مُقارنة لِتقدير دالة المعولية للتوزيع الأسي بمعلمة واحدة وبمعلمتين باستخدام طرق الإمكان الأعظم مع التطبيق

أ. د. صفاء يونس الصفاوي*   الباحثة رؤى نزار إبراهيم**

المستخلص

إن المعولية في العصر الحالي هي هم الكثير من الباحثين لرفع مستوى الجودة والإنتاج وبالتالي كسب الثقة والسمعة الجيدة للمنتج . ولكون معمل انتاج البطاريات السائلة في الوزيرية من المعامل المهمة في الاقتصاد فقد أستخدمنا بيانات خاصة لمكائن المشبكات من المعمل (1) قسم انتاج المشبكات الرصاصية الموجبة والسائلة لِإجراء دراسة حول معولية هذه المكائن . حيث أن تقييم المعولية له أثر كبير إذا تم إستغلاله في دراسات التصميم والتشغيل والصيانة لتقديم الإنتاج المطلوب وبالجودة المرادة .

وبناءاً على ما تقدم من الحاجة الى تقدير المعولية فقد تضمنت الدراسة في هذا البحث شكلين للمقارنة وهما :-

1- المقارنة بين القيم التقديرية لمعولية التوزيع الأسي ذي المعلمتين($\tilde{\theta}$ و $\hat{\eta}$) والقيم التقديرية لمعوليه التوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة ($\tilde{\theta}$) وذلك لمعرفة أي منها تعطي تقدير أفضل للمعولية وفق الطريقتين اللتان سنستخدمهما وهما (طريقة الإمكان الأعظم والإمكان الأعظم المحورة الأولى).

2- المقارنة الثانية هي المقارنة بين الطريقتين وبيان أي منها يعطي أفضل تقدير للمعولية عند كلا التوزيعين .

Abstract

The reliability in the current era is a lot of researchers are to raise the level of quality and production and thus win the trust and good reputation of the product. And the fact that plant production of liquid batteries in Waziriya of the plants in the economy has important researcher used data for machines tracery of the plant (1) Department of tracery production lead-positive and the liquid to conduct a study on the reliability of these machines. That the assessment of reliability as a major impact if exploited in studies of design, operation and maintenance to provide the required production and quality desired. Based on the foregoing the need to estimate reliability included in this research study, two forms of the comparison between the estimated values of reliability, namely: -

1 - Comparison between the estimated values of the reliability of the distribution (exponential with two parameters(θ)and(η))and the estimated values of the reliability (exponential with a single parameter(θ)).

2 - Comparison between two methods of estimation methods, where we choose in this study two methods of reliability estimation methods for estimating the reliability of the machines and know the best way that can be adopted in the estimate when both Distribution.

* جامعة الموصل- كُلية علوم الحاسوب والرياضيات

** جامعة الموصل- كُلية علوم الحاسوب والرياضيات

الجانب النظري

المقدمة :

تنشأ المعولية (Reliability) من حقيقة أن هناك حاجة للكفاءة والإستمرارية لتشغيل الأجهزة والمكائن وتحقيق الإنتاج المطلوب لمواجهة هذا العالم التنافسي.فمعرفة النطاق الحقيقي للمعولية مهم جداً فمن دراستنا للمعولية لجهاز معين فإننا نحصل على مجموعة من البيانات والتي تمثل العمر التشغيلي وأوقات الفشل المرتبطة بها لهذه الأجهزة والمكائن ويتم تحديد أوقات الفشل والتي تتبع توزيعات إحتمالية ذات أهمية تطبيقية في النظرية الإحصائية .

إن الدالة المعولية تُستخدم لوصف وظيفة ما أو عمل ما أي إنها مقياس للأداء الناجح للوظيفة المطلوبة خلال فترة زمنية وتحت ظروف العمل الخاصة بها . بمعنى آخر إن تعريف معولية المنتوج هو إحتمال أن هذا المنتوج لا يفشل خلال الفترة الزمنية [0,t) . وهذا الإهتمام بالمعولية ينتُج من إهتمام الشركات المنتجة للأجهزة والمكائن المختلفة بتطوير وتحسين إنتاجها. فتخمين المعولية ومعرفة أوقات الفشل يساعدنا على التحسين بوضع الخطط الإنتاجية المستقبلية لتلافي الفشل قدر الإمكان وبالتالي يؤدي ذلك إلى تقديم أفضل الخدمات و تحقيق أفضل الارباح.

هدف البحث:

إن الهدف الرئيسي لهذهِ الدراسة يتعلق بجانبه التطبيقي والذي يتضمن إجراء مقارنة بين طريقتين من طرائق التقدير بإستخدام كلاً من التوزيع الأسي ذي المعلمتين (Two - Parameter Exponential Distribution) والتوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة (One - Parameter Exponential Distribution) وبالتالي معرفة أيُها الأفضل لتقدير الدالة المعولية . ولإجراء المقارنة بين الدوال المعولية المقدرة تم إستخدام المعيار الإحصائي (MAE) .

الإستعراض المرجعي:

إن الدراسات العربية والأجنبية في مجال المعولية كثيرة ومتعددة الأساليب . وفيما يلي عرضاً لبعض الدراسات التي تم الإطلاع عليها منها :-

- أستخدمت الباحثة آمال صادق حمودي الموسوي في عام (2006) التوزيع (الأسي ذو معلمة) للمقارنة بين كفاءة الدالة المعولية لمتوسط أزمنة إشتغال المنتج لجميع العينات ودالة معولية القيمة العظمى لإوقات إشتغال المنتوج لجميع العينات . (4)
- وأستخدم الباحث بروين أيشا كيوركيس في عام (2006) التوزيع (الأسي ذو معلمة) لبناء وتطوير أنموذج رياضي حاسوبي لأيجاد المعولية الكلية للنظام باستخدام أسلوب المحاكاة . وتطبيق هذا الأنموذج على الشبكات والدوائر الكهربائية المعقدة والتي يصعب ايجاد معوليتها.(8)
- وأستخدم الباحث عطاف ادوار عبد الاحد في عام(2007) التوزيع (الأسي ذو معلمتين) لتقدير دالة المعولية بعدة طرائق لتقدير وإيجاد أفضل طريقة لتقدير المعولية . (7)
- وأستخدمت الباحثه (ورود باسم نور) في عام (2009) توزيع (الأسي ذو المعلمة الواحدة) لتقدير المعولية وإجراء المقارنة بين طريقتين تقليديتين لتقدير المعلمة بشكل تقريبي بإستخدام اسلوب المحاكاة وتم التطبيق أيضاً على بيانات مراقبة حقيقية من مصنع الرشيد (قسم الصابون) . (5)

دوال الفشل :

للحصول على دوال الفشل سنأخذ توزيعات الحياة ذات المدى (0،∞] لأن العمر الزمني للعنصر موجب وبالتالي زمن الفشل موجب . وبما أن الوحدات قد تفشل بعد فترة ما بعد الصفر عندئذٍ تُسمى توزيعات الحياة للعناصر بتوزيعات الفشل ويمكن تمييزها بمجوعة دوال تُسمى دوال الفشل وهي.(8)

1-الدالة المعولية

وهي إحتمال أن الجهاز يعمل بنجاح لفترة معينة[0,t) أو إحتمال إنجاز العمل خلال مدة زمنية معينة وتحت ظروف العمل الخاصة بكل جهاز. ويعبر عن دالة المعولية رياضياً:- (7)(8)

$$R(t) = \Pr(T > t) \qquad ; t > 0 \qquad .... \quad (1\text{-}1)$$

$$R(t) = \int_{t}^{\infty} f(u)\,du \qquad .... \quad (1\text{-}2)$$

حيث أن $R(t)$ ترمز لمعولية الجهاز عند الزمن

وإن الدالة المعولية هي دالة موجبة مستمرة ومتناقصة **montone decreasing** لجميع قيم **(t)** المرتبة تصاعديا خلال الفترة **[0,t)** وأن قيمتها بين الصفر والواحد.

