دور البطاقة الذكية وسلاسل ماركوف التنبوئية في تنظيم أعداد المتقاعدين لمصرف الرشيد *

الباحثة سدير فاضل عودة   أ. د ضوية سلمان حسن
جامعة بغداد / كلية الأدارة والأقتصاد

المستخلص

يهدف هذا البحث الى استخدام سلسلة ماركوف الامتصاصية (الماصة) إحدى أساليب العمليات التصادفية في حساب متوسط عدد سنوات زمن بقاء المتقاعد بأستلام راتبه التقاعدي وهذا المتوسط يمكن أن نستخدمه في تقدير وتحليل أعداد المتقاعدين الذين ترفع رواتبهم على البطاقة الذكية في السنوات القادمة ، حيث تسهم سلاسل ماركوف في التنبؤ بحالة مستقبلية بأستعمال مصفوفة إحتمالات الأنتقال من الحالة السابقة التي تساعد في تحديد النظام من مدة الى أخرى ، لذلك تعد مسألة تقدير عدد المتقاعدين من أصدار بطاقة K لهم لإستلام رواتبهم مسألة مهمة تحتاج إلى دراسة وتحليل من خلال العلاقة الترابطية فيما بين المتقاعدين والمؤسسات التي يتعاملون معها لأستلام الراتب التقاعدي وهي (هيأة التقاعد الوطنية ، والمصرف ، وشركة البطاقة الذKة) ، ولهذا تم التنبؤ بأعداد المتقاعدين لمصرف الرشيد للأعوام من (2013 - 2017) .

فقد أُشير إلى الأساس النظري للنموذج الماركوفي الذي طُبق في تحليل هذه الظاهرة سواء في تحديد أعداد المتقاعدين الكلية الذين يمكن أستلام رواتبهم على البطاقة والذين لم ترفع رواتبهم على البطاقة على الرغم من أنه قد تم أصدار بطاقة K لهم ، أو في مجال قياس الزمن اللازم لبقاء المتقاعد في كل شهرين لأستلام مستحقاته و للقسمين العسكري والمدني ، وهذا يعد مؤشرا يمكن الأستفاده منه من قبل متخذي القرار في وضع الخطط المستقبلية من قبل المؤسسات المعنية أعلاه .

الكلمات المفتاحية : سلسلة ماركوف ، البطاقة الذكية ، مستحقات المتقاعدين ، الإحتمالات الأنتقالية

(*) البحث أعلاه يمثل بحث مستل من رسالة طالبة الماجستير (سدير فاضل عودة) في بحوث العمليات قيد الأعداد .

المقدمة

تاريخ قبول النشر ٢٠١٣/١٢/٤

في حياتنا اليومية نتعامل كثيراً مع ظواهر ذات سلوك غير محدد (Non-deterministic) لا يمكن السيطرة عليها بشكل تام أو التنبؤ بسلوكها المستقبلي بشكل مؤكد ، والتي يطلق عليها عادة مصطلح العمليات التصادفية (Stochastic Processes).

ومن العمليات التصادفية (الظواهر العشوائية) التي نالت أهتماماً واسعاً من قبل العديد من الباحثين العملية التي جاء بها العالم السوفيتي Anderi A. Markov (1856 - 1922) في مطلع القرن العشرين والتي يطلق عليها عملية ماركوف (Markov Process) ، وهذه العملية تحتل مكانة مهمة في التطبيقات الإحصائية الواقعية. وعادة تتركز اهتماماتنا في التطبيقات الواقعية بالحالة التي يكون فيها الدليل الذي تتغير تبعاً له العملية التصادفية ذات الطبيعة المنفصلة (المتقطعة) (Discrete)، عندئذ تطلق على عملية ماركوف تسمية سلسلة ماركوف (Markov Chain).

فأن تحليل ماركوف من أهم الموضوعات التي يجب على الباحث العملياتي معرفتها ، وأهميتها تنشأ من مجالات تطبيقها الواسعة اذ طبقت بنجاح في عمليات التنبؤ بالحالة التي يكون عليها النظام خلال مدة زمنية معينة أو في نهاية مدة زمنية ما ، وبالنتيجة تطبيقاتها أصبحت عناوين لكتب بارزة في الأحصاء وبحوث العمليات والرياضيات ، مما يشير الى أهتمام العديد من المؤسسات والباحثين بهذا الموضوع .

وهناك عدة بحوث تناولت موضوع سلاسل ماركوف (Markov Chain) فعلى سبيل المثال وليس الحصر ،

في عام (2009) قام الباحث [١] (حسين) بإجراء دراسة حول أستخدام المصفوفة الماركوفية في تقدير زمن بقاء الطالب في كلية الحقوق / جامعة دمشق .

وفي العام نفسه تناول الباحث [٢] (العلي) و (أخرون) دراسة تحليل حركة السوق بأستخدام سلاسل ماركوف – دراسة تطبيقية على الشركات التالية (شركة غزل حماه – شركة غزل جبله – الوليد للغزل بحمص) تناول البحث تحليل حركة السوق من خلال تحديد الحصص التسويقية للشركات المدروسة والتنبؤ بالحصص التسويقية في مدة قادمة .

وفي العام نفسه قدمت الباحثة [٣] (متراس و (أخرون) " خوارزمية مقترحة لتجزئة الصور بأستخدام حقل ماركوف العشوائي"

وتناولت الباحثة [٤] في عام (2010) (الكسو) و (أخرون)، بحث بعنوان "تقدير رتبة سلسلة ماركوف للحالة الجوية لمدينة الموصل باستخدام شبكة الانتشار العكسي" في تقدير رتبة سلسلة ماركوف للحالة الجوية للأشهر الماطرة في محافظة نينوى (صحو ، غائم، ممطر) .

وفي نفس العام قدم الباحث [٥] (كريم) "دراسة حول إستخدام سلاسل ماركوف في التنبؤ وتقدير القوى العاملة المستقبلية ".

وتناول الباحث [٦] في عام (2011) (أحمد) و (أخرون)، بحث بعنوان "أستخدام سلاسل ماركوف في حساب متوسط مدة بقاء الطالب في قسم الرياضيات بكلية التربية للعلوم الصرفة جامة الأنبار".

وتناول الباحث [٧] في عام (2012) (محمد) ، بحث حول " تحليل التغيرات الحاصلة في مصروفات الموازنة باستعمال سلاسل ماركوف مع تطبيق عملي".

وتناولنا في هذا البحث إستخدام سلسلة ماركوف الماصة إحدى أساليب العمليات التصادفية في تقدير وتحليل أعداد المتقاعدين الذين يتم أستلام رواتبهم على البطاقة الذKة من الذين لم ترفع رواتبهم على البطاقة الذKة للقسمين العسكري والمدني ، وكذلك التنبؤ بأعداد المتقاعدين بهدف إيجاد الحلول لحل معاناة المتقاعدين في أستكمال التقاعد وأجراء ذلك مما يتطلب دراسة هذا الواقع ليس تحت مسميات دراسة فقط ، بل من هم الذين يقومون بتلك الدراسات بالرغم من إعتماد مؤشرات (Indicator) إلا أنه لم يلاحظ أستخدام تلك المؤشرات في إيقاف أو أستمرار دفع الراتب ؟

تعتمد عمليات ماركوف بشكل رئيس على الإحتمالات الشرطية الأنتقالية والتي تعرف بالرمز :

$$P_{ij} = \Pr(X_{n+1} = j \setminus X_n = i) \qquad 0 \le P_{ij} \le 1$$

وتنظم هذه الإحتمالات في مصفوفة مربعة ، تسمى مصفوفة ماركوف الإحتمالية (Markov probability matrix) ، حيث إن مجموع كل صف فيها يساوي واحدا ، وتمثل قيمها الإحتمالات الأنتقالية للظاهرة بين الحالات الأساسية المكونة للظاهرة .

