

إقتراح طريقة LASS معدلة كفيد جزاء إضافي لتقدير المركبات الرئيسية مع التطبيق

م.د. فراس أحمد محمد أحمد	م.د. عمر عبدالمحسن علي	م.م. سعيد حميد لطيف
مدرس في قسم الإحصاء	مدرس في قسم الإحصاء	مدرس مساعد في قسم الإحصاء
جامعة بغداد	جامعة بغداد	جامعة بغداد
firasmohana@yahoo.com	dromar_72@yahoo.com	saeied2000@yahoo.com

المستخلص

يتناول هذا البحث طريقة تقليص المركبات الرئيسية مشابهة لتلك المستعملة في الانحدار المتعدد وهي طريقة "تقليص واختيار أقل فروق مطلقة: LASS". والهدف هنا هو تكوين تراكيب خطية غير مرتبطة لمجموعة جزئية من المتغيرات التوضيحية والتي قد تعاني من مشكلة التعدد الخطي بدلاً عن أخذها جميعاً، (أي جميع الـ K) لتلك المتغيرات. إذ سيقوم هذا التقليص الجديد بتصغير (أي جعلها تساوي الصفر) بعض المعاملات، بعد تطبيق بعض القيود عليها عن طريق معلمة التناوب t والتي توازن بين مقدار التحيز والتباين من جهة، وبحيث لا تتجاوز حداً مقبولاً من معيار نسبة المساهمة المئوية للتباين للمفسر لتلك المركبات. وقد تم بيان ذلك عن طريق معيار متوسط مربعات الخطأ MSE في حالة الانحدار، وبنسبة المساهمة المئوية للتباين للمفسر في حالة المركبات الرئيسية.

**“Modified LASS Method Suggestion as an additional Penalty on
Principal Components Estimation – with Application-“**

Abstract

This research deals with a shrinking method concerns with the principal components similar to that one which used in the multiple regression “Least Absolute Shrinkage and Selection: LASS”. The goal here is to make an uncorrelated linear combinations from only a subset of explanatory variables that may have a multicollinearity problem instead taking the whole number say, (K) of them. This shrinkage will force some coefficients to equal zero, after making some restriction on them by some "tuning parameter" say, (t) which balances the bias and variance amount from side, and doesn't exceed the acceptable percent explained variance of these components. This had been shown by MSE criterion in the regression case and the percent explained variance in the principal components case.

1. المقدمة وهدف البحث

يعدّ تحليل المركبات الرئيسية (Principal Component Analysis: PCA)، من أدوات متعدد المتغيرات الشائعة في تحليل البيانات وإختزال أبعادها وعمل التدوير لها. فالمركبات الرئيسية تقوم بإيجاد تراكيب خطية لـ k من المتغيرات التوضيحية X 's، مثلاً، وتقوم هذه التراكيب بدورها بالاستحواذ على أكبر تباين موجود في البيانات. ومن المعلوم أن هذا الأجراء سيتم إنجازه عن طريق تجزئة Decomposition القيم الذاتية Eigen Values λ_i لمصفوفة التباين والتباين المشترك S (أو لمصفوفة الارتباطات البسيطة R)، ويتم ترتيب المركبات الرئيسية المستخرجة تنازلياً من الأكبر الى الأصغر.

إن أهمية المركبات الرئيسية ترجع الى عوامل عدة، منها: أولاً، من خلال السيطرة على إتجاهات التباين الأعظم للبيانات، إذ ستقدم المركبات الرئيسية طريقة لأختزال البيانات مع أقل فقدان ممكن للمعلومات. ثانياً، إن المركبات الرئيسية غير مرتبطة، وهذا يساعد كثيراً في عملية التفسير وبالتالي يساعد في التحليل الأحصائي بالأخص في حالة وجود مشكلة التعدد الخطي multicollinearity بين الـ X 's. إلاّ إنه بالمقابل هناك مأخذ على المركبات الرئيسية ومنها: إن التركيز في المركبات الرئيسية يكون عادةً على تراكيب خطية من جميع المتغيرات التوضيحية وهذا يسبب بعض الصعوبة في تفسير النتائج^(٢)، بسبب عدم توضيح أي من هذه المركبات كانت مساهمتها أضعف (أو أقوى) في تفسير التباين الإجمالي.

