150	Mean	0.173	0.059	0.131	0.206	0.189	0.386
	Bias	0.023	0.091	0.019	0.056	0.039	0.236
	$\sqrt{MSE}$	0.113	0.118	0.177	0.271	0.130	0.333
0.250	Mean	0.261	0.162	0.230	0.303	0.292	0.446
	Bias	0.011	0.088	0.020	0.053	0.042	0.196
	$\sqrt{MSE}$	0.101	0.107	0.180	0.268	0.126	0.318
0.350	Mean	0.357	0.260	0.321	0.385	0.392	0.519
	Bias	0.007	0.090	0.029	0.035	0.042	0.169
	$\sqrt{MSE}$	0.103	0.101	0.182	0.260	0.122	0.288
0.450	Mean	0.464	0.348	0.396	0.498	0.489	0.572
	Bias	0.014	0.102	0.054	0.048	0.039	0.122
	$\sqrt{MSE}$	0.106	0.108	0.182	0.268	0.118	0.245

جدول رقم (2.3)

يبين القيم التقديرية للمعلمة (d) للتمودج الكسري $ARFIMA(0, d, 0)$ باستخدام المحاكاة عندما $(n=200)$ وعدد المكررات $(R=500)$

d		$\hat{d}_{GHP}$	$\hat{d}_{AV}$	$\hat{d}_{PR}$	$\hat{d}_{Robs}$	$\hat{d}_{DFA}$	$\hat{d}_{R/S}$
-0.450	Mean	-0.447	-0.482	-0.392	-0.439	-0.408	-0.437
	Bias	0.003	0.032	0.058	0.011	0.042	0.013
	$\sqrt{MSE}$	0.045	0.045	0.134	0.166	0.109	0.307
-0.350	Mean	-0.346	-0.380	-0.308	-0.337	-0.327	-0.157
	Bias	0.004	0.030	0.042	0.013	0.023	0.193
	$\sqrt{MSE}$	0.046	0.044	0.138	0.171	0.105	0.308
-0.250	Mean	-0.255	-0.277	-0.208	-0.241	-0.242	-0.072
	Bias	0.005	0.027	0.042	0.009	0.008	0.178
	$\sqrt{MSE}$	0.038	0.039	0.129	0.164	0.114	0.303
-0.150	Mean	-0.140	-0.173	-0.127	-0.122	-0.158	-0.031
	Bias	0.010	0.023	0.023	0.028	0.008	0.119

	$\sqrt{MSE}$	0.033	0.034	0.122	0.164	0.100	0.295
- 0.050	Mean	-0.035	-0.068	-0.048	-0.026	-0.044	-0.039
	Bias	0.015	0.018	0.002	0.024	0.006	0.011
	$\sqrt{MSE}$	0.029	0.028	0.126	0.156	0.105	0.249
0.000	Mean	0.001	-0.015	0.004	0.006	0.003	0.019
	Bias	0.001	0.015	0.004	0.006	0.003	0.019
	$\sqrt{MSE}$	0.024	0.025	0.118	0.156	0.094	0.201
0.050	Mean	0.044	0.037	0.049	0.052	0.063	0.207
	Bias	0.006	0.013	0.001	0.002	0.013	0.157
	$\sqrt{MSE}$	0.026	0.024	0.115	0.155	0.101	0.261
0.150	Mean	0.146	0.142	0.142	0.153	0.171	0.248
	Bias	0.004	0.008	0.008	0.003	0.021	0.148
	$\sqrt{MSE}$	0.026	0.026	0.119	0.162	0.094	0.224
0.250	Mean	0.237	0.242	0.227	0.243	0.265	0.352
	Bias	0.013	0.008	0.023	0.007	0.015	0.102
	$\sqrt{MSE}$	0.027	0.028	0.126	0.162	0.089	0.179
0.350	Mean	0.345	0.334	0.314	0.354	0.370	0.400
	Bias	0.005	0.016	0.036	0.004	0.020	0.050
	$\sqrt{MSE}$	0.029	0.029	0.128	0.160	0.084	0.134
0.450	Mean	0.439	0.409	0.404	0.453	0.472	0.488
	Bias	0.011	0.041	0.046	0.003	0.022	0.038
	$\sqrt{MSE}$	0.044	0.049	0.137	0.164	0.083	0.114

جدول رقم (3.3)