أهمية البحث

تكمن أهمية البحث في أنه يتناول مشكلة رئيسة مهمة من مشكلات المجتمع بشكل عام والمتقاعدين بشكل خاص ، وتتلخص في عدد المتقاعدين الكلي ، والذين يستلمون رواتبهم على البطاقة الذكية ، والذين لم يستلموا رواتبهم على البطاقة وتقدير عدد المتقاعدين في الأعوام (2013 - 2017) وذلك بأستخدام النموذج الماركوفي الذي يحتل مكانة كبيرة ومهمة جداً في العمليات العشوائية و يُعد من أهم الطرائق الإحصائية والرياضية التي تطبق في مثل هذا المجال وذلك بهدف توفير الإمكانات والمعطيات الضرورية لتحقيق خطوات متقدمة في مجالي تحديث وتطوير ورسم البرامج والخطط التي تُعنى بهذا الغرض .

من هنا جاءت أهمية هذا البحث في توفير بيانات عن أعداد المتقاعدين وإعداد التنبؤات التي تعد حجر الأساس في بناء تنمية المجتمع في مختلف المجالات الاقتصادية والاجتماعية على مستوى نوع صنفي المتقاعدين وحسب المحافظات وذلك من خلال إستخدام أسلوب سلاسل ماركوف .

هـــدف البحـــث

يهدف البحث إلى التوصل إلى مؤشرات علمية ومنطقية يمكن تجسيدها عمليًا في خطط التنمية الاقتصادية بغية ربط أعداد المتقاعدين بالمجتمع باعتماد مبدأ التخطيط والتنظيم لمدخلات ومخرجات عمل البطاقة الذكية في صرف رواتب متقاعدي مصرف الرشيد تحديدًا والتنبؤ بالمستقبل .

يُعدّ موضوع سلاسل ماركوف من المواضيع التي لاقت وما تزال تلاقي اهتماماً كبيراً في شتى المجالات التطبيقية.

وتتمثل اهداف البحث بالاتي :

1- أستخدام سلاسل ماركوف مع نظرية الإحتمالات في التنبؤعن طريق مصفوفة الانتقال (Transition Matrix) .

2 – تفعيل أهمية العلاقة بين المتقاعدين والمؤسسات في إعداد الخطط ورسم سياسات المؤسسات المعنية بالمتقاعدين.

3 – إظهار الطريقة الإحصائية الدقيقة التي يمكن بموجبها معرفة واقع الحال والتنبؤ بأعداد المتقاعدين بالمستقبل.

4 – أعتماد النموذج الماركوفي المقترح كطريقة إحصائية رياضية في تحديد أعداد المتقاعدين الكلي الذين لم يتم أستلام رواتبهم على البطاقة والذين يتم أستلام رواتبهم على البطاقة في مصرف الرشيد في كل عام .

5 – ومن الأهداف الأساسية لهذا البحث التركيز على أهم التقنيات الإحصائية والرياضية الحديثة التي يمكن أن تستخدم في إعداد خطط المصرف ومن ثم وضع خطط لغرض تحقيق وتنفيذ التعليمات والضوابط الواجب أعتمادها الخاصة بالمتقاعدين.

الجانب النظـــري :

نقدم فيما يلي بعض التعاريف المهمة ذات العلاقة بالموضوع :

مصفوفة ماركوف

تؤدي المصفوفات دوراً حيوياً ومهما فى التعبير عن العلاقات الرياضية متعددة المتغيرات بشكل بسيط يسهل فهمه وبالتالى إيجاد الحلول المناسبة لهذه العلاقات. فضلاً عن ذلك فإن المصفوفات لها تطبيقات فى مجالات عديدة، فى الاقتصاد، والإحصاء، وبحوث العمليات والعمليات الإدارية وغيرها من المجالات. فمثلاً نجد أن المصفوفات هى الأساس فى صياغة نماذج المنتج والمستخدم Input – Output Models ، وكذلك صياغة سلاسل ماركوف Markov Chains . ومن هذا المنطلق سوف نتعرف بلمحة موجزة على المصفوفات قبل دراسة تحليل ماركوف ، يدخل مفهوم المصفوفة وتطبيقاتها الواسعة والعديدة في أبحاث ومسائل كثيرة ، اذ تعد المصفوفة أساساً رئيسا في هذه الأبحاث ،فضلا عن ذلك فأن الشكل الذي تأخذه المصفوفة يمكن الأستفادة منه بوضع البيانات والمعطيات بصورة مبسطة وسهلة يمكن من خلالها أستخلاص النتائج المطلوبة وبشكل

سريع ومما لا شك فيه أن المصفوفة تؤدي دوراً بارزاً في إيجاد العمليات الحسابية وذلك باستخدامها في الحاسب الالكتروني .

وفي هذا البحث سنستعمل تعبير سلسلة ماركوف ويعني "سلسلة ماركوف المتجانسة زمنياً" وتعبير "الإحتمالات الأنتقالية P(i,j) " ليعني "الإحتمالات الأنتقالية P(i, j) المتجانسة زمنياً " .

وتم أستخلاص النتائج المطلوبة عن طريق أستعمال برامج أحصائية رياضية جاهزة في الحاسب الالكتروني وهي (Matlab , Excel) .

خواص مصفوفة ماركوف

تتمتع المصفوفة الماركوفية بخواص عديدة ، وتدعى العملية التصادفية $X=\{X_n : n\in N\}$ بسلسلة ماركوف ، ويشترط في هذه المصفوفة تحقيق الشرطين الآتيين :

1 – $P\{X_{n+1}=j \setminus X_0,...,X_n\}=P\{X_{n+1}=j\setminus X_n\}$ ولجميع قيم $j\in I, n\in N$.

2 – يعرف عادة بأسم "خاصية ماركوف (Markove Property)" والذي يبين أن سلسلة ماركوف ما هي إلا سلسلة من المتغيرات العشوائية بحيث إن لكل $n\in N$ فأن الحالة المستقبلية X_{n+1} تكون مستقلة عن الحالات السابقة . X_0 , X_1 , … , X_{n-1} بشرط أن تكون الحالة X_n معروفة .

فأذا كانت سلسلة ماركوف تحقق العلاقة التالية فأنها تكون متجانسة زمنياً أو مستقرة .

$$P\{X_{n+1}=j\setminus X_n=i\}=P(i,j)$$

وبناءً على ذلك توضع الإحتمالات الانتقالية في مصفوفة تربيعية أبعادها n×n تسمى بالمصفوفة الانتقالية (Transition Matrix) أو مصفوفة ماركوف (Markov Matrix) ، والتي تتميز بما يلي :

1 – إن كل عنصر من عناصر هذه المصفوفة يجب أن لا يكون سالباً، أي Pij >0 .

