مقارنة أسلوب بيز وطرائق أخرى لتقدير دالة المعولية لتوزيع Lomax باستخدام المحاكاة

م.م. عطاف ادوار عبد الأحد*

المستخلص:

يتناول هذا البحث مقارنة عدة مقدرات لدالة المعولية لتوزيع **Lomax** ذي المعلمتين $lo\max(\alpha,\lambda)$ ، حيث أن (α) معلمة الشكل و(λ) معلمة القياس وتحت افتراض إن(λ) معلومة. تم تقدير المعلمة(α) ودالة المعولية بطريقة الإمكان الأعظم ، طريقة الوسيط ،طريقة مقـــدر بيز الذي يعتمد على معلومات جيفري وطريقة بيز الموسعة وتحت دالة خسارة تربيعية . وسوف تتم المقارنة بين المقدرات لدالة المعوليةالأربعة للمعلمة(α) بواسطة المحاكاة وباعتماد المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطأ التكاملي **(IMSE)** كأساس في المقارنة وتحت حجوم العينات ($n=10,15,25,50$) وقيم مختلفة للمعلمات والتي أظهرت بان بيز الموسعة كانت افضل طريقة في حالة قيم المعلمات الصغيرة و طريقة الإمكان الأعظم كانت أفضل في حالة قيم المعلمات الكبيرة لأنها حققت اقل(IMSE) ولجميع أحجام العينات المستخدمة في البحث.

ABSTRACT:

This paper is concerned with problem of comparing different estimators of reliability function of two parameters Lomax distribution $lo\max(\alpha,\lambda)$ ***where is*** (α)***shape parameter and*** λ ***is scale parameter and then comparing the efficiency of the estimators which are maximum likelihood ,median,Bayes by using Jeffery prior with quadratic loss function and extended Bayes by using Jeffery prior. The comparison was done using simulation procedure with different sample size and values of parameters ,on the bases of simulation experiment we conclude that the extended Bayes by using Jeffery prior method with quadratic loss function was the best method for small values of parameters and maximum likelihood for large values of parameter and that's true for all values of sample sizes.***

المقدمة و هدف البحث:

تهتم دراسات المعولية بالتوزيعات التي تصف بدقة أوقات الفشل، ويعتبر توزيع **Lomax** من التوزيعات المهمة التي تصف أوقات الفشل في تطبيقات المعولية خصوصاً للمركبات التي لديها دالة مخاطرة متناقصة مع الزمن، وهذه الصفة جعلت منه أنموذج جيد وكفوء في وصف العديد من بيانات الفشل.تم اقتراح هذا التوزيع عام **1954** كنسخة ثانية من توزيع باريتو[1] ،وتم استخدامه كانموذج جيد بالاضافة الى دراسة اوقات الفشل في الدراسات الحيوية ،الدخل ،نظرية الارتال ،الدراسات البيولوجية وحجم المدن[2]. يهدف هذا البحث إلى المقارنة بين أربع مقدرات للمعلمة(α) ودالة المعولية بطريقة الإمكان الأعظم ، طريقة الوسيط ،طريقة مقـــدر بيز الذي يعتمد على معلومات جيفري وطريقة بيز الموسعة وتحت دالة خسارة

* معهد الأدارة / الرصافة

مقبول للنشر بتأريخ 2014/3/18

تربيعية لتوزيع Lomax ذي المعلمتين باعتبار إن معلمة الشكل (λ) معلومة ووفقاً للمعيار الإحصائي متوســـــط مربعات الخطأ التكاملي(IMSE).

الجانب النظري:

تُعرف الدالة الاحتمالية للمتغير العشوائي المستمر t والذي يتوزع توزيع Lomax بالمعلمتين (α,λ) بالمعادلة[2]:

$$f(t;\alpha,\lambda)=\alpha/\lambda(1+t/\lambda)^{-(\alpha+1)} \quad ، \quad t,\alpha,\lambda>0 \qquad \text{.....(1)}$$

إذ إن:

α :تمثل معلمة الشكل Shape Parameter.

λ :تمثل معلمة القياس Scale Parameter.