لذا يهدف هذا البحث الى الوصول الى طريقة تقوم بعمل تراكيب خطية مختزلة من مجموعة جزئية من المتغيرات التوضيحية الأصلية وليس جميعها. وستقوم هذه التراكيب الجديدة بإختزال أكثر للوصول الى أبعاد من درجة أوطأ تقوم بتوضيح وتفسير معظم التباين الموجود في البيانات بعد وضع بعض القيود الإضافية على مسألة تقدير المركبات الرئيسية. ويتم عمل ذلك دون المساس بجوهر التحليل فيبقى مقدار التباين المفسّر ضمن مداه المقبول. ويتم ذلك بتطبيق على بيانات إدارية تتعلق بالقيادة الاستراتيجية. وللوصول الى هذا الهدف تم تقسيم البحث الى أربعة أجزاء: يستهل في الجزء الأول، المقدمة وهدف البحث. أما في الجزء الثاني، فقد تم عرض ما يخص الجانب النظري لطريقة Least Absolute Shrinkage and Selection: LASS مع اقتراح حالة معدلة لها. وفي الجزء الثالث، تم تقديم الجانب التطبيقي المستند الى بيانات إدارية تخص القيادة الاستراتيجية. وفي الجزء الأخير، تم تلخيص الاستنتاجات التي أفرزها البحث ووضع قائمة بالمصادر.

٢. الجانب النظري

لقد تم تقديم إمكانية إستعمال جزء من المركبات الرئيسية في التحليل، وكما موضح في الفقرات اللاحقة.

Principal Components Analysis: PCA

1.2 تحليل المركبات الرئيسية

يقوم هذا التحليل على مبدأ تقليص عدد كبير من المتغيرات التوضيحية X 's الى عدد أقل من المركبات النظرية غير المرتبطة والتي تدعى "المركبات الرئيسية" مع ضمان أقل خسارة ممكنة في المعلومات. وستكون المركبات الرئيسية عبارة عن تراكيب خطية من هذه X 's، ومن الأهمية بمكان أن تكون وحدات القياس متساوية، وفيما عدا ذلك يكون علينا إستعمال القيم المعيارية لتحويل مصفوفة X ذات الدرجة $(n \times k)$ ، $j=1, 2, \dots, k$ ؛ $i=1, 2, \dots, n$ ؛ $X=[x_{ij}]$ ، الى مصفوفة القيم المعيارية Z ذات الدرجة $(n \times k)$ أيضاً، إذ أن: $Z=[z_{ij}]$ ، وإن^{(2),(3),(4)}:

$$Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{\sqrt{S_{ij}}} \quad \dots(1)$$

$$\text{وإن: } S_{ij} = \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2, \quad \sum_{i=1}^n Z_{ij} = 0, \quad \sum_{i=1}^n Z_{ij}^2 = 1, \quad \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n Z_{ij}^2 = K$$

وبذلك فإن المصفوفة $Z'Z$ ستكون عبارة عن مصفوفة الارتباطات البسيطة R لما بين المتغيرات التوضيحية: $X_1, X_2, \dots, X_K$ ، أي أن: $R=Z'Z$.

وسيتم إستخراج القيم الذاتية Eigen Values والتي يرمز لها بالرمز λ_j ، وكذلك المتجهات الذاتية Eigen Vectors والتي يرمز لها بالرمز P_j .

وأن: $a'_j = [a_{1j} \ a_{2j} \ a_{3j} \ \dots \ a_{kj}]$. وتكون قيم λ_j عبارة عن الحلول للمعادلة^{(3),(4),(5)}:

$$|R - \lambda I| = 0 \quad \dots(2)$$

وإن: $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_K \geq 0$

بحيث تقترن كل قيمة كامنة λ_j بمتجه كامن a_j بحيث يحقق مجموعة المعادلات^{(3),(4),(5)}:

$$(R - \lambda_j I) a_j = 0 \quad ; \quad j = 1, 2, 3, \dots, k \quad \dots(3)$$

وبشرط: $a'_j a_j = 1$. وستستعمل المتجهات a_j بعد ذلك في إعادة التعبير عن المركبات الرئيسية F_j بدلالة المتغيرات القياسية Z_j ، وبالصيغة الآتية:

$$F_j = a_{1j}Z_1 + a_{2j}Z_2 + \dots + a_{kj}Z_k = a'_j Z \quad \dots(4)$$

وإن F_j المقابلة لأكبر قيمة كامنة λ_j تدعى بالمركبة الرئيسية الأولى، وتقوم بتفسير أكبر نسبة

من التباين الكلي في مجموعة البيانات المعيارية Z_j . وأن مجموع التباين الكلي: $\sum_{j=1}^K \lambda_j = K$.