2 – إن مجموع عناصر كل صف فيها يجب أن يساوي الواحد الصحيح، أي :

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij} = 1$$

(n×n) . أبعادها (Transfer Matrix) والتمثيل الآتي هو لمصفوفة الأنتقال

$$1 \leq P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1j} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2j} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & & & & & \\ p_{i1} & p_{i2} & \cdots & p_{ij} & \cdots & p_{in} \\ \vdots & & & & & \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nj} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} \qquad 0 \leq P_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij} = 1 \qquad \forall i = 1,2,3, \ldots$$

المصفوفة (P) تعرف بسلسلة ماركوف على أنها تحتوي على خاصية أن كل إحتمالات انتقالها (Pij) هي ثابتة ومستقلة على مر الزمن . على الرغم من أن سلسلة ماركوف قد تشتمل على عدد من الحالات غير المنتهيه . (13,pag 606) وكل عنصر من عناصر (Pij) يُعبر عن إحتمال أنتقال الظاهرة من الحالة i إلى الحالة j خلال وحدة زمنية واحدة (خطوة واحدة). ويمكن تعميم هذه الحالة، فعند إيجاد أنتقال الظاهرة من الحالة i إلى الحالة j بعدد من الخطوات أو الوحدات الزمنية لتكن k، فان رمز مصفوفة الأنتقال هو P(k) ، ويمكن البرهنة على أن P(k)=Pk * وتعّد مصفوفة الأنتقال إحدى المكونات الرئيسة لنموذج ماركوف.

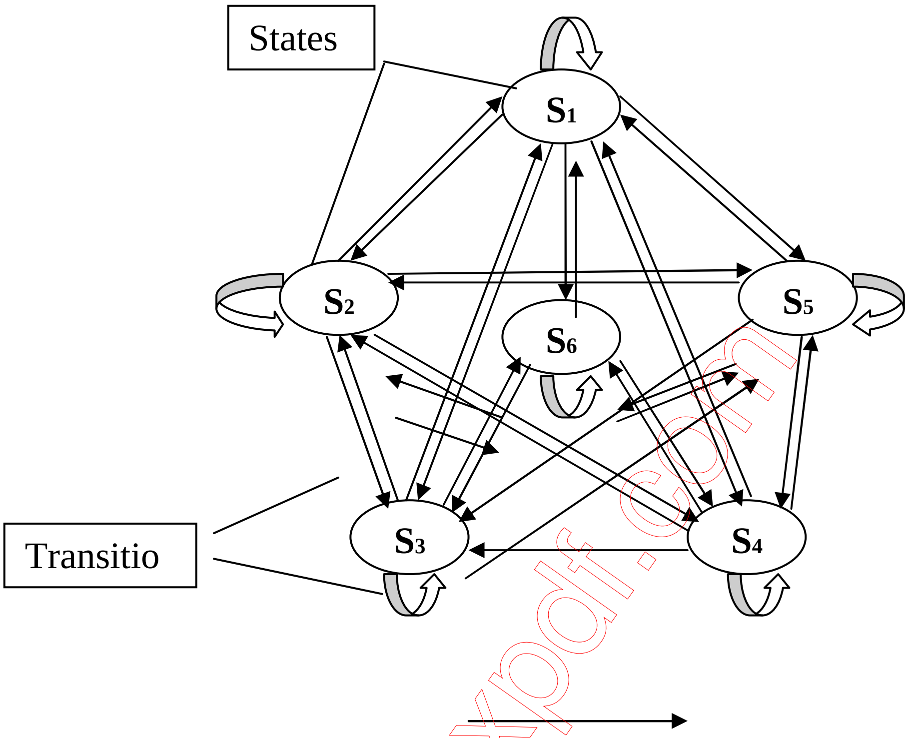
ولتسهيل وتوضيح عمليات الأنتقال بين حالة ما والحالات الأخرى ، توضع الإحتمالات الأنتقالية في المخطط الأنتقالي (Transition Diagram) الذي يحوي عدداً من الدوائر لتمثل الحالات (States) وعدداً من الأسهم أو الموجهات (arrows) من i⟶j لتمثل الأنتقالات (Transition)،

---

* لمزيد من التفاصيل راجع المصدر [الوكيل والعذاري ، 1991 ص 202] [Grimmett and Stirzaker, 2002]

والذي يمكن تجزئته إلى عدد من المخططات تبعاً لمصفوفة الأنتقال والحالات ، تعرف هذه المخططات بمخططات الأنتقال الجزئية (Sub Transition Diagram) ، والشكل (1) يوضح المخطط الأنتقالي لست حالات.

وتصنف سلاسل ماركوف على وفق معايير عدة منها طبقاً لحالات ماركوف (Markov States) إلى محدودة (منتهية) وغير محدودة ، أو طبقا لإحتمالات الأنتقال فيما إذا كانت مرحلية وغير مرحلية ، أو طبقا للدليل الذي غالباً ما يكون الزمن فيما إذا كان مستمراً أم متقطعاً ، وتُعرّف سلاسل ماركوف المحدودة وغير المحدودة بالآتي . (2)



الشكل (1) : المخطط الأنتقالي لست حالات.

سلاسل ماركوف المحددة وغير المحددة (Finite and Infinite MC's) :

تكون العملية التصادفية {Xn ; n=0,1,2,…} سلسلة ماركوف محدودة الحالة إذا امتلكت عدداً محدوداً من الحالات (Finite Number of States) ، وحققت خاصية ماركوف (Markov Property)، وكان لها إحتمالات أنتقالية مرحلية (Stationarity Transition Probabilities)، وأمتلكت إحتمالية أبتدائية (Initial Prob.) هي [P{Xo=i}] ولجميع قيم i . (12)

ويقال لسلسلة ماركوف {Xn} إنها محدودة بـ k من الحالات ، إذا كان عدد القيم الممكنة للمتغيرات العشوائية {Xn; n=0,1,2,…k} محدوداً ومساوياً إلى k. وفي حالة عدم تحقق شرط واحد على

الأقل من الشروط المتوافرة في سلسلة ماركوف المحدودة فيقال عن السلسلة انها غير محدودة الحالة (Chain Infinite Markov).

التعريف الرياضي لسلسلة ماركوف .

تسمى العملية العشوائية $\{X_n : n \in T\}$ سلسلة ماركوف Markov chain إذا تحققت الشروط الثلاثة التالية :

1 – فضاء الحالة لهذه العملية يكون منفصلا (منفصلة الحالة) .

2 – فضاء المعلمة لهذه العملية يكون منفصلا (منفصلة الزمن) .

3 – تحقق هذه العملية خاصية ماركوف .

$$P(X_{n+1} = j \mid X_n = i,\ X_{n-1} = i_{n-1}, \ldots, X_1 = i_1) = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i) \ldots.(1)$$

ومن ثم فإن سلسلة ماركوف $\{X_n : n \in N\}$ تكون عبارة عن عملية ماركوف ، بمعنى أن قيمة المتغير العشوائي X_{n+1} تعتمد فقط على قيمة X_n ولا تتأثر بقيم المتغيرات $X_1, X_2, \ldots, X_{n-1}$ ، وأن فضاء المعلمة (الزمن) لها يكون أما فضاء الحالة فيكون منفصلا منتهيا (محدوداً) أو غير منته ولكنه قابل للعد .