إن دالة التوزيع التجميعية لهذا التوزيع هي:

$$F(t;\alpha,\lambda)=1-(1+t/\lambda)^{-\alpha} \qquad \alpha,\lambda,t>0 \qquad \text{.....(2)}$$

وبذلك فان دالة المعولية لهذا التوزيع ستكون:

$$R(t)=1-F(t)=(1+t/\lambda)^{-\alpha} \qquad \text{.....(3)}$$

وعليه فان دالة المخاطرة لهذا التوزيع ستكون كالآتي:

$$h(t)=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{\alpha}{t+\lambda} \qquad \text{.....(4)}$$

طرائق التقدير المستخدمة لتقدير معلمة الشكل ودالة المعولية علماً أن معلمة القياس معلومة هي:

1- طريقة الإمكان الأعظم:(Maximum Likelihood Method (M.L.E:-

تعتبر هذه الطريقة إحدى أهم طرائق التقدير والتي تهدف إلى جعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى،فإذا كانت لدينا عينة عشوائية $(t_1,,t_2,...,t_n)$ ، تتوزع وفقا لتوزيع Lomax بمعلمة الشكل(α) ومعلمة القياس(λ)، فان مقدر الإمكان الأعظم هو القيمة التي تجعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى ويمكن الحصول عليها باشتقاق لوغاريتم دالة الإمكان ومساواتها بالصفر، فإذا كانت (t) تتوزع وفقا لتوزيع Lomax بمعلمة الشكل(α) ومعلمة القياس(λ) فان دالة الإمكان ستكون كالآتي:

$$(t_i,\alpha,\lambda>0),\ i=1,2,...,n \qquad \text{.....(5)}$$

$$L(t_1,t_2,...,t_n;\alpha,\lambda)=\prod_{i=1}^{n} f(t_i;\alpha,\lambda)=(\alpha^n/\lambda^n)\prod_{i=1}^{n}(1+t_i/\lambda)^{-(\alpha+1)} \ ;$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين فان المعادلة السابقة تصبح كالآتي:

$$\ln(L)=n\log(\alpha)-n\log(\lambda)-(\alpha+1)\sum_{i=1}^{n}\log(1+t_i/\lambda) \qquad \text{.....(6)}$$

وبالاشتقاق الجزئي للمعادلة (6) بالنسبة للمعلمة (α) ،مع اعتبار(λ) معلومة ومساواتهما بالصفر نحصل على مقدر طريقة الإمكان الأعظم الآتي :

$$\hat{\alpha}_{mle}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\log(1+t_i/\lambda)} \qquad \text{.....(7)}$$

وبالاعتماد على خاصية الثبات التي تمتاز بها طريقة الامكان الاعظم فان مقدر الامكان الاعظم لدالة المعولية سيكون:

$$\hat{R}(t)_{mle}=(1+t/\lambda)^{-\hat{\alpha}_{mle}} \qquad \text{.....(8)}$$

2- طريقة الوسيط Median Method (M.M)

تعتمد هذه الطريقة المقترحة على مبدأ ان الوسيط هو القيمة التي تفصل البيانات الى جزئين متساويين،اي ان

$$F(t_{med})=1/2 \qquad \text{.....(9)}$$

وبالتعويض بدالة التوزيع الخاصة بتوزيع Lomax فان المعادلة السابقة ستصبح:

$$1-(1+t_{med}/\lambda)^{-\alpha}=1/2 \quad \text{.....(10)}$$

وباجراء بعض المعالجات الرياضية البسيطة ،فان مقدر الوسيط سيكون:

$$\hat{\alpha}_{median}=\frac{-\log(0.5)}{\log(1+t_{med}/\lambda)} \quad \text{.....(11)}$$

اذ ان:

t_{med} **:تمثل الوسيط للبيانات.**

وبسبب كون دالة المعولية من نوع (one-to-one) فان مقدر الامكان الاعظم لدالة المعولية سيكون:

$$\hat{R(t)}_{mm}=(1+t/\lambda)^{-\hat{\alpha}_{mm}} \quad \text{.....(12)}$$

3- طريقة بيز بالاعتماد على معلومات Jeffrey الأولية(BJ) [3],[4]

لتكن $(t_1,t_2,...,t_n)$ **عينة عشوائية تتوزع توزيع Lomax بمعلمة شكل** α **ومعلمة قياس** λ **،فان معلومات جيفري الأولية يتم حسابها وفق العلاقة التالية:**

$$g(\alpha)=k\sqrt{I(\alpha)} \quad \text{.....(13)}$$

إذ أن $I(\alpha)=-E\left(\frac{\partial^2 \log L}{\partial \alpha^2}\right)$ **:تمثل معلومات فيشر Fisher Information**

