

تقدير معلمة القياس في أحد توزيعات وقت الأشتغال لحين الفشل مع تطبيق عملي

م. بيداء أسماعيل عبد الوهاب
جامعة بغداد - كلية الإدارة والاقتصاد

المستخلص:

يتضمن هذا البحث التعرف على أحد توزيعات وقت الأشتغال لحين الفشل في معمل سمنت الفلوجة، حيث اخذت عينة من (45) مشاهدة، تمثل أوقات الأشتغال لطواحين حجر الكلس بالأيام ووجد أن توزيعها هو (*Burr - Type X10*) ذي المعلمتين، معلمة الشكل (α) ومعلمة القياس (λ)، وقد اجري اختبار حسن المطابقة وتم التأكد من التوزيع، لذلك عملنا على تقدير معلمات هذا التوزيع وخاصة معلمة القياس (λ)، حيث تم تقديرها بطريقة الأماكن الأعظم، والعزوم والمربعات الصغرى وقورنت النتائج باستخدام المقياس الأحصائي متوسط مربعات الخطأ (*Mean Square Error [MSE]*) ولحجوم عينات ($n = 15, 25, 50, 75, 100$) وتكرار كل تجربة ($R = 500$) وتضمن البحث أيضاً الجانب التطبيقي في معمل سمنت الفلوجة الأبيض، وهو من مواد البناء المهمة.

1- هدف البحث

يهدف البحث الى الحصول على أفضل المقدرات لمعلمة القياس (λ)، ولا سيما أن المعادلات الناتجة في الجانب النظري معقدة وتحتاج الى طرائق عديدة لحلها والحصول على المقدرات، وأهمية هذه المقدرات تكمن في حساب متوسط الأشتغال لحين الفشل وكذلك حساب معولية المكانن

تقدير معلمة القياس في احد توزيعات وقت الاشتغال لحين الفشل مع تطبيق عملي

والمعدات. إن حساب المتوسط ضروري لبرمجة أعمال الصيانة بأنواعها ووضع جدول زمني لتوقيتات الصيانة.

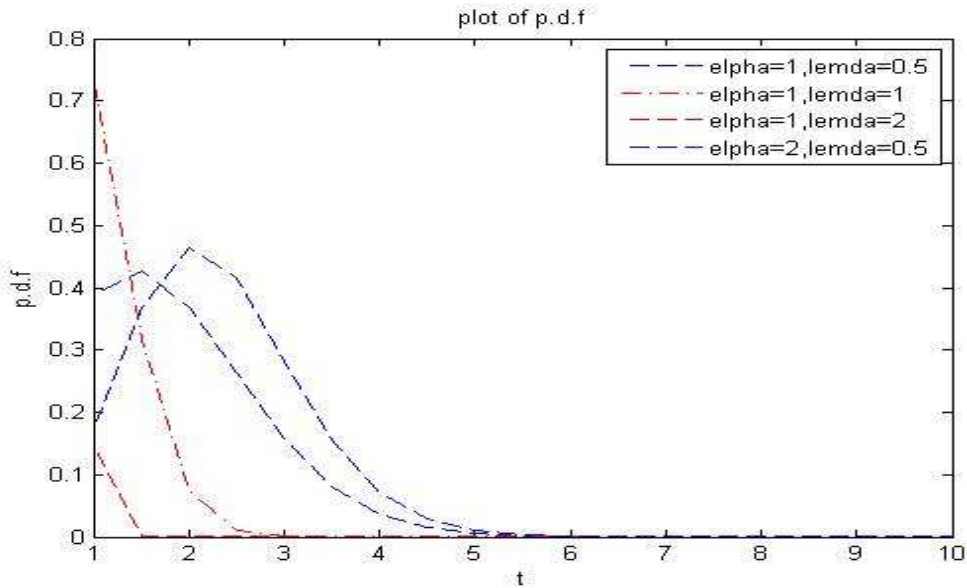
2- المقدمة

تعرف الدالة الاحتمالية (*p.d.f*) لتوزيع (*Burr - Type X10*) ذي معلمة الشكل (α) ومعلمة القياس (λ), بالصيغة التالية:

$$f(x, \alpha, \lambda) = 2\alpha\lambda^2 x e^{-(\lambda x)^2} (1 - e^{-(\lambda x)^2})^{\alpha-1} \quad \alpha, \lambda > 0, x \geq 0 \quad \dots(1)$$

والشكل التالي يوضح (*p.d.f*) التوزيع.