ولغرض تقليص عدد التراكيب (الأبعاد) التي ستستعمل في تفسير الظاهرة المدروسة، لا يمكن إستعمال جميع المركبات الرئيسية، ولكن يمكن الاعتماد على بعض قواعد الاختيار. ومن اللافت للنظر أنه لا يوجد إتفاق أو قبول عام بشأن أسلوب الاختيار هذا. فمن الباحثين من يفضل اختيار القيم الذاتية التي تزيد على الواحد الصحيح لتؤخذ بنظر الاعتبار^(٦). بينما يقترح آخرون أن المركبات المختارة يجب أن تساهم في تفسير 70% أو أكثر من التباين الكلي، بمعنى آخر؛ يتم اختيار المركبات الرئيسية الأربع أو الخمس الأولى ذات الأسهم الأكبر وبشرط: $\frac{\sum_{j=1}^r \lambda_j}{K} \geq 0.70$ ، $r < k$ ، للمركبات الأربع أو الخمس الأولى^(٥). وهناك مقترح آخر، بأن تكون النسبة المتراكمة من التباين الكلي ماعادل 75% الى 80% للمركبات الخمسة أو الستة الأولى من المركبات الرئيسية. والجدول الآتي يبين ملخص تحليل المركبات الرئيسية بإستعمال مصفوفة الارتباط^(٥).

جدول (1) يبين تحليل المركبات الرئيسية الاعتيادية بالأستناد الى مصفوفة الارتباطات

المتغيرات	المركبات				مجموع مربعات عناصر الصف
	F ₁	F ₂	...	F _k	
Z ₁	$a_{11}\sqrt{\lambda_1}$	$a_{12}\sqrt{\lambda_2}$	...	$a_{1K}\sqrt{\lambda_K}$	١
Z ₂	$a_{21}\sqrt{\lambda_1}$	$a_{22}\sqrt{\lambda_2}$	...	$a_{2K}\sqrt{\lambda_K}$	١
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
Z _k	$a_{k1}\sqrt{\lambda_1}$	$a_{k2}\sqrt{\lambda_2}$	...	$a_{kK}\sqrt{\lambda_K}$	١
مجموع مربعات عناصر العمود (القيم الذاتية)	λ_1	λ_2	...	λ_K	
نسبة مساهمة كل مركبة في تفسير التباين الكلي	$\frac{\lambda_1}{K}$	$\frac{\lambda_2}{K}$	...	$\frac{\lambda_K}{K}$	
النسبة التجميعية	$\frac{\lambda_1}{K}$	$\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{K}$	...	١	

٢.٢ طريقة تقليص واختيار المركبات الرئيسية المطلقة الصغرى

يمكن القول أن المركبات الرئيسية F_j تقوم بتعظيم التباين المتمثل بالمعادلة أدناه:

$$a'_j * R * a'_j \quad \dots(5)$$

وبشرط:

$$a'_j a_j = 1 \quad ; \quad \text{وعند } (j \geq 2) \quad a'_h a_j = 0 \quad \text{لكل } (h < j) \quad \dots(6)$$

سيكون هناك تعظيم لدالة التباين المعروف على المركبات الرئيسية، بإضافة القيد: $\sum_{i=1}^K |a_{ji}| \leq t$ لمعلمة t معينة على المعادلة (٦).

إذ أن: t يدعى بمعلمة التناوب (أو التناغم) Tuning Parameter ، حيث: $1 < t < \sqrt{p}$ وسيكون:

$$F_j^* = \max \left(a'_j R a_j + \theta \sum_{i=1}^K |a_{ji}| \right) \quad \dots (7)$$

أذ أن: t تمثل معلمة التناوب tuning parameter توازن بين مقدار التباين والتحيز. وأن: θ معامل ضرب مناسب يجب اختياره بعناية.