وبتطبيق العلاقة السابقة سوف نحصل:

$$g(\alpha)=k\frac{\sqrt{n}}{\alpha} \quad \text{.....(14)}$$

وللحصول على التوزيع اللاحق بالاعتماد على معلومات جيفري الأولية فسوف نطبق صيغة بيز التالية:

$$h(\alpha \setminus t_1,t_2,...,t_n)=\frac{L(t_1,t_2,...,t_n;\alpha,\lambda)g(\alpha)}{\int_0^{\infty} L(t_1,t_2,...,t_n;\alpha,\lambda)g(\alpha)d\alpha} \quad \text{.....(15)}$$

وبذلك فان:

..(16)

$$\int_0^{\infty} L(t_1,t_2,...,t_n;\alpha,\lambda)g(\alpha)d\alpha=\int_0^{\infty}\frac{\alpha^n}{\lambda^n}e^{-(\alpha+1)\sum_{i=1}^{n}\log(1+t_i/\lambda)}\frac{k\sqrt{n}}{\alpha}d\alpha=k\sqrt{n}e^{-\sum_{i=1}^{n}\log(1+t_i/\lambda)}\frac{\Gamma n}{\lambda^n\left[\sum_{i=1}^{n}\log(1+t_i/\lambda)\right]^n}$$

إذ إن:

$\Gamma.$ **:تمثل دالة كاما.**

وبذلك فان دالة الكثافة الاحتمالية الشرطية اللاحقة للمعلمة α **بوجود بيانات العينة** $(t_1,t_2,...t_n)$**ستكون:**

$$h(\alpha \setminus t_1,t_2,...,t_n)=\frac{\left[\sum_{i=1}^{n}\log(1+t_i/\lambda)\right]^n \alpha^{n-1}e^{-\sum_{i=1}^{n}\log(1+t_i/\lambda)\alpha}}{\Gamma n} \quad ; \quad \alpha>0 \quad \text{.....(17)}$$

وبالاعتماد على دالة الخسارة التربيعية squared Error Loss Function والتي تعد من دوال الخسارة الشائعة،فان مقدر بيز سوف يكون التوقع للتوزيع اللاحق السابق:

...(18)

$$\hat{\alpha}_{BJ} = \underset{post}{E}(\alpha) = \int_0^{\infty} \alpha \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} \log(1+t_i/\lambda)\right]^n \alpha^{n-1} e^{-\sum_{i=1}^{n} \log(1+t_i/\lambda)\alpha}}{\Gamma(n)} d\alpha = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \log(1+t_i/\lambda)}$$

كما أن مقدر بيز لدالة المعولية سيكون أيضاً التوقع لدالة المعولية بالاعتماد على التوزيع اللاحق وكما يأتي:

.....(19)

$$\hat{R(t)}_{BJ} = \underset{post}{E}(R(t)) = \int_0^{\infty} (1+t/\lambda)^{-\alpha} \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} \log(1+t_i/\lambda)\right]^n \alpha^{n-1} e^{-\sum_{i=1}^{n} \log(1+t_i/\lambda)\alpha}}{\Gamma(n)} d\alpha = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} \log(1+t_i/\lambda)}{\sum_{i=1}^{n} \log(1+t_i/\lambda) + \log(1+t/\lambda)}\right]^n$$

4- طريقة بيز بالاعتماد على معلومات Jeffrey الأولية الموسعة(BJE) [3],[4]

أن تعميم طريقة Jeffrey السابقة يكون من خلال الاعتماد على الفرض الآتي :

$$g(\alpha) \propto [I(\alpha)]^c \quad ، c \in R^+ \qquad \text{.....(20)}$$

وبذلك فان معلومات الأولية الموسعة ستأخذ الصيغة التالية:

$$g(\alpha) = \frac{k^c}{\alpha^c} \qquad \text{.....(21)}$$

إذ أن k ثابت.

