المصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة

م.د. اسماء زياد محمد م.د. انس سالم يونس أ.م.د. هدى اسماعيل خالد

جامعة الموصل / كلية التربية الأساسية / قسم الرياضيات جامعة تلعفر/ كلية التربية الأساسية / قسم الرياضيات

(قدم للنشر في ٢٠١٩/٥/٢ ، قبل للنشر في ٢٠١٩/٦/١١)

ملخص البحث:

المصفوفات "الضبابية النيوتروسوفكية المربعة" هي حالة خاصة من "المصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية" المستطيلة. في هذه البحث سوف نعرف المصفوفة الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة مع عمليات الجمع والضرب التي تعرف عليها مع عدد من خصائص هذه المصفوفات، وأخيراً يتم إعطاء الأمثلة العددية لشرح هذه الخصائص.

الكلمات المفتاحية: المجاميع النيوتروسوفكية، المصفوفات "الضبابية النيوتروسوفكية المربعة" .

The Rectangle Neutrosophic Fuzzy Matrices

Abstract:

The "square neutrosophic fuzzy" matrices is a special case of the "rectangle neutrosophic fuzzy" matrices. In this paper, the "rectangle neutrosophic fuzzy" matrix is defined with the operations of addition and multiplication that defined on it with numbers of properties of these matrices. Finally, some numerical examples are given to explain these properties.

Keywords: Neutrosophic sets, Square neutrosophic fuzzy matrices(SNFM).

١ المقدمة

في العام ١٩٩٨ [١] ، تم تقديم نظرية جديدة من قبل العالم "فلورنتين سماراندكة" والتي تعرف باسم "المنطق النيوتروسوفكي" وهو المنطق الذي يعتبر أن كل قضية لها درجة من الصدق (T)، درجة من عدم التعيين(التحديد) (I) ودرجة من الكذب (F) . ان المصفوفات الاعتيادية تلعب دوراً هاماً في العلوم والتكنولوجيا ولكن في بعض الأحيان تفشل نظرية المصفوفات الكلاسيكية(الاعتيادية) في حل المشاكل التي تنطوي على عدم اليقين(التحديد) والتي تحدث في حالات غير دقيقة وفي العام ٢٠٠٤ [٢] ، قام كل من العالمان كانداسامي و فلورنتين سماراندكة بتطوير "المصفوفات الضبابية" لتمثيل العلاقة الضبابية في نظام مبني على نظرية المجموعة الضبابية وكذلك في العام ٢٠١٤ ، أعطيت خصائص المصفوفات الضبابية النيوتروسوفية المربعة بواسطة كل من العلماء ماموني دهار، سيد برومي و فلورنتين سماراندكة [٣].

ان الهدف الرئيسي من هذا البحث هو تقديم نوع جديد من المصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية والتي تسمى بـ المصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة والتي عناصرها لها الصيغة الاتية وكما يلي: $a + Ib$ (عدد نيوتروسوفكي) ، حيث ان a, b هي عناصر تنتمي إلى الفترة $[0,1]$ ، وأن I هي قيمة غير محددة. أعطينا تعريف المصفوفة الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة في بحثنا هذا . ان هذا البحث يتكون من الأجزاء الأربعة الاتية الجزء الأول يمثل مقدمة عن البحث في حين أن الجزء الثاني يحتوي على التعاريف الاساسية الأولية للبحث كما يتضمن الجزء الثالث خصائص المصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة مع أمثلة عددية لشرح هذه الخصائص والجزء الرابع والاخير يتضمن الاستنتاجات التي توصلنا اليها من البحث.

٢ المفاهيم والتعاريف الأساسية

في هذا الجزء تم استحضار المفاهيم الأساسية التي تخص البحث والتي هي كلاً مما يأتي: المجموعة النيوتروسوفكية، المجموعة النيوتروسوفكية مفردة القيمة، المصفوفات النيوتروسوفكية المستطيلة، المصفوفات النيوتروسوفكية التكاملية، المصفوفة النيوتروسوفكية الضبابية، المصفوفة الضبابية.

