

دراسة مقارنة لنماذج السلاسل الزمنية الموسمية (ARMAX, SARIMA, Transfer function) Harmonic regression لإنتاج الماء في بغداد

أ.م. د. رعد فاضل التميمي * م.م. رائد لازم الحسناوي **

المستخلص

نظراً لأهمية الماء فقد حرص الباحثون في هذا المجال على إجراء الدراسات بالطرق العلمية لتوفير ما يحتاجه الإنسان من الماء الصحي الصالح للاستخدام البشري ويعتمد ذلك على التخطيط الاقتصادي والإداري وعلى دراسة توقعات المستقبل. وبما أن أهداف تحليل السلاسل الزمنية للدراسة هو بناء نموذج تنبؤي كفوء لوصف البيانات يكون بأقل نسبة من الأخطاء عند ذلك ظهرت المعالجات المختلفة لبناء النموذج وهدفنا هو البناء حيث تم بناء النماذج التالية:-

- نموذج الانحدار الذاتي والأوساط المتحركة بمتغيرات توضيحية (ARMAX)
- النموذج الموسمي للانحدار الذاتي والأوساط المتحركة (SARIMA)
- نموذج سلسلة فورير (Harmonic regression analysis)

ولبيانات إنتاج الماء الصافي في بغداد للفترة (2004 - 2009)
وان سلوك سلسلة استهلاك الماء في مدينة بغداد يتبع النموذج SARIMA (O,1,1)(O,1,1)12 وبطول دورة (I=12) حيث كانت المعالم الموفقة هي كما يلي $MA(1)=0.829$ $SMA(1)=0.799$
وأفضل النماذج عند المقارنة ما بين سلسلة فورير ونماذج الانحدار يكون بأقل أخطاء موفقة وهو ما أظهره نموذج سلسلة فورير بطول دورات (L=12 و L=6 و L=4)

Abstract

For the importance of the water, researchers studying human need of the water, researchers interested in studying the human need of the water using scientific method, one of these methods is the analysis of time series which build predictive model to

Represented the data with minimum errors, and then using these models in planning and managing the expected uses of the water in our research we estimate the following models

*ARMAX

*SARIMA

*Harmonic regression analysis

These model were estimated using data represent the product of water in Baghdad for the internal 2000-2004 from the comparison between the above model we found. That the Harmonic regression models is the best one.

* الجامعة المستنصرية / كلية الإدارة والاقتصاد .
** الجامعة المستنصرية / كلية الإدارة والاقتصاد .

مقبول للنشر بتاريخ 2013/1/22

1-المقدمة

يعتبر الماء من العوامل الأساسية في بقاء الكائن الحي على هذه الأرض وهو من النعم التي أنعمها الله تعالى للإنسان لأنه من خلال الماء دبت الحياة وذلك تحقيقاً لقوله تعالى "وجعلنا من الماء كل شيء حي".....سورة الانبياء آية (29) . حيث يغطي الماء 71% من الكرة الأرضية ويكون حوالي (65%) من جسم الإنسان ، ونظراً لأهمية الماء فقد حرص الباحثون في هذا المجال على إجراء الدراسات بالطرق العلمية لتوفير ما يحتاجه الإنسان من الماء الصحي الصالح للاستخدام البشري ويعتمد ذلك على التخطيط الاقتصادي والإداري وعلى دراسة توقعات المستقبل لذا اهتمت كثير من الدراسات ولاسيما الاقتصادية والاجتماعية بدراسة السلسلة الزمنية والتنبؤ بما سيحدث لها من تغيير في المستقبل على ضوء سلوكها في الماضي فدراسة السلسلة الزمنية يعني تحليلها الى عواملها المؤثرة : الاتجاه العام ، التغيرات الموسمية ، التغيرات الدورية و التغيرات العرضية وقد قام الكثير من الباحثين الاحصائيين بوضع نماذج للسلاسل الزمنية تختلف في طرق معالجتها لمكونات السلسلة .

2-هدف البحث

إن هدف تحليل السلاسل الزمنية للدراسة هو بناءاً نموذج تنبؤي كفوء لوصف البيانات يكون بأقل نسبة من الاخطاء عند ذلك ظهرت المعالجات المختلفة لبناء النموذج وهدفنا هو البناء والمقارنة مابين النماذج التالية :-

- نموذج الانحدار الذاتي والأوساط المتحركة بمتغيرات توضيحية (ARMAX)
- النموذج الموسمي للانحدار الذاتي والأوساط المتحركة (SARIMA)
- نموذج سلسلة فوريير (Harmonic regression analysis)
- ولبيانات انتاج الماء الصافي في بغداد للفترة (2004 – 2009)

3- الجانِب النظري

3-1:- يوصف نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة في الدرجة $ARMA(p, q)$ ووفق العلاقة الاحصائية التالية [4]

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + a_t - \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i} \quad \text{--- (1)}$$