$$R(\infty)=0 \quad , \quad R(0)=1$$

2- دالة الكثافة الإحتمالية

تعرف هذه الدالة على أنها إحتمال فشل المفردة خلال الفترة $(t, t+\Delta t)$ بغض النظر عن صغر المدة Δt . ويرمز لها بالرمز $f(t)$ والتعبير الرياضي لها هو:-[14][8]

$$f(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Pr[t<T<t+\Delta t]}{\Delta t} \qquad ;t\geq 0 \qquad .... \quad (1\text{-}3)$$

$$\therefore f(t)=\frac{dF(t)}{dt}=-\frac{dR(t)}{dt} \qquad .... \quad (1\text{-}4)$$

حيث أن:-

$$f(t)\geq 0$$

$$\int_0^\infty f(u)du=1$$

إن دالة كثافة الإحتمال للتوزيع الأسي تتناقص كلما ازدادت قيمة t (الزمن) وهذا السلوك لدالة كثافة الإحتمال يجعل التوزيع ملائماً لوصف المتغيرات التي تكون بشكل أعمار.[1]

3- الدالة التجميعية (التراكمية) أو اللامعولية

وتسمى أيضاً بدالة الفشل التجميعية وتعرف بأنها إحتمالية عطب الجهاز قبل الزمن **t** ويرمز لها بالرمز $F(t)$ أو $Q(t)$ ويمكن التعبير عنها رياضياً كما يلي :-[14][8]

$$F(t)=\Pr(T\leq t) \qquad ;t\geq 0 \qquad .... \quad (1\text{-}5)$$

$$F(t)=\int_0^t f(u)du \qquad .... \quad (1\text{-}6)$$

تمتاز هذه الدالة بأنها متزايدة دائماً.

إذ إن :-

$$0\leq F(t)\leq 1$$

4 - نسبة الفشل :

إحتمالية الفشل في فترة زمنية معطاه بين **t1** و **t2** نستطيع أن نعبر عنها بدالة المعولية.[13]

$$\lambda(t)=\frac{R(t)-R(t+\Delta t)}{\Delta t R(t)} \qquad .... \quad (1\text{-}7)$$

5- دالة المخاطرة :

وهي إحتمال عطل الماكنة خلال الفترة $[t,t+\Delta t)$ بشرط إن الجهاز يعمل عند الزمن **t** بنجاح ، ويرمز لها $h(t)$ ويمكن تسميتها ايضاً بمعدل المخاطرة أو نسبة المخاطرة وهي نسبة الفشل اللحظي) وهي أخذ لـ**limit** لنسبة الفشل عندما طول الفترة (وهي التغير المتراكم في العنصر) تقترب من الصفر $\Delta t\to 0$ يعبر عنها رياضياً بالآتي:-[7] [8] [14] [6]

$$h(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\left[\frac{R(t)-R(t+\Delta t)}{\Delta t R(t)}\right] \qquad .... \quad (1\text{-}8)$$

$$=\frac{1}{R(t)}\left(-\frac{d}{dt}R(t)\right)$$

$$\therefore h(t)=\frac{f(t)}{R(t)} \qquad .... \quad (1\text{-}9)$$

ويمكن أن نوجد دالة المخاطرة التجميعية **Cumulative Hazard Function** أو نسبة الإخفاق التجميعية من حاصل جمع قيم معدل الفشل ويرمز لها بالرمز **H(t)**.[7]

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$$

وبأخذ التكامل للطرفين

$$\int_0^t h(u)du = \int_0^t \frac{f(u)}{1 - F(u)}du = -\ln R(t) + \ln R(0)$$

$$\int_0^t h(u)du = -\ln R(t) + 0$$

$$R(t) = \exp(-\int_0^t h(u)du)$$

نفرض أن

$$H(t) = \int_0^t h(u)du$$

$$\therefore H(t) = -\ln R(t) \qquad .... \qquad (1\text{-}10)$$

ويمكننا الحصول أيضاً على معدل نسبة الفشل **Failure Rate Average** للفترة الزمنية **(0,t)** من خلال المعادلة الآتية والتي يرمز لها بالرمز **FRA(t)** :-

$$FRA(t) = \frac{H(t)}{t} \qquad .... \qquad (1\text{-}11)$$

قياس المعولية

إن الدوال التي يمكن من خلالها قياس المعولية هي دالة المعولية ودالة المخاطرة المذكورتين أعلاه فضلاً عن الدوال الآتية:- [9]

1- معدل العمر الزمني للفشل Mean Time Filure

لتحليل المعولية من المهم أن نعرف معدل العمر الزمني للفشل كمصطلح للمعولية . فإذا كان لدينا إختبارات الحياة (دوال الفشل) **life-tests** معرفة على عدد من العناصر **N** والتي تكون مدونة بالتفاصيل مع أزمنة إشتغالها **$t_1, t_2, \ldots, t_n$** فإن **MTTF** تكون معرفة كالآتي $MTTF = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} t_i$ على اية حال فإن أي عنصر (مكون) موصوف بواسطة دالة المعولية ونموذج المخاطرة يكون التعبير الرياضي له لوصف الزمن إلى الفشل للعنصر للمتغير العشوائي **T** كالآتي :- [13][16][17]

$$MTTF = E(T) = \int_0^\infty t\, f(t)dt \qquad .... \qquad (1\text{-}12)$$

وبما انه لدينا المعادلة التالية :-

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt}$$

$$MTTF = -\int_0^\infty t\, dR(t)$$

$$= -t\,R(t)\Big|_0^\infty + \int_0^\infty R(t)dt$$

$$= \int_0^\infty R(t)dt \qquad .... \qquad (1\text{-}13)$$

2- متوسط الحياة

متوسط الحياة يشير إلى عينة شاملة (بيانات كاملة) موجودة ومدروسة ومدونة بالتفاصيل . على سبيل المثال ، أعطيت عينة أولية من n من العناصر ، فإذا كان الكل يشتغل حتى الفشل فمتوسط الحياة هو حساب المتوسط الحسابي لزمن الفشل الكلي للعناصر n ، ويعطى كالأتي :-[13]

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_{(i)}}{n} \qquad .... \qquad (1\text{-}14)$$

حيث أن :-

n : - تمثل حاصل عدد العناصر/الأجهزة التي دونت بالتفاصيل .

$t_{(i)}$:- زمن الفشل (زمن الإشتغال) للعناصر i / التي دونت بالتفاصيل للأجهزة .

3- متوسط الوقت بين العطلات

هذا المفهوم يتردد في مجموع ما كتب عن المعولية . وهو متوسط الزمن بين الفشل الذي يحدث في المكائن والأجهزة القابلة للإصلاح أو المكائن التي نستبدل عناصرها (أجزائها) عند فشلها (أي غير القابلة للإصلاح) . ويمكن التعبير عنها رياضياً:-[13]

$$MTBF = \frac{T(t)}{r} \qquad .... \qquad (1\text{-}15)$$

حيث أن :-

T(t) :- مدة التشغيل الفعلية .

t:- يمثل الوقت عند R(t) المحسوبة .

r:-عدد حالات الفشل (العطلات) .

ويمكن إحتساب متوسط الوقت بين العطلات كالآتي:-

$$MTBF = \frac{nt}{r} \qquad .... \qquad (1\text{-}16)$$

n :- عدد الأجهزة التي عملت حتى الفشل

ولتلك الحالة فإنMTBF تمثل بالضبط نفس معلمة متوسط الحياة θ

$$MTBF = \frac{T(t)}{r} = \theta \qquad .... \qquad (1\text{-}17)$$

التوزيع الأسي :

يعد التوزيع الأسي من أهم توزيعات أزمنة الفشل في مجال المعولية الهندسية ، وهو من التوزيعات المستمرة كما أنه من أبسط التوزيعات وذلك لسهولة اشتقاق دالته . ويوصف كنموذج لمعدل الفشل الثابت مع الزمن . وهو توزيع الوقت لحدث حيث تعزى حالات الفشل في التوزيع الأسي الى أحداث عشوائية تامة . ويعد من أبسط التوزيعات في مجال التحليلات الإحصائية ((Constant failure rate (CFR)) . كما أنه ايضاً توزيع متوسط الفترة الزمنية الممتدة بين الأحداث التي تقع .

