وضع نماذج للتنبؤات خطية وغير خطية

م. خولة حسين*　　　م. ميسون سالم**

المقدمة

ان اغلب ظواهر الحياة في عالمنا هي ذات طبيعة غير خطية وغالباً ما تقدم النماذج الخطية تقديرات تقريبية جيدة للعمليات غير الخطية الأساسية، وتعتبر النماذج غير الخطية هي نماذج اكثر تعقيداً من النماذج الخطية وذات صعوبة بالغة في حساب مقدرات معالمها أو حساب المؤشرات الخاصة بها، ولكن نتيجة للتقدم الكبير في مجال الحاسبات التي حلت تعقيدات حساب مؤشرات النماذج الغير الخطية فقد اصبحت في الفترة الأخيرة اكثر انتشاراً واستخداماً. وفي هذا البحث تم استخدام النماذج الخطية والنماذج غير الخطية البديلة للخطية ومنها نموذج (MS , AR) و(STAR) و(SETAR) التي وضحت من قبل Tevasvirta (1998)، (1990) Tong.

لقد تم استخدام بعض المعايير التي يمكن بواسطتها وضع النماذج المختلفة تجاه بعضها، حيث يتم مقارنة النماذج البديلة حسب تنبؤاتها أي حسب تنبؤ النقطة أو الفترة أو الدالة وان (Pesaran and Potter 1997)استنتجا ان النماذج غير الخطية قد تكون متفوقة على النماذج الخطية في تنبؤات الفترة أو تنبؤات الدالة وكمثال فإن (Clements and Smith 2000) قارنوا بين الاداء التنبؤي النقطي والاداء التنبؤي الدالي لنماذج AR، SETAR.

كما ان الباحثين (Clements, Frances, Smith 2000) اجروا تجارب مونت كارلو لغرض مقارنة التنبؤ لنفس النماذج حسب مفهوم تنبؤ النقطة والفترة والدالة.

ان الدراسة في هذا البحث اشتملت دراسة التنبؤ للنموذج AR الخطي ونموذج SETAR ونموذجي MS-AR والذي يرمز لهما (MSMH, MSIAH) ونموذج BP.

* مدرس قسم الاحصاء/كلية الادارة والاقتصاد/الجامعة المستنصرية

** مدرس قسم الاحصاء كلية الادارة والاقتصاد الجامعة المستنصرية

2. هدف البحث

ان هدف هذا البحث هو وضع نماذج للتنبؤات خطية وغير خطية وفق مفهوم النقطة والفترة والدالة.

3. النماذج

في هذا الجزء سوف نتناول خمسة نماذج مختلفة وهي:-

1) نموذج الانحدار الذاتي الخطي AR.
2) نموذج الانحدار الذاتي ذو التغيرات الهيكلية المتعددة BP.
3) نموذج Self – Exciting Threshold Autoregressive (SETAR).

نوعين من نماذج ماركون للانحدار الذاتي وكما يلي:-

3 – 1 نموذج الانحدار الذاتي الخطي Linear Autoregressive Model

ان نموذج الانحدار الذاتي لسلسلة هو:

$$\Delta y_t = \varphi_0 + \varphi_1 \Delta y_{t-1} + \dots\dots + \varphi_t \Delta y_{t-p} + \in_t \qquad t = 1 \dots T \qquad \dots\dots(1)$$

حيث ان:-

y_t : هو Log level للسلسلة الزمنية.

Δ : هو عامل الفروق الأولى ويعرف بـ $\Delta y_t = yt - \Delta y_{t-1}$

كما أن:-

$$E_t \sim i.\ i.\ d\ (0, \sigma^2)$$

T: حجم العينة

ولايجاد الانحدار الذاتي من الرتبة P نستخدم مقياس المعلومات (AIC) Akaike Information Criterion.

$$AIC\ (p) = T\ Ln\ \hat{\sigma}^2\ (p) + 2\ (p+1)$$

بـ اصغر واعلى رتبة حيث ان:-

$$p_{min} = 0$$
$$p_{max} = 12$$

3 – 2 نموذج الانحدار الذاتي ذو التغيرات الهيكلية المتعددة

Autoregressive Model with Multiple Structure Changes

ان نموذج الانحدار الذاتي ذو التغيرات الهيكلية m هو:-

$$\Delta y_t = \begin{cases} \varphi_{1,0} + \varphi_{1,1}\,\Delta y_{t-1} + \ldots + \varphi_{1,p}\,\Delta y_{t-p} + \sigma_1 \eta_t, & if\, t \le T_1 \\ \varphi_{2,0} + \varphi_{2,1}\,\Delta y_{t-1} + \ldots + \varphi_{2,p}\,\Delta y_{t-p} + \sigma_2 \eta_t, & if\, T_1 < t \le T_2 \\ \varphi_{m,0} + \varphi_{m,1}\,\Delta y_{t-1} + \ldots + \varphi_{m,p}\,\Delta y_{t-p} + \sigma_m \eta_t, & if\, T_{m-1} < t \end{cases}$$