حيث ان a_t عبارة عن الخطأ العشوائي للسلسلة الزمنية عند الفترة الزمنية t وان p و q أعداد صحيحة تشير الى درجة نموذج الانحدار الذاتي والأوساط المتحركة على التوالي ومن خلال استخدام معامل الارتداد الخلفي (Back shift operator) فان النموذج يوصف

$$\phi_p(B)y_t = \mu + \theta_q(B)a_t \quad \text{--- (2)}$$

$\phi_p(B)$ عبارة عن متعدد الحدود في الدرجة p لنموذج الانحدار الذاتي AR ويمثل بالصيغة

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

$\theta_q(B)$ عبارة عن متعدد الحدود في الدرجة q لنموذج المتوسطات المتحركة MA ويأخذ العلاقة

$$(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

ان النموذج يمتلك استقرارية ضعيفة من الدرجة الثانية بالاعتماد على قيمة جذور

$$\theta_q(B), \phi_p(B)$$

المطلقة فيما اذا كانت أكبر من واحد . والنموذج هو جزء من نموذج أوسع واشمل في حالة احتواء على التأثيرات الموسمية والذي يوصف

$$\phi_p(B)\phi_p(B^L)(1 - B^L)^D(1 - B)^d y_t = \mu + \theta_q(B)\theta_q(B) a_t \quad \text{--- (3)}$$

حيث ان L تمثل طول الموسم و d , D تمثل الفرق الاعتيادي والفرق الموسمي الموصوف للسلسلة الزمنية y_t , وان $\phi_p(B^L)$ متعدد الحدود من الدرجة p للجزء الموسمي لنموذج الانحدار الذاتي وكذلك $\phi_q(B^L)$ تمثل متعدد الحدود من الدرجة q للجزء الموسمي لنموذج الاوساط المتحركة وغالباً ما يوصف النموذج بالصيغة $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_L$ مع احتفاظ متعدد الحدود $\phi_p(B)$, $\theta_q(B)$ بتعريفهما السابق وتوجد نماذج أخرى نحصل عليها عندما يكون μ دالة خطية لبعض المتغيرات التوضيحية X_t فان صيغة نموذج الانحدار الذاتي والأوساط المتحركة

$$\phi_p(B)(y_t - X_t\beta) = \theta_q(B)a_t \quad \text{--- (4)}$$

حيث يطلق على النموذج في بعض الاحيان بنموذج انحدار باخطاء تتوزع ARMA والهيكليّة بصورة أدق قد توصف بالعلاقة التالية

$$Y_t = X_t\beta + a_t \text{ --- (5)}$$

$$\phi_p(B)a_t = \theta_q(B)e_t$$

ويرمز للنموذج ARMAX (ARMA+ eXogenous Variables) أي نموذج انحدار ذاتي وأوساط متحركة بمتغيرات توضيحية. وهذا النموذج يجمع ما بين العلاقة السببية لنماذج الانحدار بوجود المتغيرات المستقلة x_t فضلاً عن التعامل مع أخطاء نموذج الانحدار a_t عند وجود ارتباط موجب بينها من خلال تمثيلها بنموذج السلسلة الزمنية وهذا العرض يرفع من دقة النموذج الموفق وبالتالي من كفاءة التنبؤ. بالإضافة الى ان النموذج (5) يعتبر حالة خاصة أيضاً في نموذج دالة التحويل (Transfer function) والموصوفة بالصيغة [4]

$$y_t = \sum_{i=1}^m \frac{w_i(B)}{\delta_i(B)} X_{t-b_i} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t$$

وعندما تأخذ $\theta(B) = 1$ $\phi(B) = 1 - \phi B$ وان $\delta_i(B) = 1$ وان $w_i(B)$ متعدد حدود من الدرجة M

2-3 نموذج الانحدار ونموذج سلسلة فورير (Regression model and Harmonic analysis regression) بالامكان التعامل مع السلاسل الزمنية الموسمية من خلال دراسة علاقة نموذج الانحدار ونموذج سلسلة فورير فنموذج الانحدار يوصف [3]

$$Y_t = X_t\beta + a_t \text{ --- (6)}$$

Y_t عبارة عن متجه للسلسلة الزمنية بابعاد $T \times 1$ ، $X_{p \times 1}$ مصفوفة المتغيرات التوضيحية التي تصف دورية بيانات السلسلة الزمنية عندها بالامكان وصف هذه المتغيرات بالصيغة

$$X_{1t} = \sin\left(\frac{2\pi t}{L}\right)$$

$$X_{2t} = \cos\left(\frac{2\pi t}{L}\right)$$

وان (L) يمثل طول الموسم وبالامكان اختيار متغيرات توضيحية أخرى لاجل زيادة دقة نموذج الانحدار من خلال تعريف متغيرات توضيحية بطول دورة (s) أقل من طول الموسم (L) مع مراعات الموسمية في البيانات وبطبيعة الحال فان النموذج والذي يحتوي الاتجاه الدوري في السلسلة الزمنية يتم تقديره من خلال الصيغة

$$\hat{\beta}_{OLS} = (XX)^{-1}XY \text{ --- (7)}$$

أو الصيغة

$$\hat{\beta}_{GLS} = (X\Omega^{-1}X)^{-1}X\Omega^{-1}Y \text{ --- (8)}$$

وان الخطأ المعياري للمعالم المقدرة

$$Var(\hat{\beta}) = S_e^2(XX)^{-1}$$

حيث يتم الحكم على النموذج من خلال معامل التحديد R^2 والقياسات المرتبطة بمعالم النموذج ومنها اختبارات t للمعالم وكذلك اختبار ديرين واطسون D.W للحكم على وجود الارتباط الموجب بين بواقي معادلة التقدير لنموذج الانحدار.

