مقارنة بعض طرائق التقدير البيزية مع طرائق أخرى لتوزيع ريلي لبيانات تحت المراقبة من النوع الاول باستخدام المحاكاة

م.د.إسماعيل هادي جلوب* م.م.بلسم مصطفى شفيق**

1. المستخلص

يعتبر توزيع رايلي والذي هو حالة خاصة من توزيع ويبل من التوزيعات المهمة ، إذ يعتبر من أحد نماذج الفشل الشائعة في حقل المعولية واختبارات الحياة وتحليل الإشارات.
وفي هذا البحث تم تقدير معلمة القياس (scale parameter) لتوزيع Rayleigh باستخدام طريقة الأمكان الأعظم مقارنتا مع طرائق بيز المعتمد على معلومات جفري كطريقة أولى وطريقة بيز الموسعة كطريقة ثانية ثم تم استخدم دالة كثافة احتمالية اولية مرافقة طبيعية (Natural conjugate prior p.d.f) كتوزيع اولي ويمثل توزيع معكوس كاما (Inverted Gamma) لتصبح طريقة ثالثة مقترحة ،واستُخدم لهذا الغرض حجوم عينات (100,50,25,10) إذ أظهرت النتائج تفوق طريقة بيز الثالثة على بقية الطرائق الأخرى خاصتا عند حجوم العينات الكبيرة ومقدر الامكان الاعظم في بعض حالات حجوم العينات الصغيرة بالاعتماد على المعيار الإحصائي مجموع مربعات الخطأ (MSE).

Abstract

Rayleigh distribution is considered as a special case of Weibull distribution from important distributions, which considered one of common failure models in reliability field and life tests and signals analysis.

In this research ,scale parameter is being estimated for Rayleigh distribution using Bayes method depending Jeffrey's information method then enhanced in Jeffrey's extended as a second method, then been used density function probability preliminary accompany natural (Natural conjugate prior p.d.f) as a distribution first and represents inverse distribution (Inverted Gamma) to become the third method proposed and used for this purpose samples sizes (100,50,25,10). The results showed superiority way Bayes third the rest of the other methods as especially when large volumes of samples and (M.L.E) in some cases small sample sizes, depending on the standard statistical sum of the squares error(MSE).

* الكلية التقنية الادارية / بغداد .
** الكلية التقنية الادارية / بغداد .
مقبول للنشر بتأريخ 2013/1/3

2-المقدمة وهدف البحث

أجريت الكثير من الدراسات حول هذا التوزيع ، ففي عام 2004 استخدم الباحث Afify,E.,E. توزيع رايلي ذي المعلمتين وهما معلمة القياس ومعلمة التموضع وقارن بين مجموعة الطرائق الاعتيادية ومنها طريقة المربعات الصغرى وطريقة العزوم وطريقة انحدار الحرف وطريقة الانحرافات الصغرى المطلقة واثبت إن الطريقة الأخيرة هي الأفضل [3]، وفي عام 2077 قام الباحثانBertrand وChristian بدراسة نموذج توزيع ريلي الوغارتمي وتقدير معلمة الموقع والتي تفسر على انها المغلف الطيفي للصوت[5] ، وفي عام 2009 قام الباحثان Al-Nachawati,H. و Abu-Yossef,S.E. بإيجاد تقديرات بيز لدالة المعولية للبيانات المرتبة لتوزيع رايلي العام [4]، وفي عام 2010 ناقش الباحثون Abd-Eiaziz و.Amin,E.A و Sdiman,A. مشكلة التقدير البيزي وغير البيزي لمعلمة غير معروفة لتوزيع رايلي العكسي (Inverse Rayleigh Distribution)بالاعتماد على قيم مسجلة واطئة[1] ،وفي عام 2011 قام الباحثانSanku Dey وTanujit Dey باقتراح دالة خسارة جديدة لتقدير معلمة القياس حيث تبين ان المقدر افضل من طريقة لامكان الاعظم من خلال حجوم عينات مختلفة[8]، وفي عام 2011 استخدم الباحثون Kumar, A. و Singh, S. و Gupta, V.K. توزيع رايلي في مجال الاتصالات اللاسلكي في تقنيات الموبايل لتمثيل القناة المستخدمة في عملية نقل المعلومات[7]، وفي عام 2011 قام الباحثون Chen , D.E. و Lio,Y.L. و Tsai,T.R. باستخدام طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم لتقدير معلمات توزيع رايلي العام للبيانات تحت المراقبة [6].