إن من الأمثلة على التطبيقات للتوزيع الأسي الزمن الخاص لتحلل ذرة مشعة والوقت لفشل مكوناتها هو ثابت مع معدل الفشل (أي أن التحلل (الفشل) يحدث بدرجة ثابتة مع مرور الوقت).[8][11]

1- التوزيع الأسي ذو المعلمتين

يستخدم التوزيع الأسي كنموذج لسلوك الوحدات التي لديها نسبة فشل ثابتة (أو الوحدات التي لا تتحلل مع الزمن أو تبلى) وبالتالي فإن التوزيع الأسي ذو المعلمتين يلعب دورا هاماً في اختبارات الحياة ،وتكون دالة الكثافة الاحتمالية له كالآتي .[7]

$$f(t;\theta;\eta) = \frac{1}{\theta} exp\left[-\frac{(t-\eta)}{\theta}\right] \quad ,\eta < t < \infty, \theta > 0 \qquad ....(1\text{-}18)$$

إذأن :-

t: - تمثل وقت الإشتغال .

η : - تمثل معلمة الإزاحة (Shifting Parameter).

كما تعني η مدة العمر الزمني المضمون(Period of guarantied life) وتستخدم هذه المعلمة لوصف مدة الضمان ، أي المدة التي لا تحدث فيها أعطال ابتدائية . إذا كان وقت الفشل يبدأ من زمن معين وليس من الصفر.

θ -: تمثل معلمة القياس(Scale Parameter)

وهي معدل (متوسط) عمر الماكنة / الجهاز . معلمة القياس θ تعني المعدل (متوسط الحياة) Mean life عندما تكون معلمة الإزاحة $\eta = 0$ وهذا فقط في التوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة .
سوف نقوم بدراسة التوزيع الأسي ذي المعلمتين لأزمنة إشتغال الأجهزة والمكائن، لذلك فان التوزيعات الإحصائية هي نماذج تصف تلك الأزمنة.[7]
ودالة التوزيع التراكمية للتوزيع الأسي بمعلمتين θ و η هي -:

$$F(t,\theta,\eta) = \Pr(T \le t)$$
$$= \int_{\eta}^{t} f(u)du$$
$$= 1 - \exp[-(t-\eta)/\theta] \qquad .... \qquad (1\text{-}19)$$

ويمكن إيجاد دالة المعولية لهذا التوزيع بالشكل الآتي -:

$$R(t) = \exp[-(t-\eta)/\theta]$$

وإن دالة المخاطرة لهذا التوزيع تكون بالشكل الآتي -:

$$h(t) = \frac{\frac{1}{\theta}\exp[-(t-\eta)/\theta]}{\exp[-(t-\eta)/\theta]} = \frac{1}{\theta} \qquad ,\eta < t < \infty \qquad .... \qquad (1\text{-}20)$$

معدل الفشل هو سمة ثابتة للتوزيع الأسي ، وهذا يعني أن نسبة الفشل للتوزيع الأسي ذي المعلمتين ثابت مع الزمن .
وهناك شكل آخر للتوزيع الأسي ذي المعلمتين.[12]

$$f(t/\lambda,\mu) = \lambda\exp[-\lambda(t-\mu)], t > \mu \ \ ,\lambda > 0, \mu > 0 \qquad .... \qquad (1\text{-}21)$$

والتعبير الرياضي لمتوسط الوقت بين العطلات عندما يكون التوزيع توزيع أسي ذو معلمتين هو كالأتي -:

$$MTBF = \int_{\eta}^{\infty} R(t)dt \qquad .... \qquad (1\text{-}22)$$
$$MTBF = \int_{\eta}^{\infty} \exp[-(t-\eta)/\theta]dt$$

والتعبير الرياضي أيضاً لمتوسط الوقت الى الفشل عندما يكون التوزيع توزيعاً أسياً ذا معلمتين هو كالأتي -: [15]

$$MTTF = \int_{\eta}^{\infty} \lambda\, t\, e^{-\lambda(t-\eta)}\, dt = \eta + \theta \quad ,0 < \eta \le t < \infty \qquad .... \qquad (1\text{-}23)$$

2 - التوزيع الأسي ذو المعلمة الواحدة

يستخدم التوزيع الأسي ذو المعلمة الواحدة في المعولية بشكل واسع وإن التوزيع الأسي ذا المعلمة الواحدة هو حالة خاصة من التوزيع الأسي ذي المعلمتين عند إفتراض أن $\eta = 0$ ودالة كثافة الإحتمال له تكون كالأتي : [5]

$$f(t) = \frac{1}{\theta}\exp\left[\frac{-t}{\theta}\right] \qquad , \qquad \theta > 0 \ , \qquad t \ge 0 \qquad .... \qquad (1\text{-}24)$$

$$F(t) = \Pr(T \le t) = \int_{0}^{t} f(u)du = 1 - exp\left[\frac{-t}{\theta}\right] \qquad ,\theta > 0 \qquad (1\text{-}25)$$

ودالته المعولية تكون كالأتي:

$$R(t) = exp\left[\frac{-t}{\theta}\right] \qquad ,\theta > 0 \qquad .... \qquad (1\text{-}26)$$

كما يمكن إستخراج معدل الفشل $h(t)$ -:

$$h(t,\theta) = \frac{\frac{1}{\theta}\exp(-t/\theta)}{\exp(-t/\theta)} = \frac{1}{\theta} \qquad .... \qquad (1\text{-}27)$$

وهناك شكل آخر للتوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة [11]

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \qquad ,\lambda > 0, t > 0 \qquad \ldots \qquad (1\text{-}28)$$

إن الفشل يمكن أن يحدث نتيجة أسباب عديدة معروفة وغير معروفة في القطع للأجهزة أو المعدات أو المكائن مثلكسر الميكانيكية وتعرض الكيميائية للتآكل ...الخ.[15][13]

ويُلاحظ من المعادلة (1-27) إن معدل الفشل لهذا التوزيع هو ثابت خلال العمر التشغيلي للجهاز. ويتم إحتساب, MTTF , MTBF) , R(t) كما في المعادلات التالية:- [13]

متوسط الوقت إلى الفشل يمكن إيجاده من المعادلة الآتيه:-

$$MTTF = E(T) = \int_0^{\infty} t\, f(t) dt = \int_0^{\infty} \frac{t}{\theta} \exp\left(-\frac{t}{\theta}\right) dt = \theta \qquad \ldots. \quad (1\text{-}28)$$

ومتوسط الحياة للتوزيع الأسي ذي معلمة واحدة هو:-

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{ti}}{n} \qquad \ldots. \quad (1\text{-}29)$$

ومتوسط الوقت بين الأعطال يمكن الحصول عليه من المعادلة الآتية:-

$$MTBF = \frac{T(t)}{r} = \theta \qquad \ldots. \quad (1\text{-}30)$$

ويمكن الحصول على دالة المعولية من خلال المعادلة أعلاه:-

$$R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-t/\theta} = e^{-t/MTBF}$$

طرائق تقدير المعلمات والمعولية

Methods Estimation of Parameters and Reliability

هناك العديد من الطرائق المهمة لتقدير المعلمات و دالة المعولية ، ولتقدير دالة المعولية يجب علينا تقدير معلمتي التوزيع الأسي ومعلمة التوزيع الأسي للبيانات الكاملة . وسنقوم في هذه الدراسة بإستخدام طريقتين للتقدير ألا وهي طريقة الإمكان الأعظم و الإمكان الاعظم المحورة الاولى.

1- طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Method (M.L.E)

تعد طريقة الإمكان الأعظم من الطرائق المهمة في التقدير والأكثر إستخداماً لتقدير معلمات النموذج ، ويمكن تعريف التقدير بهذه الطريقة بأنه قيم المعلمات التي تجعل دالة الإمكان $L(.,.;x_1,\ldots,x_n)$ في نهايتها العظمى . فإذا كانت $t_1,t_2,\ldots\ldots,t_n$ عينه عشوائية بحجم nمأخوذة من مجتمع وبدالة كثافة إحتمالية للتوزيع الأسي ذي المعلمتين فإن دالة الإمكان والتي سيرمز لها بالرمز L هي دالة الكثافة الإحتمالية المشتركة ويعبر عنها بالآتي:-[6]

ومن المعروف أن مقدرات الإمكان الأعظم تتصف بخاصية الثبات

$$L = f(t_1,\theta,\eta).f(t_2,\theta,\eta) \ldots f(t_n,\theta,\eta) \qquad \ldots. \quad (1\text{-}31)$$

فإذا كان لدينا بيانات تتبع توزيعاً أسياً ذا معلمتين فإن مقدر معلمة الإزاحة تكون بالشكل الآتي :-

وبعد إجراء العمليات الحسابية نحصل على معدل المعادلات الآتية :-

$$\hat{\eta} = \min\left(t_{(i)}\right) = t_{(1)} \qquad i = 1,2,3, \ldots . n \qquad (1\text{-}32)$$

$$\therefore \hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(t_{(i)} - t_{(1)})}{n}$$

$$\hat{\theta} = \bar{t} - t_{(1)} \qquad (1\text{-}33)$$

فإذا كان لدينا بيانات تتبع توزيعاً أسياً ذا المعلمة الواحدة فإن مقدر $\hat{\theta}$ بطريقة الإمكان الأعظم هو :-

وبعد إجراء العمليات الحسابية نحصل على معدل أوقات الإشتغال :-

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_{(i)}}{n} = \bar{t} \qquad (1\text{-}34)$$

ويمكن أن نحصل على هذه القيمة من البرنامج الإحصائي.Easy Fit 5.5 وبما أنها تمثل الوسط الحسابي لأزمنة الإشتغال فيمكن تعويضها في المعادلات (1-35) و (1-33) و(1-36) ولكن فضلنا أن نأخذ $\bar{t}$

التي تم حسابها وذلك بتحويل الساعات الى دقائق وذلك بالضرب في 60 ثم إضافتها الى الدقائق الموجودة ثم تقسيم الناتج على 60 وتقسيم الناتج على 20 . والناتج هو (14.20833335) وهي قريبة من القيمة المحسوبة بإستخدام برنامج .Easy Fit 5.5 وهي (14.12421)

2- طريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى

The First Modification Maximum Likelihood Method (M.M.L.E- I)

وتتميز دالة الإمكان الأعظم المحورة الأولى بأنها تمتلك صفات أفضل من مقدرات الإمكان الأعظم التقليدية .

ويتم التوصل الى دالة الإمكان الأعظم المحورة الأولى The First Modification Maximum Likelihood Method (M.M.L.E-I) بواسطة معادلة قُدرت بطريقة لامعلمية $F\left(t_{(i)}\right)=\frac{i}{n+1}$ ..(فبما أنه نريد أن نوجد مقدرات فبإستطاعتنا أن نستبدل معادلة بالأخرى على شرط أن الإستبدال يتم من ضمن الموضوع أي يخص المُقدر المُستبدل) :-

$$E\left[F\left(t_{(1)}\right)\right]=F\left(t_{(1)}\right)$$

$$F\left(t_{(1)}\right)=1-R\left(t_{(1)}\right)$$

$$\frac{1}{n+1}=1-exp\left(-\left(t_{(1)}-\eta\right)/\theta\right)$$

$$exp\left[-\left(t_{(1)}-\eta\right)/\theta\right]=\frac{n}{n+1}$$

وبما أنه لدينا المعادلة الأتية:-

$$\hat{\theta}=\bar{t}-t_{(1)}$$

وبتعويض المعادلة الأخيرة وأخذ اللوغارتم للطرفين وإشتقاق المعادلة بالنسبة للمعلمتين ومساواتهم بالصفر نحصل على المعادلتين الأتيتين:-

$$\hat{\theta}=\frac{\bar{t}-t_{(1)}}{1+\log\left(\frac{n}{n+1}\right)} \qquad (1-35)$$

$$\hat{\eta}=\frac{t_{(1)}-\bar{t}*log\left(\frac{n}{n+1}\right)}{1+log\left(\frac{n}{n+1}\right)} \qquad (1-36)$$

ويتم الحصول على معلمة $\hat{\theta}$ للتوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة بطريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى وذلك بالخطوات الأتية :-

$$F\left(t_{(1)}\right)=1-R\left(t_{(1)}\right)$$

$$\frac{1}{n+1}=1-exp\left[\frac{-t_{(1)}}{\theta}\right]$$

$$exp\left[\frac{-t_{(1)}}{\theta}\right]=1-\frac{1}{1+n}$$

وبعد أخذ اللوغارتم للطرفين نحصل على مقدر $\hat{\theta}$:-

$$\hat{\theta}=\frac{-t_{(1)}}{\log\left(\frac{n}{n+1}\right)} \qquad (1-37)$$

الجانب التطبيقي

لقد تم أخذ بيانات عن مكائن المشبكات من قسم إنتاج المشبكات الرصاصية الموجبة والسالبة في معمل بابل 1 . [2]

مقدمة عن الشركة العامة لصناعة البطاريات :

تأسست هذه الشركة عام 1975 بعد دمج الشركة العامة لصناعة البطاريات السائلة مع البطاريات الجافة . وتضم حالياً كل من معملي بابل 1 وبابل 2 ومعمل النور ومسبك الرصاص . وأختصت بعد ذلك بإنتاج البطاريات السائلة الرصاصية الحامضية بسعات مختلفة.

أهم معامل الشركة مايلي [3] :-

أولاً :- معمل بابل (1) وينتج البطاريات السائلة الحامضية بسعات مختلفة 60 ، 75 ، 135 أمبير/ ساعة وخطوط لإنتاج البطاريات المطاطية بسعات (150و180) وبإمتياز (ترخيص) من شركة كلو رايد الإنكليزية وبطاقة إنتاجية تقدر بأكثر من (300) ألف بطارية (بالسنة) .

ثانياً :- معمل بابل (2) ينتج بطاريات سائلة بلاستيكية ذات سعات قليلة خاصة بسيارات الصالون وبطاقة إنتاجية تقدر ب (250) ألف بطارية (بالسنه) . إذ تقدر عائدات الشركة بأكثر من 10 مليارات دينار .ويعد معمل بابل (1) المعمل الرئيس للشركة ويعد قسم إنتاج المشبكات الرصاصية الموجبة والسالبة بمكائنه العشرين القسم الرئيس في (معمل بابل 1) والفعالية الحرجة في انتاج المعمل ، وقد أخِذت منه البيانات (أخذت البيانات من تجربة2) .[2]

وصف البيانات :

تم أخذ عينة عشوائية بحجم (n=20) من المكائن المهمة في عملية إنتاج البطاريات السائلة ولكثرة عطلاتها فقد جرى حساب البيانات لأزمنة إشتغالها حتى التوقت ، علماً أن الوقت المخطط للعمل هو(8 ساعات) يومياً ، حيث هذه المكائن متماثلة المعولية وبنفس مستوى الإجهاد العملي. وشملت الدراسة الحالية الحصول على تجربة من السجلات المتوفرة لدى الشركة لعام 2002 . وفيما يلي أوقات التشغيل لحين الوصول إلى الفشل (التوقف) :-

تقدير الدالة المعولية للتوزيعين (الأسي ذي المعلمتين والأسي ذو المعلمة الواحدة)

عند إختبار البيانات وجدنا أنها تتبع التوزيع الأسي ذا المعلمتين و ذا المعلمة الواحدة بنفس الوقت إذ أن التوزيع الأسي ذا المعلمة الواحدة هو حالة خاصة من التوزيع الأسي ذي المعلمتين عندما $\eta = 0$ لِذا كان لابد من معرفة أي من التوزيعين يعطي أفضل قيمة تقديرية لدالة المعولية أو أي التوزيعين يمثل البيانات تمثيلاً دقيقاً وفق النتائج المستحصلة من الدراسة .