...... (2)

حيث ان $T_1, \ldots\ldots T_{m-1}$ تمثل m-1 من تغيرات النقطة كما ان $\eta_t \sim i.\ i.\ d\,(0, 1)$.

ونحن نستخدم الإجراءات التي طورت من قبل (Baiand peron (1998)) عند تحديد نموذج ملائم للحقائق المتوفرة لدينا ويسمى هذا النموذج (BP).

ويمكننا تحديد النموذج كما يلي:-

أولا: يتم اختيار رتبة الانحدار الذاتي للموديل p بتقليل AIC لموديل الانحدار الذاتي الخطي حول المدى (0-12).

ثانيا: الشرط لاختبار طول الفترة، نحن نطبق اجراءات الاختبار المتتالي لـ Baiand Parron 1998 لايجاد عدد التغيرات الهيكلية. وهذا يعني نجري اختبار تغير واحد في المرة الواحدة أي بمعنى اعتماداً على العثور على تغير اول نجري اختبار لاكتشاف وجود تغير ثان وهكذا إلى ان يتم العثور على تغيرات أخرى.

ويتم تحديد الحد الاعلى للتغيرات بـ 5 وتستخدم 10% مستوى المعنوية في اختبار التغيرات التالية:-

3 – 3 نموذج Self – Exciting Threshold Autoregressive Model (SETART)

ان نموذج (SETART) هو:-

$$\Delta y_t = \begin{cases} \varphi_{1,0} + \varphi_{1,1}\,\Delta y_{t-1} + \ldots + \varphi_{1,p}\,\Delta y_{t-p} + \sigma_1 \eta_t, & if\, \Delta_{dy_{t-1}} \le r \\ \varphi_{2,0} + \varphi_{2,1}\,\Delta y_{t-1} + \ldots + \varphi_{2,p}\,\Delta y_{t-p} + \sigma_2 \eta_t, & if\, \Delta_{dy_{t-1}} > r \end{cases}$$

......(3)

حيث ان قيمة r : قيمة Threshold. $\eta_t \sim i.i.d(0,1)$ كما ان:

$\epsilon_t \equiv \sigma_i \eta_t$, i= 1, 2 للنظام المستقل.

ان التغيرات التي تتحكم في النظام تستخدم الفترة الفاصلة من الدورة d بمعدل النمو $\Delta_{d\ yt-1}$ عندما k≠0 عندما $\Delta_k y_t = y_t - y_{t-k}$.

ان الانحدار الذاتي من الدرجة P وعدد الفروقات d في المعادلة (3) يمكن استخراجها بتقليل AIC.

$$AIC(p,d)=T_1 \ln(\hat{\sigma}_1^2(p,d))+T_2 \ln(\hat{\sigma}_2^2(p,d))+2(p+1)+2(p+1)$$

عندما $T_1=\sum_{t=1}^{T} I\,[\,\Delta_{d\,y_{t-1}} \le r\,]$

عندما I[A] تشير إلى الدالة للظاهرة A. وهي تساوي عدد المشاهدات في الحد الادنى للنظام $T_2 = T - T_1$

$$\hat{\sigma}_1^2(p,d)=\sum_{T=1}^{t} I[\Delta_{d\,y_{t-1}} \le r\,]\,\hat{\epsilon}_t^2\,(p,d)$$

وهذا الأخير تقدير لتباين البواقي في الحد الادنى للنظام $\hat{\sigma}_1^2(p,d)$ تعرف على نفس الشاكلة.

ان $\epsilon_t\,(p,d)$ تستخدم لتركيز الانتباه إلى حقيقة ان البواقي والتباين المعتمد يمكن حسابه بشرط القيم الثابتة لـ d,p . كما ان AIC(p, d) يقلل بتحقيق p من p_{min}=0 إلى p_{max}=12 وان d من p_{min}=1 إلى p_{max}=12.