شكل (1): صيغ مختلفة لتوزيع (*Burr - Type X10*)



وأن الدالة الاحتمالية التراكمية هي:

$$F(x; \alpha, \lambda) = (1 - e^{-(\lambda x)^2})^\alpha \quad \dots(2)$$

وأن دالة المعولية هي:

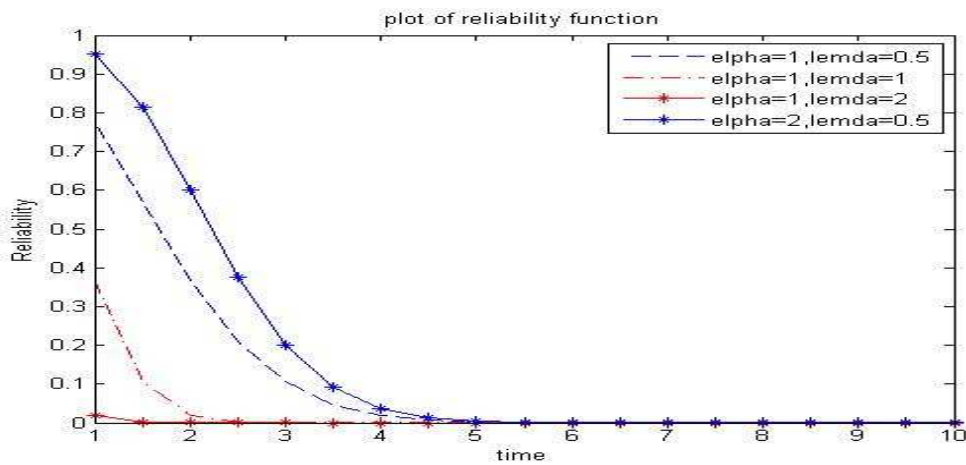
$$R(x; \alpha, \lambda) = 1 - F(x) \quad \dots(3)$$

أن دالة معدل المخاطرة (*hazard rate function*) هي:

$$\begin{aligned} h(x; \alpha, \lambda) &= \frac{f(x)}{F(x)} \\ &= \frac{2\alpha\lambda^2 x e^{-(\lambda x)^2} (1 - e^{-(\lambda x)^2})^{\alpha-1}}{(1 - e^{-(\lambda x)^2})^\alpha} \\ &= \frac{2\alpha\lambda^2 x e^{-(\lambda x)^2}}{(1 - e^{-(\lambda x)^2})} \\ &= \frac{2\alpha\lambda^2 x}{e^{-(\lambda x)^2} - 1} \quad \dots (4) \end{aligned}$$

ويمكن أيضاً توضيح دالة المعولية بالشكل التالي:

شكل (2): دالة المعولية (*Burr - Type X10*)



3- طرائق تقدير معلمة القياس

أ) طريقة الأماكن الأعظم *Maximum Likelihood Method* [12,14]

لدينا

$$L(\underline{x}, \alpha, \lambda) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \alpha, \lambda)$$

$$= (2\alpha)^n (\lambda^2)^n \prod_{i=1}^n x_i e^{-\sum \lambda^2 x_i^2} \prod_{i=1}^n (1 - e^{-(\lambda x_i)^2})^{\alpha-1} \quad \dots (5)$$

وبأدخال اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة (5)، نحصل على:

$$\ln L = n \ln 2 + n \ln \alpha + 2n \ln \lambda + \sum_{i=1}^n \ln x_i$$

$$- \lambda^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \ln(1 - e^{-\lambda^2 x_i^2}) \quad \dots (6)$$

باعتبار أن معلمة الشكل (α) معلومة ثابتة لذلك نشق المعادلة (6) بالنسبة الى (λ):