أما نموذج فورير لبيانات سلسلة زمنية دورية فيوصف بعد تعريف السلسلة الزمنية X_{ti} حيث ان $t=1,2,\dots,n$ و n تمثل حجم السلسلة بالإضافة الى ان $i=1,2,\dots,r$ حيث ان r تمثل تكرارات السلسلة الزمنية لذلك فانه بالامكان وصف النموذج بالصيغة التالية

$$X_t = A_0 + \sum_{k=1}^r \left[A_k \cos\left(\frac{2\pi k(t-1)}{n}\right) + B_k \sin\left(\frac{2\pi k(t-1)}{n}\right) \right] + a_t \text{ --- (9)}$$

عبارة عن معالم النموذج المرتبطة بـ r من تكرارات البيانات والمتغيرات التوضيحية A_0 ، A_k ، B_k ، X_{tk} ، X_{tk}^*

وانه بالامكان وصف المقدار بين القوسين بالصيغة التالية

$$A_k \cos\left(\frac{2\pi k(t-1)}{n}\right) + B_k \sin\left(\frac{2\pi k(t-1)}{n}\right) = \sqrt{A^2 + B^2} \sin\left(\frac{2\pi k(t-1)}{n} + \phi_k\right) \text{ --- (10)}$$

حيث ان $V_k = \sqrt{A^2 + B^2}$ وتدعى (Semi- amplitude) $\phi_t = \tan^{-1}\left(\frac{A_k}{B_k}\right)$ وتمثل زاوية الطور (phase angle) ويتم تقدير معالم نموذج دالة فورير بالاعتماد على العلاقات التالية

$$A_0 = T/nr$$

$$A_k = \left(\sum_{t=1}^n X_{tk} \cdot T_t / r \right) / \sum_{t=1}^n X_{tk}^2$$

$$B_k = \left(\sum_{t=1}^n X_{tk}^* \cdot T_t / r \right) / \sum_{t=1}^n X_{tk}^{*2}$$

مع الاخذ بنظر الاعتبار ان المتغيرات المستقلة

$$X_{tk} = \cos\left(\frac{2\pi k(t-1)}{n}\right)$$

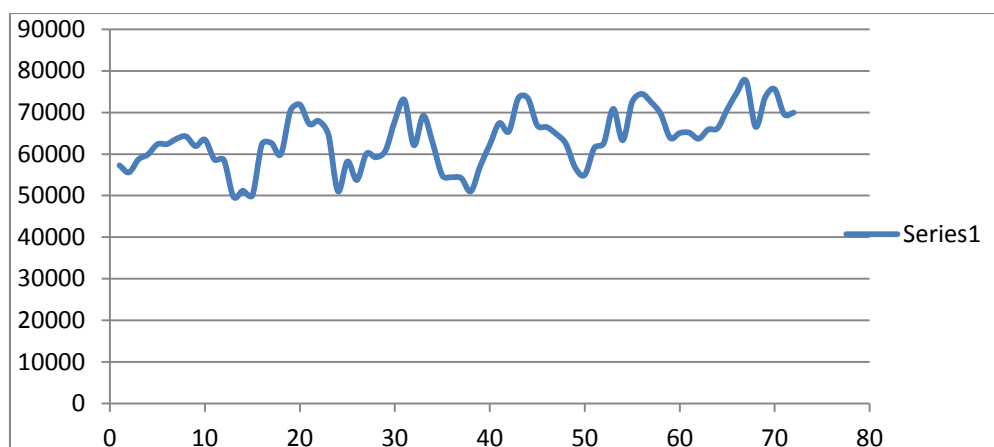
$$X_{tk}^* = \sin\left(\frac{2\pi k(t-1)}{n}\right)$$

4- الجانب العملي
1-4 تم الاعتماد على بيانات كميات انتاج الماء الصافي الشهرية في مدينة بغداد للفترة (2004-2009) والمقاسة بالمتري المكعب والموضحة في جدول رقم (1) ويرسم البيانات نلاحظ عدم احتواء البيانات على اتجاه عام ولكن ظهور الموسمية بشكل واضح وبطول دورة $L=12$ ، لذلك تم الاعتماد على هذه الصفة لاجل بناء متغيرات النموذج التنبؤي

جدول (1)