لو فرضنا أن (X_k) تمثل سلسلة ماركوف المستقرة في الزمن المنفصل وبعدد محدود من الحالات 1,2,.....,n فأن مصفوفة الإحتمالات الأنتقالية تكون كالأتي : (15)

ولتحليل سلسلة ماركوف الماصة يجب تجزئة مصفوفة الإحتمالات الأنتقالية إلى أربع مصفوفات فرعية :

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} \text{Transient} & \text{Absorbing} \end{array} \\
\mathbf{P} = & \left.\begin{array}{cccc|cccc}
p_{11} & p_{12} & . & . & p_{1k+1} & . & . & . \\
p_{21} & p_{22} & . & . & . & . & . & . \\
. & . & . & . & . & . & . & . \\
p_{k1} & . & . & p_{kk} & p_{kk+1} & . & . & . \\
\hline
0 & 0 & . & 0 & 1 & 0 & . & 0 \\
0 & 0 & . & 0 & 0 & 1 & 0 & . \\
. & . & . & . & & & & \\
0 & 0 & . & 0 & 0 & 0 & . & 1
\end{array}\right.
\begin{array}{l} \text{Transient} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \text{Absorbing} \end{array}
\end{array}
\quad \ldots\ldots\ldots (2)
$$

أو يمكن كتابتها

$$\mathbf{P} = \left[\begin{array}{c|c} N & Q \\ 0 & I \end{array}\right] \ldots\ldots\ldots (3)$$

حيث أن التعبير $N^1, N^2, \ldots, N^m$ يعطي إحتمالات الانتقال من أي حالة غير منتهية إلى حالة أخرى غير منتهية بمرحلتين ، وثلاث مراحل ، ... ، وبـ m من المراحل على التوالي .

أما N^0 فتمثل الإحتمالات في نقطة البداية أي عند النقطة t_0 .

أن العدد المتوقع للمدد الزمنية التي تكون للعملية في المرحلة غير المنتهية (j) ما هي إلا عبارة عن مجموع الحدود الآتية[3]،[8] :

العدد المتوقع للمدد الزمنية = $N^0+N^1+N^2+\ldots$

ونظراً لأن هذه العلاقة تشكل متوالية هندسية حدها الأول $N^0 = 1$ وأساسها N وغير منتهية فأن مجموع حدود هذه المتوالية هو مساوٍ لما يأتي :

$$=\sum_{r=0}^{\infty} N^{r} = (I-N)^{-1} \cdots\cdots (4)$$

حيث أن I مصفوفة الوحدة من الرتبة $(n\times n)$ وان المصفوفة N تتكون من عناصر إحتمالية يرمز لها بالرمز P_{ij} حيث أن قيمتها $0 \le P_{ij} \le 1$.

أن أي حالة تبدأ بها المصفوفة $(I-N)^{-1}$ تعطي العدد المتوقع من المدد الزمنية للعملية في كل حالة غير منتهية والتي تسبق الحالة المنتهية ، اذ تعد المصفوفة $(I-N)^{-1}$ المصفوفة الأساسية في سلسلة ماركوف الماصة .

إن إحتمال الأنتقال من حالة غير منتهية الى حالة منتهية j يمثل إحتمال الأنتقال من الحالة i الى الحالة j بمرحلة واحدة + إحتمال الأنتقال من الحالة i الى الحالة j بمرحلتين + إحتمال الأنتقال من الحالة i الى الحالة j بثلاث مراحل +...+ الخ .

وعليه فان :

$$\text{Probability} = N^{0} Q + N^{1} Q + N^{2} Q + \ldots$$

$$= (N0 + N1 + N2 + \ldots)Q$$

$$= (I-N)^{-1} Q$$

الجانب التطبيقي :

تطبيق نموذج سلسلة ماركوف الماصة على المتقاعدين

قبل تطبيق نموذج سلسلة ماركوف الماصة لابد من التطرق إلى قانون التقاعد العام وهو أن رواتب المتقاعدين توزع كل شهرين ، القسم العسكري يكون بالأشهر الفردية ، والقسم المدني بالأشهر الزوجية وخلال مدة سنة المتقاعد الذي لا يستلم راتبه تعاد مستحقاته الى الهيأة الوطنية للتقاعد العامة .

تم تطبيق هذا البحث على متقاعدي مصرف الرشيد ممن لديهم بطاقة ذكية بشكل خاص لوضع الأسس المستقبلية للمتقاعدين والاستفادة من المخرجات بما يتلاءم مع أحتياجاتهم منها مستقبلاً .

من الحالات أعلاه يمكن تشكيل مصفوفة ماركوف للحالات المختلفة التي يمكن أن يأخذها المتقاعد طيلة مدة أستلامه الراتب خلال سنة وهي ست حالات وكالاتي :-

تطبيق مصفوفة ماركوف على المتقاعدين القسم العسكري :

S1 : حالة المتقاعد في الشهر الأول .

S2 : حالة المتقاعد في الشهر الثالث.

S3 : حالة المتقاعد في الشهر الخامس.

S4 : حالة المتقاعد في الشهر السابع .

S5 : حالة المتقاعد في الشهر التاسع.

S6 : حالة المتقاعد في الشهر الحادي عشر.

أما الحالات الماصة فتمثلت بالحالتين الآتيتين :

SI : حالة عدم رفع الراتب على البطاقة .

SII : حالة رفع الراتب على البطاقة .

وعليه فان تشكيل مصفوفة الإحتمالات للحالات أعلاه تكون كالأتي :

$$\mathbf{P} = \begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 & S_I & S_{II} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & P_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{1I} & 0 \\ 0 & 0 & P_{23} & 0 & 0 & 0 & P_{2I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{34} & 0 & 0 & P_{3I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{45} & 0 & P_{4I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{56} & P_{5I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{6I} & P_{6II} \end{bmatrix} \end{array} \qquad ......(5)$$

لنأخذ المصفوفة التالية :

$$P=\begin{bmatrix} 0 & p_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\cdots\cdots\cdots(6)$$

هذه المصفوفة هي التي يجب أن نأخذها في التحليل ونطرحها من المصفوفة الأحادية فنحصل على ما يلي :

لحساب متوسط زمن بقاء المتقاعد بأستلام راتبه على البطاقة يجب حساب الأتي :

$$(I-N)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0 & p_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\cdots\cdots(7)$$

أن هذه المصفوفه هي التي تستخدم في تقدير زمن البقاء في أي لحظة من الحالات الماصة وهذا الزمن يعطي في المصفوفة التالية :

$$(I-N)^{-1}=\begin{bmatrix} 1 & -p_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -p_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -p_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -p_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -p_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

وتستخدم هذه المصفوفة في تقدير زمن بقاء المتقاعد العسكري بأستلام راتبه على البطاقة .