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = \frac{2n}{\lambda} - 2\lambda \sum_{i=1}^n x_i^2 + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \frac{e^{-\lambda^2 x_i^2} (2\lambda) x_i^2}{(1 - e^{-\lambda^2 x_i^2})} \quad (7)$$

ومن ثم نجعل $\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = 0$

$$2n - 2\lambda^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2(\alpha - 1) \lambda^2 \sum_{i=1}^n \frac{e^{-\lambda^2 x_i^2} x_i^2}{(1 - e^{-\lambda^2 x_i^2})} = 0 \quad \dots (8)$$

وهي معادلة غير خطية بدلالة (λ^2)، سوف يتم حلها عددياً باستخدام طريقة نيوتن رافسن أو غيرها، عندما (α) معلومة، يمكن ايجاد مقدر ($\hat{\lambda}_{MLE}$)، بأعتبره دالة ضمنية من ($\hat{\lambda}$)، لأنه لا يمكن

الحصول على تعبير بصورة مغلقة, وأخيراً يمكن القول أن مقدر دالة الأماكن الأعظم للمعلمة $(\hat{\lambda})$ يحدد من المعادلة التالية:

$$\hat{\lambda}_{MLE}^2 = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - (\alpha-1) \left[\sum_{i=1}^n (x_i^2 | 1 - e^{-\hat{\lambda}^2 x_i^2}) \right]} \quad \dots(9)$$

وهنا يجب أن تعتمد طريقة النقطة الصامدة العددية (*fixed point method*) لتقدير $(\hat{\lambda}_{MLE})$, من حل المعادلة (9),

$$\hat{\lambda}_{i+1} = g(\lambda_i)$$

$$\hat{\lambda}_1 = g(\lambda_0)$$

$$\hat{\lambda}_2 = g(\lambda_1)$$

وهكذا, وتوقف الحسابات التكرارية عندما يكون الفرق المطلق بين:

$$|\hat{\lambda}_{i+1} - \hat{\lambda}_i| < \epsilon$$

ϵ قيمة الخطأ وهي محددة مسبقاً في البرنامج المعتمد لحل المعادلة (9).

(ب) مقدرات العزوم *Moment Estimators* [10]

للحصول على مقدري العزوم للمعلمتين, معلمة الشكل (α) و معلمة القياس (λ) وسوف نكتب للسهولة $(\mu = \lambda^2)$, ونأخذ صيغة العزم من الدرجة (i) للدالة الاحتمالية (1) والمعرف بالمعادلة التالية:

$$E(x^i) = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{i}{2}} \frac{\Gamma(k+1+\frac{i}{2})}{\Gamma(k+1)} \quad \dots (10)$$

$$E(x) = \left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\Gamma(k + \frac{3}{2})}{\Gamma(k + 1)}$$

وعند مساواة عزم العينة مع عزم المجتمع نحصل على:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= E(x) \\
 \frac{\sum_i^n x_i}{n} &= \frac{1}{\sqrt{\mu}} \frac{\Gamma(k + \frac{3}{2})}{\Gamma(k + 1)} \\
 \hat{\mu} &= \frac{1}{\bar{x}^2} \left[\frac{\Gamma(k + \frac{3}{2})}{\Gamma(k + 1)} \right]^2 \quad \dots(11)
 \end{aligned}$$

وعند أيجاد $(\hat{\mu})$ يكون مقدر العزوم للمعلمة (λ) هو:

$$\hat{\lambda}_{Mom} = \sqrt{\hat{\mu}} \quad \dots(12)$$

لقيم مختارة ل $(k = 1, 2, 3, \dots)$, أما مقدر (α) فهو سيفترض اعداد $(\alpha = 1, 1.5, 0.5)$.

