

أهمية أسلوب العناصر ونماذج البرمجة غير الخطية

* م . د . عمار كويي ناصر

المستخلص :

إن تحقيق أمتيازية اسراب العناصر (PSO) يشير إلى عائلة جديدة من الخوارزميات التي تستخدم لإيجاد الحلول المثلث لمسائل البرمجة الخطية وغير الخطية ، لقد تم في هذا البحث استخدام مفهوم خوارزمية اسراب العناصر وتطبيقها على نماذج البرمجة الغير خطية بغية الحصول على الحل الامثل ، ولقد أظهرت النتائج إن تطبيق اسلوب أمتيازية اسراب العناصر (PSO) قد أعطى نتائج عالية الدقة في عملية الوصول الى الامتيازية بالنسبة لطبيعة الدوال التي تم اختيارها ، كذلك فإن هذا الاسلوب كان جيدا في الوصول الى الامتيازية من خلال قصر الفترة الزمنية وكذلك طبيعة وخصائص هذا الاسلوب في الوصول الى حالة الامثلية .

Abstract

The meaning of the Particle Swarm Optimization (PSO) refers to a relatively new family of algorithms that may be used to find optimal (or near optimal) solutions to numerical and qualitative problems , The aim of this paper is to use the (PSO) to solve some kinds of non linear programming models Access to the Optimal solutions , The results showed that the application of style (PSO) algorithms Is The best among the numerous non linear programming methods.

المقدمة :

لقد بدأ العمل بأمتيازية خوارزمية اسراب العناصر (Particle Swarm Optimization) لأول مرة عام (1995) من قبل العالمين (Dr. Kennedy) و (Dr. Eberhart) ، وكانت فكرة هذه الخوارزمية مستوحاة من سلوك الطيور في التنقل من مكان الى آخر ، فكما تنتقل هذه الاسراب غريزيا على شكل مجموعات للهجرة او البحث عن طعام فلن هذه الخوارزميات تفترض أيضا وجود افراد لديهم قيم رياضية (أعداد او مصفوفات) ، وهذه القيم تتغير باستمرار من أجل الوصول الى القيمة المثلث او الحل الامثل للمسائل الرياضية التي يصعب الحصول من خلالها على الحلول بالطرق التقليدية ، إن النظام المتباع لامثلية الاسراب يرتكز أساسا على تهيئة مجتمع معين يتضمن مجموعة من الحلول الابتدائية ومن ثم البحث عن الامثلية ، كما إن الحلول المحتمل الحصول عليها وفقا لهذه الطريقة تسمى الجسيمات (particles) ، إن خوارزمية (PSO) تقوم على محاكاة سلوك اسراب الطيور، فإذا افترضنا لدينا مجموعة من الطيور التي تبحث بشكل عشوائي عن الطعام ضمن منطقة ما، ولنفترض ايضا بأن هنالك قطعة طعام واحدة ضمن المنطقة التي يتم البحث ضمنها، في البداية ، كل الطيور تجهل مكان قطعة الطعام. ولكنها تعلم كم يبعد الطعام عنها بعد كل جولة (iteration)، إن أفضل استراتيجية تتمثل في اتباع الطيور الأقرب إلى الطعام، ضمن خوارزمية الاسراب (PSO) كل حل مفرد عبارة عن طير (bird) ضمن فضاء الحلول يسمى بالعنصر (particle)، وكل عنصر من العناصر قيمة ملائمة تسمى (fitness value) اي تدل على مدى ملاءمة هذا الجزء للحل ، ويتم تقييم قيم الملائمة هذه عبر تابع يدعى بتابع الملائمة (fitness function) و التقييم هنا يهدف إلى حساب مقدار قرب هذا الجزيء من الحل الامثل ، وكذلك تملك العناصر سرعات (velocities)

وتقود هذه السرعات بدورها هذه العناصر الطائرة ، ويتم تهيئة خوارزمية (PSO) بمجموعة من العناصر العشوائية (حلول)، ومن ثم يتم البحث عن الحل الأفضل عبر تحديث هذه الأجيال، ضمن كل جولة (Iteration) ، ويتم تحديث كل عنصر من العناصر ضمن التجمع عبر اتباع القيم المثلث .