3 – 4 نموذج ماركوف Markov - Switching Autoregressive Models

نستخدم نوعين من نماذج ماركوف للانحدار الذاتي التحويلية وباستخدام ملاحظات Krolzing 1997 ويشار إلى النموذج الأول باسم MSIAH والذي يعني النظام المستقل I وبمعلمة انحدار ذاتي A وتباين H.

اما الموديل الثاني لماركوف هو موديل **Hamitton** الشائع والمشار اليه بـ **MSMH** الذي له وسط **M** وتباين **H**.

3 – 4 – 1 نموذج MSIAH

ان نموذج MSIAH يعطى بـ:

$$\Delta y_t = \varphi_{st,0} + \varphi_{st,1}\,\Delta y_{t-1} + \ldots + \varphi_{st,p}\,\Delta y_{t-p} + \sigma_{st}\,\eta_t \qquad \ldots\ldots(4)$$

عندما $\eta_t \sim i.\,i.\,d\ N(0, 1)$ وان s_t اجراءات ماركوف من الرتبة الأولى باحتمال:

$$P[\,s_t = i\ /\ s_{t-1} = j\,] = p_{ij}\ ,\ i, j = 1, 2$$

نلاحظ ان نموذج SETAR السابق يعطينا معالم الانحدار الذاتي وتباين الخطأ.

ان الانحدار الذاتي من الدرجة p يختار بتقليل AIC بالحدود $p_{\min}=0$ إلى $p_{\max}=12$.

3 – 4 –2 نموذج MSMH

ان نموذج MSMH يعرف بـ:

$$\Delta y_t - \mu_{St} = \varphi_1(\Delta y_{t-1} - \mu_{St-1}) + \ldots\ldots + \varphi_p(\Delta y_{t-p} - \mu_{St-p}) + \sigma_{st}\,\eta_t \qquad \ldots\ldots(5)$$

ان نموذج MSMH يعطينا نظام خاص للوسط والتباين عندما معالم الانحدار الذاتي تبقى ثابتة. ان واحد من مفاتيح المعادلة (5) هو ان الدالة الشرطية لـ Δy_t تعتمد ليس فقط على النظام الأخير ولكن على النظام الذي ينتشر خلال الدورة p . ان هذا يتغاير مع نموذج MSIAH السابق عندما الدالة الشرطية لـ Δy_t تعتمد على النظام الأخير فقط.

ان درجة الانحدار الذاتي نحصل عليها بتقليل AIC عندما تكون P بين (0-6).

4. التنبوءات Forecasts

4 – 1 تنبؤ النقطة Points Forecasts

لحساب التنبؤ النقطي نحن نلاحظ (MSFE) متوسط المربعات تنبؤ الخطأ وكذلك (MAFE) المتوسط المطلق لتنبؤ الخطأ.

وكذلك اختبار Diebold – Mariano الذي يستخدم المقياس المعنوي الاحصائي ويشمل اختبار التنبؤ.

نفرض ان:-

$$\left\{\Delta\hat{y}_{i,t/t-h}\right\}_{t=T+h}^{T+n} \quad , \quad \left\{\Delta\hat{y}_{i,t/t-h}\right\}_{t=T+h}^{T+n}$$

تمثل متسلسلتين لحساب h من الخطوات من التنبوءات الرئيسية $\left\{\Delta y_t\right\}_{t=T+h}^{T+n}$ التي يمكن الحصول عليها من النموذج i, j على التوالي. وان MSFE, MAFE يمكن تعريفها كما يلي:-

$$MSFE=\frac{1}{n-h+1}\sum_{t=T+h}^{T+n}(\Delta y_t-\Delta\hat{y}_{i,t/t-h})^2$$

$$MAFE=\frac{1}{n-h+1}\sum_{t=T-h}^{T-n}\left|\Delta y_t-\Delta\hat{y}_{i,t/t-h}\right|$$

ان Diebold and Mariana (1995) يهدف لاختبار التنبؤ الغير متساوي لدالة الخسارة التحكمي ($e_{i,t|t-h}$) □ حيث $e_{i,t|t+h}$ تمثل خطأ التنبؤ الرأسي للخطوات h للنموذج i.