٢- ١تعريف [١],[٤]

لتكن U هي المجموعة الشاملة فأن المجموعة A هي مجموعة نيوتروسوفكية تمتلك عناصرها الصيغة الاتية

$A = \{< x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) >, x \in U\}$ حيث ان الدوال

$T, I, F: U \rightarrow]^-0, 1^+[$ تعرف كما يلي (درجة العضوية(الصدق)، درجة عدم التحديد، درجة اللاعضوية(الكذب)على التوالي لأي عنصر مثل x ينتمي الى U للمجموعة A التي تحقق الشرط الاتي:

$$^-0 \le T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \le 3^+$$

٢-٢ تعريف [١],[٤]

اذا كانت X هي المجموعة الشاملة فأن المجموعة A هي مجموعة نيوتروسوفكية في X وتمثل بدالة عضوية صادقة $T_A(x)$, ودالة عضوية غير محددة $I_A(x)$, ودالة عضوية كاذبة $F_A(x)$, ,

حيث ان الدوال $T, I, F: X \rightarrow [0,1]$ وان

$< T_A(x), I_A(x), F_A(x) >$ هي قيمة مفردة للعنصر النيوتروسوفكي أو عنصر نيوتروسوفكي مبسط للمجموعة A .

وهذا يعني ان المجموعة A هي مجموعة نيوتروسوفكية مفردة القيمة على المجموعة الشاملة المنتهية $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ والتي تمثل كما يلي:

$$A = \sum_{i=1}^{n} \frac{< T_A(x_i), I_A(x_i), F_A(x_i) >}{x_i}, x_i \epsilon X$$

حيث ان X هو متغير متقطع.

مثال (١)

اذا كانت X هي المجموعة الشاملة بحيث ان $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ وتمثل مجموعة فحوصات يقوم بها المريض لاختبار الحالة الصحية له وهذه الفحوصات هي كالاتي: x_1 يمثل قياس ضغط الدم، x_2 يمثل قياس نسبة السكر في الدم، x_3 يمثل قياس نسبة الكالسيوم في الدم، x_4 يمثل قياس نسبة الدهون في الدم ، وقيم هذه المتغيرات x_1, x_2, x_3, x_4 هي تقع ضمن الفترة المغلقة [0,1] ويتم الحصول عليها من استبيان بعض خبراء المجال الصحي، وان خيارهم يمكن أن يكون كما يلي: على درجة من صحة جيدة، درجة من صحة غير محددة درجة من صحة سيئة. فان المجموعة A هي مجموعة نيوتروسوفكية مفردة القيمة لـ X وتعرف كما يلي:

$$A =< 0.5,0.4,0.8 >/x_1 + < 0.4,0.3,0.7 >/x_2 + < 0.3,0.4,0.6 >/x_3 + < 0.3,0.5,0.8 >/x_4$$

٢-٣ تعريف [٣]

يرمز للمصفوفة المستطيلة بالرمز

$M_{m\times n} = \{(a_{ij})/a_{ij} \in K(I)\}$، حيث ان $K(I)$ هو الحقل النيوتروسوفكي ، ونقول بأن $M_{m\times n}$ هي المصفوفة النيوتروسفكية المستطيلة.

مثال (٢):

يرمز إلى الحقل النيوتروسوفكي بالرمز $Q(I) < Q \cup I >$،

فإذا كان m = 2 ؛ n = 3 في التعريف ٣.٢ ، عندئذ يكون لدينا :

$$M_{2\times3} = \begin{bmatrix} -2 & I & 2I \\ 3 & 0 & 3I \end{bmatrix}$$

فان المصفوفة $M_{2\times3}$ المذكورة اعلاه تدل على "المصفوفة النيوتروسفكية" ، والتي عناصرها تتكون من الاعداد النيوتروسفكية.