وعليه فان إحتمال أستلام الراتب التقاعدي على البطاقة أو عدم أستلامه يأخذ شكل المصفوفة الآتية :

$$\text{Probability} = (\text{I}-\text{N})^{-1}\text{Q} = \begin{bmatrix} 1 & -p_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -p_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -p_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -p_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -p_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} p_{17} & p_{18} \\ p_{27} & p_{28} \\ p_{37} & p_{38} \\ p_{47} & p_{48} \\ p_{57} & p_{58} \\ p_{67} & p_{68} \end{bmatrix} \text{........(9)}$$

تطبيق مصفوفة ماركوف على المتقاعدين القسم المدني :

S1 : حالة المتقاعد في الشهر الثاني .

S2 : حالة المتقاعد في الشهر الرابع .

S3 : حالة المتقاعد في الشهر السادس .

S4 : حالة المتقاعد في الشهر الثامن .

S5 : حالة المتقاعد في الشهر العاشر .

S6 : حالة المتقاعد في الشهر الثاني عشر .

أما الحالات الماصة فتمثلت بالحالتين الآتيتين :

SI : حالة عدم رفع الراتب على البطاقة .

SII : حالة رفع الراتب على البطاقة .

وعليه فان تشكيل مصفوفة الإحتمالات للحالات المذكورة انفاً تكون كالأتي :

$$\mathbf{P} = \begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 & S_I & S_{II} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & P_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{1I} & 0 \\ 0 & 0 & P_{23} & 0 & 0 & 0 & P_{2I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{34} & 0 & 0 & P_{3I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{45} & 0 & P_{4I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{56} & P_{5I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{6I} & P_{6II} \end{bmatrix} \end{array} \quad .....(10)$$

لنأخذ المصفوفة التالية :

$$P = \begin{bmatrix} 0 & p_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdots\cdots\cdots(11)$$

هذه المصفوفة هي التي يجب أن نأخذها في التحليل ونطرحها من المصفوفة الأحادية فنحصل على ما يلي :

ولحساب متوسط زمن بقاء المتقاعد بأستلام راتبه على البطاقة يجب حساب الأتي :

$$(I - N) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & p_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdots\cdots\cdots(12)$$

أن هذه المصفوفه هي التي تستخدم في تقدير زمن البقاء في أي لحظة من الحالات الماصة وهذا الزمن يعطي في المصفوفة التالية :

$$(I-N)^{-1}=\begin{bmatrix}1 & -p_{12} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -p_{23} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -p_{34} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -p_{45} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -p_{56}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}^{-1} \text{............(13)}$$

وتستخدم هذه المصفوفة في تقدير زمن بقاء المتقاعد العسكري بأستلام راتبه على البطاقة .

وعليه فان إحتمال أستلام الراتب التقاعدي على البطاقة أو عدم أستلامه يأخذ شكل المصفوفة الآتية :

$$\text{Probability} = (\text{I}-\text{N})^{-1}\text{Q}=\begin{bmatrix}1 & -p_{12} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -p_{23} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -p_{34} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -p_{45} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -p_{56}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix}p_{17} & p_{18}\\ p_{27} & p_{28}\\ p_{37} & p_{38}\\ p_{47} & p_{48}\\ p_{57} & p_{58}\\ p_{67} & p_{68}\end{bmatrix} \text{....14}$$

يمكن التنبؤ بأعداد المتقاعدين الذين رفعت رواتبهم والذين لم ترفع رواتبهم على البطاقة بمعرفة متوسط أعداد المتقاعدين الكلي وللقسميين : العسكري والمدني ، فعلى افتراض أن : M_{ij} : تمثل متوسط أعداد المتقاعدين في القسم i وفي الشهر j .

i =1,2 : يمثل القسم العسكري والقسم المدني .

j =1,2,3,4,5,6 : يمثل عدد الأشهر لكل قسم .

وعليه فان متوسط أعداد المتقاعدين للقسم العسكري والمدني على التوالي يكون :

$$M1 = (M_{11} , M_{12} , M_{13} , M_{14} , M_{15} , M_{16})$$

$$M2 = (M_{21} , M_{22} , M_{23} , M_{24} , M_{25} , M_{26})$$

ويمكن الحصول على العدد المتوقع للذين رفعت رواتبهم والذين لم ترفع رواتبهم على البطاقة وذلك بضرب المتجهات أعلاه بالمعادلة رقم (14) على التوالي .

لقد تم جمع البيانات الخاصة بالدراسة من مصرف الرشيد على وفق الجدولين رقم (1) و رقم (2) :

جدول رقم (1) يمثل أعداد المتقاعدين للقسم العسكري خلال المدة (2010 – 2012)

الشهر	المجموع الكلي	رفع راتب	عدم رفع الراتب	متوسط المتقاعدين الكلي	متوسط المتقاعدين الذين تم رفع رواتبهم	متوسط المتقاعدين الذين لم يتم رفع رواتبهم
1	685644	683872	1772	228548	227957.33	590.67
3	749867	747699	2168	249956	249233	722.67
5	790023	787630	2393	263341	262543.33	797.67
7	792405	789939	2466	264135	263313.00	822.00
9	842128	839843	2285	280709	279947.67	761.67
11	860539	858384	2155	286846	286128.00	718.33

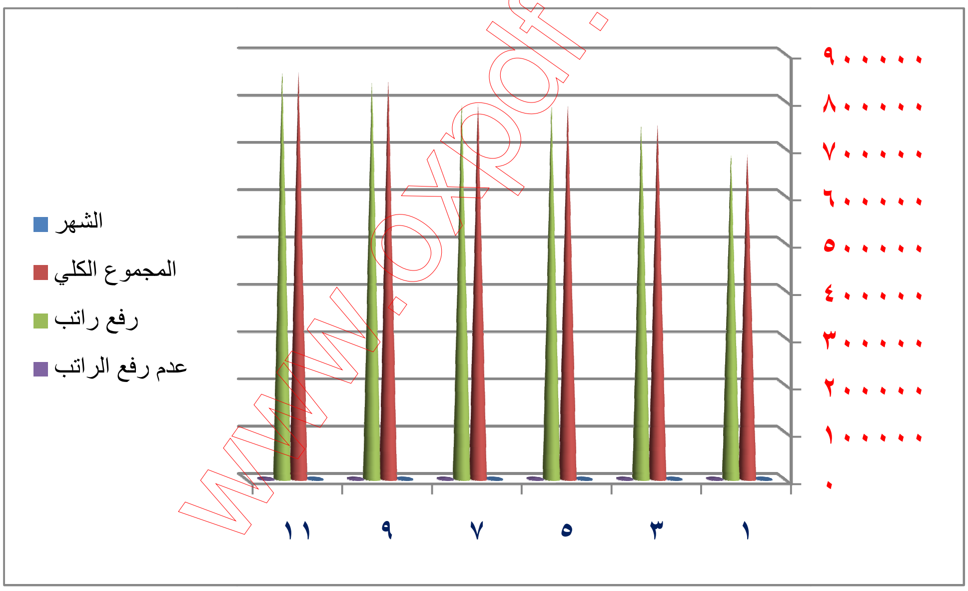
من الجدول (1) أعلاه نلاحظ أن متوسط عدد المتقاعدين الذين يستلمون رواتبهم التقاعدية بالبطاقة الذكية في السنة الواحدة هو (1569122) وأن معدل الذين تم رفع رواتبهم بالبطاقة السنوي يحسب وفق المعادلة التالية :

$$\text{نسبة الذين تم رفع رواتبهم بالبطاقة الذكية} = \frac{\text{متوسط عدد المتقاعدين في السنة الواحدة}}{\text{متوسط عدد المتقاعدين في أخر دفعة من السنة}} * 100$$

$$= \frac{1569122}{286846} * 100$$

$= 5.47$ %

والشكل رقم (1) يوضح أعداد المتقاعدين الكلي الذين رفعت رواتبهم والذين لم ترفع رواتبهم على البطاقة للمدة (2010 – 2012) للقسم العسكري :