ستدعى معيار من النوع L_1 لأنه يعتمد على تصغير القيم المطلقة. $\sum_{i=1}^K |a_{ji}|$

إذ سيقوم هذا القيد من خلال طبيعته معيار- L_1 بتقليص بعض المعاملات ليساويها أخيراً بالصفر، وفي مقابل ذلك سنحصل كسباً في دقة المقدرات من خلال التحكم المتوازن بين مقدار التحيز والتباين.

ويمكن إيجاد مركبات رئيسية F_j تقوم بدورها بإيجاد مجموعة جزئية من المتغيرات الرئيسية وسيرمز لها F_j^* ، وأثبتت هذه الطريقة جدارة وكفاءة⁽¹⁾ .

وتجدر الإشارة الى أنه يجب المحاولة مع أكثر من قيمة لـ (t) للوصول للحل الأمثل. إذ لا يوجد أسلوب قاطع ومحدد لأختيار قيمة (t) المثلى، بل يتطلب الأمر إستعمال مبدأ المحاولة والخطأ ولكن ضمن المدى $(1 < t < \sqrt{K})$ ⁽⁶⁾ .

3.2 طريقة تقليص بقيد جزاء إضافي

سيكون هناك تعظيم لدالة التباين المعروف على المركبات الرئيسية، بإضافة القيد: $\sum_{i=1}^K |a_{ji}| \leq t$

و $\sum_{i=1}^K a_{ji}^2 \leq t$ للمعلمة t ، ويتم الحصول على:

$$F_j^{**} = \max \left(a'_j R a_j + \theta \left\{ \sum_{i=1}^K |a_{ji}| + \sum_{i=1}^K a_{ji}^2 \right\} \right) \quad \dots (8)$$

ستدعى بمعيار L_2 لأنه يعتمد تصغير قيم التربيعات. $\sum_{i=1}^K a_{ji}^2$

وكما يلاحظ من أعلاه أن هناك عملية دمج وتهجين مابين تحقيق الأمثلية بمعيار L_1 والمتمثل بمجموع القيم المطلقة للمركبات، وبين معيار L_2 والمتمثل بمجموع القيم التربيعية لها. وسيتم تسميتها MLASS. وبالشرط نفسه على مدى المعلمة t في الطريقة LASS أعلاه.

٣. الجانب التطبيقي

١.٣ البيانات

إرتكز البحث على بيانات أستحصلت من إحدى الدراسات في المجال الإداري، شملت عينة من الموظفين بحجم (n=50). إذ كان المهم قياس مقدار وقوة القيادة الاستراتيجية Y (متغير الاستجابة التابع) والتي تتأثر تبعاً لبعض المتغيرات التوضيحية المهمة (K=9)، وكالاتي:

X_1 : العمليات الجوهرية. X_2 : القدرة على التعلم. X_3 : الموارد البشرية.

X_4 : تكنولوجيا المعلومات. X_5 : البحث والتطوير. X_6 : الموارد الثمينة.

X_7 : القدرات الإدارية والتنظيمية. X_8 : ثقافة التدأوب. X_9 : العلاقات وفهم حاجات الزبون.

وتم إجراء عملية التعيير Standardization لهذه المتغيرات، مع بقاؤها بالرموز X's نفسها.

٢.٣ النتائج

باستعمال لغة MATLAB version 7.6 (Release 14) البرمجية في تحليل بيانات من خلال برنامج حاسوب خاص بالبحث تم كتابته ووضعه من قبل الباحثين لهذا الغرض ولكلا حالتي التحليل بالمركبات الرئيسية الأعتيادي والمقلص سواء بطريقة الـ (LASS) أو بالصيغة المعدلة عنها (MLASS)، وتم الحصول على النتائج المبينة في الفقرات اللاحقة.