1-إختبار البيانات

تم إختبار البيانات الحقيقية فيما إذا كانت تتبع التوزيع الاسي ذي المعلمتين أم لاتتبع فقد أجرينا الإختبار الآتي وهو إختبار حسن المطابقة (GOODNESS OF FIT-Chi Squared) . بإستخدام البرنامج (Easy Fit 5.2 Professional) ومن خلال ملاحظة الشكل (1) فقد تبين أن البيانات تتبع التوزيع الأسي ذي المعلمتين وفق إختبار حسن المطابقة .

وحسب الفرضية التالية:-

H_0: البيانات تتوزع توزيعاً أسياً ذا معلمتين

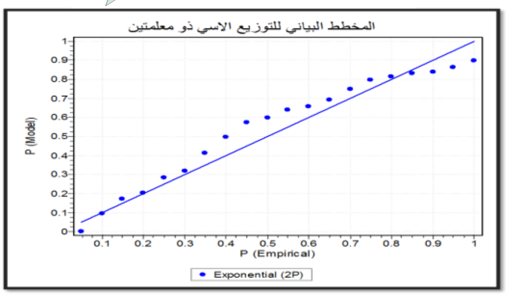
H_1: البيانات لا تتوزع توزيعاً أسياً ذا معلمتين

Exponential (2P) [#14]					
Kolmogorov-Smirnov					
Sample Size Statistic P-Value Rank	20 0.17401 0.52393 44				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Critical Value	0.23156	0.26473	0.29408	0.32866	0.35241
Reject?	No	No	No	No	No
Anderson-Darling					
Sample Size Statistic Rank	20 2.1525 49				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Critical Value	1.3749	1.9286	2.5018	3.2892	3.9074
Reject?	Yes	Yes	No	No	No
Chi-Squared					
Deg. of freedom Statistic P-Value Rank	2 0.53559 0.76507 13				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Critical Value	3.2189	4.6052	5.9915	7.824	9.2103
Reject?	No	No	No	No	No

وكما هو مبين فإن البيانات تتبع التوزيع الأسي ذي المعلمتين .

الجدول (1)

يبين نتائج إختبار حسن المطابقة للبيانات هل أنها تتبع التوزيع الأسي ذي المعلمتين بإستخدام برنامج Easy Fit 5.. .



شكل (1)

يمثل مخطط الإحتمالية لتوزيع البيانات التوزيع الأسي ذي المعلمتين .

ويلاحظ من الشكل أعلاه أن البيانات قريبة من الخط الإحتمالي وبما أن البيانات قريبة من الخط الإحتمالي لمخطط التوزيع الأسي ذي المعلمتين فهذا يدل على أن البيانات تتبع التوزيع الأسي ذي المعلمتين وإذا لاحظنا مدى قرب البيانات حول الخط الإحتمالي للتوزيع الأسي ذي المعلمتين ولاحظنا توزيع البيانات حول الخط الإحتمالي للتوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة في الشكل (4) سنجد أن التوزيع الأسي ذا المعلمتين هو أكثر دقة في تمثيل البيانات إذ إن البيانات أكثر إقتراباً في حالة التوزيع الأسي ذي المعلمتين.

2-1تقدير معلمة القياس $\hat{\theta}$ ومعلمة الإزاحة $\hat{\eta}$ للتوزيع الأسي ذي المعلمتين

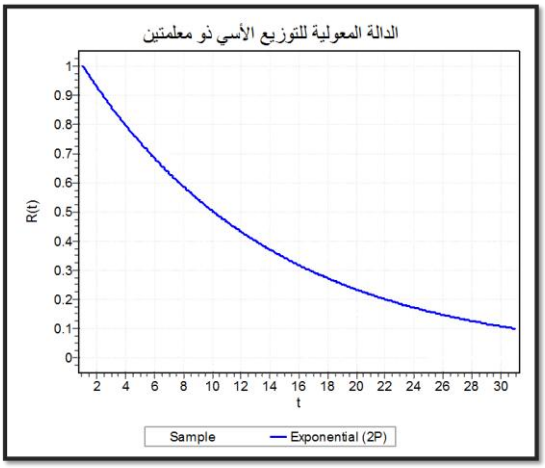
تم تقدير معلمتي التوزيع الأسي ذي المعلمتين بطريقتين من طرائق التقدير كما هو مذكور في الجانب النظري وهما (طريقة الإمكان الأعظم وطريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى):-

1-2-1 طريقة الإمكان الأعظم للتقدير:-

تم تقدير معلمتي التوزيع الأسي ذي المعلمتين حسب المعادلات (32-1)(33-1) في هذه الطريقة مباشرةً بإستخدام برنامج **Easy Fit 5.2 Professional** وهما كالأتي :-

$\hat{\theta} = 13.12509 \quad , \quad \hat{\eta} = 1$

والشكل الأتي يمثل الدالة المعولية بهذه الطريقة بإستخدام التوزيع الأسي ذي المعلمتين :-



الشكل (2)

الدالة المعولية للتوزيع الأسي ذي المعلمتين والمقدرة معالمة بطريقة الإمكان الأعظم .

وكما هو موضح تبدأ قيمة الدالة المعولية بالتناقص من الواحد الصحيح . إذ يمثل الشكل الفشل العشوائي الذي يحدث نتيجة التغيرات العشوائية المفاجئة في الظروف المحيطة (بالأجهزة والمكائن) حيث أنه يستمر بالتناقص عبر الزمن الى أن يصل الى نهاية العمر الزمني مع معدل فشل ثابت .

الجدول (2) يبين القيم التقديرية لدالة الكثافة الإحتمالية ودالة التوزيع التجميعية (اللامعلمية) والدالة المعولية للتوزيع الأسي ذي المعلمتين للمعلمات المقدرة وفق طريقة الإمكان الأعظم بإستخدام البرنامج الإحصائي ***Minitab*** .

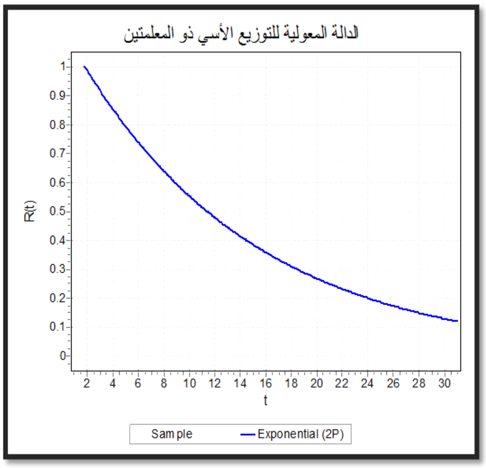
T_i	pdf بطريقةM.L.E	cdf=$\hat{F}(t_{(i)})$ بطريقة M.L.E	R(t) بطريقةM.L.E
1.00	0.0761900	0.000000	1.00000
2.30	0.0690053	0.094300	0.90570
3.45	0.0632164	0.170279	0.82972
4.00	0.0606221	0.204329	0.79567
5.40	0.0544887	0.284831	0.71517
6.00	0.0520539	0.316788	0.68321
8.00	0.0446967	0.413352	0.58665
10.00	0.0383794	0.496267	0.50373
12.20	0.0324565	0.574005	0.42600
13.00	0.0305373	0.599195	0.40081
14.35	0.0275525	0.638371	0.36163
15.00	0.0262213	0.655844	0.34416
16.40	0.0235683	0.690663	0.30934
19.00	0.0193329	0.746253	0.25375
22.00	0.0153827	0.798101	0.20190
23.00	0.0142542	0.812913	0.18709
24.40	0.0128120	0.831841	0.16816
25.00	0.0122395	0.839355	0.16064
27.00	0.0105096	0.862060	0.13794
31.00	0.0077487	0.898297	0.10170