تعريف البحث :

الوصول الى افضل الحلول لنماذج البرمجة الغير خطية عن طريق تطبيق خوارزمية اسراب العناصر (PSO) من خلال فهم وتحليل الكيفية التي تم بها تلك الظواهر الذكية للكائنات الحية والتي تقل في التعقيد والتطبيق بكثير عن ذكاء الانسان وفي الوقت نفسه تعطي اعمالا ناجحة سببية عمل تطبيقات رياضية مبرمجة لحل مشاكل كبيرة في المجتمع وكذلك الوصول إلى الامثلية (optimization) .

منهجية البحث :

تم تقسيم البحث الى جانبين هما الجانب النظري والذي تم من خلاله التطرق بشكل مبسط الى مفهوم واسسيات الامثلية اسراب العناصر (Particle Swarm Optimization) وكذلك نماذج البرمجة غير الخطية ، أما الجانب التطبيقي فقد تم فيه والتطرق الى بعض نماذج الامثلية الرياضية وتطبيق طريقة امثلية الارساب عليها بغية الوصول الى الحل الامثل وتضمن الجزء الاخير أهم الاستنتاجات والتوصيات التي تم التوصل اليها .

1- الجانب النظري :

1-1 ذكاء السرب :

منذ اكثر من خمسين عاماً اثبت علماء البيولوجيا وجود أنواع متعددة من اشكال الذكاء منبثقة من مجتمع الحشرات والاسماك والطيور او الثدييات، بسم الله الرحمن الرحيم (أَلْمَ يَرَوُا إِلَى الطَّيْرِ مُسْخَرَاتٍ فِي جَوِ السَّمَاءِ مَا يُمْسِكُهُنَّ إِلَّا اللَّهُ إِنَّ فِي ذَلِكَ لَذِكَارًا لِقَوْمٍ يُؤْمِنُونَ) سورة النحل الآية (79) إن التفاعل المجرد البسيط بين عدد كبير من المخلوقات البسيطة يمكن ان يقود الى نشوء ذكاء متفاعل ومتآقلم مع البيئة المحيطة ، الكثير من الوحدات المستقلة بذاتها التي تملک سلوكاً بسيطاً احتمالياً نسبياً يجري توزيعها في البيئة ، إن كل وحدة مزودة فحسب بالمعلومات المحلية ولا تملك هذه الوحدات أي تمثيل او معرفة واضحة بالتركيبة الشاملة التي من المفترض ان تقوم بانتاجها او تطويرها ، بعبارة أخرى فإن المهمة الشاملة ليست مبرمجة بشكل واضح من خلال الافراد ولكنها تنبثق بعد نجاح عدد كبير من التفاعلات الاحادية بين الافراد او بين الافراد والبيئة ، إن هذا النموذج من الذكاء الجماعي الذي يتم بناؤه من قبل العديد من الكيانات المنفردة البسيطة كان هو المعلم لنظام جديد في علوم الكمبيوتر وهو ذكاء السرب ، وكما موضح في الشكل رقم (1).