فإذا كانت $(t_1, t_2, ..., t_n)$ عينة عشوائية تتوزع توزيع Lomax بمعلمة شكل α ومعلمة قياس λ ،فان التوزيع اللاحق بالاعتماد على معلومات جيفري الأولية الموسعة يتم الحصول عليها بتطبيق صيغة بيز التالية:

$$h(\alpha \setminus t_1, t_2, ..., t_n) = \frac{L(t_1, t_2, ..., t_n; \alpha, \lambda) g(\lambda)}{\int_0^{\infty} L(t_1, t_2, ..., t_n; \alpha, \lambda) g(\lambda) d\lambda} \qquad \text{.....(22)}$$

وبذلك فان:

..(23)

$$\int_0^{\infty} L(t_1, t_2, ..., t_n; \alpha, \lambda) g(\alpha) d\alpha = \int_0^{\infty} \frac{\alpha^n}{\lambda^n} e^{-(\alpha+1)\sum_{i=1}^{n} \log(1+t_i/\lambda)} \frac{k^c}{\alpha^c} d\alpha = k^c e^{-\sum_{i=1}^{n} \log(1+t_i/\lambda)} \frac{\Gamma(n-c+1)}{\lambda^n \left[\sum_{i=1}^{n} \log(1+t_i/\lambda)\right]^{n-c+1}}$$

إذ أن:

$\Gamma(.)$:تمثل دالة كاما.

وبذلك فان دالة الكثافة الاحتمالية الشرطية اللاحقة للمعلمة α بوجود بيانات العينة $(t_1, t_2, ...t_n)$ ستكون:

$$h(\alpha \setminus t_1, t_2, ..., t_n) = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} \log(1+t_i/\lambda)\right]^{n-c+1} \alpha^{n-c} e^{-\sum_{i=1}^{n} \log(1+t_i/\lambda)\alpha}}{\Gamma(n-c+1)} \quad ; \quad \alpha > 0 \qquad \text{.....(24)}$$

وهو توزيع $Gamma(\sum_{i=1}^{n} \log(1+t_i/\lambda), n-c+1)$ وبالاعتماد على دالة الخسارة التربيعية squared Error Loss Function والتي تعتبر من دوال الخسارة الشائعة،فان مقدر بيز سوف يكون التوقع للتوزيع اللاحق السابق:

$$\hat{\alpha}_{BJE} = \underset{post}{E}(\alpha) = \frac{n-c+1}{\sum_{i=1}^{n}\log(1+t_i/\lambda)} \qquad \text{.....(25)}$$

كما أن مقدر بيز لدالة المعولية سيكون أيضاً التوقع لدالة المعولية بالاعتماد على التوزيع اللاحق وكما يلي:

....(26)

$$\hat{R(t)}_{BJE} = \underset{post}{E}(R(t)) = \int_0^{\infty}(1+t/\lambda)^{-\alpha}\frac{\left[\sum_{i=1}^{n}\log(1+t_i/\lambda)\right]^{n-c+1}\alpha^{n-c}e^{-\sum_{i=1}^{n}\log(1+t_i/\lambda)\alpha}}{\Gamma(n-c+1)}d\alpha = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n}\log(1+t_i/\lambda)}{\sum_{i=1}^{n}\log(1+t_i/\lambda)+\log(1+t/\lambda)}\right]^{n-c+1}$$

الجانب التجريبي:

تم إجراء البحث باستخدام المحاكاة لغرض المقارنة بين الطرائق المختلفة تجريبياً،حيث يتميز هذا الأسلوب بالمرونة ويوفر الكثير من الوقت والجهد والمال وفيه يتم توليد البيانات نظرياً من دون الحصول عليها عملياً وأيضا دون الإخلال بدقة النتائج المطلوبة وتتلخص هذه الطريقة بالخطوات الآتية:

1-تحديد القيم الافتراضية:

لقد تم اختيار أربعة أحجام للعينات هي (10،15،25،50)، $(t = 0.5,1,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5,5,5.5,6,6.5,7,7.5,8,8.5,9,9.5,10)$ وقيم مختلفة أيضاً لمعلمات التوزيع الحقيقية وهي موضحة في الجدول الآتي:

جدول رقم (1)

يوضح القيم المختلفة للمعلمات المستخدمة في البحث

الحالات	α	λ	c
1	0.5	0.5	0.5
2	0.5	1	0.5
3	0.5	1.5	0.5
4	0.5	0.5	1
5	0.5	1	1
6	0.5	1.5	1
7	1	0.5	0.5
8	1	1	0.5
9	1	1.5	0.5
10	1	0.5	1
11	1	1	1
12	1	1.5	1
13	1.5	0.5	0.5
14	1.5	1	0.5
15	1.5	1.5	0.5
16	1.5	0.5	1
17	1.5	1	1
18	1.5	1.5	1

2- توليد البيانات:

وفيها يتم توليد البيانات التي تخضع لتوزيع Lomaxأ لكل قيمة من قيم المعلمات الافتراضية وحجم العينة المحدد في الخطوة (1) ويتم من خلال:

أ- توليد أرقام عشوائية U_i تتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة $(0,1)$.

$$U_i \sim U(0,1) \ , \ i = 1,...,n \qquad \text{.....(27)}$$

U_i:يمثل متغير عشوائي مستمر يتم توليده باستخدام الحاسبة الالكترونية وفقاً للصيغة $U = Rand$.