يهدف البحث الى تقدير معلمة القياس لتوزيع ريلي لبيانات تحت المراقبة من النوع الاول تعتمد على معلومات جفري والنوع الثاني يعتمد على معلومات فيشر الموسعة، وقد تم اقتراح مقدر جديد بالاعتماد على أستخدام دالة كثافة احتمالية اولية مرافقة طبيعية وقد استخدمت عموما دالة خسارة تربيعية، لمعرفة أولا الطريقة البيزية الأفضل من بين الطرائق البيزية الأخرى وثانيا لمقارنة مع مقدر الامكان الاعظم.

3- الجانب النظري:

3-1 توزيع ريلي ذو معلمة واحدة Rayleigh distribution

يعد توزيع ريلي حالة خاصة من توزيع ويبل عندما تكون معلمة الشكل β =2 ، وقد أوجد هذا التوزيع من قبل العالم الأنكليزي Lord Rayleigh ويستخدم في التحليلات المفردة وتحليلات الخطأ لمختلف الانظمة، وان الدالة الاحتمالية P.d.fلتوزيع ريلي ذو المعلمة الواحدة تكون حسب الصيغة الآتية:

$$f(t;\theta)=\begin{cases}\frac{2}{\theta}\ t\ e^{-\frac{t^2}{\theta}} & I(t)_{(0,\infty)}\ ,\ \theta>0 \\ 0 & o.w\end{cases} \qquad \ldots(1)$$

حيث ان θ تمثل معلمة القياس Scale parameter

وبصورة عامة ان توزيع ريلي هو احد نماذج الفشل الشائعة في حقل المعولية وعلية فأن دالة التوزيع التجميعية C.d.F ودالة المعولية تكون كمايأتي:

$$F(t;\theta)=1-e^{-\frac{t^2}{\theta}} \qquad \ldots(2)$$

$$R(t;\theta)=e^{-\frac{t^2}{\theta}} \qquad \ldots(3)$$

3-2 التقدير بعينات تحت المراقبة Estimation with censored samples

هنالك عينة كاملة ووقت الفشل لكل (n) من الوحدات تكون مسجلة لكن هنالك حالات غير ممكنه ولامرغوب فيها مع ملاحظة ان تجارب اختبار الحياة عادة تكون تالفة في نهاية التجربة ولايمكن استخدامها ثانية.ويوجد نوعين من العينات وكل منهما يختار تجربة اختبار الحياة وهي كمايلي:

3-2-1 النوع الأول:

حيث بالأمكان ان نضع (n) من الوحدات للاختبار وتنهي التجربة عند زمن محدد مسبقا (t_0) ،والعينة التي ستحصل عليها من هكذا تجربة تسمى عينة الوقت تحت المراقبة (Truncated from the right time- Censored Sample) وهي تقريبا اساسية بالتعامل مع تجارب اختبار الحياة والتي كلفة تجاربها تتزايد بشدة مع الزمن.

ان بيانات الوقت تحت المراقبة تحتوي على أوقات الحياة للوحدات التي فشلت قبل الزمن (t_0) ولتكن [$t_1 < t_2 < t_3 < \ldots < t_m$] وبأفتراض ان (m) من الوحدات فشلت قبل الزمن (t_0) وان (n- m) من الوحدات تبقى بعد الزمن (t_0) وان في حالة الوقت تحت المراقبة يكون وقت انتهاء التجربة (t_0) ثابتا في حين عدد الوحدات التي فشلت قبل الزمن (t_0) يكون متغيرا عشوائيا وان m. يتوزع توزيع ثنائي الحدين

3-2-2النوع الثاني:

بالامكان أن نضع (n) من الوحدات في الاختبار وننهي التجربة عند الحصول على عدد معين من العطلات وليكن (l) والذي يكون محدد مسبقا اذ ان (l<n) والعينة التي سيتم الحصول عليها من تلك التجربة تدعى عينة الفشل تحت المراقبة (Failure-Censored sample) وان عينة الفشل تحت المراقبة تتعامل مع وحدات ذات كلفة عالية مثلا صمامات جهاز التلفزيون الملون.

ان بيانات الفشل تحت المراقبة تحتوي على اوقات الحياة ل (l) من الوحدات التي فشلت اذ ان [$t_1 < t_2 < t_3 < \ldots < t_l$] وان (n-l) من الوحدات تبقى بعد الزمن (t_l) . وان في حالة الفشل تحت المراقبة فأن عدد الوحدات التي فشلت (l) تكون ثابتة في حين الوقت التي تنتهي به التجربة يكون متغيرا عشوائيا، اي انها على عكس حالة الوقت تحت المراقبة تماما.

3-3 طرائق تقدير معلمة القياس Scale Parameter في حالة كون البيانات تحت المراقبة.