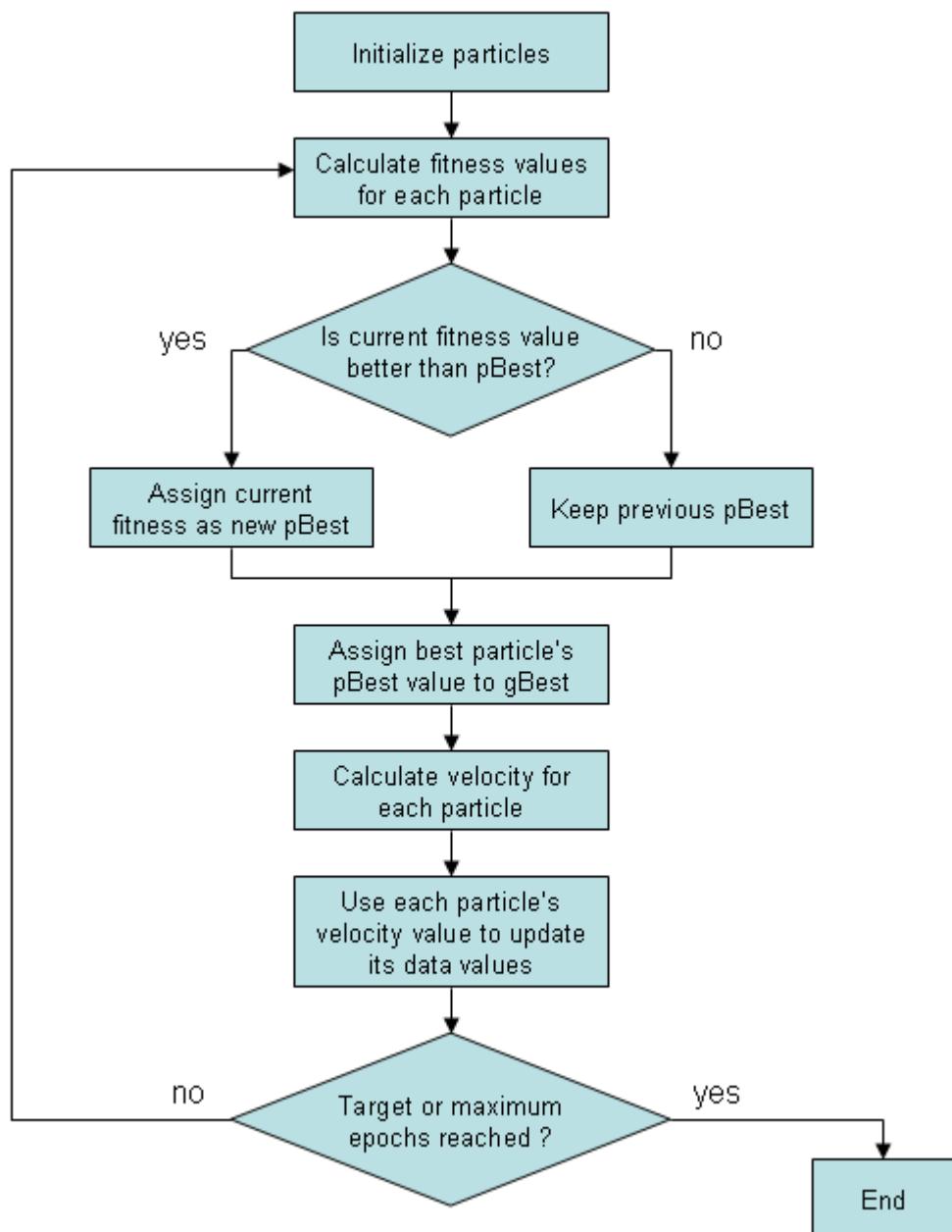
الشكل رقم (1)
اسراب الطيور



2-1 امتياز أسراب العناصر (الطيور) (Particle Swarm Optimization)

وهي أحد الخوارزميات التي استوحى من السلوكيات الجماعية المتطورة لبعض الكائنات الحية مثل الطيور، وهي بمثابة طريقة أخرى لحل المسائل المعقدة، حيث أنها تعتمد على حركة الأسراب وقد برهنت هذه الخوارزميات فعاليتها كما هي في الطبيعة وكان لها شق كبير من التطبيقات الرائعة والفعالة التي شملت شتى المجالات ، فمُنْتَلَّتْ حركات هذه الأسراب للبحث عن الطعام والدفاع عن نفسها من الفرائس بقواعد رياضية بسيطة مكنته العلماء من استخدامها لمعالجة الكثير من القضايا الرياضية وبذلك فهي تمثل مجتمع population () ويعتمد هذا المجتمع في سلوكه بشكل اساسي على تقييمات الامثلية، وهذا المجتمع بدوره يمثل مجموعة من العناصر particle () وتقوم هذه العناصر ضمن خوارزمية PSO () بتحديث نفسها عبر الاستفادة من قيمة السرعة الداخلية وضمن تلك الخوارزمية فإن كل من (gbest) والذي يمثل أفضل قيمة ملائمة ضمن السرب أو (lbest) والتي تمثل أفضل قيمة محلية هما من يعطيان المعلومات المهمة لبقية العناصر ، وبذلك فهذه الخوارزميات تمتلك آلية (ذات اتجاه واحد) لمشاركة المعلومات ، وبالتالي فإن عملية التقييم تعتمد بشكل اساسي على بحثها عن الحلول المثلث ، والشكل رقم (2) يوضح آلية تلك الامثلية.