٢-٤ تعريف

اذا كان $N = [0,1]$، حيث أن I هو اللاتحديد . تُعرّف المصفوفات النيوتروسوفكية التكاملية الضبابية من السعة $m \times n$ والتي يرمز لها بالرمز $M_{m\times n}$ وتعرف على النحو التالي:

$$M_{m\times n} = \{(a_{ij})/a_{ij} \in [0,1] \cup \mathrm{I}\}$$

مثال (٣):

المصفوفة B بسعة ٣ × ٢ هي عبارة عن مصفوفة نيوتروسوفكية تكاملية ضبابية، حيث انها تعرف كما يلي:

$$\mathrm{B} = \begin{bmatrix} 0.2 & \mathrm{I} & \mathrm{I} \\ 0.3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

٢-٥ تعريف [١]

اذا كانت $N_s = [0,1] \cup \{n\mathrm{I}/n \in (0,1]\}$ ، حيث أن N_s هي المجموعة التي تسمى "المجموعة النيوتروسوفكية الضبابية" فأننا نسمي المصفوفة $M_{m\times n} = \{(a_{ij})/a_{ij} \in N_s\}$ التي عناصرها من المجموعة N_s بالمصفوفات النيوتروسوفكية الضبابية.

مثال (٤):

ليكن $N_s = [0,1] \cup \{n\mathrm{I}/n \in (0,1]\}$ فان المصفوفة C من السعة (السعة) 3× 2 هي مصفوفة نيوتروسوفكية ضبابية وكما يلي:

$$\mathrm{C} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5\mathrm{I} & \mathrm{I} \\ 0.34\mathrm{I} & 0.829 & 0.7 \end{bmatrix}$$

٢-٦ تعريف [٣] ، [٥]

المصفوفة الضبابية المستطيلة A هي المصفوفة التي جميع عناصرها تنتمي الى الفترة المغلقة [0,1] بحيث ان

$$A_{m\times n} = [a_{ij}]_{m\times n}; a_{ij} \in A$$

مثال (٥):

المصفوفة الضبابية المستطيلة A والتي تتكون من صفين وثلاث أعمدة هي كما يلي:

$$A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.7 & 0.64 \\ 0.3 & 0.8 & 0.13 \end{bmatrix}.$$

٣ المصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة

في هذا الجزء اعطينا تعريف المصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة مع عمليتي الجمع والضرب لهذه المصفوفات وعدد من الخصائص والامثلة العددية التي تحققها .

٣-١-١تعريف:

تعرف المصفوفة A بأنها مصفوفة ضبابية نيوتروسوفكية مستطيلة، من سعة $m \times n$ ، حيث ان عناصرها لها الصيغة a+Ib وان العناصر a,b تنتمي للفترة المغلقة [0,1] وان I يمثل اللاتحديد ويحقق $I^n = I$ ، حيث ان n هو عدد صحيح موجب، ، واذا كانت المصفوفة A من السعة 2×3 فان المصفوفة A لها الصيغة الاتية:

$$A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} a_1 + \mathrm{I}b_1 & a_2 + \mathrm{I}b_2 & a_3 + \mathrm{I}b_3 \\ a_4 + \mathrm{I}b_4 & a_5 + \mathrm{I}b_5 & a_6 + \mathrm{I}b_6 \end{bmatrix}.$$

٣-١-٢ تعريف:

اذا كانت المصفوفة A هي مصفوفة ضبابية نيوتروسوفكية مستطيلة من سعة $m \times n$، فأن مدور هذه المصفوفة يرمز له بالرمز A^T من السعة $n \times m$.

٣-٢ خاصيتي الجمع والضرب للمصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة

في هذه الفقرة اعطينا تعريفي الجمع والضرب للمصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة مع عدد من الخصائص التي تحققها وعدد من الامثلة العددية التي توضح هذه الخصائص.

٣-٢-١ خاصية الجمع للمصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة

اذا كان لدينا مصفوفتين ضبابيتين نيوتروسوفكيتين مستطيلتين من نفس السعة وكما يلي:

$$A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} a_1 + \mathrm{I}b_1 & a_2 + \mathrm{I}b_2 & a_3 + \mathrm{I}b_3 \\ a_4 + \mathrm{I}b_4 & a_5 + \mathrm{I}b_5 & a_6 + \mathrm{I}b_6 \end{bmatrix}.$$

$$B_{2\times 3} = \begin{bmatrix} c_1 + \mathrm{I}d_1 & c_2 + \mathrm{I}d_2 & c_3 + \mathrm{I}d_3 \\ c_4 + \mathrm{I}d_4 & c_5 + \mathrm{I}d_5 & c_6 + \mathrm{I}d_6 \end{bmatrix}.$$