في هذا المبحث سنقوم بتقدير معلمة القياس لتوزيع ريلي Rayleigh distribution بأستخدام بيانات تحت المراقبة من النوع الاول

3-3-1 طريقة الامكان الاعظم Maximum Likelihood Method (ML)

لكل دالة p.d.f يقطع من جهة اليمين(truncated from the right) يكون لدينا

$$f(t \mid t < t_0) = \frac{f(t)}{F(t_0)} \;; -\infty < t < t_0$$

بحيث ان دالة التوزيع المشتركة للاحصاءه المرتبة $t_1 \le t_2 \le \ldots \le t_m$ تكتب بالصيغة التالية

$$f(t_1, t_2, \ldots, t_m) = m! \frac{\prod_{i=1}^{m} f(t_i)}{[F(t_0)]^m} \;; 0 < t_i < t_0$$

بحيث ان الصيغة النهائية لدالة الامكان في حالة البيانات تحت المراقبة من النوع الاول تكون بالصيغة الاتية[4]:

$$L(\theta \mid t_1, t_2, \ldots, t_m, m) = f(t_1, t_2, \ldots, t_m)\, p(m) = \frac{n!}{(n-m)!} \prod_{i=1}^{m} f(t_i) [S(t_0)]^{n-m} \quad \ldots(4)$$

$$; 0 \le t_1 \le t_2 \le \ldots \le t_m \le t_0$$

ومنها يمكن تقدير قيمة المعولية حسب المعادلة التالية

$$S(t_0) = R(t_0) = 1 - F(t_0) = pr(T > t_0) = \int_{t_0}^{\infty} f(t)dt$$

اذ ان:

$R(t_0)$ تمثل دالة المعولية عند الزمن t_0

$f(t;\theta)$ تمثل دالة كثافة الفشل

$(n-m)$ عدد الوحدات غير الفاشلة بعد الزمن t_0

وبالرجوع الي المعادلات (1) و (3) فأن دالة الامكان لتوزيع ريلي في حالة البيانات تحت المراقبة من النوع الاول للمعادلة (4) تكون كالاتي:

$$L = \frac{n!}{(n-m)!}\frac{2^m}{\theta^m}\prod_{i=1}^{m} t_i e^{-\frac{\sum_{i=1}^{m} t_i}{\theta}} [e^{-\frac{t_0^2}{\theta}}]^{n-m}$$

وبعد اخذ المشتقة لطرفي المعادلة ومساواتها بالصفر نحصل على مقدر الامكان الاعظم للمعلمة θ كالاتي:

$$\hat{\theta}_{ML} = \frac{\sum_{i=1}^{m} t_i^2 + (n-m)t_0^2}{m} \qquad \ldots(5)$$

2-3-3طريقة بيز القياسي Standard Bayes Method (SB)

في هذه الطريقة يتم الحصول على مقدر بيز القياسي في حالة البيانات تحت المراقبة من النوع الاول وكالاتي:

ان دالة التوزيع المشتركة (Joint p.d.f) تكون كالاتي:

$$f[t_1, t_2, \ldots, t_m ; \theta] = g[t_1, t_2, \ldots, t_m \setminus \theta]. \; g(\theta) \qquad \ldots(6)$$

وبأستخدام اسلوب جفري فأن دالة التوزيع القبلي سيكون كالاتي:

$$g(\theta) = k\frac{\sqrt{n}}{\theta} \qquad , \theta > 0$$

وبذلك فأن الدالة المشتركة (Joint p.d.f) والموضحة في المعادلة (6) ستكون كالاتي:

$$f[t_1, t_2, \ldots, t_m ; \theta] = \frac{n!}{(n-m)!}\frac{2^m}{\theta^m}\prod_{i=1}^{m} t_i e^{-\frac{\sum_{i=1}^{m} t_i + (n-m)t_0^2}{\theta}} k\frac{\sqrt{n}}{\theta} \qquad \ldots(7)$$

وبذلك سيكون توزيع دالة المشاهدات كالاتي:

$$f(t_1, t_2, \ldots, t_m) = \int_0^{\infty} \frac{n!}{(n-m)!}\frac{2^m}{\theta^m}\prod_{i=1}^{m} t_i e^{-\frac{\sum_{i=1}^{m} t_i + (n-m)t_0^2}{\theta}} k\frac{\sqrt{n}}{\theta} d\theta \qquad \ldots (8)$$

حيث ان

$$S = \sum_{i=1}^{m} t^2{}_i + (n-m)t_0^2$$

$$= \frac{n!k\sqrt{n}2^m}{(n-m)!S^m}\prod_{i=1}^{m} t_i \sqrt{m} \qquad \ldots(9)$$

وبالتالي فأن دالة التوزيع اللاحق Posterior p.d.f كما يلي:

$$h[\theta / t_1, t_2 \ldots\ldots, t_m] = \frac{f[t_1, t_2, \ldots, t_m ; \theta]}{f(t_1, t_2, \ldots t_m)} \qquad \ldots(10)$$

$$= (\frac{1}{\theta})^{m+1}\frac{S^m}{\sqrt{m}} e^{-\frac{S}{\theta}} \qquad \ldots(11)$$