$$e_{i,t/t-h}=\Delta y_t-\Delta\hat{y}_{i,t/t-h}$$

فمثلاً في حالة MSFE ، فإن ($e_{i,t|t-h}$) □ تمثل دالة الخسارة التربيعية

($e^2_{i,t|t-h}$) = ($e_{i,t|t-h}$) □ وفي حالة MAFE فإن $e_{i,t/t-h}$. تمثل دالة الخسارة المطلقة.

$$\square(e_{i,t|t-h})=|e_{i,t|t-h}|$$

وتحت الفرضية البديلة للتنبؤ المتساوي

$$E[\square(e_{i,t|t-h})]=E[\square(e_{j,t|t-h})]$$

وبعبارة أخرى ان الخسارة المتوقعة هي نفسها للتنبؤ المحسوب وبتعريف المشتقة للخسارة بـ:-

$$d_t \equiv \square\,(e_{i,t|t-h})\,]-\square\,(e_{j,t|t-h})$$

فالتنبؤ المتساوي يعطينا: $E\,[d_t]=0$

وان التباين المشترك المستقر للعينة يحقق $\{dt\}_{t=T+h}^{T+n}$ للفترة n-h+1.

ان قانون Diebold – Mariano (DM) لاختبار الفرضية البديلة للتنبؤ المتساوي هو:-

$$DM=\frac{\bar{d}}{\sqrt{\hat{V}(\bar{d})}}\xrightarrow{d}N(0,1)$$

حيث ان:

$\bar{d}$: هو متوسط العينة لمشتقة الخسارة.

وان $\bar{d}=(n-h+1)^{-1}\sum_{t=T+h}^{T+n}dt$ وان $\hat{V}(\bar{d})$ هو التقدير الكفوء للتباين $\bar{d}$ والذي يحسب حسب الصيغة التالية:-

$$\hat{V}(\bar{d})=\frac{1}{n-h+1}(\hat{Y}_o+2\sum_{k=0}^{n-1}\hat{Y}_k$$

حيث

$$\hat{Y}_k=\frac{1}{n-h+1}\sum_{t=T+h+k}^{T+n}(d_t-\bar{d})\,(d_{t-k}-\bar{d})$$

بافتراض ان خطأ التنبؤ الرأسي للخطوة h معتمد لحد h-1.

4 – 2 تنبؤ الفترة Interval Forecasts

لقد وضعت اجراءات هذا التنبؤ من قبل Christof Terser في 1998، وقد وجد ان تنبؤ الفترة يعتمد على خاصيتين: الأولى: التغطية الاحتمالية، الثانية: ان المشاهدات تقع في داخل أو خارج فترة التنبؤ فتنتشر حول العينة وليست في المجاميع وان Christ قد اقترح احصائية اختبار نسبة الاحتمال الاعظم (LR) لحساب تنبؤ الفترة وهو يحقق هذه الخاصيتين ويستخدم هذا الاجراء لتنبؤ الفترة بـ 50% أو 75% أو 90% من التغطية الاحتمالية.

وان الخطوة الأولى في تنبؤ الفترة، نفرض ان $L_{t/t-1(q)}$ ، $U_{t/t-1(q)}$ تشير إلى الحدود الدنيا والعليا لتنبؤ الفترة لــ y_t في الفتــرة (t-1) للتغطيــة الاحتماليــة q ويعــرف مقيــاس الدالــة $\left\{I_{t/t-1}\right\}_{t=T+1}^{T+n}$ للفترة n عندما $I_{t/t-1}$ بأخذ القيمة (1) عندما تقع Δy_t داخل فتــرة التوقــع و (صفر) للحالات الأخرى.

ان اختبار Christoffersen (1998) يشمل ثلاث اختبارات وهي اختبــار للتغطيــة الغيــر مشروطة، اختبار للاستقلال، اختبار للتغطية الشرطية.

ان اختبار التغطية غير المشروطة يقارن نسبة عينة من الوقت التي يتضمن Δy_t والتي يرمز لها بــ $\hat{\pi}$ باحتمال q وان $\hat{\pi}$ تحسب كما يلي:-

$$\hat{\pi} = \frac{n_1}{n_o+n_1}$$

عندما $n_1(n_o)$ هي العدد الكلي للوقت أو (من المرات) بحيث ان Δy_t تقع خلال (أو خارج) فترة التنبؤ.

اما بالنسبة إلى فرضية الاستقلال فان المؤشر $\left\{I_{t/t-1}\right\}_{t=T+1}^{T+n}$ يتبــع توزيــع برنــولي بالمعلمة q و π تحت فرضية العدم والبديلة على التوالي.