ب- تحويل البيانات المولدة في الخطوة (أ)والتي تتبع التوزيع المنتظم إلى بيانات تتبع توزيع Lomax، و باستخدام دالة التوزيع التجميعية وحسب طريقة التحويل المعكوس ينتج:

.....(28)

$$F(x_i;\alpha,\lambda)=1-(1+t_i/\lambda)^{-\alpha}$$

ومن ثم فان:

$$U=1-(1+t_i/\lambda)^{-\alpha} \quad \text{.....(29)}$$

وبإجراء بعض العمليات الجبرية البسيطة ينتج:

$$t_i=-\lambda\left[1-(1-U)^{-1/\alpha}\right] \quad \text{.....(30)}$$

ج- في هذه المرحلة يتم تقدير معلمات توزيع Lomax ولكافة الطرائق المبينة سابقاً وبالاعتماد على (t_i) المولدة في الخطوة (ب) ولغرض الوصول للمقدر لأفضل فقد تم الاعتماد على المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطأ التكاملي اس للمقارنة والذي يأخذ الصيغة الآتية :

$$IMSE(R^{\wedge}(t))=\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\left\{\frac{1}{n_t}\sum_{j=1}^{n_t}(R_i^{\wedge}(t_j)-R_i^{\wedge}(t_j))^2\right\}=\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}MSE(R_i^{\wedge}(t)) \quad \text{.....(31)}$$

إذ إن:

n_t **:تمثل عدد قيم المتغير (t_i) من الحد الأدنى إلى الحد الأعلى.**

L **:تمثل عدد مرات تكرار التجربة.**

ولحجم مكرر(L=1000) وبالاعتماد على البرنامج الذي تم كتابته ، فان الجدول من رقم (2) يبين نتائج هذه البحث.

جدول رقم (2)

يبين قيم متوسط مربعات الخطأ لجميع الطرائق وأحجام العينات المستخدمة في تجربة المحاكاة

Case	elpha	lemda	c	n	Mle	median	bayes Jeffery	bayes Extended	ترتيب افضلية الطرائق			
									mle	median	bayes Jeffery	bayes Extended
1	0.5	0.5	0.5	10	0.011149424	0.018633892	0.01022855	0.010229577	3	4	1	2
				15	0.007941833	0.014366525	0.00748717	0.007477644	3	4	2	1
				25	0.004689535	0.00960216	0.004518362	0.00451474	3	4	2	1
				50	0.002156804	0.004367715	0.002128122	0.002116383	3	4	2	1
2		1	0.5	10	0.011160608	0.018868389	0.010177687	0.010415096	3	4	1	2
				15	0.007881724	0.014880791	0.007309856	0.007513851	3	4	1	2
				25	0.004374859	0.008435352	0.004170941	0.004250909	3	4	1	2
				50	0.00211735	0.004464939	0.002073553	0.002086594	3	4	1	2
3		1.5	0.5	10	0.010252592	0.017961703	0.009170172	0.009741324	3	4	1	2
				15	0.007722308	0.013493872	0.007227177	0.007446183	3	4	1	2
				25	0.004223204	0.007955566	0.004053564	0.004132251	3	4	1	2
				50	0.002119952	0.004288727	0.002062292	0.002101327	3	4	1	2
4	0.5	0.5	1	10	0.011380488	0.019125595	0.01048348	0.01048348	3	4	1	1
				15	0.007685158	0.013397497	0.007175316	0.007175316	3	4	1	1
				25	0.004339615	0.008562748	0.004200055	0.004200055	3	4	1	1
				50	0.002515447	0.004858745	0.002466267	0.002466267	3	4	1	1
5		1	1	10	0.011341463	0.01988791	0.01020286	0.01020286	3	4	1	1
				15	0.007375284	0.014203079	0.006842201	0.006842201	3	4	1	1
				25	0.004354108	0.008490213	0.004180178	0.004180178	3	4	1	1
				50	0.002323052	0.004724547	0.002265197	0.002265197	3	4	1	1
6		1.5	1	10	0.011019074	0.01765613	0.00992417	0.00992417	3	4	1	1
				15	0.006749655	0.01293394	0.006293583	0.006293583	3	4	1	1