ولايجاد قيمة مقدر θ بأستخدام دالة خسارة تربيعية فأن مقدر بيز يمثل التوقع الشرطي للتوزيع ان:

$$\hat{\theta}_{Bay} = \int \theta h(\theta / t_1, t_2, ..., t_m)\ d\theta$$

$$= \int \theta (\frac{1}{\theta})^{m+1} \frac{S^m}{\Gamma m} e^{-\frac{S}{\theta}}\ \ d\theta$$

وباستخدام اسلوب التحويل والذي تم استخدامه مسبقا يتم الحصول على مقدر بيز للمعلمة θ اي

$$\hat{\theta}_{bay1} = \frac{\sum_{i=1}^{m} t_i^2 + (n-m)t_0^2}{m-1} \qquad \text{...(12)}$$

3-3-3 طريقة بيز الموسعة

في هذه الطريقة نقوم بأستخدام اسلوب جفري الموسع كتوزيع مسبق Prior p.d.f وكالاتي:

$$g(\theta) = k \frac{n^c}{\theta^{2c}}$$

حيث k,c ثوابت

وبذلك فأن الدالة المشتركة (Joint p.d.f) كالاتي:

$$h[t_1, t_2, ... t_m; \theta] = \frac{n! 2^m}{(n-m)! \theta^m} \prod_{i=1}^{m} t_i e^{-\frac{\sum t_i + (n-m)t_0^2}{\theta}} k \frac{n^c}{\theta^{2c}} \qquad \text{...(13)}$$

اما دالة المشاهدات فتكون كالاتي:

$$= \int_0^{\infty} \frac{n! 2^m}{(n-m)! \theta^m} \prod_{i=1}^{m} t_i e^{-\frac{\sum t_i + (n-m)t_0^2}{\theta}} k \frac{n^c}{\theta^{2c}} \partial\theta$$

$$= k \frac{n^c n! 2^m \prod_{i=1}^{m} t_i}{(n-m)!} \int \theta^{-(m+2c)} e^{-\frac{\sum t_i^2 + (n-m)t_0^2}{\theta}} \partial\theta \qquad \text{...(14)}$$

Let $S = \sum t_i^2 + (n-m)t_0^2$

$$y = k \frac{n^c n! 2^m \prod_{i=1}^{m} t_i}{(n-m)!}$$

وبالتعويض بالمعادلة (14) ينتج:

$$f(t_1, t_2, ... t_m) = y \int_0^{\infty} \theta^{-(m+2c)} e^{-\frac{S}{\theta}} \partial\theta$$

$$f(t_1, t_2, ..., t_m) = y S^{-(m+2c)+1} \Gamma(m+2c) - 1 \qquad \text{...(15)}$$

وبالاعتماد على المعادلات (13) و(15) فأن دالة التوزيع اللاحق Posterior p.d.f تكون كما يلي:

$$h(\theta/t_1,t_2,.....,t_m)=\frac{e^{-\frac{S}{\theta}}}{\theta^{m+2c}}\frac{1}{S^{-(m+2c)+1}\Big)(m+2c)-1} \qquad ...(16)$$

ولايجاد قيمة مقدر θ الموسع بأستخدام دالة خسارة تربيعية فأن مقدر بيز يمثل المتوسط الشرطي للتوزيع البعدي اي ان:

$$\hat{\theta}_{Bay2}=\int_0^{\infty}\theta\frac{e^{-\frac{S}{\theta}}}{\theta^{m+2c}}\frac{1}{S^{-(m+2c)+1}\Big)(m+2c)-1}\partial\theta$$

$$\hat{\theta}_{Bay2}=\frac{1}{S^{-(m+2c)+1}\Big)(m+2c)-1}\int_0^{\infty}\theta^{-(m+2c)+1}e^{-\frac{S}{\theta}}\partial\theta$$

وبأستخدام اسلوب التحويل الذي تم استخداما مسبقا فأن مقدر بيز الموسع يكون كالاتي:

$$\hat{\theta}_{Bay2}=\frac{S}{(m+2c-2)} \qquad \textbf{...(17)}$$

4-3-3 طريقة بيز المقترحة

في هذه الطريقة سوف يتم ايجاد مقدربيز لمعلمة القياس θ بأستخدام دالة كثافة احتمالية اولية مرافقة طبيعية Natural Conjugate Prior p.d.f كتوزيع اولي وليكن هذا التوزيع Inverted Gamma(1,β) حيث تكون الدالة الاحتمالية له كالاتي:

$$g(\theta)=\frac{\beta}{\theta^2}e^{-\frac{\beta}{\theta}}$$

وبالتالي فأن الدالة المشتركة (Joint p.d.f) وكالاتي

$$h(t_1,t_2,.....,t_m;\theta)=\frac{n!2^m}{(n-m)!\theta^m}\prod_{i=1}^{m}t_i e^{-\frac{S}{\theta}}\frac{\beta}{\theta^2}e^{-\frac{\beta}{\theta}} \qquad \textbf{...(18)}$$