شكل رقم (1)

جدول رقم (2) **يمثل أعداد المتقاعدين للقسم المدني خلال المدة** (2010 – 2012) :

الشهر	المجموع الكلي	رفع راتب	عدم رفع الراتب	متوسط المتقاعدين الكلي	متوسط المتقاعدين الذين تم رفع رواتبهم	متوسط المتقاعدين الذين لم يتم رفع رواتبهم
2	646844	644590	2254	215615	214863.33	751.33
4	674864	672100	2764	224955	224033.33	921.3333
6	700277	697637	2640	233426	232545.67	880
8	721116	718232	2884	240372	239410.67	961.3333
10	730859	728378	2481	243620	242792.67	827
12	741374	738777	2597	247125	246259	865.6667

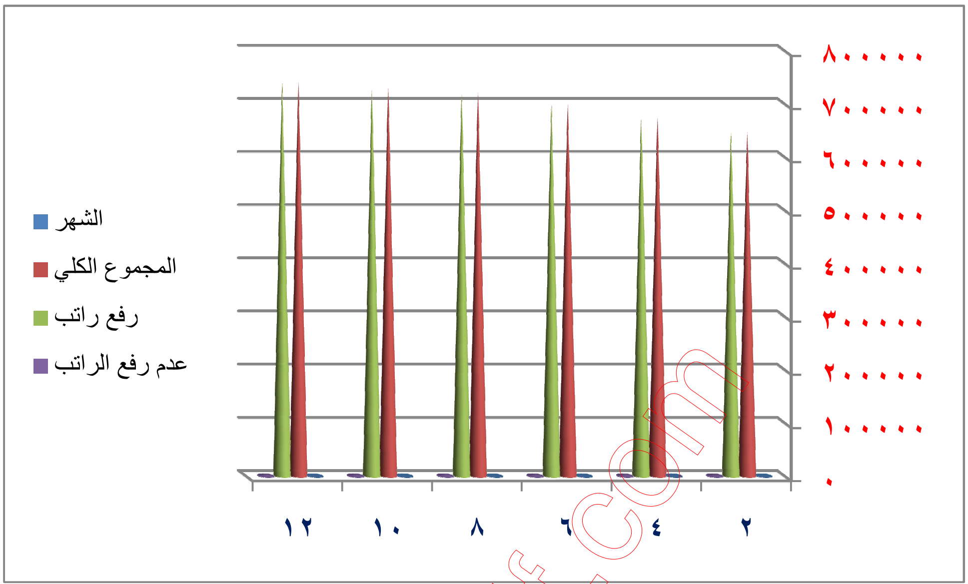
من الجدول (1) نلاحظ أن متوسط عدد المتقاعدين الذين يستلمون رواتبهم التقاعدية بالبطاقة الذكية في السنة الواحدة هو (1399905) وأن المعدل السنوي للذين تم رفع رواتبهم بالبطاقة يحسب وفق المعادلة التالية :

$$\text{معدل الذين تم رفع رواتبهم بالبطاقة الذكية} = \frac{\text{متوسط عدد المتقاعدين في السنة الواحدة}}{\text{متوسط عدد المتقاعدين في أخر دفعة من السنة}} * 100$$

$$= \frac{1399905}{247125} * 100$$

$$= 5.66\ \%$$

والشكل رقم (2) يوضح أعداد المتقاعدين الكلي والذين رفعت رواتبهم والذين لم ترفع رواتبهم على البطاقة للمدة (2010 – 2012) للقسم المدني :



شكل رقم (2)

من خلال الجداول (1) يمكن حساب مصفوفات ماركوف التي توضح عملية حركة المتقاعد في القسم العسكري :

يمكن القول أن إحتمال عدم رفع الراتب للمتقاعد للشهر الأول هو :

متوسط عدم رفع الراتب / متوسط المجموع الكلي = P_{1I}

$P_{1I} = 0.002$

وإحتمال عدم رفع الراتب للمتقاعد للشهر الثالث هو :

$P_{2I} = 0.002$

وإحتمال عدم رفع الراتب للمتقاعد للشهر الخامس هو :

$P_{3I} = 0.003$

وإحتمال عدم رفع الراتب للمتقاعد للشهر السابع هو :

$P_{4I} = 0.003$

وإحتمال عدم رفع الراتب للمتقاعد للشهر التاسع هو :

$$P_{5I} = 0.002$$

وإحتمال عدم رفع الراتب للمتقاعد للشهر الحادي عشر هو :

$$P_{6I} = 0.002$$

وإحتمال إن المتقاعد يستلم راتبه في الشهر الثالث بعد أن استلم راتبه في الشهر الأول هو :

$$P_{12} = 1 - P_{1I} = 0.998$$

وإحتمال إن المتقاعد يستلم راتبه في الشهر الخامس بعد أن استلم راتبه في الشهر الثالث هو :

$$P_{23} = 1 - P_{2I} = 0.998$$

وإحتمال إن المتقاعد يستلم راتبه في الشهر السابع بعد أن استلم راتبه في الشهر الخامس هو :

$$P_{34} = 1 - P_{3I} = 0.997$$

وإحتمال إن المتقاعد يستلم راتبه في الشهر التاسع بعد أن استلم راتبه في الشهر السابع هو :

$$P_{45} = 1 - P_{4I} = 0.997$$

وإحتمال إن المتقاعد يستلم راتبه في الشهر الحادي عشر بعد أن استلم راتبه في الشهر التاسع هو :

$$P_{56} = 1 - P_{5I} = 0.998$$

وإحتمال إن المتقاعد أستلم الاشهر كافة من هذه السنة هو :

$$P_{6II} = 1 - P_{6I} = 0.998$$

فتكون مصفوفات ماركوف الأنتقالية للقسم العسكري هي :

$$P1=\begin{bmatrix} 0 & 0.998 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.002 & 0 \\ 0 & 0 & 0.998 & 0 & 0 & 0 & 0.002 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.997 & 0 & 0 & 0.003 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.997 & 0 & 0.003 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.998 & 0.002 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.998 & 0.002 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots\cdots\cdots(15)$$

من خلال الجداول (2) يمكن حساب مصفوفات ماركوف التي توضح عملية حركة المتقاعد في القسم المدني :

يمكن القول أن إحتمال عدم رفع الراتب للمتقاعد للشهر الثاني هو :

متوسط عدم رفع الراتب / متوسط المجموع الكلي = P_{1I}

$P_{1I} = 0.003$

وإحتمال عدم رفع الراتب للمتقاعد للشهر الرابع هو :