يبين كميات انتاج الماء الصافي في بغداد للسنوات (2004-2009) مقاسة بالمتري المكعب

الشهر	2004	2005	2006	2007	2008	2009
ك2	57280	49735	58218	54199	56733	65139
شباط	55600	51170	53762	51032	54998	63703
آذار	58710	50095	60050	57166	61465	65881
نيسان	59910	62380	59214	62252	62606	66225
آيار	62368	62665	60767	67435	70871	70698
حزيران	62400	59980	67955	65430	63305	74663
تموز	63665	70405	73028	73457	72555	77570
آب	64250	71900	62139	73452	74473	66550
ايلول	61920	67220	69206	66875	72455	73635
ت1	63450	67935	62551	66479	69645	75600
ت2	58670	64660	54832	64830	63890	69590
ك1	58520	51080	54445	62505	65056	69975



شكل رقم (1)
يمثل السلسلة الزمنية

- تم توفيق ثلاث نماذج وهي كما يأتي :
- 1- نموذج انحدار متعدد بمتغيرات توضيحية لدالة الجيب والجيب تمام بالاعتماد على طول دورة ($L=12$) ، قد تم وصف نتائج هذا النموذج في جدول (2) حيث بلغت القوة التفسيرية للنموذج بحدود 71% مع وجود فروق معنوية للنموذج من خلال جدول (ANOVA) حيث بلغت قيمة اختبار F المحسوبة 36.44 بالإضافة الى ان اختبار t للمعالم المقدرة اشارة الى معنويتها الاحصائية وبالتالي تأثيرها في كفاءة النموذج .
 - 2- نموذج سلسلة فورير بأربعة متغيرات توضيحية لدالة الجيب والجيب تمام وبالاعتماد على طول دورة ($L=12$) ، ($S=6$) وقد كانت النتائج كما في جدول (3) حيث بلغت القوة التفسيرية للنموذج بحدود 72% وللنموذج المقدر وان جدول تحليل التباين اشارة الى انخفاض قيمة F المحسوبة حيث بلغت 18.25 بالرغم من زيادة عدد المتغيرات وهذا ما يعكس عدم جدوى ادخال المتغيرات التوضيحية بطول دورة ($s=6$) في النموذج ويشير ايضا الى أنه ليس بزيادة عدد المتغيرات سوف ترتفع القوة التفسيرية للنموذج .
 - 3- نموذج سلسلة فورير الهارموني والمعبر عنه في جدول (4) حيث تم التعامل مع عدة مشاهدات وتكرار واحد وبطول دورة مختلفة ($L=12$) ، ($L=6$) ، ($L=4$) نلاحظ وقوع تحسن طفيف في النموذج الموفق وهذا ما انعكس على معامل الارتباط المتعدد R^2 المعدل مع انخفاض في الخطأ المعياري صاحبه ارتفاع في قيمة اختبار F المحسوبة حيث بلغت 30.39 بالمقارنة بالنموذج (2) مما يعني جودة النموذج وهذا يشير الى كفاءة هذا النموذج وان الاختيار ما بين هذه النماذج يعتمد على خبرة الباحث ومدى تعقيد النموذج المختار.

جدول رقم (2)
لنتائج نموذج الانحدار (سلسلة فورير) لطول دورة ($L=12$)

Multiple R	0.716740634
R Square	0.513717136
Adjusted R Square	0.49962198
Standard Error	4783.601474
Observations	72
F	36.44636

جدول رقم (3)
لنتائج نماذج سلسلة فورير ل طول (L=6) و (L=12)

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	Lower 95.0%	Upper 95.0%
Intercept	63671.01612	567.5385288	112.1880064	5.47336E-78	62538.20448	64803.82777	62538.20448	64803.82777
X Variable 1	-	802.4337708	-6.651640865	6.33313E-09	-6939.165772	3735.836752	-6939.165772	-37 35.836752
X Variable 2	-	802.807583	-5.26342235	1.60442E-06	-5827.926018	2623.104733	-5827.926018	-2623.104733
X Variable 3	-	802.4893742	-1.039926146	0.302112499	-2436.305177	767.2458124	-2436.305177	767.2458124
X Variable 4	27.23295917	802.7520922	0.033924495	0.973038226	-1575.066923	1629.532841	-1575.066923	1629.532841

Multiple R	0.722114875
R Square	0.521449893
Adjusted R Square	0.492879737
Standard Error	4815.721477
Observations	72
F	18.25155938

جدول رقم (4)
لنتائج نماذج سلسلة فورير ل طول (L=4) ، (L=6) ، (L=12)

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	Lower 95.0%	Upper 95.0%
Intercept	58064.02595	870.5632417	66.69707974	1.39593E-61	56325.3911	59802.6608	56325.3911	59802.6608
X Variable 1	-5337.501262	802.4337708	65535	6.33313E-09	-6939.165772	3735.836752	-6939.165772	-3735.836752
X Variable 2	152.9618972	20.72704634	7.379821257	1.60442E-06	111.5671272	194.3566672	111.5671272	194.3566672
X Variable 3	-4437.19548	1220.708757	-3.634933766	0.000550239	-6875.11921	-1999.27175	-6875.11921	-1999.27175
X Variable 4	-4976.202164	1233.658339	-4.033695559	0.000146887	-7439.988	-2512.41633	-7439.988	-2512.41633
X Variable 5	-8.706610761	29.36024471	-0.296544216	0.767759992	-67.3430685	49.92984696	-67.3430685	49.92984696
X Variable 6	16.11393893	29.07648796	0.554191378	0.581349617	-41.9558174	74.18369527	-41.9558174	74.18369527

