

دراسة مقارنة بين بعض من لوحات السيطرة من حيث حساسيتها للاختلافات ومتوسط طول التشغيل

د.عبد محمد علي عطا**

د.عبد الرحيم خلف راهي*

الخلاصة:

تصميم لوحات السيطرة Control Charts باستخدام معيار اقتصادي أمثل لها أهمية كبيرة في كثير من الدراسات، نماذج مختلفة وعديدة للعملية الانتاجية طورت وكان لها مجال تطبيقي من خلال استخدام لوحات السيطرة. في هذا البحث سيتم مقارنة ثلاثة انواع من اللوحات وهي لوحة المتوسط $\bar{X}$ ، ولوحة المجموع المتراكم Cusum، ولوحة المعدل الهندسي المتحرك GMA باستخدام معيار حساسية وفاعلية اللوحات من خلال ايجاد (Power) اي سرعة اكتشاف وتشخيص الانحراف في متوسط العملية الانتاجية ونمذجة الدول الخاصة بهذه اللوحات والتي هي نوع اللوحة Type of com وحجم العينة Sample size وعدد العينات Number of samples، ومقدار الانحراف او التغير في متوسط العملية الانتاجية Magnitude of shift in process (δ_{μ}) mean ، إذ تم استخدام مستويات مختلفة لكل من هذه الدول لاثبات حساسيتها وفعاليتها لبيان مدى تأثيرها على اللوحات في كشف وتشخيص الانحرافات والاختلافات في العملية الانتاجية، حيث ان لوحة المتوسط $\bar{X}$ اكثر حساسية في حالة الانحرافات الكبيرة وتكون غير فاعلة وكفوءة في كشف الانحرافات

* استاذ مساعد / جامعة السليمانية / كلية الادارة والاقتصاد / قسم الاحصاء

** مدرس / اليمن

مقبول النشر بتاريخ 15 / 3 / 2006

بحث مستل من رسالة ماجستير

الصغيرة، في حين تمتاز لوحة Cusum بفاعلية اعلى في كشف الانحرافات الصغيرة في حين لوحة GMA تعطي نتائج جيدة عند الانحرافات المتوسطة في العملية الانتاجية عند (1.5σ) ، فضلا عن تأثير حجم العينة فمن خلال النتائج التي تم التوصل اليها نجد ان حساسية وفاعلية اللوحات يزداد مع زيادة حجم العينة (n) ومع زيادة عدد العينات (r) وهذا ما اكده جدول تحليل التباين الذي يوضح معنوية واهمية كلا من حجم العينة (n) وعدد العينات (r) .

الفصل الاول الجانب النظري

2-1 مقدمة :

تعد لوحات السيطرة من اهم الاساليب المستخدمة للسيطرة على العملية الانتاجية حيث تستخدم لاغراض عدة وهي للسيطرة على التغيرات او الانحرافات التي تحدث في العملية الانتاجية سواء كان على التغيرات في معدل الانتاج او في تباين او انحرافات الانتاج او كلاهما. ان لوحات السيطرة هي عبارة عن خارطة بيانية تستخدم كوسيلة لاتخاذ القرار المناسب بشأن سير العملية الانتاجية في مراحل الانتاج وابتداءً من مرحلة استلام المواد الاولية ولغاية وصول السلعة الى المستهلك وفق المواصفات المحددة لها .

وتتكون لوحات السيطرة من محورين المحور الرأسي والذي يمثل المؤشرات الاحصائية الخاصة المرتبطة بالنوعية والمحور الافقي والذي يمثل الزمن او تسلسل العينات المسحوبة من الانتاج. ولها ثلاثة خطوط افقية متوازية تحدد ما يجب ان تكون عليه المؤشرات الاحصائية للعملية الانتاجية او المستوى المطلوب تحقيقه للخاصية المميزة لنوعية المنتج فالخط الوسطي يمثل متوسط الخاصية المميزة لنوعية المنتج، اما الخطان الاخران فيمثل الاول الحد الاعلى للسيطرة والآخر الحد الادنى للسيطرة .