$P_{2I} = 0.004$

وإحتمال عدم رفع الراتب للمتقاعد للشهر السادس هو :

$P_{3I} = 0.004$

وإحتمال عدم رفع الراتب للمتقاعد للشهر الثامن هو :

$P_{4I} = 0.004$

وإحتمال عدم رفع الراتب للمتقاعد للشهر العاشر هو :

$P_{5I} = 0.003$

وإحتمال عدم رفع الراتب للمتقاعد للشهر الثاني عشر هو :

$P_{6I} = 0.004$

وإحتمال إن المتقاعد يستلم راتبه في الشهر الرابع بعد أن أستلم راتبه في الشهر الثاني هو :

$$P_{12} = 1 - P_{1I} = 0.997$$

وإحتمال إن المتقاعد يستلم راتبه في الشهر السادس بعد أن استلم راتبه في الشهر الرابع هو :

$$P_{23} = 1 - P_{2I} = 0.996$$

وإحتمال إن المتقاعد يستلم راتبه في الشهر الثامن بعد أن استلم راتبه في الشهر السادس هو :

$$P_{34} = 1 - P_{3I} = 0.996$$

وإحتمال إن المتقاعد يستلم راتبه في الشهر العاشر بعد أن استلم راتبه في الشهر الثامن هو :

$$P_{45} = 1 - P_{4I} = 0.996$$

وإحتمال إن المتقاعد يستلم راتبه في الشهر الثاني عشر بعد أن أستلم راتبه في الشهر العاشر هو :

$$P_{56} = 1 - P_{5I} = 0.997$$

وإحتمال إن المتقاعد أستلم الأشهر كافة من هذه السنة هو :

$$P_{6II} = 1 - P_{6I} = 0.996$$

فتكون مصفوفات ماركوف الأنتقالية للقسم المدني هي :

$$P2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.997 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.003 & 0 \\ 0 & 0 & 0.996 & 0 & 0 & 0 & 0.004 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.996 & 0 & 0 & 0.004 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.996 & 0 & 0.004 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.997 & 0.003 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.996 & 0.004 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots\cdots\cdots (16)$$

ان المصفوفات p1,p2 أعلاه تمثل الإحتمالات الانتقالية والحالات الماصة لمتقاعدي القسم العسكري و المدني على التوالي ، وعليه يمكن حساب المدة الزمنية التي يستغرقها المتقاعد بأستلام راتبه خلال أشهر السنة كاملة ، وذلك بحساب المصــفوفة $(I-N)^{-1}$ لكل قسم الموضحة في المعادلة (4) وكالاتي :

$$(I-N1)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0.998 & 0.996 & 0.993 & 0.990 & 0.988 \\ 0 & 1 & 0.998 & 0.995 & 0.992 & 0.990 \\ 0 & 0 & 1 & 0.997 & 0.994 & 0.992 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.997 & 0.995 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.998 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{.................}(17)$$

$$(I-N2)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0.997 & 0.993 & 0.989 & 0.985 & 0.982 \\ 0 & 1 & 0.996 & 0.992 & 0.988 & 0.985 \\ 0 & 0 & 1 & 0.996 & 0.992 & 0.989 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.996 & 0.993 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.997 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{...............}(18)$$

حيث ان N1,N2 تمثل مصفوفة إحتمالات الأنتقال لمتقاعدي القسم العسكري والقسم المدني وبضرب المعادلات (17، 18) المذكورتين انفاً بالشعاع الأحادي الأتي :

$$I = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

نحصل على المدة الزمنية التي يستغرقها المتقاعد في كل سنة وكما يلي :

$$T1=\begin{bmatrix}5.965\\4.975\\3.983\\2.992\\1.998\\1\end{bmatrix}.......(19) \qquad T2=\begin{bmatrix}5.946\\4.961\\3.977\\2.989\\1.997\\1\end{bmatrix}.......(20)$$

حيث أن T1,T2 تمثل المدد الزمنية التي يستغرقها المتقاعد لكل مدة راتب وهي مدة شهرين لكلا القسمين على التوالي .

وللحصول على إحتمال يرفع راتب للمتقاعد وإحتمال لم يرفع له راتب في كل قسم يمكن ذلك بالاعتماد على المعادلة (14) والمعادلات (15) و(16) و(17) و(18) وكالاتي :

$$(I-N1)^{-1}*Q1=\begin{bmatrix}1&0.998&0.996&0.993&0.990&0.988\\0&1&0.998&0.995&0.992&0.990\\0&0&1&0.997&0.994&0.992\\0&0&0&1&0.997&0.995\\0&0&0&0&1&0.998\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}.*\begin{bmatrix}0.002&0\\0.002&0\\0.003&0\\0.003&0\\0.002&0\\0.998&0.002\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.998&0.002\\0.998&0.002\\0.998&0.002\\0.998&0.002\\0.998&0.002\\0.998&0.002\end{bmatrix}.........(21)$$

$$(I-N2)^{-1}*Q2=\begin{bmatrix}1&0.997&0.993&0.989&0.985&0.982\\0&1&0.996&0.992&0.988&0.985\\0&0&1&0.996&0.992&0.989\\0&0&0&1&0.996&0.993\\0&0&0&0&1&0.997\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}.*\begin{bmatrix}0.003&0\\0.004&0\\0.004&0\\0.004&0\\0.003&0\\0.996&0.004\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.9961&0.0039\\0.9961&0.0039\\0.9960&0.0040\\0.9960&0.0040\\0.9960&0.0040\\0.9960&0.0040\end{bmatrix}.........(22)$$

أن المصفوفات الناتجة في المعادلتين (21) و(22) يمكن أستخدامها للتنبؤ بأعداد المتقاعدين الذين ترفع رواتبهم على البطاقة الذKة والمتقاعدين الذين لم ترفع رواتبهم على البطاقة الذكية للخمس سنوات القادمة ولكل قسم ، ويتم ذلك بضرب المصفوفات المشار أليها أعلاه بالمتجهات M1,M2 على التوالي وكالأتي :

$$M1*(I-N1)^{-1}*Q1=[1746628 \quad 4086]......(23)$$

$$M2*(I-N2)^{-1}*Q2=[1480351 \quad 6276]......(24)$$

وقد تم أستخدام مصفوفة ماركوف الإحتمالية بالتنبؤ بأعداد المتقاعدين بأستخدام متوسط أعداد المتقاعدين السابقين بدلاً من الإحتمالات الأولية ، ولا سيما أن حساب الإحتمالات للمتقاعدين هو نفسه المتجه الأولي للإحتمالات لذلك تم أعتماد متجه بمتوسط الأعداد الكلي بدلا من المتجه الأولي .

والجدولان (4) و(5) أدناه يوضحان الأعداد المتوقعة للمتقاعدين الذين ترفع رواتبهم على البطاقة الذكية والذين لم ترفع رواتبهم على البطاقة الذكية للخمس سنوات القادمة ولكلا القسمين :

جدول رقم (4) يبين الأعداد المتوقعة للمتقاعدين الكلي الذين ترفع رواتبهم على البطاقة الذكية والذين لم ترفع رواتبهم على البطاقة الذكية للقسم العسكري للمدة (2013 - 2017)

جدول رقم (4)

أعداد المتقاعدين / السنة	مرفوعون	مرفوضون	الكلي
2013	1747628	4412	1752040
2014	1747789	3947	1751736
2015	1746965	4034	1750999
2016	1789912	6125	1796037
2017	1789217	5147	1794364

جدول رقم (5) يبين الأعداد المتوقعة للمتقاعدين الكلي الذين ترفع رواتبهم على البطاقة الذكية والذين لم ترفع رواتبهم على البطاقة الذكية للقسم المدني للمدة (2013 - 2017) .