ج) مقدرات المربعات الصغرى *Least Square Estimators*

يتم الحصول على مقدري (α, λ) لتوزيع $(Burr X10)$ بطريقة المربعات الصغرى من خلال تصغير مجموع مربعات الفرق بين الدالة الاحتمالية التراكمية وأحد مقدراتها اللامعلمية، والذي سوف نرمز له $(L.S)$:

$$\begin{aligned}
 L.S &= \sum_{i=1}^n \left[F(x_i, \alpha, \lambda) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \\
 &= \sum_{i=1}^n \left[(1 - e^{-\lambda^2 x_i^2})^\alpha - \frac{i}{n+1} \right]^2 \quad \dots (13)
 \end{aligned}$$

سوف نعتمد على مقدر المربعات الصغرى لمعلمة القياس (λ) ، فقط باعتبار أن (α) معلومة، ولذلك نشق المعادلة (13) نسبة الى (λ) .

$$\begin{aligned}
 L.S &= \sum_{i=1}^n \left[(1 - e^{-\lambda^2 x_i^2})^\alpha - \frac{i}{n+1} \right]^2 \\
 \frac{dL.S}{d\lambda} &= 2 \sum_{i=1}^n \left[(1 - e^{-\lambda^2 x_i^2})^\alpha - \frac{i}{n+1} \right] \left[\alpha (1 - e^{-\lambda^2 x_i^2})^{\alpha-1} 2\lambda e^{-\lambda^2 x_i^2} \right] = 0
 \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha \left(1 - e^{-\lambda^2 x_i^2}\right)^{2\alpha-1} \lambda e^{-\lambda^2 x_i^2} - \alpha \lambda \sum_{i=1}^n \frac{i}{n+1} \left(1 - e^{-\lambda^2 x_i^2}\right)^{\alpha-1} e^{-\lambda^2 x_i^2} = 0 \quad \dots (14)$$

وهي أيضاً دالة غير خطية يتم حلها عددياً لتقدير (λ) بوصف معلمة الشكل (α) معلومة. بعد شرح طرائق التقدير الثلاث، الأماكن الأعظم والعزوم والمربعات الصغرى، أردنا إدخال طريقة وايت (*Whyte*) لكن المعادلات الناتجة منها معقدة وغير خطية ولا تختلف عن معادلات المربعات الصغرى، لذلك أكتفينا بالطرائق الثلاث.

4- الجانب التجريبي

بعد أن تأكدنا في الجانب التطبيقي أن توزيع وقت الأشتغال لحين الفشل هو توزيع (*Burr Type X10*)، أجرينا أيضاً جانب تجريبي حيث يتم توليد البيانات حسب السلوب التالي:

$$F(x; \alpha, \lambda) = \left(1 - e^{-\lambda^2 x_i^2}\right)^\alpha$$

$$R_i = \left(1 - e^{-\lambda^2 x_i^2}\right)^\alpha \quad 0 \leq R_i \leq 1$$

$$R_i^{1/\alpha} = 1 - e^{-\lambda^2 x_i^2}$$

$$e^{-\lambda^2 x_i^2} = 1 - R_i^{1/\alpha}$$

$$\ln e^{-\lambda^2 x_i^2} = \ln(1 - R_i^{1/\alpha})$$

$$-\lambda^2 x_{(i)}^2 = \ln(1 - R_i^{1/\alpha})$$

$$x_{(i)}^2 = -\frac{1}{\lambda^2} \ln(1 - R_i^{1/\alpha})$$

$$x_i = \sqrt{-\frac{1}{\lambda^2} \ln(1 - R_i^{1/\alpha})} \quad 0 \leq R_i \leq 1$$

وقد اختيرت مجموعات قيم أولية من خمس مجموعات وكررت كل تجربة ($R = 500$)، وأعتمد معيار متوسط مربعات الخطأ التجريبي (*MSE*) كأساس للمقارنة ونرفق جدولاً يتضمن نتائج

(MSE) وتركز البحث على تقدير معلمة القياس (λ) بوصف ($\alpha = 0.5, 1, 1.5$) معلمة الشكل معلومة، تم اختيار ستة تراكيب من القيم:

1- $\alpha = 0.5 \quad \lambda = 1$

2- $\alpha = 1 \quad \lambda = 1$

3- $\alpha = 1.5 \quad \lambda = 1$

4- $\alpha = 0.5 \quad \lambda = 1.5$

5- $\alpha = 1 \quad \lambda = 1.5$

5- $\alpha = 1.5 \quad \lambda = 1.5$

وبعد توليد القيم حسب المعادلة المرفقة أعتبرت (α) ثابتة وقدرت (λ) معلمة القياس بثلاث طرائق هي الأماكن الأعظم والعزوم والمربعات الصغرى وكانت أفضل النتائج عندما ($\alpha = 1$) و ($\lambda = 1$) في البحث، ولو أردنا تقدير ($\hat{\alpha}$) بالأماكن الأعظم أيضاً، فأنها تحتاج الى حسابات تكرارية مطولة لذلك أعتبرت ثابتة ($\alpha = 0.5, \alpha = 1$) حيث كانت هذه القيم منطقية وتساهم مع (λ) في تحقيق المعادلة (7) الناتجة من تطبيق (MLE). وأشارت النتائج الى أن أفضل المقدرات الى (λ) هي ($\hat{\lambda}_{MLE}$) لأنها تمتلك أصغر (MSE) تليها ($\hat{\lambda}_{OLS}$) ثم مقدرات العزوم. أن الهدف من الحصول على أفضل المقدرات هو لاستخراج متوسط الأشتغال لحين الفشل لأن هذا يعد مؤشراً مهماً جداً بالنسبة لأعمال الصيانة الوقائية والفجائية ولا سيما ان معدات هذا المعمل قديمة.

جدول (1): قيم المقدرات و MSE للمعلمة λ بطريقة الأماكن الأعظم

n	$\alpha = 0.5, \lambda = 1$		$\alpha = 1, \lambda = 1$		$\alpha = 1.5, \lambda = 1$	
	$\hat{\lambda}_{MLE}$	MSE	$\hat{\lambda}_{MLE}$	MSE	$\hat{\lambda}_{MLE}$	MSE
15	0.5749	0.0252	2.4077	0.9443	1.0810	0.0463
25	0.5420	0.0175	2.2267	0.4787	1.0453	0.0308
50	0.5227	0.0161	2.1183	0.1647	1.0258	0.0145
75	0.5147	0.0130	2.0719	0.1037	1.0264	0.0105
100	0.5178	0.0104	2.0426	0.0533	1.0205	0.0157

جدول (2): قيم المقدرات و MSE للمعلمة λ بطريقة الأماكن الأعظم.

n	$\alpha = 0.5, \lambda = 1.5$		$\alpha = 1, \lambda = 1.5$		$\alpha = 1.5, \lambda = 1.5$	
	$\hat{\lambda}_{MLE}$	MSE	$\hat{\lambda}_{MLE}$	MSE	$\hat{\lambda}_{MLE}$	MSE
15	0.5349	0.0341	2.3677	0.9543	1.0510	0.0563
25	0.5120	0.0275	2.2037	0.4887	1.0143	0.0408
50	0.5017	0.0261	2.1053	0.1747	1.0048	0.0245
75	0.5037	0.0230	2.0419	0.1137	1.0054	0.0205
100	0.5038	0.0114	2.0126	0.0634	1.0005	0.0257

تقدير معلمة القياس في احد توزيعات وقت الاشتغال لحين الفشل مع تطبيق عملي

جدول (3): قيم المقدرات و MSE للمعلمة λ بطريقة العزوم عندما (α) معلومة.

n	$\alpha = 0.5, \lambda = 1$		$\alpha = 1, \lambda = 1$		$\alpha = 1.5, \lambda = 1$	
	$\hat{\lambda}_{MOM}$	MSE	$\hat{\lambda}_{MOM}$	MSE	$\hat{\lambda}_{MOM}$	MSE
15	1.0828	0.0262	2.0709	0.3642	1.0550	0.3104
25	1.0476	0.0142	2.0439	0.3203	1.0362	0.2774
50	1.0361	0.0203	2.0318	0.29805	1.0326	0.2632
75	1.0301	0.0202	2.0383	0.2811	1.0281	0.2482
100	1.0264	0.0201	2.0241	0.2718	1.0245	0.2555

جدول (4): قيم المقدرات و MSE للمعلمة λ بطريقة العزوم عندما (α) معلومة.