الشكل رقم (2)
امتياز أسراب العناصر (PSO)



3- خصائص امثلية أسراب العناصر (PSO) [9] ، [3] :

1- كل عضو يسمى بالجسيم ، وكل جسيم (particle) يمثله متوجه موعي

$X_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id}]$ (d-dimensional)

2- مجموعة جسيمات n في السرب تسمى الأفراد .

3- إن العدد النموذجي لعدد العناصر (The number of particles) يتراوح بين (20 – 40) عنصر.

4- أفضل موقع سابق للجسيم يسمى الجسيم الأفضل ويوصف

$$PB_i = [pb_{i1}, pb_{i2}, \dots, pb_{id}]$$

5- أفضل موقع من بين أفضل مواقع الجسيم المتحقق يسمى الشامل الأفضل (Global Best) ويوصف كالاتي

$$GB_i = [gb_{i1}, gb_{i2}, \dots, gb_{id}]$$

7- لكل عنصر من العناصر قيمة ملائمة تسمى (fitness value) اي تدل على مدى ملائمة هذا الجزء للحل ، ويتم تقييم قيم الملائمة هذه عبرتابع يدعى بتابع الملائمة (fitness function) و التقييم هنا يهدف إلى حساب مقدار قرب هذاالجزء من الحل الأمثل .

4-1 سرعة وموقع الجسيمات الطائرة (Speed and location of the particle-plane)

تملك العناصر سرعات وتقود هذه السرعات بدورها هذه العناصر الطائرة ، ويتم تهيئة خوارزمية (PSO) بمجموعة من العناصر العشوائية (حلول)، ومن ثم يتم البحث عن الحل الأفضل عبر تحديث هذه الأجيال، ضمن كل جولة (Iteration) و إن نسبة تغير الموقع لكل جسيم تسمى سرعة الجسيم وتتصف كالتالي :

$$V_i = [V_{i1} \ V_{i2}, \dots, V_{id}]$$

و عند التكرار (K) فان سرعة الجسيم تستخرج من المعادلة (1) وهي تصف كيفية تحديث السرعة :

$$V_{id}(K+1) = wV_{id}(K) + c_1 r_1(pbest(K) - X_{id}(K)) + c_2 r_2(gbest(K) - X_{id}(K)) \quad (1)$$

حيث إن : w يمثل عامل القصور الذاتي (inertia weight) r_1, r_2 الارقام العشوائية التي تستخدم لحفظ على تنوع الافراد وتأخذ حالة التوزيع المنتظم بين [1, 0]

c_1 عدد صحيح موجب يُسمى معامل مكون التمييز الذاتي .

c_2 عدد صحيح موجب يُسمى معامل المكون الاجتماعي .

أما بالنسبة لموقع الجسيم فيمكن تحديده من المعادلة (2) وهي تصف كيفية تحديث موقع الجسيمات الطائرة :

$$X_{id}(K+1) = X_{id}(K) + V_{id}(K+1) \quad (2)$$

إن المتغير w ينظم عملية الاستبدال بين قابليات الاستكشاف الشاملة الواسعة النطاق للسرب وقابليات الاستكشاف المحلية القريبة للسرب ، إن وزن القصور الذاتي الكبير يسهل الاستكشاف الشامل بينما الصغير يميل إلى تسهيل الاستكشاف المحلي الشامل ، إن القيمة المناسبة لوزن القصور الذاتي عادةً تقدم موازنةً بين قابليات الاستكشاف العالمية والمحلية وبالنتيجة تؤدي إلى تقليص عدد التكرارات المطلوبة لتحديد موقع الحل الأفضل ، إن وزن القصور الذاتي هو مجموعة من الثوابت وإن القيمة الأولية هي بحدود (1.2) وتتقاض بالتدريج باتجاه الصفر الذي يعده قيمة جيدة له ، [5] ، [10].