يبين القيم التقديرية للمعلمة (d) للنموذج الكسري ARFIMA(0,d,0) باستخدام المحاكاة عندما (n=300) وعدد المكررات (R=500)

d		$\hat{d}_{GHP}$	$\hat{d}_{AV}$	$\hat{d}_{PR}$	$\hat{d}_{Robs}$	$\hat{d}_{DFA}$	$\hat{d}_{R/S}$
-0.450	Mean	-0.459	-0.478	-0.405	-0.451	-0.428	-0.440
	Bias	0.009	0.028	0.045	0.001	0.022	0.050
	$\sqrt{MSE}$	0.032	0.033	0.100	0.119	0.089	0.161
-0.350	Mean	-0.352	-0.373	-0.311	-0.346	-0.357	-0.269
	Bias	0.002	0.023	0.039	0.004	0.007	0.081
	$\sqrt{MSE}$	0.029	0.029	0.106	0.126	0.088	0.195
-0.250	Mean	-0.244	-0.267	-0.215	-0.231	-0.260	-0.191
	Bias	0.006	0.017	0.035	0.019	0.010	0.059
	$\sqrt{MSE}$	0.023	0.024	0.100	0.124	0.095	0.170
-0.150	Mean	-0.147	-0.159	-0.128	-0.137	-0.162	-0.118
	Bias	0.003	0.009	0.022	0.013	0.012	0.032
	$\sqrt{MSE}$	0.022	0.021	0.094	0.122	0.089	0.155
- 0.050	Mean	-0.055	-0.051	-0.047	-0.052	-0.068	-0.043
	Bias	0.005	0.001	0.003	0.002	0.018	0.007
	$\sqrt{MSE}$	0.024	0.021	0.093	0.124	0.083	0.089
0.000	Mean	-0.002	0.004	0.002	0.007	0.015	0.019
	Bias	0.002	0.004	0.002	0.007	0.015	0.019
	$\sqrt{MSE}$	0.021	0.023	0.090	0.120	0.084	0.085
0.050	Mean	0.051	0.059	0.048	0.058	0.039	0.105
	Bias	0.001	0.009	0.002	0.008	0.011	0.055
	$\sqrt{MSE}$	0.022	0.027	0.101	0.132	0.077	0.176
0.150	Mean	0.155	0.169	0.140	0.159	0.156	0.099
	Bias	0.005	0.019	0.010	0.009	0.006	0.051
	$\sqrt{MSE}$	0.026	0.039	0.095	0.123	0.074	0.167
0.250	Mean	0.251	0.275	0.223	0.261	0.251	0.213
	Bias	0.001	0.025	0.027	0.011	0.001	0.037
	$\sqrt{MSE}$	0.030	0.044	0.100	0.130	0.071	0.145
0.350	Mean	0.352	0.370	0.316	0.356	0.354	0.347
	Bias	0.002	0.020	0.034	0.006	0.004	0.013
	$\sqrt{MSE}$	0.029	0.044	0.104	0.122	0.063	0.114
0.450	Mean	0.451	0.444	0.404	0.459	0.454	0.444
	Bias	0.001	0.006	0.046	0.009	0.004	0.006
	$\sqrt{MSE}$	0.040	0.043	0.107	0.119	0.063	0.071

1.4 الاستنتاجات :

1. لوحظ بشكل عام عند تطبيق بعض المقدرات شبه المعلمية ان زيادة حجم العينة له تاثير سلبي في تحسين نتائج التجربة وينطبق التحليل نفسه عند زيادة عدد المكررات .
2. ان طرائق التقدير شبه المعلمية المستخدمة في تقدير المعلمة الكسرية (d) للنموذج ARFIMA(0,d,0) تعتمد اساساً على صياغة المقدرات نتيجة استخدام خاصية التقارب وبالتالي توظيف النموذج الخطي البسيط (Linear Simple)

(Regression) في عملية التقدير . ونتيجة لذلك نستنتج ان الصيغة الخطية لعلاقة (log-log) كانت متوافقة وبالاخص للمقدرات (DFA , GHP , Robs) كما موضح ذلك في الشكل (1.3) . كما لوحظ ان زيادة حجم العينة يؤدي الى انتشار عشوائي غير منتظم للعلاقة (log-log) وبالتالي يصعب مطابقتها للامودج الخطي البسيط .
3. ان افضل طريقة لتقدير المعلمة الكسرية في الامودج الكسري ARFIMA(0,d,0) هي طريقة (GHP) حيث انها اعطت اقل قيمة لمعيار التحيز المطلق ومعيار الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الخطأ ($\sqrt{MSE}$). ويولي ذلك المقدران (DFA) ثم (Robs) .