2-2-1 طريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى للتقدير:-

تم تقدير معلمتي التوزيع الأسي ذي المعلمتين حسب المعادلتين (1-35)(1-36) في هذه الطريقة بإستخدام برنامج Minitab كما في الملحق (1) وهما كالأتي :-

$$\lambda = \frac{1}{\theta} = 0.072016 \rightarrow \hat{\theta} = 13.8858 \;, \hat{\eta} = 1.78008$$

والشكل الأتي يمثل الدالة المعولية بهذه الطريقة بإستخدام التوزيع الأسي ذي المعلمتين :-



الشكل (3) الدالة المعولية للتوزيع الأسي ذي المعلمتين والمقدرة معالمة بطريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى . وكما هو موضح تبدأ قيمة الدالة المعولية بالتناقص من الواحد الصحيح مع مقدار من الإزاحة في الزمن . إذ يمثل الشكل الفشل العشوائي الذي يحدث نتيجة التغيرات العشوائية المفاجئة في الظروف المحيطة (بالأجهزة والمكائن) حيث أنه يستمر بالتناقص عبر الزمن الى أن يصل الى نهاية العمر الزمني مع معدل فشل ثابت ومن هذا نستنتج بأن التقدير بهذه الطريقة بإستخدام التوزيع الأسي ذي المعلمتين هو الأفضل إذ يعطينا أفضل تمثيل للدالة المعولية .

الجدول(3) يبين القيم التقديرية لدالة الكثافة الإحتمالية ودالة التوزيع التجميعية (اللامعلمية) والدالة المعولية للتوزيع الأسي ذي المعلمتين للمعلمات المقدرة وفق طريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى بإستخدام البرنامج الإحصائي ***Minitab*** .

T_i	pdf بطريقةM.M.L.E-I	cdf=$\hat{F}(t_{(i)})$ بطريقةM.M.L.E-I	R(t) بطريقةM.M.L.E-I
1.00	0.0000000	0.000000	1.00000
2.30	0.0693694	0.036750	0.96325
3.45	0.0638558	0.113311	0.88669
4.00	0.0613760	0.147745	0.85225
5.40	0.0554896	0.229482	0.77052
6.00	0.0531430	0.262067	0.73793
8.00	0.0460144	0.361053	0.63895
10.00	0.0398420	0.446761	0.55324
12.20	0.0340043	0.527823	0.47218
13.00	0.0321006	0.554258	0.44574
14.35	0.0291266	0.595553	0.40445
15.00	0.0277946	0.614049	0.38595
16.40	0.0251289	0.651065	0.34894
19.00	0.0208380	0.710648	0.28935
22.00	0.0167891	0.766870	0.23313
23.00	0.0156225	0.783069	0.21693
24.40	0.0141242	0.803874	0.19613
25.00	0.0135269	0.812168	0.18783
27.00	0.0117124	0.837364	0.16264
31.00	0.0087810	0.878069	0.12193

2- إختبار البيانات

تم إختبار البيانات الحقيقية فيما إذا كانت تتبع التوزيع الاسي ذي المعلمة الواحدة أم لاتتبع فقد أجرينا الإختبار الآتي وهو إختبار حسن المطابقة (GOODNESS OF FIT-Chi Squared) . بإستخدام البرنامج (Easy Fit 5.2 Professional) ومن خلال ملاحظة الشكل (5) فقد تبين أن البيانات تتبع التوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة وفق إختبار حسن المطابقة .

وحسب الفرضية التالية:-

H_0: تتوزعالبيانات توزيعاً اسياً ذا معلمة

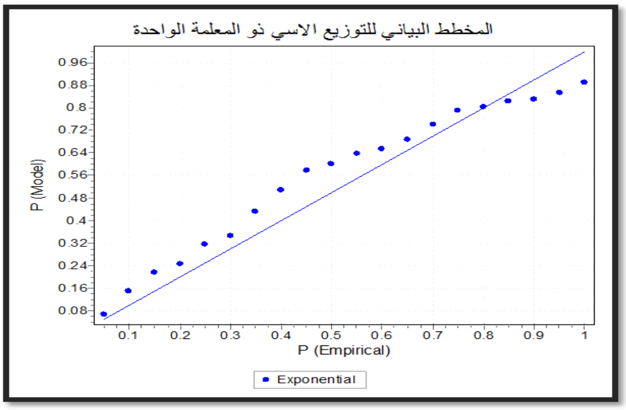
H_1: لاالبيانات تتوزع توزيعاً اسياً ذا معلمة

Exponential [#13]					
Kolmogorov-Smirnov					
Sample Size Statistic P-Value Rank	20 0.17841 0.49245 45				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Critical Value	0.23156	0.26473	0.29408	0.32866	0.35241
Reject?	No	No	No	No	No
Anderson-Darling					
Sample Size Statistic Rank	20 0.88432 35				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Critical Value	1.3749	1.9286	2.5018	3.2892	3.9074
Reject?	No	No	No	No	No
Chi-Squared					
Deg. of freedom Statistic P-Value Rank	2 0.90214 0.63695 19				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Critical Value	3.2189	4.6052	5.9915	7.824	9.2103
Reject?	No	No	No	No	No

الجدول(4)

يبين نتائج إختبار حسن المطابقة للبيانات هل أنها تتبع التوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة بإستخدام برنامج Easy Fit 5.5 .

وكما هو مبين فإن البيانات تتبع التوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة



شكل (4)

يمثل مخطط الإحتمالية لتوزيع البيانات التوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة .

ويلاحظ من الشكل أعلاه أن البيانات تتوزع التوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة .

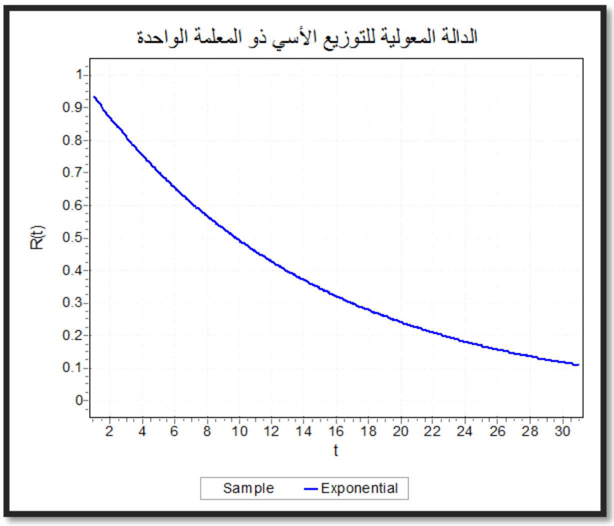
2-2 تقدير معلمة القياس θ للتوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة

تم تقدير معلمتي التوزيع الأسي ذي المعلمتين بطريقتين من طرائق التقدير كما هو مذكور في الجانب النظري وهما (طريقة الإمكان الأعظم وطريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى):-

1-2-2 طريقة الإمكان الأعظم للتقدير:-

تم تقدير معلمة التوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة حسب المعادلة (34-1) في هذه الطريقة مباشرةً بإستخدام برنامج Easy Fit 5.2 Professional وهي كالأتي :-

$$\hat{\theta} = 14.12421$$



الشكل (5)
لدالة المعولية للتوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة والمقدرة بطريقة الإمكان الأعظم.

وكما هو موضح تبدأ الدالة المعولية بقيمة أقل من قيم المعوليةبإستخدام التوزيع الأسي ذي المعلمتين ولكلا الطريقتين المستخدمتين . حيث تبدأ بالتناقص الى أن يقترب العمر الزمني للماكنة (او الجهاز) من النهاية مع معدل فشل ثابت .