Regression Statistics	
Multiple R	0.858623674
R Square	0.737234614
Adjusted R Square	0.712979348
Standard Error	3622.950937
Observations	72
F	30.3948265

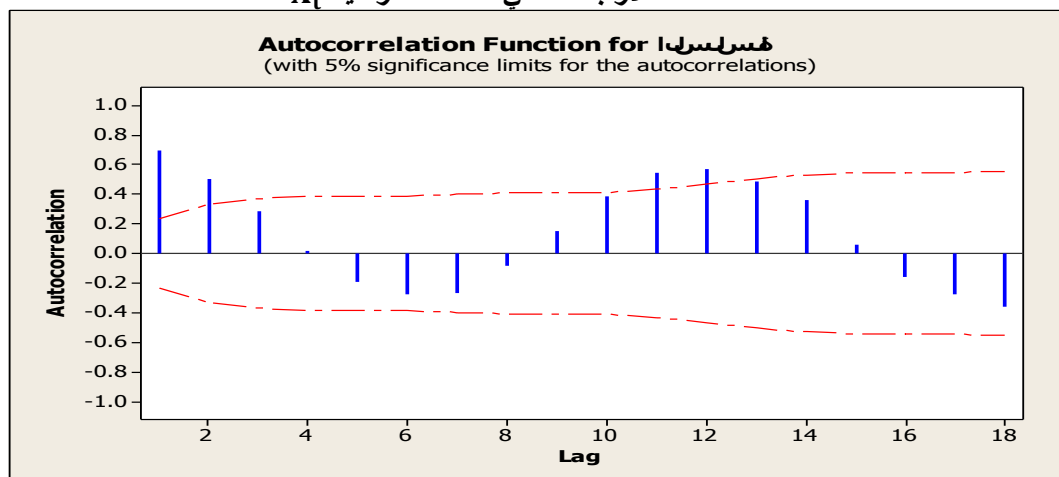
4- النموذج الموسمي المضاعف SARIMA

بالاعتماد على بيانات جدول رقم (1) وسلوك السلسلة الزمنية ومعاينة الشكل البياني الذي يشير الى عدم وجود اتجاه عام في السلسلة مما يتطلب أخذ الفروق الاعتيادية وكذلك الفرق الموسمي الاول لتحقيق الاستقرار في السلسلة الزمنية وقد بين ذلك ايضا" الشكل (2) لمعاملات الارتباط الذاتي والشكل (3) للارتباط الذاتي الجزئي و بعد اخذ الفروق المناسبة واعادة احتساب معاملات الارتباط الذاتي والجزئي . تم تحقق الاستقرار واعادة حساب معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الجزئي ورسم هذه المعاملات وملاحظة معنوية معاملات الارتباط الذاتي عند الاراحة (L=12)، حيث أظهرت هذه المعاملات انها واقعة ضمن حدود

الثقة لها وهذا يعني تحقيق استقرار السلسلة وبالتالي تشير الى الصيغة الاولى للنموذج SARIMA(0,1,1)(0,1,1) وهذا ما سيتم الاعتماد عليه في توفيق النموذج التنبؤي

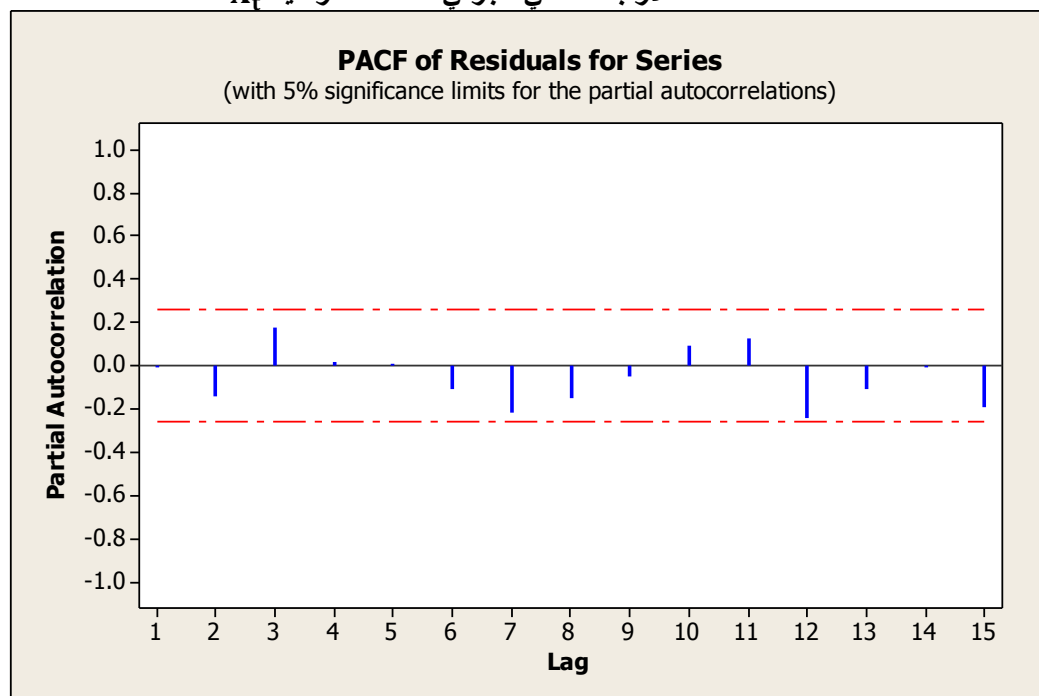
شكل (2)