5-1 تحديث عناصر السرب (Swarm elements Reload) [8] ، [5]

يتم تحديث كل عنصر من العناصر ضمن التجمع عبر اتباع القيم الفضلى التالية:

$pbest$: تمثل أفضل قيمة ملائمة التي وصل لها العنصر | لحد هذه اللحظة.

$gbest$: تمثل قيمة ملائمة ضمن السرب ، اي أفضل عنصر ضمن السرب كله.

$lbest$: عندما يأخذ عنصر ضمن السرب موقعه ضمن التجمع ، وكما هو الحال بالنسبة لغيره ، عندها فإن أفضل قيمة ضمن هذا التجمع الجزيئي تمثل أفضل قيمة محلية وتدعى $lbest$.

بعد إيجاد القيم الأفضل $best values$ ، تعدل العناصر من سرعاتها وموضعها وفق المعادلتين (1) و (2) ، حيث نلاحظ من خلال المعادلة (1) إن السرعة الناتجة تتأثر بثلاث عوامل وهي :

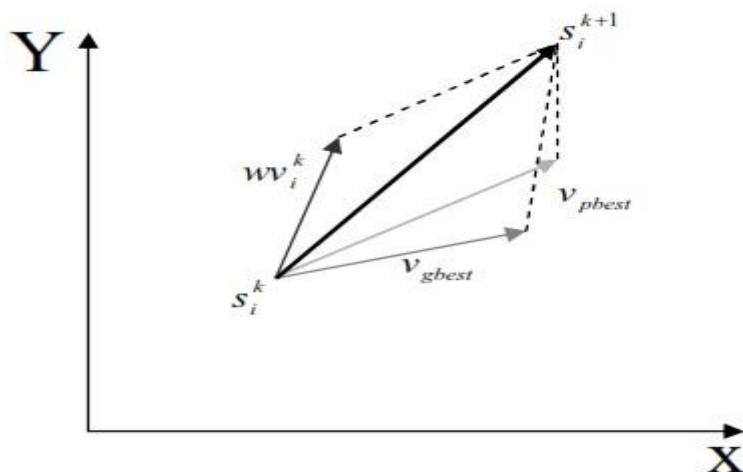
1- السرعة في اللحظة السابقة.

2- أفضل وضعية قد مر بها العنصر على الإطلاق .

3- أفضل وضعية على مستوى السرب ككل .

اما من خلال المعادلة (2) فلاحظ أن كل عنصر ضمن السرب سيغير موضعه إلى موضع جديد ، هذا التغيير مرتبط بشكل وثيق بالسرعة ، وكما هو موضح في الشكل رقم (3) .

الشكل رقم (3)
يبين آلية انتقال العنصر ضمن السرب



6- البرمجة غير الخطية [8] ، [7] ، [1] (non-linear programming):

سوف يتم التطرق الى Hallatين من حالات البرمجة غير الخطية :

7-1 أمثلية المتغير المنفرد (single-variable optimization)

إن البرنامج غير الخطى لهذه الحالة يأخذ الصيغة التالية :

$$\text{optimization : } Z = f(x)$$

حيث إن $f(x)$ تكون دالة (غير خطية) في المتغير المنفرد (x) ، ويكون البحث عن الامثلية (تعظيم او تصغير) في الفترة غير المحددة $(-\infty, \infty)$ ، اما اذا كانت المسألة مقيدة في فترة محددة $[a, b]$ فأن الصيغة تكون :

$$\begin{aligned} \text{optimization : } Z &= f(x) \\ a \leq x &\leq b \end{aligned}$$

8-1 أمثلية متعدد المتغيرات (multivariable optimization)

إن البرنامج غير الخطى لهذه الحالة يأخذ الصيغة التالية :