n	$\alpha = 0.5, \lambda = 1.5$		$\alpha = 1, \lambda = 1.5$		$\alpha = 1.5, \lambda = 1.5$	
	$\hat{\lambda}_{MOM}$	MSE	$\hat{\lambda}_{MOM}$	MSE	$\hat{\lambda}_{MOM}$	MSE
15	1.0928	0.0262	2.0609	0.3642	1.0550	0.3104
25	1.0476	0.0142	2.0439	0.3203	1.0362	0.2774
50	1.0361	0.0203	2.0318	0.2905	1.0326	0.2632
75	1.0301	0.0202	2.0383	0.2711	1.0281	0.2582
100	1.0264	0.0201	2.0241	0.2718	1.0245	0.2555

جدول (5): قيم المقدرات و MSE للمعلمة λ بطريقة المربعات الصغرى

n	$\alpha = 0.5, \lambda = 1$		$\alpha = 1, \lambda = 1$		$\alpha = 1.5, \lambda = 1$	
	$\hat{\lambda}_{OLS}$	MSE	$\hat{\lambda}_{OLS}$	MSE	$\hat{\lambda}_{OLS}$	MSE
15	0.5849	0.0352	2.4177	0.9543	1.0910	0.0563
25	0.5520	0.0275	2.3267	0.4987	1.0553	0.0408
50	0.5327	0.0261	2.1283	0.1747	1.0358	0.0245
75	0.5247	0.0230	2.0819	0.1137	1.0364	0.0205
100	0.5278	0.0204	2.0526	0.0633	1.0305	0.0257

جدول (6): قيم المقدرات و MSE للمعلمة λ بطريقة المربعات الصغرى

n	$\alpha = 0.5, \lambda = 1.5$		$\alpha = 1, \lambda = 1.5$		$\alpha = 1.5, \lambda = 1.5$	
	$\hat{\lambda}_{OLS}$	MSE	$\hat{\lambda}_{OLS}$	MSE	$\hat{\lambda}_{OLS}$	MSE
15	0.5649	0.0141	2.3977	0.3243	1.0710	0.0363
25	0.5320	0.0175	2.2167	0.4587	1.0253	0.0208
50	0.5127	0.0161	2.1183	0.1547	1.0158	0.0145
75	0.5147	0.0130	2.0619	0.1137	1.0164	0.0105
100	0.5178	0.0114	2.1226	0.134	1.1005	0.1057

5- الجانب التطبيقي

معمل اسمنت الفلوجة الأبيض هو أحد المعامل التابعة الى الشركة العامة للاسمنت العراقية يقع على بعد 65 كم من العاصمة بغداد، يعمل بالطريقة الجافة بثلاثة خطوط أنتاجية، الطاقة الإنتاجية

تقدير معلمة القياس في احد توزيعات وقت الاشتغال لحين الفشل مع تطبيق عملي

للمعمل 290 الف طن من الاسمنت الأبيض، بدأ الإنتاج في الخط الأول عام 1978 والخط الثاني عام 1984 وفي الخط الثالث عام 1985 وقد حصل على شهادة سلامة الجودة للمنتج من قبل الجهاز المركزي للتقييس والسيطرة النوعية ثاني معمل من معامل الشركة يحصل على هذه الشهادة في العراق. يتكون من ثلاثة أقسام هي قسم طواحين المواد ويشتمل على طاحونة المواد 1 وطاحونة المواد 2 وبطاقة إنتاجية 40 طنا / ساعة لطاحونة المواد 1 و 60 طنا/ ساعة بالنسبة لطاحونة المواد 2 وقسم الأفران يتألف من ثلاثة أفران هي الفرن الأول والفرن الثاني والفرن الثالث، وقسم طواحين الاسمنت ويتألف من ثلاث طواحين هي طاحونة الاسمنت الأولى وطاحونة الاسمنت الثانية وطاحونة الاسمنت الثالثة، إضافة الى قسم التعبئة، ويتم تسويق الأسمنت وتعبئته بطريقتين الأولى اسمنت مكيس سعة 50 كغم للكيس الواحد اذ توجد ماكينة تعبئة وبسعة كبيرة وتحميل الأكياس بصورة يدوية من النواقل المطاطية الى السيارة الثانية واسمنت قل يحمل بعربة أو سيارة حوضية وقسم التخطيط والأدارة والمحطة الكهربائية ومن خلال مراقبة العملية الإنتاجية، وجد أن الطواحين تتعرض للفشل (أي العطل)، ويستمر الفشل لحين إعادة إصلاحها . أن أوقات الأشتغال لطواحين حجر الكلس لحين حصول عطل في هذه الطواحين يؤدي الى الفشل (التوقف)، أخذت لثلاث طواحين مستقلة ولمدة (خمسة عشر يوماً)، مقاسة بالساعات وتم تبويب هذه البيانات في جدول تكراري (جدول 1) وعند رسم المنحني والمدرج التكراري وجد أن توزيعها يمثل واحدا من عائلة توزيعات (*Burr*) لذلك أجري اختبار حسن المطابقة (*Goodness of fit*) وفعلاً وجد أن توزيع البيانات هو (*Burr - Type X10*)، إذ كانت قيمة (χ^2) المحسوبة أصغر من (χ^2) الجدولية عند مستوى معنوية ($\alpha = 0.05$)، عليه سوف نعتد على هذا التوزيع في تقدير متوسط وقت الأشتغال لحين الفشل، بعد تقدير معلمة القياس (λ) بتطبيق طريقة الأماكن الأعظم والعزوم والمربعات الصغرى، ومقارنة نتائج المقدرات باستخدام المقياس الأحصائي متوسط مربعات الخطأ (*MSE*) وجدول الاختبار هو:

جدول (7): اختبار مربع كاي (χ^2)

Classes	f_i	Cell prob.	E_i	$(O_i - E_i)^2 / E_i$
1.12 - 1.84	6	0.1954	8.7930	0.88720
1.84 - 2.56	8	0.20708	9.3186	0.18658
2.56 - 3.28	12	0.19316	8.6922	1.25878
3.28 - 4.00	15	0.20762	9.3429	3.42536
4.00 - 4.72	4	0.19674	8.8533	2.66050
Total	45	1.0000		5.75792

وعند مقارنة القيم المحسوبة مع القيم الجدولية لأختبار مربع كاي (χ^2) عند درجة حرية $(d. f = 5 - 2 - 1 = 2)$ وبالبالغة (5.99) لأختبار الفرضية:

$$H_0: \text{Data} \sim \text{Burr Type X10}$$

$$H_{01}: \text{Data} \neq \text{Burr Type X10}$$

وجد أن قيمة أحصاء الأختبار المحسوبة أصغر من الجدولية لذلك تقبل الفرضية (H_0), أي أن وقت أشتغال طواحين حجر الكلس في معمل اسمنت الفلوجة لحين الفشل هو توزيع **Burr Type X10** علماً بأن هذه الأوقات كانت مقاسة بالأيام وسبب العطلات معروف هو تقادم المكائن وقلة أعمال الصيانة وتشغيل المكائن أعمالاً إضافية.

بعد أن تأكدنا من أن التوزيع الملائم هو **Burr Type X10**, لذلك عملنا على تقدير معلمة القياس (λ Scale parameter) بطريقة الأماكن الأعظم والمربعات الصغرى والعزوم في حين عدت معلمة الشكل (α) ثابتة وأجريت تجارب محاكاة عند حجوم عينات مختلفة هي $(n = 15, 25, 50, 75, 100)$, ومن تطبيق نتائج المحاكاة على البيانات وجدنا أن تقدير متوسط وقت الأشتغال للطواحين لحين الفشل يساوي:

$$E(T) = \frac{1}{\bar{x}^2} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{\Gamma(2)} \right)^2 = 2.8894 \cong 3 \text{ day}$$

أي أن معدل الفشل يحصل بعد ثلاثة أيام من وقت الأشتغال, لذلك يجب الانتباه الى وضع الطواحين قبل هذا الوقت من أجل توقيت الصيانة الوقائية.