لمعاملات الارتباط الذاتي للسلسلة الزمنية X_t



شكل (3)

لمعاملات الارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة الزمنية X_t



وباستخدام نظام (MINTAB VER 16) تم تقدير معالم النموذج الموسمي المضاعف وتمثلت بمعلمة المتوسطات المتحركة الاعتيادية $MA(1)=0.829$ ومعلمة المتوسطات المتحركة الموسمية $SMA(1)=0.7991$ وقد اشار اختيار T الى معنوية معالم النموذج المقدره حيث بلغت (4.73 , 9.66) عاى التوالي وأكد ذلك فيه اختبار p التي ساوت القيمة الصفرية وبمتوسط مربعات للاخطاء $MS=14785339$ مع قيم اختيار Box-Pierce عند الازاحات المختلفة وقد وصف النتائج بصورة اجمالية في جدول رقم (4).

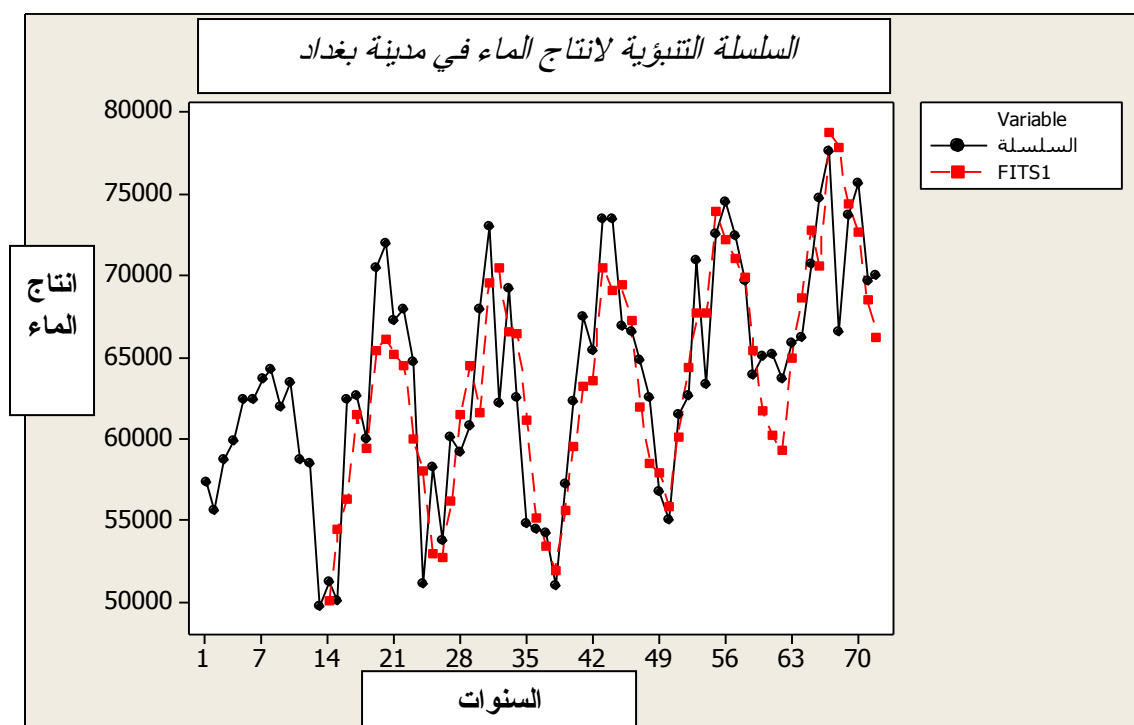
جدول رقم (4)
لمعالم ومقاييس نموذج SARIMA

Type	Coef	SE Coef	T	P
MA 1	0.8293	0.0859	9.66	0.000
SMA 12	0.7991	0.1691	4.73	0.000
Constant	77.37	37.75	2.05	0.045
Residuals: SS = 827979003 (backforecasts excluded)				
MS = 14785339 DF = 56				
Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic				
Lag	12	24	36	48
Chi-Square	12.2	23.8	32.1	54.9
DF	9	21	33	45
P-Value	0.203	0.304	0.512	0.148