				25	0.004426802	0.008462046	0.004221257	0.004221257	3	4	1	1
				50	0.002137517	0.004342827	0.002090933	0.002090933	3	4	1	1
7	1	0.5	0.5	10	0.005358516	0.010783599	0.005955466	0.005276984	2	4	3	1
				15	0.00404458	0.008136706	0.004323884	0.003994676	2	4	3	1
				25	0.002305206	0.004517582	0.002464393	0.002312208	1	4	3	2
				50	0.001121313	0.002370219	0.001151416	0.001119418	2	4	3	1
8		1	0.5	10	0.007520464	0.014198109	0.007711961	0.007711961	1	4	2	2
				15	0.005332262	0.01067154	0.005400041	0.005400041	1	4	2	2
				25	0.003188738	0.006318382	0.003196941	0.003196941	1	4	2	2
				50	0.001511163	0.00320329	0.001519112	0.001519112	1	4	2	2
9		1.5	0.5	10	0.008857872	0.015251064	0.008443016	0.00820385	3	4	2	1
				15	0.006648348	0.011834556	0.006556326	0.006324827	3	4	2	1
				25	0.003670899	0.007310523	0.00357479	0.003540271	3	4	2	1
				50	0.002039679	0.003904086	0.002013241	0.002001865	3	4	2	1
10		0.5	1	10	0.005497272	0.011195123	0.006086535	0.006086535	1	4	2	2
				15	0.003676703	0.007513089	0.004009591	0.004009591	1	4	2	2
				25	0.00235896	0.004465387	0.002422313	0.002422313	1	4	2	2
				50	0.00124581	0.002398765	0.001288025	0.001288025	1	4	2	2
11		1	1	10	0.008196083	0.013638079	0.008223063	0.008223063	1	4	2	2
				15	0.005738301	0.011346426	0.005773298	0.005773298	1	4	2	2
				25	0.003510828	0.006691362	0.003522512	0.003522512	1	4	2	2
				50	0.001741056	0.003447697	0.001745156	0.001745156	1	4	2	2
12		1.5	1	10	0.009625355	0.016524762	0.009213446	0.009213446	3	4	1	1
				15	0.006597808	0.011799136	0.006386514	0.006386514	3	4	1	1
				25	0.004010388	0.007788838	0.003916999	0.003916999	3	4	1	1
				50	0.001912646	0.003613305	0.001909147	0.001909147	3	4	1	1
13	1.5	0.5	0.5	10	0.002789208	0.005444644	0.00349633	0.002969745	1	4	3	2
				15	0.001889181	0.004127557	0.002170594	0.001961897	1	4	3	2
				25	0.001076124	0.002302595	0.001166459	0.001100466	1	4	3	2
				50	0.000620909	0.00124934	0.000645236	0.000627835	1	4	3	2
14		1	0.5	10	0.004625505	0.009443451	0.005310298	0.004682277	1	4	3	2
				15	0.003035214	0.006068424	0.003308072	0.003053511	1	4	3	2
				25	0.001900786	0.003702661	0.001979253	0.001899592	2	4	3	1
				50	0.001007814	0.002081593	0.001037321	0.001011189	1	4	3	2
15		1.5	0.5	10	0.006024936	0.011324452	0.006455151	0.005873411	2	4	3	1
				15	0.003925686	0.007923515	0.004049848	0.003836588	2	4	3	1
				25	0.002381707	0.004983378	0.002453496	0.002355386	2	4	3	1
				50	0.001257319	0.002546426	0.001278008	0.001250608	2	4	3	1
16	1.5	0.5	1	10	0.002859076	0.006074979	0.003652759	0.003652759	1	4	2	2
				15	0.00191565	0.003874785	0.002225585	0.002225585	1	4	2	2
				25	0.001136363	0.002444482	0.00123957	0.00123957	1	4	2	2
				50	0.000543178	0.00109172	0.000569863	0.000569863	1	4	2	2
17		1	1	10	0.004940131	0.009202607	0.005727838	0.005727838	1	4	2	2
				15	0.003267047	0.006821695	0.003594101	0.003594101	1	4	2	2
				25	0.001793245	0.0037717	0.001860208	0.001860208	1	4	2	2