وبذلك سيكون توزيع دالة المشاهدات كالاتي:

$$f(t_1,t_2,.....,t_m)=\frac{n!2^m\beta}{(n-m)!}\prod_{i=1}^{m}t_i\int_0^{\infty}\theta^{-(m+2)}e^{-\frac{S}{\theta}}e^{-\frac{\beta}{\theta}}\,d\theta \qquad \textbf{(19)}$$

حيث ان

$$D=\frac{n!2^m\beta}{(n-m)!}\prod_{i=1}^{m}t_i$$

$$= D(S+\beta)^{-(m+2)+1}\Big)(m+2)-1 \qquad \textbf{...(20)}$$

ومن المعادلات (18) و(20) نحصل على دالة التوزيع اللاحق Posterior p.d.f كما يلي:

$$h[\theta/t_1,t_2,.....t_m]=D\theta^{-(m+2)}e^{-\frac{S+\beta}{\theta}}\frac{1}{D(S+\beta)^{-(m+2)+1}\overline{)(m+2)+1}}$$

وبأستخدام دالة الخسارة التربيعية فأن مقدر بيز المقترح يكون كالاتي:

$$\hat{\theta}_{bay3}=\int_0^{\infty}\theta\theta^{-(m+2)}e^{-\frac{S+\beta}{\theta}}(S+\beta)^{(m+2)-1}\frac{1}{\overline{)(m+2)-1}}\;d\theta$$

وبأجراء عملية التكامل وبأستخدام اسلوب التحويل نحصل على مقدر بيز وكالاتي:

$$\hat{\theta}_{bay3}=\frac{(S+\beta)}{\overline{)(m+2)-1}}\overline{)(m+2)-2}$$

$$\hat{\theta}_{bay3}=\frac{S+\beta}{m} \qquad \text{...(21)}$$

حيث ان

$$S=\sum t_i^2+(n-m)t_0^2$$

او

$$\hat{\theta}_{bay3}=\frac{\sum t_i^2+(n-m)t_0^2+\beta}{m}$$

4-الجانب التجريبي

تتضمن صياغة إنموذج المحاكاة أربعة مراحل أساسية ومهمة لتقدير معلمة القياس ودالة المعولية لتوزيع رَيلي وهي على التوالي:-

1-4 (مرحلة تعيين القيم الافتراضية للمعلمة (θ))

تُعد هذه المرحلة من المراحل المهمة والأساسية التي تعتمد عليها المراحل اللاحقة، إذ يتم تعيين قيم المعلمة الافتراضية (الحقيقية) لمعلمة القياس لتوزيع رَيلي وبافتراض قيمة المعلمة (θ) قيمة غير معلومة، إذ أخذت لها ثلاث قيم هي $(\theta=0.1,0.3,0.5)$.

2-4 إختيار حجم العينة (n)

تم اختيار حجوم مختلفة للعينة بشكل يتناسب مع معرفة مدى تأثير حجم العينة على دقة وكفاءة النتائج المستحصلة من طرائق التقدير المستخدمة في هذه الدراسة وتم أخذ حجمي عينة صغيرة هما $(n=10,\ 25)$، وحجم عينة متوسطة واحدة هي $(n=50)$ وكذلك حجم عينة كبيرة واحدة هي $(n=100)$.

3-4 إختيار حجم تكرار العينات (R)

إختيار حجم تكرار هذه التجارب مساوياً إلى $(R=1000)$ لكل تجربة.

4-4 تعيين زمن تقدير دالة المعولية (t)

تم أخذ ثلاث قيم للزمن الذي يتم من خلاله تقدير دالة المعولية لتوزيع رَيلي هي $(t_0=1,\ 2,\ 3)$ وحدة زمنية.