1.2.3 التحليل بالمركبات الرئيسية

بتطبيق ماجاء في الجدول (1) في الجانب النظري أعلاه، وحل المعادلتين (2) و(3) تم الحصول على قيم المركبات الرئيسية بعد تطبيق الصيغة في المعادلة (4)، مع أخذ أول خمسة مركبات فقط بنظر الأعتبار، وكالاتي:

جدول (2) يبين المركبات الرئيسية الخمسة الأولى الأعتيادية

Variable	PC ₁	PC ₂	PC ₃	PC ₄	PC ₅
X ₁	-0.1135	0.6855	-0.2850	0.2111	-0.1265
X ₂	-0.3049	0.03008	0.6479	-0.2032	0.1191
X ₃	-0.4138	-0.1979	0.1100	-0.3602	0.1902
X ₄	-0.1506	0.5875	0.3851	-0.1507	-0.2948
X ₅	-0.2853	0.1114	0.1806	0.6477	0.5800
X ₆	-0.4555	0.0103	-0.3203	-0.1703	0.0479
X ₇	-0.3881	0.1135	-0.4453	-0.2996	0.2143
X ₈	-0.3588	-0.2810	-0.0529	0.4430	-0.2860
X ₉	-0.3634	-0.2014	0.0482	0.1648	-0.6167
Variance (%)	39.0229	15.2457	11.0373	9.9192	7.9540
Cumulative Variance(%)	39.0229	٥٤.٢٦٨٦	65.3059	75.2251	٨٣.١٧٩١

يلخص الجدول (٢) أعلاه نتائج تحليل المركبات الرئيسية بعد إختيار أول (أو أكبر) خمسة مركبات من ضمن التسعة الكلية، وقد بلغت النسبة المئوية لما تفسره من مجموع التباين الكلي تساوي (83.1791 %). والجدول (3) أدناه يوضح نسبة المساهمة المئوية من تفسير التباين الكلي لطريقتي LASS و MLASS ولقيم $t=1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.25, 2.50, 2.75, 3.00$ أي بزيادة منتظمة قدرها (0.25).

جدول (3)

t	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00
PC _{LASS}	69.2110	67.0549	73.0743	69.4445	65.3963	67.2633	67.6384	71.5241	70.4125
PC _{MLASS}	65.9677	68.3673	71.3481	68.6566	70.2764	70.7169	70.5164	73.6226	73.0736

إن الجداول رقم (4)، (5) و (6) جاءت بعد أن تم تطبيق طريقة التقليل على المركبات الرئيسية بالقييد المطلق فقط LASS وبالصيغة المذكورة في المعادلة (٧)، والجداول رقم (7)، (8) و (9) جاءت بعد أن تم تطبيق طريقة التقليل على المركبات الرئيسية بالقييد المطلق والقييد التربيعي MLASS وبالصيغة المذكورة في المعادلة (8)، وكما في أدناه.

جدول (4) يبين المركبات الرئيسية الخمسة الأولى بطريقة LASS

t = 1.50						
Variable	PC ₁	PC ₂	PC ₃	PC ₄	PC ₅	$\sum_{j=1}^5 a_j $
X ₁	0.000	0.121	0.904	0.000	0.000	1.025
X ₂	-0.071	-0.291	0.000	1.000	0.000	1.362
X ₃	-0.435	0.146	0.000	0.000	0.000	0.581
X ₄	0.000	-0.002	0.428	0.000	0.000	0.430
X ₅	-0.115	0.024	0.000	0.000	1.000	1.139
X ₆	-0.823	-0.051	0.000	0.000	0.000	0.874
X ₇	-0.124	-0.500	0.000	0.000	0.000	0.624
X ₈	-0.149	-0.736	0.000	0.000	0.000	0.885
X ₉	-0.279	-0.291	0.000	0.000	0.000	0.570
Variance (%)	24.8316	15.4024	12.6627	10.0888	10.0888	-
Cumulative Variance(%)	24.8316	40.2340	52.8967	62.9855	73.0743	-

جدول (5) بين المركبات الرئيسية الخمسة الأولى بطريقة LASS

t = 2.75						
Variable	PC ₁	PC ₂	PC ₃	PC ₄	PC ₅	$\sum_{j=1}^5 a_j $
X ₁	0.000	-0.04	0.004	0.000	0.000	0.044
X ₂	-0.071	-0.008	0.000	0.000	1.000	1.079
X ₃	-0.435	0.002	1.000	0.000	0.000	1.437
X ₄	0.000	-0.007	0.000	1.000	0.000	1.007
X ₅	-0.115	-0.035	0.000	0.000	0.000	0.150
X ₆	-0.823	-0.050	0.009	0.000	0.000	0.882
X ₇	-0.124	0.005	0.000	0.000	0.000	0.129
X ₈	-0.149	0.024	0.016	0.000	0.000	0.189
X ₉	-0.279	-0.997	0.016	0.000	0.000	1.292
Variance (%)	26.8956	11.4307	11.3434	10.9273	10.9271	-
Cumulative Variance(%)	26.8956	38.3263	49.6697	60.5970	71.5241	-