2.4 التوصيات :

1. اجراء دراسة نظرية او تجريبية معمقة للامودج ARFIMA(0,d,0) عندما تكون القيم الكسرية للمعلمة (d) خارج المدى المدروس في هذا البحث اي خارج $-0.5 < d < 0.5$
2. نوصي باجراء دراسة موسعة للامودج المختلط المتكامل كسرياً ARFIMA(p,d,q).
3. نوصي باجراء دراسة للامودج الكسري الموسمي SARFIMA(0,d,0)(0,D,0) الذي يتضمن المعلمة الكسرية (d) للمركبة غير الموسمية والمعلمة الكسرية (D) للمركبة الموسمية.

المصادر

- 1- Andrews , D., (1991).” Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation. Econometrica, 59,817-858 .
- 2- Beran , J. (1994b). Statistics for Long–Memory Processes. Chapman & Hall , New – York , USA .
- 3- Dicker , T. (2004) .” Simulation of Fractional Brownian Motion “. Amsterdam . Ntherlands.
- 4- Geweke , J. and Porter – Hudak , S. (1983).” The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models “. Journal of Time Series Analysis , Vol.4 , No.4 , 221 – 238 .
- 5- Gradshteyn , I.S. and Ryzhik, I.M.(1965). Tables of Integrals Series and Products , Academic Press , New – York .
- 6- Guegan , D. (2005). : How can we define the Concept of Long-Memory ? Econometric Survey “. Econometric , Rev,24,113-149.
- 7- Hurst , H.E. (1956).” Methods of Using Term Storage in Reservoirs”. Proc. the Inst. of Civil Engineers , I , 519-543 .
- 8- Lo , A.W. , (1991). “ Long – Term Memory in Stock Market Prices “. Econometrica , 59 , 1279 – 1313 .
- 9- Mandelbrot , B.B. , and Wallis ,J.R.(1969).” Computer Experiments with Fractional Gaussian Noises : Part 1,2,3 “. Water Resources Research , No.1,5
- 10- McCarthy , J.,Disario , R. and Saraoglu , H.(2003).”A Recursive Algorithm for Fractionally Differencing Long Data Series “. Journal of Modern Applied Statistical Methods , Vol.2 , No.1 , 272 – 278 .
- 11- Palma ,W. (2007).Long – Memory Time Series:Theory & Methods. John – Wiley & Sons , Inc. , Puplication . USA .
- 12- Peng , C.K. , Buldyrev, S.V. , Smith , M. , Stanley ,H.E.& Goldberger, A.L.(1994).” Mosaic Organization of DNA Nucleotides “. Physical Review, E , 49, PP(1585 – 1689).
- 13- Reisen , V. , Abraham , B. and Lopes , S.(2001).” Estimation Paramerters in ARFIMA Processes : A Simulation Study “. Communications in Statistics – Simulation and computation . Vol.30 , Issue 4 .
- 14- Robinson , P.M. (1995).”Log-Periodogram Regression of the Time Series with Long Range Dependence “. The Annals of Statistics ,Vol.23 , No.3 , pp (1048 – 1072) .
- 15- Robinson , P.M. (2003). Long Memory Time Series within Time Series with Long Memory . Oxford University . Oxford .
- 16- Taqqu , M.S.,Teverovsky , V. , & Willinger , W. (1995).” Estimators for Long – Range Dependence : An emperical Study “. Fractals 3(4), pp (785 – 798),Reprinted in:Fractals Geometry and Analysis .1996.
- 17- Tsay , R.S. (2005) . Analysis of Fractional Time Series . Second Edition , John – Wiley and Sons , Inc. , USA .
- 18- Wei ,W.W.S.(1990). Time Series Analysis: Univariate &Multivariate Methods , Addison – Wesley Puplishing Company , Inc.
- 19- Yong , C.H. (1974) . “ Asymptotic Behaviour of Trigonometric Series , Chinese University , Hong Kong .

.....
.....