فإننا نعرف حاصل جمع المصفوفتين كما يلي:

$$A + B = [C_{ij}]_{2\times 3}$$

حيث ان

$$\mathrm{C}_{11} = \max(\mathrm{a}_1, \mathrm{c}_1) + \mathrm{I}\max(\mathrm{b}_1, \mathrm{d}_1)$$
$$\mathrm{C}_{12} = \max(\mathrm{a}_2, \mathrm{c}_2) + \mathrm{I}\max(\mathrm{b}_2, \mathrm{d}_2)$$
$$\mathrm{C}_{13} = \max(\mathrm{a}_3, \mathrm{c}_3) + \mathrm{I}\max(\mathrm{b}_3, \mathrm{d}_3)$$
$$\mathrm{C}_{21} = \max(\mathrm{a}_4, \mathrm{c}_4) + \mathrm{I}\max(\mathrm{b}_4, \mathrm{d}_4)$$
$$\mathrm{C}_{22} = \max(\mathrm{a}_5, \mathrm{c}_5) + \mathrm{I}\max(\mathrm{b}_5, \mathrm{d}_5)$$
$$\mathrm{C}_{23} = \max(\mathrm{a}_6, \mathrm{c}_6) + \mathrm{I}\max(\mathrm{b}_6, \mathrm{d}_6)$$

٣-٢-٢ خصائص عملية الجمع للمصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة

ان المصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة مع عملية الجمع تحقق الخصائص الاتية:

(1) A+0 = 0+A=A
(2) A+A = A
(3) A+B = B+A
(4) (A+B)+C = A+(B+C).
(5) $(A^T)^T = A$.

٣-٢-٣ عملية الضرب للمصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة

اذا كان لدينا المصفوفتين الضبابيتين النيوتروسوفكيتين المستطيليتين الاتيتين

$A_{m\times n} = [a_{ij} + \mathrm{I}b_{ij}]_{m\times n}, B_{n\times k} = [c_{ij} + \mathrm{I}d_{ij}]_{n\times k}$.

فإننا نعرف حاصل ضربهما بمصفوفة جديدة مثل= $C_{m\times k}$

$A_{m\times n}.B_{n\times k}$ حيث ان شرط ضرب هاتين المصفوفتين هو ان يكون عدد اعمدة المصفوفة الاولى A يساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية B وكما يلي:

$$A.B = C = [\max(\min(a_{ij}, c_{ji})) + \mathrm{I}\max(\min(b_{ij}, d_{ji}))]$$

٣-٢-٤ خصائص عملية الضرب للمصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة

1) $A_{m\times n}.\mathrm{I}_{n\times n} = A_{m\times n}; .\mathrm{I}_{n\times n}.A_{n\times m} = A_{n\times m}$

حيث ان $\mathrm{I}_{n\times n}$ هي مصفوفة التحايد، اذا كان n=3 فأن مصفوفة التحايد تعرف كما يأتي:

$$\mathrm{I}_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 1+\mathrm{I} & 0 & 0 \\ 0 & 1+\mathrm{I} & 0 \\ 0 & 0 & 1+\mathrm{I} \end{bmatrix}$$

(2) $A.0 = 0.A = 0$

(3) $A.B \neq B.A$

(4) $(A.B).C = A.(B.C)$.

٣-٢-٥ الخاصية التوزيعية

ان قانون التوزيع يتحقق لثلاث مصفوفات ضبابية نيوتروسوفكية مستطيلة وكما يأتي:

$$A.(B + C) = (A.B) + (A.C).$$

٣-٢-٦ الامثلة العددية

مثال (١):