الجدول (5) يبين القيم التقديرية لدالة الكثافة الإحتمالية ودالة التوزيع التجميعية (اللامعلمية) والدالة المعولية للتوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة والمقدرة وفق طريقة الإمكان الأعظم بإستخدام البرنامج الإحصائي *Minitab*:-

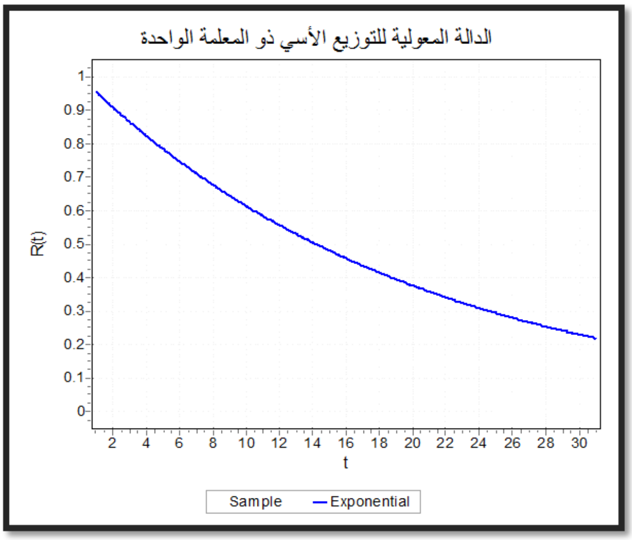
T_i	pdf بطريقةM.L.E	cdf=$\hat{F}(t_{(i)})$ بطريقة M.L.E	R(t) بطريقةM.L.E
1.00	0.0659611	0.068352	0.931648
2.30	0.0601610	0.150274	0.849726
3.45	0.0554568	0.216717	0.783283
4.00	0.0533388	0.246632	0.753368
5.40	0.0483054	0.317725	0.682275
6.00	0.0462963	0.346101	0.653899
8.00	0.0401837	0.432437	0.567563
10.00	0.0348782	0.507374	0.492626
12.20	0.0298475	0.578428	0.421572
13.00	0.0282039	0.601643	0.398357
14.35	0.0256330	0.637955	0.362045
15.00	0.0244801	0.654239	0.345761
16.40	0.0221700	0.686867	0.313133
19.00	0.0184425	0.739514	0.260486
22.00	0.0149133	0.789361	0.210639
23.00	0.0138940	0.803759	0.196241
24.40	0.0125828	0.822277	0.177723
25.00	0.0120595	0.829669	0.170331
27.00	0.0104673	0.852158	0.147842
31.00	0.0078857	0.888621	0.111379

2-2-2 طريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى للتقدير:-

تم تقدير معلمة التوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة حسب المعادلة (37-1) في هذه الطريقة بإستخدام برنامج Minitab كما في الملحق (1) وهي كالأتي :-

$\hat{\theta} = 20.4959$

ومجموعة الأشكال السادسة التالية تمثل دوال التوزيع الأسي ذو المعلمة الواحدة وفق المعالم المقدرة بطريقة الأعظم المحورة الاولى وهي$\hat{\theta} = 20.4959$ عندها فإن $\lambda = \frac{1}{\theta} = 0.04879$ والتي قدرت بإستخدام برنامج ال Minitab وعوضت في برنامج EasyFit 5.5 لإظهار النتائج والتي ممثلة بالأشكال التالية وذلك لمعرفة الفروقات بين الطريقتين لنفس التوزيع ذي المعلمة الواحدة .



الشكل (6)

الدالة المعولية للتوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة والمقدرة بطريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى

وكما هو موضح تبدأ الدالة المعولية بقيمة أعلى من قيمة الدالة المعولية بطريقة الأمكان الأعظم للمعلمة الواحدة وأقل من قيم المعولية بإستخدام التوزيع الأسي ذي المعلمتين ولكلا الطريقتين المستخدمتين . حيث تبدأ بالتناقص الى أن يقترب العمر الزمني للماكنة (او الجهاز) من النهاية مع معدل فشل ثابت .

الجدول (6) يبين القيم التقديرية لدالة الكثافة الإحتمالية ودالة التوزيع التجميعية (اللامعلمية) ودالة المعولية للتوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة والمقدرة وفق طريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى بإستخدام البرنامج الإحصائي *Minitab*.

T_i	pdf بطريقةM.M.L.E-I	cdf=$\hat{F}(t_{(i)})$ بطريقةM.M.L.E-I	R(t) بطريقةM.M.L.E-I
1.00	0.0464669	0.047619	0.952381
2.30	0.0436111	0.106150	0.893850
3.45	0.0412316	0.154922	0.845078
4.00	0.0401398	0.177298	0.822702
5.40	0.0374896	0.231617	0.768383
6.00	0.0364080	0.253785	0.746215
8.00	0.0330231	0.323161	0.676839
10.00	0.0299530	0.386087	0.613913
12.20	0.0269044	0.448570	0.551430
13.00	0.0258745	0.469679	0.530321
14.35	0.0242251	0.503484	0.496516
15.00	0.0234689	0.518983	0.481017
16.40	0.0219194	0.550743	0.449257
19.00	0.0193079	0.604267	0.395733
22.00	0.0166789	0.658151	0.341849
23.00	0.0158847	0.674429	0.325571
24.40	0.0148359	0.695925	0.304075
25.00	0.0144079	0.704698	0.295302
27.00	0.0130684	0.732152	0.267848
31.00	0.0107514	0.779641	0.220359

القيمة المطلقة لمتوسط الخطأ Mean Absolut Error (MAE)

ولكي نصل إلى المقدر الأفضل نقوم بإجراء المفاضلة بين تقديرات الإمكان الأعظم وتقديرات الإمكان الأعظم المحورة الأولى لمعلمتي التوزيع الأسي ولمعلمة التوزيع الأسي ذو المعلمة الواحدة وذلك بإستخدام المقياس (MAE) وهو من أشهر المقاييس الإحصائية .

متوسط القيمة المطلقة للخطأ هو :-

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| \hat{F}_{t_{(i)}} - F_{t_{(i)}} \right|}{n} \qquad (1-38)$$

تمثل i :- رتبة المشاهدات بعد ترتيبها ترتيباً تصاعدياً

وقد تم حساب قيمة $F(t_{(i)})$ لكلا التوزيعين بالطريقة اللامعلمية الأتية :-

الطريقة اللامعلمية	$F(t_{(i)})$	الطرائق
	$F(t_{(i)}) = \frac{i}{n+1}$	ترتيب الوسيط

وعند تطبيق المعادلة(1-45) لكلا الطريقتين وبإستخدام التوزيع الأسي ذي المعلمتين والتوزيع الاسي ذي المعلمة الواحدة نحصل على الجدول (7) الآتي والذي يمثل الخطوات المتبعة لإيجاد القيمة المطلقة لمتوسط الخطأ :-

$F(t_{(i)})$	$\left\|\hat{F}_{t_{(i)}} - F_{t_{(i)}}\right\|$ for M.L.E (two parametars)	$\left\|\hat{F}_{t_{(i)}} - F_{t_{(i)}}\right\|$ for M.L.E (one parametar)	$\left\|\hat{F}_{t_{(i)}} - F_{t_{(i)}}\right\|$ for M.M.L.E-I (two parametars)	$\left\|\hat{F}_{t_{(i)}} - F_{t_{(i)}}\right\|$ for M.M.L.E-I (one parametar)
0.047619	0.047619	0.020733	0.0476190	0.000000
0.095238	0.000938	0.055036	0.0584878	0.010912
0.142857	0.027422	0.073860	0.0295461	0.012065
0.190476	0.013853	0.056156	0.0427309	0.013178
0.238095	0.046735	0.079630	0.0086133	0.006478
0.285714	0.031074	0.060387	0.0236476	0.031929
0.333333	0.080018	0.099104	0.0277197	0.010172
0.380952	0.115315	0.126421	0.0658090	0.005135
0.428571	0.145433	0.149857	0.0992515	0.019999
0.476190	0.123004	0.125452	0.0780671	0.006511
0.523810	0.114561	0.114145	0.0717439	0.020325
0.571429	0.084415	0.082810	0.0426209	0.052445
0.619048	0.071616	0.067819	0.0320170	0.068305
0.666667	0.079587	0.072848	0.0439810	0.062400
0.714286	0.083816	0.075075	0.0525841	0.056135
0.761905	0.051008	0.041854	0.0211638	0.087475
0.809524	0.022317	0.012753	0.0056501	0.113598
0.857143	0.017788	0.027474	0.0449751	0.152445
0.904762	0.042702	0.052604	0.0673983	0.172610
0.952381	0.054084	0.063760	0.0743117	0.172740

الجدول (8) الآتي يتضمن القيم المطلقة لمتوسط الأخطاء للطرائق المستخدمة وهي :-

1- طريقة الإمكان الأعظم و طريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى بإستخدام التوريع الأسي ذي المعلمتين .