				50	0.000943228	0.002036651	0.000965149	0.000965149	1	4	2	2
18		1.5	1	10	0.006602057	0.012017226	0.007103477	0.007103477	1	4	2	2
				15	0.004310838	0.008174263	0.004553798	0.004553798	1	4	2	2
				25	0.002444293	0.004840462	0.002529626	0.002529626	1	4	2	2
				50	0.001240933	0.002518624	0.001265052	0.001265052	1	4	2	2

	n	MLE	MOM	Mlinex	OLS	ترتيب افضلية الطرائق			
						MLE	Mom	Mlinex	OLS
1	10	0.023688713	0.018290155	0.026248311	2.115049449	2	1	3	4
	25	0.009832721	0.008838716	0.010311517	1.763197511	2	1	3	4
	50	0.005080701	0.004826324	0.005243936	1.662185921	2	1	3	4
	100	0.002479256	0.002424861	0.002547903	1.639830038	2	1	3	4
2	10	0.025482207	0.019705309	0.045288115	2.138076696	2	1	3	4
	25	0.00935068	0.008361355	0.012048494	1.784714759	2	1	3	4
	50	0.00563829	0.005326421	0.006326742	1.701639488	2	1	3	4
	100	0.002449906	0.0023756	0.002588204	1.625461547	2	1	3	4
3	10	0.025098879	0.025073695	0.040586564	2.02643238	2	1	3	4
	25	0.011368575	0.011610302	0.014634889	1.795016257	1	2	3	4
	50	0.004521848	0.00447139	0.005087907	1.683101429	2	1	3	4
	100	0.002354233	0.002361558	0.002532429	1.671334433	1	2	3	4
4	10	0.024283435	0.024323425	0.065768029	2.155908481	1	2	3	4
	25	0.01005268	0.009916699	0.016280995	1.723017246	2	1	3	4
	50	0.005308766	0.005286396	0.006926766	1.693707478	2	1	3	4
	100	0.002330794	0.002307664	0.002670993	1.634901141	2	1	3	4
5	10	0.100804227	0.079108966	0.092505076	0.563506929	3	1	2	4
	25	0.0402237	0.035855696	0.039369416	0.53707622	3	1	2	4
	50	0.01923546	0.0183717	0.018802454	0.542439162	3	1	2	4
	100	0.010139398	0.009881879	0.010047511	0.575720033	3	1	2	4
6	10	0.101401681	0.078228221	0.138765937	0.561634215	2	1	3	4
	25	0.040419277	0.036315911	0.045880295	0.559142429	2	1	3	4
	50	0.021516125	0.020287604	0.023155946	0.559633774	2	1	3	4
	100	0.009765245	0.009522659	0.010029582	0.575212246	2	1	3	4
7	10	0.096749498	0.067187151	0.087904958	0.514837598	3	1	2	4
	25	0.040132092	0.0344068	0.03810743	0.530393126	3	1	2	4
	50	0.020906777	0.019329491	0.020338937	0.563027559	3	1	2	4
	100	0.009971481	0.009584276	0.009829826	0.574706199	3	1	2	4
8	10	0.107172761	0.074425528	0.158300565	0.534696133	2	1	3	4
	25	0.040471351	0.034697661	0.045438592	0.541072986	2	1	3	4
	50	0.020872024	0.01929736	0.021736176	0.566774756	2	1	3	4
	100	0.010401075	0.009997188	0.010764802	0.574972438	2	1	3	4
9	10	0.026101673	0.020203372	0.023721111	2.047057568	3	1	2	4
	25	0.009910893	0.008966032	0.009657823	1.749599806	3	1	2	4
	50	0.005086121	0.004833675	0.005018306	1.661190964	3	1	2	4
	100	0.002658895	0.002591914	0.002641167	1.62501702	3	1	2	4
10	10	0.026058976	0.020450567	0.063095236	2.114885274	2	1	3	4
	25	0.010331634	0.009295416	0.015219774	1.771795807	2	1	3	4
	50	0.005081018	0.004814005	0.006237127	1.670348988	2	1	3	4
	100	0.002509672	0.002438262	0.002766185	1.62972279	2	1	3	4
11	10	0.025596941	0.024899355	0.031577453	2.518217619	2	1	3	4
	25	0.010590186	0.010621042	0.011883764	1.764520937	1	2	3	4
	50	0.005389228	0.005389745	0.005718223	1.683605404	1	2	3	4
	100	0.002449762	0.002433863	0.002508437	1.615348075	2	1	3	4
12	10	0.027496697	0.0270139	0.090650107	2.050142041	2	1	3	4
	25	0.009561085	0.009890327	0.019295994	1.707787576	1	2	3	4
	50	0.004806957	0.004792931	0.006921046	1.636718777	1	2	3	4
	100	0.002451225	0.002487039	0.003070136	1.664468391	1	2	3	4
	N	MLE	MOM	Mlinex	OLS	ترتيب افضلية الطرائق			
						MLE	MOM	Mlinex	OLS
13	10	0.093162778	0.073557719	0.077124053	0.542925777	3	1	2	4