5-4 اختيار قيم للثوابت الموجودة في المقدرات

حيث تم تثبيت قيم المعلمة ($\beta = 1$) وقيم للثابت [C=1,2.5]

6-4 (مرحلة توليد البيانات)

في هذه المرحلة تولّد بيانات عشوائية تتبع توزيع رَيلي ذو المعلمة الواحدة إذ تم استخدام طريقة المعكوس وكما مبين في المعادلة:-

$$U = F(t)$$

$$t = F^{-1}(U)$$

$$t = [-\theta Ln(1-U)]^{1/2} \qquad .....(1-3)$$

$$or \quad t = [-\theta Ln(U)]^{\frac{1}{2}}$$

6-4 مقياس المقارنة:

تم الاعتماد على مقياس متوسط مربعات الخطأ وفق الصيغة التالية:

$$MSE(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{i=1}^{R}(\hat{\theta}_i - \theta)^2}{R}$$

5-الجداول

الجداول أدناه تبين نتائج التقدير لحجوم العينات (10, 25 , 50 , 100) وكما يلي:

جدول رقم (1)

نتائج التقدير للمعلمة ومتوسط مربعات أخطائها(MSE) لحجم عينة (10)

θ	C	t_0	m.l.e	Bayes1	Bayes2	Bayes3	الأفضل
0.1	1	1	4.6696e-006	6.0158e-004	4.7243e-006	5.7304e-009	M.L.E
		2	4.6005e-006	6.0080e-004	4.6663e-006	8.4200e-009	Bayes2
		3	4.0454e-006	5.9427e-004	4.1979e-006	5.0763e-008	M.L.E
	2.5	1	4.6541e-006	6.0141e-004	4.7688e-006	6.2871e-009	M.L.E
		2	4.6704e-006	6.0159e-004	4.7799e-006	2.2078e-005	Bayes3
		3	4.7653e-006	6.0267e-004	4.8437e-006	2.8797e-009	Bayes3
0.3	1	1	2.4693e-005	5.0243e-004	2.5543e-005	5.4214e-006	M.L.E
		2	2.1104e-005	5.2232e-004	2.2480e-005	7.6610e-006	M.L.E
		3	1.5936e-005	3.2890e-004	1.6271e-005	6.6439e-006	M.L.E
	2.5	1	1.5750e-005	3.2805e-004	1.6485e-005	6.5243e-006	M.L.E
		2	1.5028e-005	3.2473e-004	1.5990e-005	6.0627e-006	M.L.E
		3	3.6073e-005	8.0499e-004	3.8946e-005	1.4209e-005	Bayes3
0.5	1	1	7.2707e-005	9.5438e-004	8.0453e-005	5.7637e-005	Bayes3
		2	5.3011e-005	8.7895e-004	6.2904e-005	2.5828e-005	Bayes3
		3	7.2707e-005	9.5438e-004	8.0453e-005	3.9567e-005	Bayes3
	2.5	1	6.6966e-005	9.3328e-004	8.4332e-005	5.5858e-005	Bayes3
		2	7.2100e-005	9.5218e-004	8.8144e-005	4.1464e-005	Bayes3
		3	6.8303e-005	7.0358e-004	7.3156e-005	4.1454e-005	Bayes3

أظهرت نتائج الجدول (1) أن قيم (MSE) بطريقة Bayes3 ولقيمة المعلمة $(\theta = 0.5)$ هي الأفضل وعند قيمة $(\theta = 0.3)$ M.L هي الأفضل .

جدول رقم (2)

نتائج التقدير للمعلمة ومتوسط مربعات أخطائها(MSE) لحجم عينة (25)

θ	C	t_0	m.l.e	Bayes1	Bayes2	Bayes3	الأفضل
0.1	1	1	4.4788e-006	5.9940e-004	4.5884e-006	3.2222e-007	Bayes3
		2	4.5412e-006	6.0012e-004	4.5746e-006	3.0575e-007	Bayes3
		3	4.0673e-006	5.9453e-004	4.1333e-006	4.4515e-007	M.L.E
	2.5	1	4.3513e-006	5.9791e-004	4.4567e-006	1.4193e-006	Bayes3
		2	4.3611e-006	5.9803e-004	4.4649e-006	1.5821e-006	Bayes3
		3	4.5156e-006	5.9982e-004	4.5950e-006	1.5137e-006	Bayes3
0.3	1	1	2.0830e-005	5.2096e-004	2.1453e-005	2.7859e-005	M.L.E
		2	1.3952e-005	4.8381e-004	1.4933e-005	1.7594e-005	M.L.E
		3	1.5147e-005	3.2528e-004	1.5252e-005	4.0681e-006	M.L.E
	2.5	1	1.3914e-005	3.1947e-004	1.4559e-005	2.2336e-005	M.L.E
		2	1.2583e-005	3.1296e-004	1.3419e-005	4.3536e-006	M.L.E
		3	2.4790e-005	7.4776e-004	2.7746e-005	1.5691e-005	Bayes3
0.5	1	1	5.0982e-005	6.4519e-004	5.3108e-005	4.1084e-005	Bayes3
		2	4.3613e-005	6.1824e-004	4.6119e-005	2.0799e-005	Bayes3
		3	5.8336e-005	6.7072e-004	6.0037e-005	3.9492e-005	Bayes3
	2.5	1	4.3707e-005	6.1860e-004	4.9435e-005	3.4583e-005	Bayes3
		2	7.1157e-005	9.4875e-004	8.7448e-005	3.8425e-005	Bayes3
		3	4.6543e-005	6.2914e-004	5.1939e-005	3.7110e-005	Bayes3

أظهرت نتائج الجدول (2) أن قيم (MSE) بطريقة Bayes3 ولقيمة المعلمة $(\theta = 0.5)$ هي الأفضل وعند قيمة $(\theta = 0.3)$ M.L. هي الأفضل .