جدول (6) يبين المركبات الرئيسية الخمسة الأولى بطريقة LASS

t = 3.00						
Variable	PC ₁	PC ₂	PC ₃	PC ₄	PC ₅	$\sum_{j=1}^5 a_j $
X ₁	0.000	-0.003	0.124	0.000	0.000	0.127
X ₂	-0.101	0.007	-0.076	1.000	0.000	1.184
X ₃	-0.425	-0.035	0.010	0.000	0.000	0.470
X ₄	0.000	0.000	-0.001	0.000	0.000	0.001
X ₅	0.000	0.006	0.987	0.000	1.000	1.993
X ₆	-0.822	0.951	-0.057	0.000	0.000	1.830
X ₇	-0.151	0.307	0.003	0.000	0.000	0.461
X ₈	-0.191	-0.013	0.019	0.000	0.000	0.223
X ₉	-0.272	-0.009	-0.041	0.000	0.000	0.322
Variance (%)	25.6105	14.0673	10.3734	10.3734	9.9878	-
Cumulative Variance(%)	25.6105	39.6778	50.0513	60.4247	70.4125	-

جدول (7) يبين المركبات الرئيسية الخمسة الأولى بطريقة MLASS

t = 1.50						
Variable	PC ₁	PC ₂	PC ₃	PC ₄	PC ₅	$\sum_{j=1}^5 a_j + \sum_{j=1}^5 a_j^2$
X ₁	0.0000	0.0491	0.8581	0.2650	0.0000	0.9905
X ₂	-0.2050	-0.4835	0.0000	0.1349	1.0000	1.5586
X ₃	-0.4597	-0.3139	0.0000	0.0041	0.0000	0.5437
X ₄	0.0000	-0.7450	0.5134	-0.0069	0.0000	1.0419
X ₅	-0.1686	-0.1517	0.0000	0.3909	0.0000	0.4577
X ₆	-0.6032	0.0674	0.0000	-0.7039	0.0000	1.1191
X ₇	-0.3803	-0.1861	0.0000	-0.3101	0.0000	0.5759
X ₈	-0.3106	0.1081	0.0000	-0.0067	0.0000	0.2668
X ₉	-0.3363	0.1902	0.0000	-0.4084	0.0000	0.6254
Variance (%)	29.0233	11.6638	11.3664	10.4881	8.8065	---
Cumulative Variance(%)	29.0233	40.6871	52.0535	62.5416	71.3481	---

جدول (8) يبين المركبات الرئيسية الخمسة الأولى بطريقة MLASS

t = 2.75						
Variable	PC ₁	PC ₂	PC ₃	PC ₄	PC ₅	$\sum_{j=1}^5 a_j + \sum_{j=1}^5 a_j^2$
X ₁	0.0000	0.0887	0.8580	0.0316	0.0000	0.8616
X ₂	-0.2050	0.3590	0.0000	-0.0627	0.0000	0.4007
X ₃	-0.4597	-0.3113	0.0000	0.0105	0.0000	0.5449
X ₄	0.0000	0.17122	0.5135	-0.0052	0.0000	0.4914
X ₅	-0.1685	-0.0505	0.0000	-0.0259	1.0000	1.1382
X ₆	-0.6033	-0.2347	0.0000	-0.0638	0.0000	0.6624
X ₇	-0.3802	-0.3430	0.0000	0.0271	0.0000	0.5066
X ₈	-0.3106	-0.6792	0.0000	-0.1190	0.0000	0.8403
X ₉	-0.3363	-0.3164	0.0000	-0.9875	0.0000	1.4142
Variance (%)	27.9057	15.9472	10.9297	10.3719	8.4681	---
Cumulative Variance(%)	27.9057	43.8529	54.7826	65.1545	73.6226	---