الاستنتاجات

1- وجد أن أفضل مقدر للمعلمة (λ) هو ($\hat{\lambda}_{MLE}$) وهذا واضح عند مقارنة نتائج متوسط مربعات الخطأ حسب الجداول وكما يأتي:

جدول (1)

$$n = 15 \quad MSE(\hat{\lambda}_{MLE}) = 0.0252$$

$$n = 25 \quad MSE(\hat{\lambda}_{MLE}) = 0.0175$$

$$n = 50 \quad MSE(\hat{\lambda}_{MLE}) = 0.0145$$

$$n = 75 \quad MSE(\hat{\lambda}_{MLE}) = 0.0105$$

$$n = 100 \quad MSE(\hat{\lambda}_{MLE}) = 0.0104$$

جدول (2)

$$n = 15 \quad MSE(\hat{\lambda}_{MLE}) = 0.0341$$

$$n = 25 \quad MSE(\hat{\lambda}_{MLE}) = 0.0275$$

$$n = 50 \quad MSE(\hat{\lambda}_{MLE}) = 0.0261$$

$$n = 75 \quad MSE(\hat{\lambda}_{MLE}) = 0.023$$

$$n = 100 \quad MSE(\hat{\lambda}_{MLE}) = 0.0114$$

وهكذا بالنسبة لبقية الجداول يتم أخذ أصغر متوسط مربعات خطأ عند كل حجم عينة.

2- أقتصرت التقديرات على معلمة القياس، في حين أعتبرت معلمة الشكل (α) معلومة.

3- أختبرت ملائمة التوزيع للبيانات حسب اختبار (χ^2) لحسن المطابقة.

الموامش

- [1] Abbasi, B.; Hosseinifard, S.Z.; Coit, D.W. (2010), "A neural network applied to estimate Burr XII distribution parameters", Reliability Engineering and System Safety vol. 95 issue 6 .p. 647-654.
- [2] A. M. Hossain and S. K. Nath, (1997), "Estimation of parameters in the presence of outliers for a Burr XII distribution," Communications in Statistics, vol. 26, no. 3, pp. 637-652.
- [3] [Assad Jalali & Alan J. Watkins, \(2009\)](#), "On Maximum Likelihood Estimation for the Two Parameter Burr XII Distribution", Communications in Statistics – Theory and Methods Volume 38, Issue 11.
- [4] A. S. Wahed, (2006), "Bayesian inference using Burr model under asymmetric loss function: an application to Carcinoma survival data," Journal of Statistical Research, vol. 40, no. 1, pp. 45-57.
- [5] Ilhan Ustaa (2013), "Different estimation methods for the parameters of the extended Burr XII distribution" Journal of Applied Statistics Volume 40, Issue 2.
- [6] Las Vegas, Nevada, USA (2010) "On the Estimating Burr XII Distribution Parameters" "Seventh International Conference on Information Technology" April 12-April 14.
- [7] Makhdoom and A. Jafari, (2011), "Bayesian estimations on the Burr type XII distribution using grouped and un-grouped data," Australian Journal of Basic and Applied Sciences, vol. 5, no. 6, pp. 1525-1531.

- [8] Malinowska, I.; Pawlas, P.; Szynal, D. (2006), "Estimation of location and scale parameters for the Burr XII distribution using generalized order statistics" *Linear Algebra and Its Applications* vol. 417 issue 1 August 1, p. 150–162.
- [9] Paranaíba, P.F.; Ortega, E.M.M.; Cordeiro, G.M.; Pescim, R.R. (2011), "The beta Burr XII distribution with application to lifetime data". *Computational Statistics and Data Analysis* vol. 55 issue 2 February 1, p. 1118–1136.
- [10] Raqab, Z. and Kundu, D. (2006), "Burr type X distribution", *Revised, Journal of probability and statistical sciences*. 4(2), 179 – 193.
- [11] R. Dasgupta, (2011), "On the distribution of burr with applications," *Sankhya B*, vol. 73, pp. 1–19.
- [12] Silva, Giovana Oliveira & Ortega, Edwin M.M. & Cancho, Vicente G. & Barreto, Mauricio Lima, (2008), "Log–Burr XII regression models with censored data," *Computational Statistics & Data Analysis*, Elsevier, vol. 52(7), pages 3820–3842, March.
- [13] Y. L. Lioa & Tzong–RuTsaib, (2012) "Estimation of $\delta = P(X < Y)$ for Burr XII distribution based on the progressively first failure–censored samples" *Journal of Applied Statistics*, Volume 39, Issue 2.