جدول رقم (3)

نتائج التقدير للمعلمة ومتوسط مربعات أخطائها(MSE) لحجم عينة (50)

θ	C	t_0	m.l.e	Bayes1	Bayes2	Bayes3	الأفضل
0.1	1	1	4.3384e-006	5.9776e-004	4.3631e-006	5.4895e-007	M.L.E
		2	4.3565e-006	5.9797e-004	4.3805e-006	5.5539e-007	M.L.E
		3	4.3553e-006	5.9796e-004	4.3794e-006	5.5497e-007	M.L.E
	2.5	1	4.3815e-006	5.9827e-004	4.4363e-006	2.7089e-006	Bayes3
		2	4.3441e-006	5.9783e-004	4.4020e-006	1.5556e-006	Bayes3
		3	4.4793e-006	5.9940e-004	4.5257e-006	1.4422e-006	Bayes3
0.3	1	1	1.9807e-005	5.3157e-004	2.3248e-005	1.9626e-005	Bayes3
		2	1.3705e-005	3.1846e-004	1.3859e-005	1.7346e-005	M.L.E
		3	1.3404e-005	3.1701e-004	1.3569e-005	1.1413e-005	Bayes3
	2.5	1	1.2498e-005	3.1254e-004	1.2957e-005	1.3631e-005	M.L.E
		2	1.2396e-005	3.1203e-004	1.2863e-005	1.0485e-005	Bayes3
		3	2.0533e-005	5.1946e-004	2.1320e-005	1.2467e-005	Bayes3
0.5	1	1	3.3095e-005	3.9586e-004	3.3681e-005	2.9920e-005	Bayes3
		2	2.7995e-005	5.5467e-004	3.1085e-005	2.0799e-005	Bayes3
		3	5.2974e-005	6.5223e-004	5.4015e-005	3.7189e-005	Bayes3
	2.5	1	3.7244e-005	4.8032e-004	3.9273e-005	3.3484e-005	Bayes3
		2	4.4729e-005	8.4415e-004	5.0362e-005	3.8945e-005	Bayes3
		3	4.4513e-005	5.0558e-004	4.6024e-005	4.0393e-005	Bayes3

أظهرت نتائج الجدول (3) أن قيم (MSE) بطريقة Bayes3 ولقيمة المعلمة $(\theta = 0.1,0.5)$ و c=2.5 هي الأفضل .

جدول رقم (4)
نتائج التقدير للمعلمة ومتوسط مربعات أخطائها(MSE) لحجم عينة (100)

θ	C	t_0	m.l.e	Bayes1	Bayes2	Bayes3	الأفضل
0.1	1	1	4.3683e-006	5.9811e-004	4.3803e-006	2.0137e-006	Bayes3
		2	4.5295e-006	5.9998e-004	4.5386e-006	2.1237e-006	Bayes3
		3	4.3515e-006	5.9791e-004	4.3638e-006	2.0735e-006	Bayes3
	2.5	1	4.2779e-006	5.9705e-004	4.6495e-006	1.9525e-006	Bayes3
		2	4.2905e-006	5.9720e-004	4.3232e-006	1.4210e-006	Bayes3
		3	3.1019e-006	4.0087e-004	3.1128e-006	1.2618e-006	Bayes3
0.3	1	1	1.9359e-005	5.1349e-004	1.9545e-005	1.7785e-005	Bayes3
		2	1.2544e-005	3.1277e-004	1.2641e-005	1.1562e-005	M.L.E
		3	1.3544e-005	3.1608e-004	1.3385e-005	1.1238e-005	Bayes3
	2.5	1	1.1145e-005	3.0562e-004	1.1435e-005	1.0221e-005	Bayes3
		2	1.0244e-005	2.5958e-004	1.0450e-005	1.0014e-005	Bayes3
		3	1.7582e-005	4.0026e-004	1.8005e-005	1.0505e-005	Bayes3
0.5	1	1	1.7175e-004	3.1326e-004	1.7315e-004	1.6356e-004	Bayes3
		2	1.9845e-005	3.0157e-004	2.0196e-005	1.8711e-005	Bayes3
		3	4.6191e-005	6.2784e-004	4.6815e-005	3.3763e-005	Bayes3
	2.5	1	3.0460e-005	3.8662e-004	3.1282e-005	2.8919e-005	Bayes3
		2	3.3939e-005	5.8014e-004	3.5797e-005	3.1845e-005	Bayes3
		3	3.9526e-005	4.8842e-004	4.0501e-005	3.7562e-005	Bayes3