ان الاختبار تحت التغطية غير المشروطة يمكن ان ينفذ بشكل ملائم لاختبار نســبة الاحتمــال الاعظم وان الاحتمال الاعظم تحت فرضية العدم يعطى بــ:-

$$L_o\left(q;\left\{I_{t/t-1}\right\}_{t=T+1}^{T+n}\right)=(1-q)^{no}q^{n1}$$

وان الاحتمال الاعظم تحت الفرضية البديلة يعطى بــ:-

$$L_1\left(\pi;\left\{I_{t/t-1}\right\}_{t=T+1}^{T+n}\right)=(1-\pi)^{no}\pi^{n1}$$

وباستبدال قيمة π بــ $\hat{\pi}$ فيصبح لدينا الاختبار الاحصائي التالي:-

$$LR_{uc} = -2\left(Ln\left[L_o\left(q;I_{t/t-1}\right\}_{t=T+1}^{T+n}\right)\right]-Ln\left[L_1\left(\hat{\pi};\left\{I_{t/t-1}\right\}_{t=T+1}^{T+n}\right)\right]\right) \sim \chi^2(1)$$

ان الذي يعيق الاختبار للتغطية غير المشروطة هو فقط العدد الكلي للفترة.

ان فرضية العدم للاستقلال اختبرت ضد الفرضة البديلة والتي تنص ان سلسلة المؤشر الثنائي $.\{I_{t/t-1}\}_{t=T+1}^{T+n}$

يتطور تبعاً لسلسلة (Markov) من الدرجة الأولى مع المصفوفة الانتقالية:

$$\pi_1=\begin{bmatrix}\pi_{00} & \pi_{01}\\ \pi_{10} & \pi_{11}\end{bmatrix}$$

عندما

$$\pi_{ij}=\Pr(I_{t/t-1}=j|I_{t-1/t-2}=i)$$

عندما i, j = 0 , 1 وتحت فرضية العدم للاستقلال ان :

$$\pi_{01}=\pi_{11}=\pi_2$$
$$\pi_{00}=\pi_{10}=1-\pi_2$$

فبذلك المصفوفة تصبح $$\pi_1=\begin{bmatrix}1-\pi_2 & \pi_2\\ 1-\pi_2 & \pi_2\end{bmatrix}$$

كما ان الاحتمال الاعظم تحت فرضية العدم هو:-

$$L_o(\pi_2;\{I_{t/t-1}\}_{t=T+1}^{T+n})=(1-\pi_2)^{(n_{00}+n_{10})}\ \pi_2^{(n_{01}+n_{11})}$$

عندما n_{ij} تشير إلى عدد الانتقالات من i إلى j التي تحدث في العينـــة لكــل i, j= 0, 1 وان الاحتمال الاعظم تحت الفرضية البديلة متساوي

$$L_o(\pi_1;\{I_{t/t-1}\}_{t=T+1}^{T+n})=(\pi_{00})^{n_{00}}\ (\pi_{10})^{n_{10}}(\pi_{10})^{n_{01}}(\pi_{11})^{n_{11}}$$

فبذلك اختبار نسبة الاحتمال الاعظم للاستقلالية يعطى بـــ:-

$$LR_{indep}=-2(Ln[L_o(\hat{\pi}_2\{I_{t/t-1}\}_{t=T+1}^{T+n})]-Ln[L_1(\hat{\pi}_1;\{I_{t/t-1}\}_{t=T+1}^{T+n})])\quad\sim\chi^2(1)$$

ثم تعوض المصفوفات π_1, π_2 بتقدير مصفوفة الاحتمال الاعظم

$$\hat{\pi}_1=\begin{bmatrix}\frac{n_{00}}{n_{00}+n_{01}} & \frac{n_{01}}{n_{00}+n_{01}}\\ \frac{n_{10}}{n_{10}+n_{11}} & \frac{n_{11}}{n_{10}+n_{11}}\end{bmatrix} \text{ and } \quad \hat{\pi}_2=\begin{bmatrix}\frac{n_{00}+n_{01}}{n} & \frac{n_{01}+n_{11}}{n}\\ \frac{n_{00}+n_{10}}{n} & \frac{n_{01}+n_{11}}{n}\end{bmatrix}$$

ويلاحظ ان LR_{indep} تستخدم لتنبؤ الفترة المستقلة ولا يعتمد على الاحتمالات المعطاة لـــ q.