جدول رقم (5)

أعداد المتقاعدين السنة	مرفوعون	مرفوضون	الكلي
2013	1482351	6276	1488627
2014	1471533	5365	1476898
2015	1499493	5620	1505113
2016	1499538	5480	1505018
2017	1499525	5575	1505100

النتـــــائـــج :

1- من خلال ملاحظة المصفوفة (15) نلاحظ أن المتقاعد في القسم العسكري ينتقل لأستلام دفعة الراتب الثانية بإحتمال مقداره (0.998) وأن إحتمال عدم رفع راتب له لأربع دفعات متتالية هو (0.002) ويكون إحتمال أنتقاله لأستلام الدفعة الثالثة مساويا" إلى (0.998) وإحتمال عدم رفع راتب له (0.002) ، أما إحتمال إنتقاله لاستلام الدفعة الرابعة فيكون مقداره (0.997) ويكون إحتمال عدم رفع راتب له مساويا" إلى (0.003) ، أما إحتمال انتقاله لاستلام الدفعة الخامسة فيكون مقداره (0.997) وإحتمال عدم رفع راتب له مساويا" إلى (0.003) ، أما إحتمال انتقاله لاستلام الدفعة السادسة فيكون مقداره (0.998) ويكون إحتمال عدم رفع راتب له مساويا" إلى (0.002) ، وهكذا لقسم المتقاعدين المدني وكما موضح في المعادلة رقم (16) .

2 - أما بالنسبة للمعادلة (19) فيمكن القول إن متوسط زمن انتظار المتقاعد بعد استلامه الدفعة الأولى من الراتب التقاعدي في بداية السنة لـK يحصل على الدفعة الأخيرة من السنة هو ما يعادل (10 أشهر و 18 يوماً و 65 ساعة) كون الدفعة كل شهرين ، وإن متوسط زمن أنتظار المتقاعد

الذي أستلم الدفعة الثانية هو (8 أشهر و 18 يوما و 75 ساعة) ، وهكذا لبقية الدفعات . وكذلك الحال بالنسبة لمتقاعدي القسم المدني كما في المعادلة رقم (20) .

3- من الجداول (4) و(5) حصلنا على العدد المتوقع من المتقاعدين لكل قسم العسكري والمدني على التوالي ولخمس سنوات قادمة ، اذ تشير الأرقام الى ان هناك زيادة طفيفة ، اما العدد المتوقع من المتقاعدين الذين لم ترفع رواتبهم على البطاقة الذكية فيتناقص بشكل طفيف لقسم وزيادة طفيفة للقسم الاخر .

التوصيات :

نوصي باعتماد هذه الدراسة على مستوى المؤسسات العراقية وللتخصصات كافة الإنسانية والعلمية والطبية والزراعية وغيرها .

ومن خلال هذه الدراسة وجدنا أن أسلوب سلسلة ماركوف الامتصاصية هو الأسلوب الأنسب لوضع خطة إستراتجية دقيقة لمخرجات أي مؤسسة .

ونوصي المسؤولين من متخذي القرار بأعتماد النتائج التي تم الحصول عليها في هذه الدراسة ودراستها من خلال وضع الخطط التنموية المستقبلية للمتقاعدين .

* يمكن أجراء دراسة لمستفيدي الرعايا الأجتماعية (دائرة المرأه والرجل) وعمل دراسة تنبؤية بالأعداد لعمل الخطط المستقبلية لهم .

الهوامش

١) حسين، د.عبدالكريم محمد (2009) ، " أستخدام المصفوفة الماركوفية في تقدير زمن بقاء الطالب في كلية الحقوق /جامعة دمشق" ، مجلة جامعة دمشق للعلوم الأقتصادية والقانونية / مجلد (25) ، العدد الأول .

٢) العلي ،ابراهيم – عكروش ، محمد – معلا ، احمد (2009) ، " تحليل حركة السوق باستخدام سلاسل ماركوف – دراسة تطبيقية على الشركات التالية (شركة غزل حماة – شركة غزل جبلة – الوليد للغزل بحمص) " مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الاقتصادية والقانونية المجلد (31) العدد (1) .

٣) متراس، بان أحمد حسن – بني، كافي دنو (2009) ،" خوارزمية مقترحة لتجزئة الصور بأستخدام حقل ماركوف العشوائي" ، المؤتمر العلمي الثاني للرياضيات/الأحصاء والمعلوماتية 6 – Dec/7 جامعة الموصل/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات .

٤) الكسو، أبتهاج عبدالحميد – صالح، أسراء عبد الجواد (2010)،"تقدير رتبة سلسلة ماركوف للحالة الجوية لمدينة الموصل بأستخدام شبكة الأنتشار العكسي" ، المجلة العراقية للعلوم الأحصائية العدد (18) .

٥) كريم، زيد حسن (2010) ، " استخدام سلاسل ماركوف في التنبؤ وتقدير القوى العاملة المستقبلية " كلية الإدارة والاقتصاد – الجامعة المستنصرية .

٦) أحمد،عصام كامل – بتال، أحمد حسن (2011) "أستخدام سلاسل ماركوف في حساب متوسط مدة بقاء الطالب في قسم الرياضيات بكلية التربية للعلوم الصرفة جامة الأنبار" / مجلة جامعة الأنبار للعلوم الأقتصادية والأدارية / المجلد (4) العدد (7) .

٧) محمد، أحمدعادل (2012) "تحليل التغيرات الحاصلة في مصروفات الموازنة باستعمال سلاسل ماركوف مع تطبيق عملي" / كلية الأدارة والأقتصاد – جامعة بغداد .

8) Hillier, Frederick S. & Lieberman, Gerald J. , Seventh Edition 2001 , "Introduction to Operations Research" .

9) Taha, Hamdy A. ,2011, "Operation Resrarch An Introduction" ,Ninth Edition .

10) Grimmett, G. and Stirzaker ,D. R., 2002 " Probability and random Processes", 3rd. Edition, Cambridge University Press.

11) Parzen ,E.,1960 " Modern probability theory and its application ", john Wiley& Sons.

12) Igusa , Kiyoshi , December 17, 2006 , " Notes on Stochastic Processes" .

13) Hartmann , Instructor: Prof. Carsten – Lie , Scribe: H\ February 19, 2013,
" Lecture notes for Numerik IVc - Numerics for Stochastic Processes, Wintersemester 2012/2013".

14) Knill , Oliver, March 20, 2008 , "Probability and Stochastic Processes with Applications" .

15) Eberle , Andreas & Marinelli , Carlo, September 2007, " Stability of Sequential Markov Chain Monte Carlo Methods" .

16) Durrett , Rick\ August 21, 2010 , " Essentials of Stochastic Processes" , Version Beta of the 2nd Edition .