اذا كانت لدينا ثلاث مصفوفات ضبابية نيوتروسوفكية مستطيلة ولهما السعة ذاته وكما يأتي:

$$A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 0.1+\mathrm{I}0.2 & 0.4+\mathrm{I}0.6 & 0.2+\mathrm{I}0.7 \\ 0.3+\mathrm{I}0.3 & 0.8+\mathrm{I}0.4 & 0.9+\mathrm{I}0.8 \end{bmatrix}$$

$$B_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 0.8+\mathrm{I}0.1 & 0.8+\mathrm{I}0.3 & 0.5+\mathrm{I}0.1 \\ 0.3+\mathrm{I}0.7 & 0.2+\mathrm{I}0.7 & 0.2+\mathrm{I}0.3 \end{bmatrix}$$

$$C_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 0.1+\mathrm{I}0.3 & 0.5+\mathrm{I}0.7 & 0.1+\mathrm{I}0.9 \\ 0.1+\mathrm{I}0.8 & 0.4+\mathrm{I}0.9 & 0.3+\mathrm{I}0.5 \end{bmatrix}$$

فأن جميع الخصائص المذكورة في الفقرة (٣-٢-٢) تتحقق باستعمال تعريف الجمع للمصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة وكما يأتي:

(1)

$$A + 0 = 0 + A = \begin{bmatrix} 0.1+\mathrm{I}0.2 & 0.4+\mathrm{I}0.6 & 0.2+\mathrm{I}0.7 \\ 0.3+\mathrm{I}0.3 & 0.8+\mathrm{I}0.4 & 0.9+\mathrm{I}0.8 \end{bmatrix} = A$$

(2) $A + A = \begin{bmatrix} 0.1+\mathrm{I}0.2 & 0.4+\mathrm{I}0.6 & 0.2+\mathrm{I}0.7 \\ 0.3+\mathrm{I}0.3 & 0.8+\mathrm{I}0.4 & 0.9+\mathrm{I}0.8 \end{bmatrix} = A$

(3) $A + B \begin{bmatrix} 0.8+\mathrm{I}0.2 & 0.8+\mathrm{I}0.6 & 0.5+\mathrm{I}0.7 \\ 0.3+\mathrm{I}0.7 & 0.8+\mathrm{I}0.7 & 0.9+\mathrm{I}0.8 \end{bmatrix} = B + A$

(4) $(A + B) + C = \begin{bmatrix} 0.8+\mathrm{I}0.3 & 0.8+\mathrm{I}0.7 & 0.5+\mathrm{I}0.9 \\ 0.3+\mathrm{I}0.8 & 0.8+\mathrm{I}0.9 & 0.9+\mathrm{I}0.8 \end{bmatrix}$

=A+(B+C)

(5) $(A^T)^T = \begin{bmatrix} 0.1+\mathrm{I}0.2 & 0.4+\mathrm{I}0.6 & 0.2+\mathrm{I}0.7 \\ 0.3+\mathrm{I}0.3 & 0.8+\mathrm{I}0.4 & 0.9+\mathrm{I}0.8 \end{bmatrix} = A$

مثال (٢):

اذا كانت لدينا ثلاث مصفوفات ضبابية نيوتروسوفكية مستطيلة مع تحقق شرط الضرب لها كما يأتي:

$$A_{2\times3}=\begin{bmatrix}0.3+I0.1 & 0.9+I0.3 & 0.1+I0.4\\ 0.5+I0.7 & 0.7+I0.2 & 0.6+I0.9\end{bmatrix}$$

$$B_{3\times2}=\begin{bmatrix}0.1+I0.9 & 0.3+I0.7\\ 0.2+I0.8 & 0.2+I0.8\\ 0.5+I0.2 & 0.4+I0.5\end{bmatrix}$$

$$C_{2\times3}=\begin{bmatrix}0.2+I0.3 & 0.7+I0.6 & 0.9+I0.2\\ 0.1+I0.8 & 0.1+I0.7 & 0.8+I0.3\end{bmatrix}$$

فان جميع الخصائص المذكورة في الفقرة (٣-٢-٤) تتحقق باستعمال تعريف الضرب للمصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة وكما يأتي:

1) $A_{2\times3}.I_{3\times3}=A_{2\times3}$

$$I_{3\times3}=\begin{bmatrix}1+I & 0 & 0\\ 0 & 1+I & 0\\ 0 & 0 & 1+I\end{bmatrix}$$

$$A.I=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12} & A_{13}\\ A_{21} & A_{22} & A_{23}\end{bmatrix}=A=\begin{bmatrix}0.3+I0.1 & 0.9+I0.3 & 0.1+I0.4\\ 0.5+I0.7 & 0.7+I0.2 & 0.6+I0.9\end{bmatrix}$$

$$(2) A.0=A.\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix}0.3+I0.1 & 0.9+I0.3 & 0.1+I0.4\\ 0.5+I0.7 & 0.7+I0.2 & 0.6+I0.9\end{bmatrix}$$

$$(3) A.B=D=\begin{bmatrix}D_{11} & D_{12}\\ D_{21} & D_{22}\end{bmatrix}\neq B.A=E=\begin{bmatrix}E_{11} & E_{12} & E_{13}\\ E_{21} & E_{22} & E_{23}\\ E_{31} & E_{32} & E_{33}\end{bmatrix},$$

لانهما ليستا من السعة ذاته.

$$(4)\ (A.B).C=A.(B.C),$$

حيث ان المصفوفات A,B,C تعرف بالصيغة الاتية:

$$A=\begin{bmatrix}0.3+I0.1 & 0.9+I0.3 & 0.1+I0.4\\ 0.5+I0.7 & 0.7+I0.2 & 0.6+I0.9\end{bmatrix}$$

$$,B=\begin{bmatrix}0.1+I0.9 & 0.3+I0.7\\ 0.2+I0.8 & 0.2+I0.8\\ 0.5+I0.2 & 0.4+I0.5\end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix}0.2+I0.3 & 0.7+I0.6 & 0.9+I0.2\\ 0.1+I0.8 & 0.1+I0.7 & 0.8+I0.3\end{bmatrix}$$

فأن

$$A.B=D=\begin{bmatrix}D_{11} & D_{12}\\ D_{21} & D_{22}\end{bmatrix}$$

وان العناصر تحسب كما يلي:

$$D_{11}=\max\{\min(0.3,0.1),\min(0.9,0.2),\min(0.1,0.5)\}+I\max\{\min(0.1,0.9),\min(0.3,0.8),\min(0.4,0.2)\}$$
$$D_{11}=\max(0.1,0.2,0.1)+I\max(0.1,0.3,0.2)$$
$$D_{11}=0.2+I0.3$$
$$D_{12}=\max\{\min(0.3,0.3),\min(0.9,0.2),\min(0.1,0.4)\}+I\max\{\min(0.1,0.7),\min(0.3,0.8),\min(0.4,0.5)\}$$
$$D_{12}=\max(0.3,0.2,0.1)+I\max(0.1,0.3,0.4)$$
$$D_{12}=0.3+I0.4$$
$$D_{21}=\max\{\min(0.5,0.1),\min(0.7,0.2),\min(0.6,0.5)\}+I\max\{\min(0.7,0.9),\min(0.2,0.8),\min(0.9,0.2)\}$$
$$D_{21}=\max(0.1,0.2,0.5)+I\max(0.7,0.2,0.2)$$
$$D_{21}=0.5+I0.7$$
$$D_{22}=\max\{\min(0.5,0.3),\min(0.7,0.2),\min(0.6,0.4)\}+I\max\{\min(0.7,0.7),\min(0.2,0.8),\min(0.9,0.5)\}$$
$$D_{22}=\max(0.3,0.2,0.4)+I\max(0.7,0.2,0.5)$$
$$D_{22}=0.4+I0.7$$
$$(A.B)=D=\begin{bmatrix}D_{11} & D_{12}\\ D_{21} & D_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.2+I0.3 & 0.3+I0.4\\ 0.5+I0.7 & 0.4+I0.7\end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix}0.2+I0.3 & 0.7+I0.6 & 0.9+I0.2\\ 0.1+I0.8 & 0.1+I0.7 & 0.8+I0.3\end{bmatrix}$$

$$(AB)C=DC=\begin{bmatrix}0.2+I0.3 & 0.3+I0.4\\ 0.5+I0.7 & 0.4+I0.7\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}0.2+I0.3 & 0.7+I0.6 & 0.9+I0.2\\ 0.1+I0.8 & 0.1+I0.7 & 0.8+I0.3\end{bmatrix}=F$$

$$(AB)C=F=\begin{bmatrix}F_{11} & F_{12} & F_{13}\\ F_{21} & F_{22} & F_{23}\end{bmatrix}$$