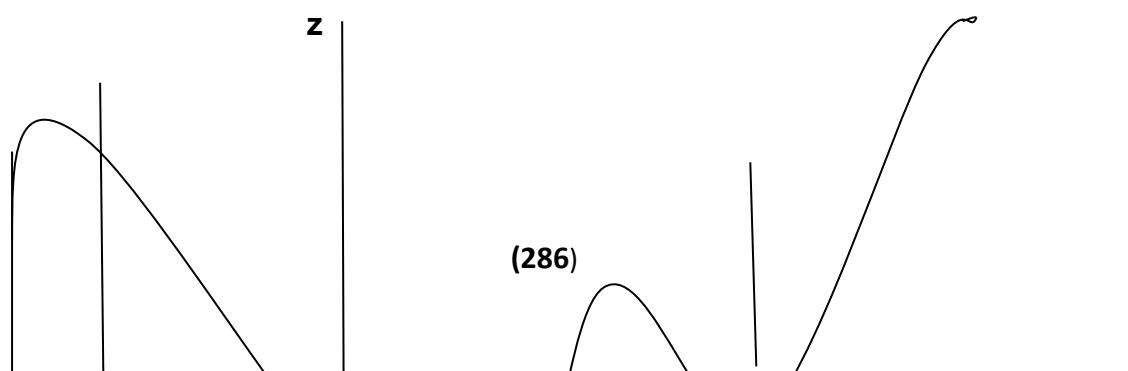
$$\text{optimization : } Z = f(x)$$

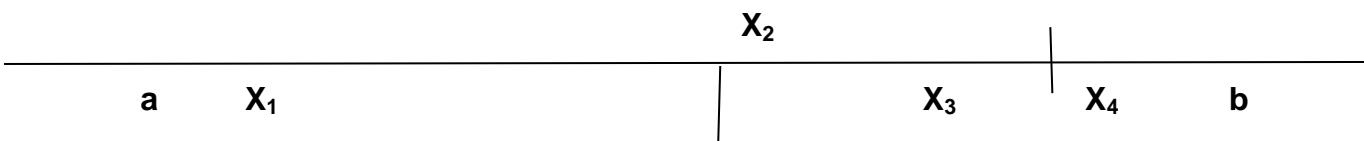
$$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \quad \text{حيث إن}$$

9-1 الامثلية المحلية والشاملة [7] ، [1] (local and global optimization)

تمتلك دالة الهدف $f(x)$ حد أدنى محلي (نسبة) اذا وجدت فترة صغيرة ذات مركز (x_0) بحيث إن $f(x_0) \geq f(x)$ لكل قيم (x) فيكون الحد الأدنى عند (x_0) حداً أدنى شاملًا (او مطلقاً) ، حيث نلاحظ من خلال الشكل (4) إن الدالة لها حد أدنى نسبي عند النقاط (X_1, X_2, X_4) وحد أعلى نسبي عند النقاط (X_3, X_5) . وحد أعلى شامل عند النقطة (X_2) وحد أعلى شامل عند النقطة (X_1) .

الشكل رقم (4)
الامثلية المحلية والشاملة





2- الجانب التطبيقي :

سوف يتضمن هذا الجانب تطبيقاً لما تم عرضه من أساليب في الجانب النظري لمجموعة من الامثلة وسوف نقوم باتخاذ القرار الامثل لاموزج البرمجة غير الخطية باستخدام امتيازية الاسراب (PSO) (وذلك من خلال ايجاد الحل الامثل لتلك النماذج باستخدام الامثلية الانفة الذكر وبأخذ قيمة (swarm_size=20) و (w=0.5) وبالاعتماد على برامج الحاسبة.

$$\max z = x(5\pi - x) \quad \text{on} \quad [0, 20] \quad ((1)$$

$C_1=1.5, C_2=1.5$ Best Value	$C_1=1.5, C_2=2$ Best Value	$C_1=2, C_2=1.5$ Best Value	$C_1=2, C_2=2$ Best Value
7.8409	7.8637	7.8629	8.1852

إن جميع تلك القيم هي أفضل القيم التي تم الحصول عليها وهي تمثل الحل الامثل وهي ملائمة للحل ، وأفضل تلك القيم التي أدت إلى تعظيم دالة الهدف عندما تكون $C_1=2, C_2=1.5$ حيث بلغت قيمة (z = 61.62473376) أما قيمة دالة الهدف فقد كانت (x = 7.8629

$$\min z = x \sin 4x \quad \text{on} \quad [0, 30] \quad ((2)$$

$C_1=1.5, C_2=1.5$ Best Value	$C_1=1.5, C_2=2$ Best Value	$C_1=2, C_2=1.5$ Best Value	$C_1=2, C_2=2$ Best Value
2.72	2.71	2.73	2.75