جدول (9) يبين المركبات الرئيسية الخمسة الأولى بطريقة MLASS

t = 3.00						
Variable	PC ₁	PC ₂	PC ₃	PC ₄	PC ₅	$\sum_{j=1}^5 a_j + \sum_{j=1}^5 a_j^2$
X ₁	0.0000	0.0405	0.3487	-0.1661	0.0000	0.3530
X ₂	-0.2050	-0.0764	0.4306	-0.4047	0.0000	0.7568
X ₃	-0.4597	0.3544	-0.1347	-0.4628	0.0000	0.9904
X ₄	0.0000	-0.1012	0.0757	0.0346	0.0000	0.1143
X ₅	-0.1685	0.0435	0.1914	-0.0439	1.0000	1.2580
X ₆	-0.6032	0.5325	0.7444	-0.6516	0.0000	2.0789
X ₇	-0.3803	0.7475	0.2566	0.1573	0.0000	1.1678
X ₈	-0.3106	0.1111	-0.062	0.0008	0.0000	0.2985
X ₉	-0.3364	0.0026	0.0923	0.3764	0.0000	0.5355
Variance (%)	25.7382	17.045	13.9425	8.5378	7.8101	-----
Cumulative Variance(%)	25.7382	42.7832	56.7257	65.2635	73.0736	-----

٤. الاستنتاجات والتوصيات

يمكن ملاحظة بعض الاستنتاجات الواضحة التي أفرزها الجانب التطبيقي السابق من خلال النتائج المجدولة التي تم إستعراضها، وتلخيصها بالآتي:

١. نجحت الطريقة المقترحة MLASS بإعطاء نتائج جيدة عند (t= 1.5 , 2.75, 3.00)، إذ بلغت نسب المساهمة في تفسير التباين الكلي للمركبات (71.3481 %، 73.6226 %، 73.0736) على التوالي مع الاختزال الواضح في قيم المركبات في الجداول (7, 8, 9) على التوالي. وكانت نتائج طريقة LASS لتقليص المقدرات قد سجلت أفضلية عند (t= 1.5 , 2.75, 3.00)، إذ بلغت القيم لنسبة التباين الكلي المفسر (70.4125 %، 71.5241 %، ٧٣.٠٧٤٣ %) على التوالي، ناهيك عن

الأختزال الواضح في قيم المركبات في الجداول (6, 5, 4). هذا وكانت قيمة نسبة التباين الكلي المفسّر هي (83.18 %) للمركبات الرئيسة الاعتيادية.

2. تم الحصول على أعلى إختزال في طريقتي التقليل LASS و MLASS للمركبة الخامسة بالاستناد الى نسبة مساهمة المركبات الرئيسة الى المجموع الكلي.

3. لم يتحقق شرط التقليل دائماً، وبخاصة عند الحالات التي لم تحقق فيها (t) الأمثلية، في طريقة MLASS وعند (t=1.50) للجدول رقم (7) في الصف الثاني لعمود الفيد.

4. يوصي الباحثون بإمكانية تطبيق طريقة التقليل المذكورة في هذا البحث ولكن بإتباع أسلوب آلي (Automatic) ضمن معيار تكراري (Iterative) معين يخصص لهذا الغرض لأختيار قيمة (t) التي تحقق الأمثلية في شرط التقليل، بدلاً من الأسلوب الشخصي (Subjective) من خلال الزيادة الثابتة على قيم (t).

المصادر

1. علي، د. عمر عبد المحسن؛ المهنا، د. فراس أحمد محمد؛ (2009)؛ "حول تقليل تقدير المركبات الرئيسة مع التطبيق"؛ المؤتمر العلمي الثاني للرياضيات - الأحصاء والمعلوماتية، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل.
2. Jeffers, J.; (1967); "Two Case Studies in the application of Principal Components"; Applied Statistics, Vol. 16, pp. 225-236.
3. Morrison, D.F.; (1976); "Multivariate Statistical Methods"; McGraw-Hill, New-York.
4. Tibshirani, R.; (1996); "Regression Shrinkage and Selection via the LASS"; Journal of the Royal Statistical Society Series B Methodological, Vol. 58 No.(1), pp. 267 – 288.
5. Tim, Neil H.; (2002); "Applied Multivariate Analysis"; Springer - Verlag, New - York.
6. Zou, H.; Hastie, T. and Tibshirani, R.; (2004); "Sparse Principal Component Analysis"; Tech. Rep. Statistics Department, Stanford University.