وعند رسم لوحة السيطرة فاذا وقعت نقطة واحدة او اكثر خارج حدود السيطرة يعني بان العملية خارج السيطرة ويجب البحث عن الاسباب التي ادت الى ذلك. واذا لم تقع اي نقطة خارج حدود السيطرة دل ذلك بان العملية الانتاجية تحت السيطرة .

1. لوحة ($\bar{X}$) (لوحة المتوسط) :

لوحة المتوسط وهي اللوحة قيد الدراسة إذ ان فكرة لوحة المتوسط ($\bar{X}$) مبنية في الأساس على التوزيع الطبيعي وتستخدم هذه اللوحة في إيجاد التقديرات الحاصلة في متوسط العينات.

وتشير هذه اللوحة الى التغييرات الحاصلة في متوسط العينات حيث لها ثلاثة خطوط افقية متوازية، وهي الخط الوسطي (CL) والخط الاعلى (UCL) الذي يمثل الحد الاعلى للسيطرة والخط الادنى (LCL) الذي يمثل الحد الادنى للسيطرة وعملية استخدام ورسم هذه اللوحة تتم كالآتي :

- يتم حساب متوسط كل عينة لكي نرسمها مقابل عدد العينات (r)

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad \dots\dots\dots (1)$$

- ومن ثم نقوم بحساب متوسط المتوسطات بالصيغة الآتية

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^r \bar{X}_i}{r} \quad \dots\dots\dots (2)$$

إذ ان :

$\bar{X}_i$: يمثل متوسط العينات الجزئية ، r : عدد العينات

- نقوم بتقدير الانحراف المعياري للمتوسطات كالآتي

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\bar{R}}{dn} \quad \dots\dots\dots (3)$$

إذ ان :

$\bar{R}$: هو متوسط مديات العينات

dn : معامل يتم الحصول عليه من جداول توزيع المدى النسبي

- والان نحسب حدي السيطرة الاعلى والادنى وكالآتي :

$$U.C.L = \bar{\bar{X}} + A0.001\sigma_{\bar{X}} \quad \dots\dots\dots (5) , \quad L.C.L = \bar{\bar{X}} - A0.001\sigma_{\bar{X}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \quad , \quad 40.001 + \frac{3}{\sqrt{n}} \quad \text{إذ أن :}$$

وان احتمال ان تقع قيم $(\bar{X}_i)$ لكل العينات بين الحد الاعلى والادنى للسيطرة هو (99.73%) وان احتمال وقوعها خارج الحدين هو (0.27%). فاذا وقعت قيم $(\bar{X}_i)$ بين حدي السيطرة الاعلى والادنى فيشير ذلك الى ان العملية تحت السيطرة (In control)، اما اذا وقعت قيمة واحدة او اكثر من قيم $(\bar{X}_i)$ خارج حدي السيطرة فيشير ذلك ان العملية الانتاجية خارج السيطرة (Out of control). ويستدعي هنا الكشف عن المسببات التي ادت الى ان تكون العملية الانتاجية خارج حدود السيطرة.

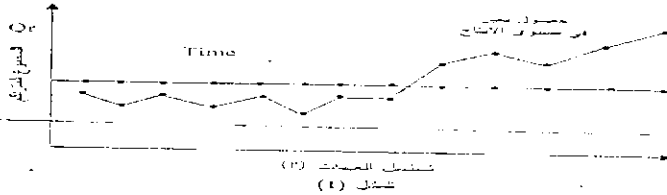
2. لوحات السيطرة التجميعية Cumulative Sum Control Charts :