إن جميع تلك القيم هي أفضل القيم التي تم الحصول عليها وهي تمثل الحل الامثل وهي ملائمة للحل ، وأفضل تلك القيم التي أدت إلى تعظيم دالة الهدف عندما تكون $C_1=2, C_2=2$ حيث بلغت قيمة (z = 2.75) أما قيمة دالة الهدف فقد كانت (x = -2.7499730

$$\max z = 15x - x^2 \quad \text{on} \quad [0, 15] \quad ((3)$$

$C_1=1.5, C_2=1.5$ Best Value	$C_1=1.5, C_2=2$ Best Value	$C_1=2, C_2=1.5$ Best Value	$C_1=2, C_2=2$ Best Value
7.4959	7.5284	7.1859	7.539

إن جميع تلك القيم هي أفضل القيم التي تم الحصول عليها وهي تمثل الحل الأمثل وهي ملائمة للحل ، وأفضل تلك القيم التي أدت إلى تعظيم دالة الهدف عندما تكون $C_1=1.5, C_2=1.5$ حيث بلغت قيمة $(z = 56.24998319)$ أما قيمة دالة الهدف فقد كانت $(x = 7.4959)$

$$\max z = \cos(x_1^2 + x_2^2) - \frac{x_1^2}{5} - \frac{x_2^2}{5} \quad x_1 \text{ on } [-3,3] \quad x_2 \text{ on } [-3,3] \quad ((4)$$

variable	$C_1=1.5, C_2=1.5$ Best Value	$C_1=1.5, C_2=2$ Best Value	$C_1=2, C_2=1.5$ Best Value	$C_1=2, C_2=2$ Best Value
x_1	-0.7537	-0.2064	0.0526	0.1970
x_2	0.0466	-0.1960	-0.1377	-0.8884

إن جميع تلك القيم هي أفضل القيم التي تم الحصول عليها وهي تمثل الحل الأمثل وهي ملائمة للحل ، وأفضل تلك القيم التي أدت إلى تعظيم دالة الهدف عندما تكون $C_1=2, C_2=1.5$ حيث بلغت قيمة $(z = 0.995418345)$ أما قيمة $(x_1 = 0.0526)$ ودالة الهدف فقد كانت $(x_2 = -0.1377)$

$$\max z = 21.5 + x_1 \sin(4\pi x_1) + x_2 \sin(20\pi x_2) \quad x_1 \text{ on } [-3, 12.1] \quad ((5) \\ x_2 \text{ on } [4.1, 5.8]$$

variable	$C_1=1.5, C_2=1.5$ Best Value	$C_1=1.5, C_2=2$ Best Value	$C_1=2, C_2=1.5$ Best Value	$C_1=2, C_2=2$ Best Value
x_1	14.6461	14.6130	14.1487	6.6741
x_2	1.1188	0.0221	1.5289	0.7116

إن جميع تلك القيم هي أفضل القيم التي تم الحصول عليها وهي تمثل الحل الأمثل وهي ملائمة للحل ، وأفضل تلك القيم التي أدت إلى تعظيم دالة الهدف عندما تكون $C_1=1.5, C_2=1.5$ حيث بلغت قيمة $(z = 36.45821932)$ أما قيمة $(x_1 = 14.6461)$ ودالة الهدف فقد كانت $(x_2 = 1.1188)$

$$\max z = -(x_1 - \sqrt{5})^2 - (x_2 - \pi)^2 - 10 \quad ((6)$$

variable	$C_1=1.5, C_2=1.5$ Best Value	$C_1=1.5, C_2=2$ Best Value	$C_1=2, C_2=1.5$ Best Value	$C_1=2, C_2=2$ Best Value
x_1	2.3192	1.9291	1.9306	1.4372
x_2	1.9075	1.6573	1.6582	2.0644

إن جميع تلك القيم هي أفضل القيم التي تم الحصول عليها وهي تمثل الحل الأمثل وهي ملائمة للحل ، وأفضل تلك القيم التي أدت إلى تعظيم دالة الهدف عندما تكون $C_1=1.5, C_2=1.5$ حيث بلغت قيمة $(z = -11.52532889)$ أما قيمة $(x_1 = 2.3192)$ ودالة الهدف فقد كانت $(x_2 = 1.9075)$