وبالاعتماد على معالم النموذج المقدرة تم حساب القيم التنبؤية للنموذج مع حدود الثقة لها والمرفقة في جدول رقم (5) بالإضافة الى رسم القيم للسلسلة الاصلية مع التنبؤية واضهارها في شكل رقم (4)

جدول رقم (5)
القيم التنبؤية وحدود الثقة لها

Forecasts from period 72				
95 Percent				
Limits				
Period	Forecast	Lower	Upper	Actual
73	65282.4	57744.3	72820.4	
74	63651.7	56004.6	71298.8	
75	68090.1	60335.5	75844.7	
76	71036.8	63176.2	78897.4	
77	75716.3	67751.0	83681.5	
78	75069.9	67001.3	83138.4	
79	81730.8	73560.3	89901.3	
80	79039.2	70767.9	87310.4	
81	79249.3	70878.6	87620.0	
82	78434.6	69965.6	86903.6	
83	73656.8	65090.6	82223.0	
84	71809.2	63146.9	80471.6	



شكل (4)
السلسلة التنبؤية لانتاج الماء في مدينة بغداد بنموذج SARIMA

3-4 اختبار بواقي النموذج المرفق :

تم الاعتماد على عدة طرق لاختبار بواقي النموذج والتي وضحت في شكل رقم (5) وفيما يلي تفسير لهذه النتائج .

الشكل (5-1) اشار اختبار P-P الى ان غالبية الاخطاء تتوزع حول خط الانحدار مع وجود بعض القيم الشاذة في الجانب الايسر للنموذج .

الشكل (5-2) انتشار الاخطاء حول الصفر بصورة غير نظامية بحيث لاتظهر أي اتجاه عام أو دورية في البواقي هذا يعني عشوائية . اخطاء النموذج وان أغلب مكونات السلسلة فسرت بالنموذج الموفق .

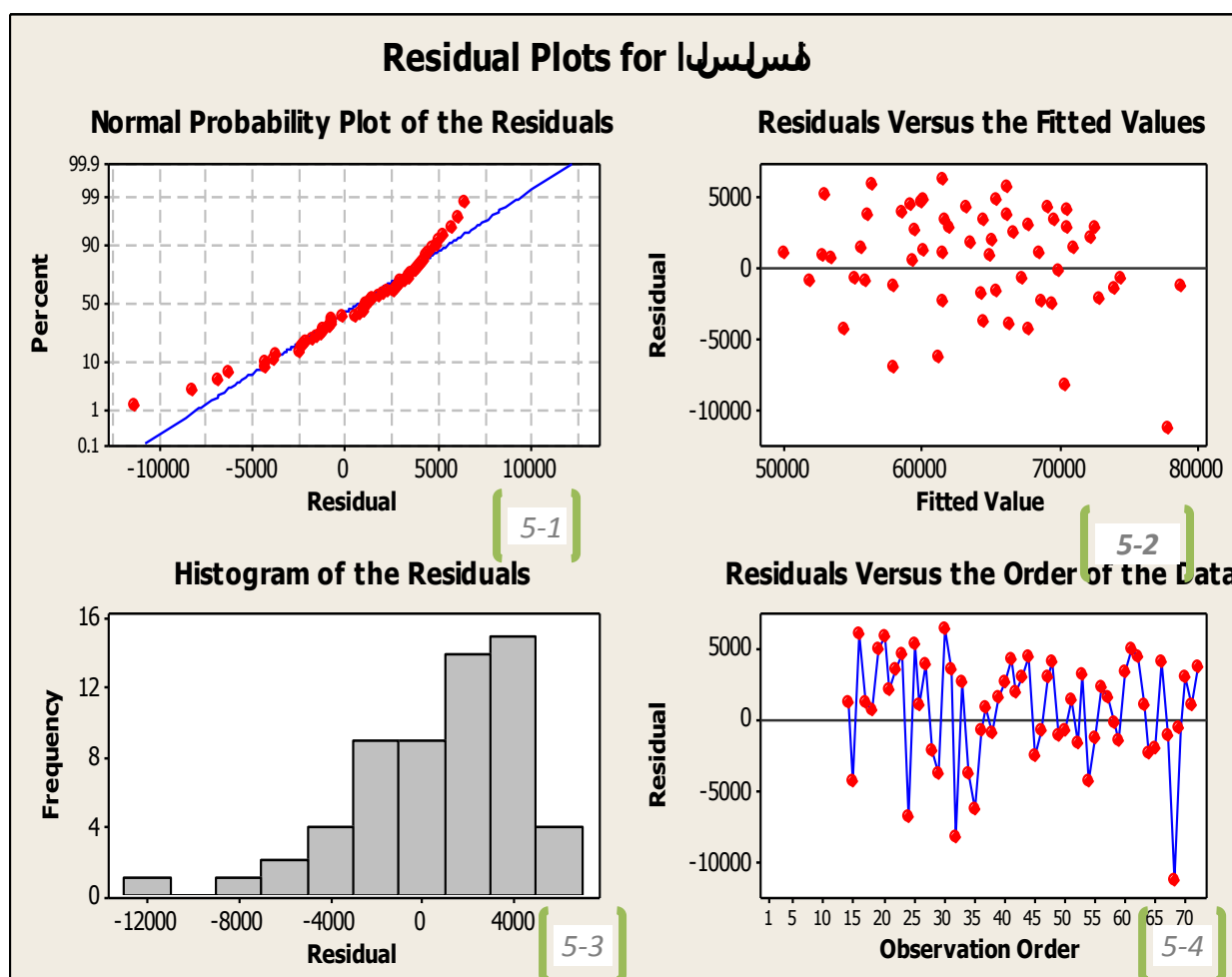
الشكل (5-3) بين المدرج التكراري لتوزيع أخطاء النموذج والذي يقترب من التوزيع الطبيعي مع ملاحظة تأكيد وجود قيم متطرفة في الجانب الايسر .