لوحة السيطرة للمجموع المتراكم هي تراكم لمجموع الفروق بين متوسط العينة وقيمة مرجعية يرمز لها (m)، وهذا التعديل اضاف للوحات السيطرة حساسية اكثر في كشف وملاحظة الانحرافات المتوسطة والصغيرة التي لها تأثير كبير على متوسط العملية الانتاجية. وفكرة هذه اللوحة هي : ان نقوم بسحب (r_i) من العينات العشوائية للاوساط الحسابية $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_r$ لفترات زمنية منتظمة من مجتمع يتوزع طبيعي بمتوسط حسابي (μ) وتباين (σ) ، ثم نقوم بمقارنة هذه الاوساط الحسابية مع قيمة يرمز لها بالرمز (m) يتم تحديدها واختيارها من قبل الباحث او الشركة، حيث تكون قيمة (m) قريبة من قيمة الهدف $(T=m)$ ومن ثم نقوم بحساب المقدار (Q_r) حسب الصيغة الآتية :

$$Q_r = \sum_{i=1}^r (\bar{X}_i - m) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ولكي ترسم منحنى لوحة السيطرة التجميعية فاننا نرسم المقدار (Q_r) مقابل عدد العينات (r) فاذا كانت قيمة $(M=m)$ فان منحنى لوحة السيطرة التجميعية يكون مساويا الى الصفر وهذا يعني ان العملية الانتاجية تكون تحت السيطرة . اما اذا كانت $(M \neq m)$ فقد نحصل على قيم لـ (Q_r) ، اما موجبة او سالبة فعندما تكون قيم $(\bar{X}_i)$ اكبر من قيمة (m) فان الفروق سوف تكون موجبة وذلك يدل على ان منحنى لوحة السيطرة (Cusum) سيكون متزايد (تصاعدي). وعندما تكون قيم $(\bar{X}_i)$ اقل من قيمة (m) فان الفروق سوف تكون سالبة ويدل ذلك على ان منحنى لوحة السيطرة (Cusum) سيكون متناقص (تنازلي) .

وعلى الرغم من سهولة استخدام لوحة السيطرة التجميعية وفعاليتها في تشخيص وكشف الانحرافات الصغيرة خلال العملية الانتاجية الا انها لاتعطينا اشارة واضحة .



طرائق اتخاذ القرار :

هناك طريقتان لاتخاذ القرار الذي يحدد فيما اذا كانت العملية الانتاجية تقع خارج او داخل السيطرة هما :

- اولا : طريقة القناع (v) (v-mask) .
- ثانيا : طريقة فترة القرار (Decision interval) .

اولا : طريقة القناع (v-mask) :

للكشف عن الانحرافات وتشخيصها في متوسط العملية الانتاجية من جانبين فان القناع (v-mask) الذي اقترحه (Barnard) عام (1959) يستخدم بصورة عامة لاتخاذ القرار في لوحة (Cusum) بعد رسمها وان اسلوب اتخاذ القرار هنا يتضمن ان نضع الشكل (v) على لوحة المجموع المتراكم، ويعتمد هذا على تحديد قيمتين، القيمة الاولى هي المسافة الافقية (Lead distance) بين اخر نقطة من نقاط لوحة (Cusum) ورأس الشكل (v) ويرمز لها بالرمز (d) . والقيمة الثانية تمثل الزاوية المحصورة بين ذراعي الشكل (v) ويرمز لها (θ) .

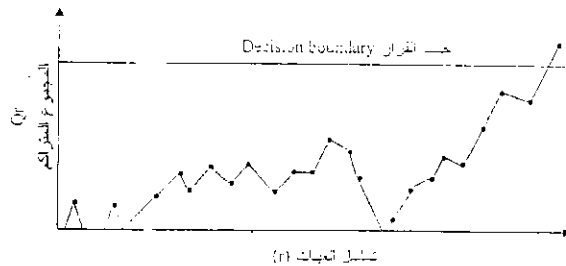
اذا وقع منحنى المجموع المتراكم بين ذراعي القناع v- تكون العملية الانتاجية تحت السيطرة، اما اذا قطع المنحنى احد ذراعي القناع v- فان العملية تكون خارج السيطرة . فاذا قطع الرسم الذراع العلوي للقناع v- دل ذلك على ان متوسط العملية الانتاجية في حالة تزايد واذا قطع الذراع السفلي للشكل (v) دل ذلك على ان العملية الانتاجية في حالة تناقص .