2- وطريقة الإمكان الأعظم و طريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى بإستخدام التوريع الأسي ذي المعلمة الواحدة.

طرق التقدير	parameters		AME
	$\hat{\theta}$	$\hat{\eta}$	
M.L.E	13.12509	1	0.0626652
M.L.E	14.12421	0	0.0728889
M.M.L.E-I	13.8858	1.78008	0.0468969
M.M.L.E-I	20.4959	0	0.0537429

الأستنتاجات

من خلال الدراسة تم إستنتاج مايلي :-

1. تم الإستنتاج بأن حقيقة التقدير بإستخدام التوزيع الأسي ذي المعلمتين هو الأفضل دائماً في التقدير وهذا يدل على إن تضمين معلمة الإزاحة في تقدير المعولية تعطينا نتائج افضل لكلا الطريقتين .
2. أظهر الجانب التطبيقي أن تقديرات معلمات التوزيع الأسي ذي المعلمتين ($\tilde{\theta}$ و $\hat{\eta}$) للبيانات الكاملة تعطي نتائج متقاربة في التقدير لكلتا الطريقتين .
3. تبين من تقدير قيم دوال المعولية وكذلك من حساب القيمة المطلقة للخطأ أن طريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى هي أفضل وادق واقل أخطاءً من طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معالم التوزيع الأسي ذي المعلمتين وكذلك عند تقديرها لمعلمة التوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة . وتبين لنا بأن القيمة التقديرية للمعولية لتوزيع (الأسي ذي المعلمتين $\tilde{\theta}$ و $\hat{\eta}$) أفضل من القيمة التقديرية للمعولية لتوزيع (الأسي ذي المعلمة الواحدة $\tilde{\theta}$) وفق الطريقة نفسها.

التوصيات

1. إجراء تقدير المعولية مرة بمعلمتين واخرى بثلاث معالم لنفس التوزيع من التوزيعات المختلفة الأخرى وإختبار النتائج أي منها يعطي أفضل تقدير للمعولية وفق المعلمات المقدرة بإستخدام طرائق التقدير المختلفة .
2. تقدير المعولية بطريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى للتوزيع الأسي ذي المعلمتين لأنها تعطي أفضل تقدير للمعولية وبأقل أخطاء من قبل الشركة العامة لصناعة البطاريات.
3. نوصي بإستخدام البرنامج الإحصائي (Minitab) في الملحق (1) للحصول على تقديرات دالة المعولية بطريقة الإمكان الأعظم وطريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى من قبل الشركة العامة لصناعة البطاريات .

الملحق

لِتقدير معلمتي التوزيع الأسي ذو المعلمتين وتقدير معلمة التوزيع الأسي ذو المعلمة الواحدة بطريقة الامكان الاعظم المحورة الأولى نقوم بإستخدام برنامج (Minitab) كما يلي :-

```
Count c1 k1
Set c2
1:k1
end
let k2 = log ( k1 / (k1+1))
let k3 = (14.20833335-1)/(1+k2)
let k4 = (1-(14.20833335*k2))/(1+k2)
let k5 = -1/k2
let c3 = c2 / (k1+1)
```

حيث أن k_3 هي مقدر $\tilde{\theta}$ وأن k_4 هي مقدر $\tilde{\eta}$ وهم معالم التوزيع الأسي ذو معلمتين والتي قدرت بإستخدام طريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى وk_5 هي مقدر $\tilde{\theta}$ وهي معلمة التوزيع الأسي ذي المعلمة الواحدة بإستخدام طريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى أيضاً وc3 هي قيمة $F(t_{(i)})$ الحقيقية .

المصادر:

اولاً – المصادر العربية Arabic References

(1) الخياط ، باسل يونس ذنون (1991م) ، " الأحتمالية والمتغيرات العشوائية " ط1 ، دار الكتب للطباعة والنشر ، الموصل .

(2) السعدي ، بشير فيصل محمد حبيب ، (2010م) ، " بعض الطرائق المعلمية واللامعلمية لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد.

(3) الشركة العامة لصناعة البطاريات ، (2010م) ، " غياب الوقود والكهرباء والمواد الأولية وراء توقفها عن العمل " ، جريدة المدى ، التاريخ: Saturday, August 23 .

(4) الموسوي ، امال صادق حمودي صادق ، (2006م) ، " مقارنة استخدام المتوسط والقيمة العظمى لتقدير المعولية " ، رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة المستنصرية

(5) بهية ، ورود باسم نور بهية ، (2009م) ، " مقارنة طرائق تقدير المعلمات والمعولية لنماذج الاختبارات المعجلة والنمو لبيانات المراقبه من النوع الثاني مع تطبيق عملي " ، رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية الإدارة والإقتصاد ، جامعة بغداد .
(6) حسين ، أسيل ناصر حسين ، (2007م) ، " مقارنة بعض طرائق التقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل المختلط باستخدام المحاكاة " ، رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة بغداد .
(7) عبد الاحد ، عطاف ادوار عبد الاحد ، (2007م) ، " تقدير المعولية للتوزيع الأسي ذو معلمتين-دراسة مقارنة- " ، رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد .
(8) كوركيس ، بروين أيشا ، (2006م) ، " بناء أنموذج محاكاة لإيجاد معولية منظومة قدرة كهربائية " ، رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد .
(9) ما هود ، علاء عبد الرضا ما هود ، (2006م) ، " تقدير المدة المثلى للصيانة دراسة تطبيقية في الشركة العامة للصناعات الكهربائية " ، رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة المستنصرية.

ثانياً – المصادرالأجنبية Foreign References

(10) Afify , E.E , (2004)” , "Linear and Nonlinear Reqression of Exponential Distribution" .
http : // ip. StatJournals , net : 2002/
(11) Al-Kutubi , HadeelSalim and Noor Akma Ibrahim , (2009) , " On The Estimation of Survival Function and Parameter Exponential Life Time Distribution " , Journal of Mathematics and Statistics , Vol 5 , No.2 .
(12) Department of Defense , (1998) , " MILITARY HANDBOOK ELECTRONIC RELIABILITY DESIGN HANDBOOK " , 1thed , USA .
(13) Johan Liu and Olli Salmela and Jussi Sa¨ rkka¨ and Morris , James E and Per-Erik Tegehall and Cristina Andersson , (2011) , " Reliability of Microtechnology " , 1thed , Springer Science+Business Media , LLC , New York Dordrecht Heidelberg London .
(14) Hamada , Michael S and Wilson, Alyson Gand C , Shane Reeseand Martz , Harry F , (2008) , " Bayesian Reliability " , 1thed , Springer Science+Business Media, LLC. , New York , USA .
(15) Johan Liu and Olli Salmela and Jussi Sa¨ rkka¨ and Morris , James E and Per-Erik Tegehall and Cristina Andersson , (2011) , " Reliability of Microtechnology " , 1thed , Springer Science+Business Media , LLC , New York Dordrecht Heidelberg London .
(16) LAWLESS , JERALD F , (2003) , " Statistical Models and Methods for Lifetime Data " , 2thed , John Wiley & Sons, Inc.,Canada.
(17) RAINANUA SINGH ,BHARATENDRA K , (2009) , " RELIABILITY ANALYSIS and PREDICTION with WARRANTY DATA ", 1thed , Taylor & Francis Group, LLC., Boca Raton London New York .

....
....
....