أظهرت نتائج الجدول (4) أن قيم (MSE) بطريقة Bayes3 ولجميع قيم المعلمة (θ) عدا قيمة $t_0 = 2$ هي الافضل

6-الاستنتاجات

1- أظهرت نتائج البحث بأن طريقة تقدير بيز الثالثة هي الأفضل من بقية طرائق التقدير الأخرى بالنسبة لأغلب القيم
2- احتلت طريقة الإمكان الأعظم المرتبة الثانية على أفضلية طرائق التقدير لأغلب القيم الافتراضية ولجميع حجوم العينات.
3- تتقارب نتائج التقدير لطريقة بيز الأولى مع نتائج التقدير لطريقة بيز الثانية وخاصتا عند قيم البيانات الكبيرة .
4- بينت النتائج بأن مجموع مربعات الخطأ MSE يقل كلما ازداد حجم العينة وهذا يتفق مع النظرية الإحصائية.

7- التوصيات

1- يوصي الباحث باعتماد طريقة تقدير بيز الثالثة لتقدير معلمة القياس لتوزيع ريلي.
2- يوصي الباحث بتوسيع نطاق الدراسة لتشمل الدراسة قيم بيانات تحت المراقبة من النوع الثاني
3- يوصي الباحث باجراء مقارنة بين البيانات تحت المراقبة والبيانات الكاملة

8-المصادر

1- Abd-Eiaziz , A.A., Amin,E.A. and Sdiman,A.,(2010),"Estimation and Predication from inverse Rayleigh distribution based on lower record values "Applied Mathematical sciences ,vol.4,no.62,pp 3057-3066.
2-Abd-Elfattah,A.M.,Amal s.Hassan.and Ziedan,D.M.,(2007),"Efficiency of Bayes Estimator for Rayleigh Distribution",Institute of statistical Studies &Research Cairo University.
3- Afify,E.E.,(2004),"Comparison of Estimators of Parameters for the Rayleigh Distribution", Faculty of Eng. Shibeen El Kom Menoufia Univ.
http://interstat.statjournals.net/YEAR/2003/articles/0302004.pdf.

4- Al-Nachawati,H. and Abu-Youssef,S.E.,(2009),"A Bayesian analysis of order statistics from the Generalized Rayleigh distribution ",Applied Mathematical sciences,vol.3,no.27,pp 1315-1325.
5- Bertran and Christian,(2007)," Log-Rayleigh Distribution: A Simple and Efficient Statistical Representation of Log-Spectral Coefficients" IEEE Transactions on Audio, Speech, AND Language Processing, Vol. 15, no. 3
6- Chen, D.G., Lio,Y.L. and Tsai,T.R.,(2011),"Parameter Estimation for Generalized Rayleigh distribution under progressively type-I interval censored data', American open journal of statistics pp 46-57.
7-Kumar,A.,Singh,S. and Gupta,V.k.,(2011),"N-Rayleigh distribution in mobile computing for flat –fading channel", Global journal of computer science and technology ,vol.11 issue(14) version 1.0.
8- Sanku Dey and Tanujit "Dey Rayleigh Distribution Revisited Via Extension of Jeffrey's prior in formation and new loss function rev stat ", Statistical Journal Volume 9, Number 3, November 2011, 213–226.

(الملحق)

(البرنامج المستخدم لايجاد قيم MSE)

```
n=;
theta=;
R1=;
t0=;
c=;
B1=1;
for i=1:R1
u=rand(1,n);
tt=(-theta*log(1-u)) ^1/2;
yy=sort(tt);
m1=0;
 for j=1:n
if yy<t0
   m1=m1+1;
else
end
 end
thetaml=(sum(tt^2)+(n-m1)*t0^2)/m1;
thetam11=(sum(tt.^2)+(n-m1)*t0^2)/m1-1;
thetam111=(sum(tt.^2)+(n-m1)*t0^2)/(m1+2*c-2);
thetam1111=((sum(tt^2)+(n-m1)*t0^2)+B1)/m1;
end
mse=(sum(thetaml-theta).^2)/(R1-1)
msebas1=(sum(thetam11-theta).^2)/(R1-1)
msebas2=(sum(thetam111-theta).^2)/(R1-1)
msebas3=(sum(thetam1111-theta).^2)/(R1-1)
```

.....

.....

.....