واخيرا ان اختبار التغطية المشروطة تضاف معاً لاختبـــار LR للتغطيـــة الغيـــر مشـــروطة والاستقلالية. واختبـــار فرضيـــة العدم لاختبار التغطية الغير المشروطة $\pi_{01}=\pi=2$ و $\pi_{00}=\pi_{10}$ =1-q ضد الفرضية البديلة لاختبار الاستقلالية

$$LR_{CC}=-2(Ln[L_o(q;\{I_{t/t-1}\}_{t=T+1}^{T+n})]-Ln[L_1(\hat{\pi}_1;\{I_{t/t-1}\}_{t=T+1}^{T+n})])$$
$$=LR_{uc}+LR_{indep} \quad \sim \chi^2(2)$$

4 – 3 تنبؤات الكثافة Density Forecasts

ان لتنبؤات الكثافة احتمالات التوزيع المستقبلية المحققة لمتوالية الزمنية المتوقعة. كمـــا ان لتنبؤات الكثافة هي اسهاب اكثر على تنبؤات الفترة التي تحدد فترة ثقة مفردة.

ان تقييم تنبؤات الكثافة اقترحت مـــن قبـــل (Tay, Gunther Diebold 1998) جـــاءت كتمديد طبيعي لطريقة تنبؤ الفترة من قبل (Chirstoffersen 1998). حيث ان الطريقة الأخيرة اختبرت التحديد الشرطي الصحيح للفترة، ولأجل التغلب على هذا التحديد وجدت هذه تنبؤات الكثافة لتشمل كل الفترات المحتملة.

ولتأمل الخطوة الأولى نفرض ان $p_{t/t-1}(\Delta y_t)$ هي الخطوة الأولى لدالـــة التنبـــؤ، فـــي الوقت t= T+1, ..., T+n وان $f_t(\Delta y_t)$ تمثل الدالة الحقيقية للسلسلة الزمنية Δy_t .

ان اختبار (1998, Tay, Gunther, Diebold) لدالة التنبؤ يقـــارن $p_{t/t-1}(\Delta y_t)$ مع $f_t(\Delta y_t)$ عبر التحول التكاملي الاحتمالي $Z_{t/t-1}=p_{t/t-1}(\Delta y_t)$ للعلاقـــة الحقيقيـــة للسلسلة Δy_t .

وفيما يخص تنبؤات الكثافة $pt/t-1(\Delta y_t)$

$$Z_{t/t-1}=\int_{-\infty}^{\Delta y_t} p_{t/t-1}(u)\,du \equiv p_{t/t-1}(\Delta y_t)$$

تمت فرضية العدم للمساواة لدالة التنبؤ والقيم المتوقعة للدالة ويعني

$$p_{t/t-1}\ (\Delta y_t) = f_t(\Delta y_{t-1})$$

كما ان ~

$$\{Z_{t/t-1}\}_{t=T+1}^{T+n} \sim U(0,1)$$

وان $\{Z_{t/t-1}\}_{t=T+1}^{T+n}$ يستخدم اختبار **Kolmogorove – Smirnov** لعينة واحدة الذي يقارن الانحراف الاعظم للدالة التراكمية من النظري الذي يتفق مع القيمة الحرجة. وان من الضروري نقول ان اختبار **Kol. M – Smi** يعتمد على فرضية الاستقلال ويستخدم لاختبار **1-step** وليس يستخدم لاختبار **h-step** .

التوصيات

توصي الباحثتان باستخدام هذه النماذج الخطية وغير الخطية في السلاسل الزمنية الاقتصادية كسلاسل الانتاج الصناعي مثلاً.

المصادر

1- Clements, M., and Smith (2000); "Evaluating the Forecast Densities of Linear and non- Linear Models. Application to Output Growth and Unemployment", Journal of Forecasting 19, 255-276.

2- Clements M. P. and Smith (1997), " The Performance of Alternative Forecasting Method, for SETAR Models", International Journal of Forecasting 13, 463-475.

3- Dieboid, F. T. Gunther, and Tay (1998): "Evaluating Density Forecasts with Applications to Financial Risk Management ", International Economics Review, 39, 863-883.

4- H. A. Milton, J. D. (1990): "Analysis of Time Series Subject to Changes in Regime", Journal of Economics 45, 39-70

5- Christoffersen, P. (1998), "Evaluating Interval Forecasts", International Economics Review, 39, 841-862.

....

....