شكل (2)

ثانيا : طريقة فترة القرار Decision interval :

يستخدم هذا الاختبار لتشخيص وكشف الانحرافات من جانب واحد (One-side test) إذا كان التغير في متوسط العملية الانتاجية تصاعديا (Upward shift)، إذ نقوم برسم منحنى لوحة المجموع المتراكم (Cusum) ونقوم بتحديد حد اتخاذ القرار (Decision boundary) والذي يرمز له بالرمز (h) إذا قطع منحنى المجموع المتراكم (Cusum) المستقيم (h) يدل ذلك على انه يوجد تغيير في متوسط العملية الانتاجية وان نوعية الانتاج ليست جيدة، وكما موضح في الشكل الاتي :



ويمكن استخدام هذه الطريقة لكشف التغير السالب في متوسط العملية الانتاجية ويرمز لحد اتخاذ القرار هنا $(-h)$ ، وهذه الطريقة لها عيوب وهي انها تقوم بكشف الانحرافات الصغيرة جدا والتي تعد احيانا ليس ذا تأثير على متوسط العملية الانتاجية . اذ اننا نستطيع تطبيق هذه الطريقة رياضيا من دون اللجوء الى الرسم وذلك من خلال تحديد قيمتين k , h ($k < h$)، إذ ان $(M+h)$ هي مستوى النوعية المرفوض (rejectable quality level)، اما $(M+k)$ هي المتوسط بين M و $(M+h)$.

عندما تكون $(\bar{X}_i > M + k)$ فإننا نبدأ بحساب (Q_r) عندما $(m = \hat{M} + k)$ ويتم حسابها بالصيغة الآتية :

$$Q_r = \sum_{i=1}^r [\bar{X}_i - (\hat{M} + k)] \quad \dots\dots\dots (8)$$

فإذا كانت قيمة (Q_r) مساوية أو قريبة جدا من الصفر دل ذلك على أن العملية الانتاجية تحت السيطرة، أما إذا كانت قيمة $(Q_r > M + h)$ دل ذلك على أن العملية الانتاجية خارج السيطرة . كما يمكن استخدام $(\hat{M} - h)$ كحد أدنى للرفض (Lower rejected quality) . وهنا تكون قيمة (m) مساوية إلى $(\hat{M} - h)$ وأن $(\hat{M} - h)$ يمثل المتوسط بين $(\hat{M})$ و $(\hat{M} - h)$. إذا كانت $(\bar{X}_i < \hat{M} - k)$ فإننا نقوم بحساب (Q_r) وحسب الصيغة الآتية :

$$Q_r = \sum_{i=1}^r [\bar{X}_i - (\hat{M} - k)] \quad \dots\dots\dots (9)$$

إذا كانت قيمة $(Q_r > 0)$ نتوقف عن حساب (Q_r) وتعد العملية الانتاجية تحت السيطرة أما إذا كانت قيمة $(Q_r < M - h)$ فإن العملية الانتاجية تقع خارج السيطرة .

3. لوحة المعدل المتحرك الهندسي (GMA) :

إن لوحة المعدل المتحرك الهندسي (GMA) لها القدرة على كشف التغيرات الصغيرة في متوسط العملية الانتاجية وقد تدعى في بعض الاحيان بالمعدل المتحرك الاسي الموزون (EWMA) (Exponential Weighted Moving Average) . وذلك لأن هذه الاوزان كأنها منحنى أسى متنازل عند اتصال بعضها ببعض الآخر بواسطة المنحنى وعندما تكون الدراسة للمفردات (X_i) وليس للمتوسطات $(\bar{X}_i)$ إذ تستخدم لوحة (GMA) بصورة واسعة في نماذج السلاسل الزمنية والتنبؤات. وفي عملية اتخاذ القرار لجميع البيانات السابقة ولكن بأوزان مختلفة، إذ أنه كلما كانت البيانات أقدم كلما كان وزنها أقل وأن أحدث وزن يعطى لحدث مشاهد. وتتكون لوحة المعدل المتحرك الهندسي (GMA) من ثلاثة خطوط متوازية . يمثل $(T = W_0)$ أو $(\bar{X} = W_0)$ خط الوسط أو قد يحدد خط الوسط من قبل الشركة أو من الخبرة. ويبعد عن الحد الأعلى والحد الأدنى بمقدار ثلاثة امثال الانحراف المعياري (3σ) . ويمكن استخدام لوحة (GMA) كما يأتي :