فأن العناصر للمصفوفة F يمكن ايجادها بطريقة مشابهة لعناصر المصفوفة D وكما يلي:

$$(AB)C = D.C = F$$
$$= \begin{bmatrix} 0.2+I0.4 & 0.2+I0.4 & 0.3+I0.3 \\ 0.2+I0.7 & 0.5+I0.7 & 0.5+I0.3 \end{bmatrix}$$

وكذلك يمكن ايجاد العناصر للمصفوفة G بطريقة مشابهة لإيجاد عناصر المصفوفة D وكما يلي:

$$(B.C) = G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 0.1+I0.7 & 0.1+I0.7 & 0.3+I0.3 \\ 0.2+I0.8 & 0.2+I0.7 & 0.2+I0.3 \\ 0.2+I0.5 & 0.5+I0.5 & 0.5+I0.3 \end{bmatrix}$$

وكذلك يمكن ايجاد العناصر للمصفوفة H بطريقة مشابهة لإيجاد عناصر المصفوفة D وكما يلي:

$$A.(B.C) = A.G = H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 0.2+I0.4 & 0.2+I0.4 & 0.3+I0.3 \\ 0.2+I0.7 & 0.5+I0.7 & 0.5+I0.3 \end{bmatrix}$$

حيث ان

$$A.G = \begin{bmatrix} 0.3+I0.1 & 0.9+I0.3 & 0.1+I0.4 \\ 0.5+I0.7 & 0.7+I0.2 & 0.6+I0.9 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0.1+I0.7 & 0.1+I0.7 & 0.3+I0.3 \\ 0.2+I0.8 & 0.2+I0.7 & 0.2+I0.3 \\ 0.2+I0.5 & 0.5+I0.5 & 0.5+I0.3 \end{bmatrix} = H$$

$$(A.B).C = A.(B.C).$$

مثال (٣):

اذا كانت لدينا ثلاث مصفوفات ضبابية نيوتروسوفكية مستطيلة فان قانون التوزيع يتحقق كما يأتي:

$A.(B+C) = (A.B) + (A.C)$ ، فاذا عرفنا المصفوفات

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 0.1+I0.9 & 0.3+I0.7 \\ 0.2+I0.8 & 0.2+I0.8 \\ 0.5+I0.2 & 0.4+I0.5 \end{bmatrix}$$

$$B_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 0.3+I0.1 & 0.9+I0.3 & 0.1+I0.4 \\ 0.5+I0.7 & 0.7+I0.2 & 0.6+I0.9 \end{bmatrix}$$

$$C_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 0.2+I0.4 & 0.3+I0.7 & 0.2+I0.9 \\ 0.1+I0.9 & 0.5+I0.1 & 0.8+I0.2 \end{bmatrix}$$

$$A.(B+C) = \begin{bmatrix} 0.1+I0.9 & 0.3+I0.7 \\ 0.2+I0.8 & 0.2+I0.8 \\ 0.5+I0.2 & 0.4+I0.5 \end{bmatrix} . \left(\begin{bmatrix} 0.3+I0.4 & 0.9+I0.7 & 0.2+I0.9 \\ 0.5+I0.9 & 0.7+I0.2 & 0.8+I0.9 \end{bmatrix} \right)$$

$$A.(B+C) = \begin{bmatrix} 0.1+I0.9 & 0.3+I0.7 \\ 0.2+I0.8 & 0.2+I0.8 \\ 0.5+I0.2 & 0.4+I0.5 \end{bmatrix} . \left(\begin{bmatrix} 0.3+I0.4 & 0.9+I0.7 & 0.2+I0.9 \\ 0.5+I0.9 & 0.7+I0.2 & 0.8+I0.9 \end{bmatrix} \right)$$
$$= D$$