3- الاستنتاجات والتوصيات

1-3 الاستنتاجات :
ما تقدم يمكن تلخيص النتائج التالية :

- 1- تعتبر طريقة أمثلية اسراب العناصر (PSO) من الطرائق المهمة التي تستخدم لايجاد الحل الأمثل لمسائل البرمجة الخطية وغير الخطية لما امتازت به تلك الطريقة من سهولة في الاستخدام وسرعة التنفيذ وكذلك تقليل الفترات الزمنية ودقة النتائج للحصول على المقدار الجيري الأمثل .
- 2- من خلال فهم وتحليل كيفية سلوك الكائنات الحية والتي تقل في التعقيد والتقطيق بكثير عن ذكاء الانسان تعطي اعملاً ناجحة تستطيع من خلالها عمل تطبيقات رياضية مبرمجة لحل مشاكل كبيرة في المجتمع وكذلك الوصول الى الامثلية (optimization) .
- 3- استخدام اقيام مختلفة لمعامل مكون التمييز الذاتي (c_1) و معامل المكون الاجتماعي (c_2) عند ايجاد الحل الأمثل لمسائل البرمجة الخطية وغير الخطية لحين الوصول الى حالة الامثلية وعدم الاقتصار على قيمة واحدة فقط .
- 4- إن أمثلية اسراب العناصر (PSO) تعتمد بصورة أساسية على حساب قيمة الملائمة لكل عنصر من العناصر ضمن السرب وكذلك على تحديث قيم الملائمة (pBest) لكل عنصر ، وتحديث أفضل قيمة ملائمة عامة (gBest) .

2- التوصيات :

من خلال النتائج التي تم التوصل اليها نوصي بما يلي :

- 1- استخدام أمثلية اسراب العناصر (PSO) في ايجاد الحل الأمثل لمسائل البرمجة الخطية وغير الخطية لما لذلك الاسلوب من اهمية ودقة في التحليل والنتائج وتقليل الفترة الزمنية للوصول الى حالة الامثلية .
- 2- إجراء دراسة بحثية لمحاولة تطبيق أمثلية اسراب العناصر (PSO) في ايجاد الحلول لجميع النماذج الرياضية .

المصادر

- 1- حسن، ضويبة سلمان وجابر، عدنان شمخي (1988) ، مقدمة في بحوث العمليات، مطبعة الحكمة جامعة بغداد ، الطبعة الاولى .
- 2- الموسوي ، عبد الرسول عبد الرزاق (2009) ، المدخل الى بحوث العمليات ، عمان ، دار وائل للنشر ، الطبعة الثالثة .
- 3- Bartz-Beielstein, T, Parsopoulos ,K.E., and Vrahatis , M.N. (2004)," Analysis of Particle Swarm Optimization Using Computational Statistics ", ICNAAM Extended Abstracts.
- 4- Kennedy J. and Eberhart R., (1995), "Particle Swarm Optimization", in Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks.
- 5- Mohd. Ehmer Khan.(2011), " Different Approaches to White Box Testing Technique for Finding Errors", International Journal of Software Engineering and Its Applications.
- 6- Poli, R. (2007). "An analysis of publications on particle swarm optimisation applications". Technical Report CSM-469 (University of Essex, UK).
- 7-Richard,B. (1988),"operation research ,schaums outlin series theory and problem ",Mcgraw-Hill book company .
- 8-Sanjay Singla, Dharminder Kumar, H M Rai, Priti Singla, (2011)," A Hybrid PSO Approach to Automate Test Data Generation for Data Flow Coverage with Dominance Concepts", International Journal of Advanced Science and Technology.
- 9- Takeshi,M. and Kosuke ,K., (2008) ,," Particle Swarm Optimization ", Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists, IMECS.
- 10- Xiaohui Cui, Thomas E. Potok,(2006), " Swarm Intelligence in Text Document Clustering" Computational Sciences and Engineering Division Oak Ridge National Laboratory .