	25	0.039518915	0.035596779	0.036550319	0.544535005	3	1	2	4
	50	0.019053859	0.018070104	0.018315658	0.561832884	3	1	2	4
	100	0.009980872	0.009728543	0.009784408	0.577940267	3	1	2	4
14	10	0.102355957	0.078084013	0.184913279	0.546100089	2	1	3	4
	25	0.037181394	0.033394656	0.04760315	0.546476777	2	1	3	4
	50	0.018623936	0.017737306	0.020674013	0.55952656	2	1	3	4
	100	0.009803627	0.009556331	0.010344018	0.579541028	2	1	3	4
15	10	0.105679522	0.073388557	0.082470117	0.551147529	3	1	2	4
	25	0.03921135	0.033617412	0.035199263	0.543406835	3	1	2	4
	50	0.01997954	0.018472208	0.018931619	0.556105729	3	1	2	4
	100	0.010634868	0.010221903	0.010305644	0.583108937	3	1	2	4
16	10	0.100338281	0.069679362	0.177541093	0.506026349	2	1	3	4
	25	0.043411223	0.037218127	0.055852003	0.532911682	2	1	3	4
	50	0.019979952	0.018472589	0.022556525	0.565309128	2	1	3	4
	100	0.009569258	0.009197672	0.010139236	0.576631541	2	1	3	4

الاستنتاجات:

من الجدول رقم (2) تبين الآتي:

1- أظهرت نتائج المحاكاة بان طريقة بيز الموسعة المعتمدة على دالة الخسارة التربيعية كانت أفضل وأكفاء طريقة لأنها حققت اقل(IMSE) في حالة القيم الصغيرة للمعلمات وكانت طريقة الأمكان الأعظم أفضل طريقة في حالة القيم الكبيرة للمعلمات و لجميع أحجام العينات المستخدمة في البحث .

2- أظهرت نتائج المحاكاة بان طريقة بيز المعتمدة على معلومات جيفري كانت ثاني أفضل وأكفاء طريقة على التوالي تقريبا لأنها حققت ثاني اقل(IMSE) لجميع الحالات وأحجام العينات المستخدمة في البحث .

3- أظهرت نتائج المحاكاة إن طريقة الوسيط كانت أسوء طريقة لجميع الحالات وأحجام العينات المستخدمة في البحث.

4- كانت قيم(IMSE) تتناقص مع ازدياد حجم العينة ولجميع الحالات وهذا يتطابق مع النظرية الإحصائية، مما يؤكد صحة الجانب النظري من هذا البحث حول سلوك هذه الدالة.

التوصيات:

1- يمكن اعتماد طريقة بيز الموسعة المعتمدة على دالة الخسارة التربيعية في البحوث التي تتطلب تقدير دالة المعولية وللقيم الصغيرة للمعلمات وطريقة الامكان الاعظم للقيم الكبيرة للمعلمات لتوزيع Lomax .

يوصي الباحث بتطوير البحث ليشمل حالة تقدير المعلمتين ودالة المعولية وفي حالة البيانات تحت المراقبة وبشكل مفصل .

المصادر :-

1- Lomax,K.S., (1954)."Business Failures.Another Example of the Analysis of Failure Data".
JASA,vol.49,pp.847-852 vol.7, pp.23-30.

2- Ashour,S.K,Abd Fattah,A.A and Mohamed,B.S.(2011)."Parameter Estimation of the Hybrid Censored Lomax Distribution".Pak.J.Stat.Oper.Res.vol,vii,No.1,pp 1-19.

3- Omari,M.A,Kutubi,H,S and brahim,N,A .(2010).''Comparison of the Bayesian and Maximum
Likelihood Estimation for weibull distribution"J.Math&Stat6(2),100-104.

4-Kutubi,H,S and brahim,N,A .(2009).''Bayes estimator for exponential distribution with extension of Jeffery prior information"Malaysian.J.Math&Sci.3(2),297-313.

……..

……..

……..