فأن

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3+I0.7 & 0.3+I0.7 & 0.3+I0.9 \\ 0.2+I0.8 & 0.2+I0.8 & 0.2+I0.8 \\ 0.4+I0.5 & 0.5+I0.2 & 0.4+I0.5 \end{bmatrix}$$

وكذلك

$$(A.B) + (A.C) =$$
$$\left(\begin{bmatrix} 0.1+I0.9 & 0.3+I0.7 \\ 0.2+I0.8 & 0.2+I0.8 \\ 0.5+I0.2 & 0.4+I0.5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0.3+I0.1 & 0.9+I0.3 & 0.1+I0.4 \\ 0.5+I0.7 & 0.7+I0.2 & 0.6+I0.9 \end{bmatrix} \right) +$$
$$\left(\begin{bmatrix} 0.1+I0.9 & 0.3+I0.7 \\ 0.2+I0.8 & 0.2+I0.8 \\ 0.5+I0.2 & 0.4+I0.5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0.2+I0.4 & 0.3+I0.7 & 0.2+I0.9 \\ 0.1+I0.9 & 0.5+I0.1 & 0.8+I0.2 \end{bmatrix} \right) =$$

$$E + F = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} \\ E_{21} & E_{22} & E_{23} \\ E_{31} & E_{32} & E_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} = H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{bmatrix}$$

$$E + F = \begin{bmatrix} 0.3+I0.7 & 0.3+I0.3 & 0.3+I0.7 \\ 0.2+I0.7 & 0.2+I0.3 & 0.2+I0.8 \\ 0.4+I0.5 & 0.5+I0.2 & 0.4+I0.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1+I0.7 & 0.3+I0.7 & 0.3+I0.9 \\ 0.2+I0.8 & 0.2+I0.8 & 0.2+I0.8 \\ 0.2+I0.5 & 0.4+I0.2 & 0.4+I0.2 \end{bmatrix} = H =$$

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{bmatrix} = D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3+I0.7 & 0.3+I0.7 & 0.3+I0.9 \\ 0.2+I0.8 & 0.2+I0.8 & 0.2+I0.8 \\ 0.4+I0.5 & 0.5+I0.2 & 0.4+I0.5 \end{bmatrix}$$

اذا

$$A.(B+C) = (A.B) + (A.C).$$

٤ الاستنتاجات

لقد قمنا بتعميم تعريف المصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المربعة مستخدمين تعريف المصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة. ان المصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة مع عمليتي الجمع والضرب تحقق بعض الخصائص التي تم توضيحها وكذلك قانون التوزيع يتحقق للمصفوفات الضبابية النيوتروسوفكية المستطيلة.

References

[1] Smarandache F. (1998). A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy Set, Neutrosophic Probability and Statistics. fourth edition, American Research Press, Rehoboth.

[2] Kandasamy W. B. V. and Smarandache F. ,(2004). Fuzzy Relational Maps and Neutrosophic Relational Maps. HEXIS Church Rock .

[3] Dhar M., Broumi S. and Smarandache F. (2014). A Note on Square Neutrosophic Fuzzy Matrices. Neutrosophic Sets and Systems", An International Journal in Information Science and Engineering. Vol(3),37-41 .

[4] Broumi S. and Smarandache F. (2014). Neutrosophic Refined Similarity Measure Based on Cosine Function. An International Journal in Information Science and Engineering. Vol(6),42-48

[5] ThomasM.G.(1977). Convergence of Powers of a Fuzzy Matrix. J. Math. Annal. Appl. 57 , pp 476-480.

[6] Chi P. and Liu P. (2013). An Extended Topsis Method for the Multiple Attribute Decision Making Problems Based on Interval Neutrosophic Se'. Neutrosophic Sets and Systems, An International Journal in Information Science and Engineering , Vol(1),63-70

[7] Kandasamy W. B. V.,Smarandache F. and Ilanthenral K. Special Fuzzy Matrices for Social Scientists . Printed in the United States of America, 2007, book, 99 pages.

[8] Khalid H. E. (2015). An Original Notion to Find Maximal Solution in the Fuzzy Neutrosophic Relation Equations (FNRE) with Geometric Programming (GP). Neutrosophic Sets and Systems", An International Journal in Information Science and Engineering, Vol(7),3-7