الشكل (5-4) توزيع الاخطاء مقابل رتب البيانات ونلاحظ تذبذبها العشوائي وعدم وجود أي معلومات مختزنة فيه غير مفسره .

وان اختبارات (Box-pierce) أكد عشوائية أخطاء السلسلة الزمنية وعدم معنوية معاملات الارتباط الذاتي للاخطاء مما يشير الى امكانية اعتماد النموذج في التنبؤ

شكل رقم (5)

اختبارات بواقي النموذج



5- الاستنتاجات والتوصيات

- (1) ان سلوك سلسلة استهلاك الماء في مدينة بغداد يتبع النموذج $SARIMA (O,1,1)(O,1,1)_{12}$ وبطول دورة $(L=12)$ حيث كانت المعالم الموقفة هي كما يلي $MA(1)=0.829$ $SMA(1)=0.799$
- (2) نماذج الانحدار وسلسلة فورير وبطول دورة $L=12$ و $L=6$ و $L=4$ أفضل من نموذج فورير بطول دورة $L=12$ حيث بلغت القوة التفسيرية من خلال معامل التحديد المعدل 0.737 الا ان ذلك كان على حساب زيادة العمليات الحسابية وتعقيد صيغة النموذج .
- (3) أفضل النماذج عند المقارنة ما بين سلسلة فورير ونماذج الانحدار يكون بأقل أخطاء موقفة وهو ما أظهره نموذج سلسلة فورير بطول دورات $(L=12$ و $L=6$ و $L=4)$
- (4) ضرورة العمل على بناء نماذج لا معلمية لا تستند الى فرضيات التوزيع الطبيعية وحساب مهمات السلسلة الزمنية باستخدام نموذج التنقيح العام (GAM) ومقارنتها مع النماذج المعلمية .

6- المصادر

- [1] العقابي ' عباس لفته (2001) " استخدام التحليل الطيفي في مجال الانحدار الذاتي ثنائي المتغيرات " أطروحة دكتوراه في الإحصاء ' جامعة بغداد ' كلية الإدارة والاقتصاد .
- [2] الموسوي ، جواد كاظم (1986) " استخدام نماذج السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات في التنبؤ بمبيعات وإنتاج السكر في المنشأة العامة للسكر في ميسان " رسالة ماجستير في الإحصاء ' جامعة بغداد ' كلية الإدارة والاقتصاد .
- [3] النفاش ' افتخار عبد الحميد (1982) " تحليل السلاسل الزمنية للتنبؤ باستهلاك الطاقة الكهربائية لمدينة بغداد " رسالة ماجستير في الإحصاء ' جامعة بغداد ' كلية الإدارة والاقتصاد .

- [4] والتر فاندل " السلاسل الزمنية من الوجهة التطبيقية ونماذج بوكس جنكنز " تعريب وترجمة عبد المرضي حامد عزام . 1992م
- [5] Bjoern Schelter (2009) , " Multivariate Time Series Analysis in Neurology " Hamilton Institute , Germany .
- [6] Box , G.E.P , and G.M.Jenkins (1976) " Time series analysis , Forecasting and control , Holden day, San Francisco " .
- [7] Johannes Ledolter (1977) , " The Analysis of Multivariate Time Series With A View To Applications In Hydrology "
- [8] Michael Sampson (2001) , " Time Series Analysis " Loglinear Publications , Concordia University , Montreal , Quebec , Canada .
- [9] N. R. Draper and H. Smith (1980) , " Applied Regression Analysis " , Second Edition , John Wiley & Sons, Inc , New York , USA .
- [10] Ruey S. Tsay (2002) , " Analysis of Financial Time Series " , John Wiley & Sons, Inc. , New York ,USA .
- [11] Sergey K. (2005) , " Modeling Of Multivariate Time Series Using Hidden Markov Models " Submitted Partial Satisfaction Of The Requirements For The Degree Of Doctor Of Philosophy in Information and Computer Science .
- [12] S. Makridakis , S. C. Wheelwright and R. J. Hyndman (1998) , " Forecasting Methods and Applications " , Third Edition , John Wiley & Sons, Inc , Publication , New York , USA
- [13] Wei , W.W.S. (1990) , " Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods " , Addison - Wesley Publishing Company, Inc