$$W_t + \lambda \bar{X}_t + (1 - \lambda)W_{t-1} \quad \dots\dots\dots (10)$$

إذ إن $\bar{X}_t$ تمثل متوسط العينات المأخوذة عند الزمن (t) بوزن (λ) وإن ($0 < \lambda \leq 1$) وإن قيمة العينة الأولى في الوقت (t=1) هي ($W_0 = \bar{X}$) . أو قد تأخذ من نتائج سابقة أو من الخبرة. وإن (GMA_{wt}) هي المعدل الموزون لكافة متوسطات العينة السابقة .

$$\sigma^2_{wt} = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2t}] \quad \dots\dots\dots (11)$$

وعندما تتزايد (t) فإن (σ^2_{wt}) تزداد لتصل الى قيمة محددة .

$$\sigma^2_{wt} = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right)$$

وبالتالي فإن حدود السيطرة سوف تكون كالآتي :

$$UCL = \bar{X} + 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2 - \lambda)n}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$LCL = \bar{X} - 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2 - \lambda)n}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ونحسب الصيغتين (12)، (13) لحدود السيطرة عندما تكون (t) كبيرة اي عندما ($t \geq 5$) . وعندما تكون (t) صغيرة فإن حدود السيطرة تحسب مع الانحراف المعياري في الصيغة (11) .

المراحل المستخدمة لتجربة المحاكاة :

إذ قمنا بمراحل تجربة المحاكاة وكانت كالآتي :

المرحلة الأولى :

مرحلة تعيين القيم الافتراضية وهي من المراحل المهمة التي تعتمد عليها المراحل الأخرى اللاحقة ويتم اختيار القيم الافتراضية كالآتي :

1. اختيار حجم العينة (n) :
لقد تم اختيار ثلاث أحجام للعينات في التجربة وكانت كالآتي (n=3,4,5) .
2. اختيار عدد (تسلسل) العينات (r) :
تم اختيار ثلاث مستويات لعدد العينات في التجربة وكانت كالآتي (r=25,50,75) .
3. تحديد القيم الافتراضية :
إذ اختيرت معالم للتوزيع الطبيعي للتجربة وكما يأتي :
 $(\mu=20,40,60)$, $(\sigma^2=9,16,25)$

المرحلة الثانية :

مرحلة توليد البيانات لمتغير يتبع التوزيع الطبيعي $N(0,1)$ ، وذلك باستخدام أسلوب (Box-Muller)

المرحلة الثالثة :

مرحلة إيجاد حدود السيطرة للوحات ورسم اللوجات حسب الصيغ والمعادلات المذكورة في الجانب النظري الذي تناوله البحث .

المرحلة الرابعة :

مرحلة المقارنة بين لوحات السيطرة بالاعتماد على :

1. حساب حساسية اللوحة (Power) :

حيث تم حساب (Power) على الشكل الآتي :

$$\text{Power} = \frac{\text{عدد الحالات التي تحتوي على الأقل نقطة واحدة خارج السيطرة}}{\text{عدد الحالات الكلية}} \quad (15)$$

2. التحليل الاحصائي لتجارب المحاكاة :

بعد استخراج النتائج وتحليلها وتفسيرها، يتطلب منا معرفة اي من العوامل المستخدمة في الدراسة معنوي او له تأثير معنوي، فقد تم استخدام جدول تحليل التباين (ANOVA)، واستخدام طريقة الفرق المعنوي الاصغر وذلك باستخدام البرنامج الجاهز (SPSS) .

1- تحليل التباين (Analysis of Variance) :

هو تقسيم الاختلافات الكلية من التجارب الى مصادرها المختلفة وتجزئتها الى مركبات عدة احداها الى العشوائية، وقد استخدم (فيشر) هذه المركبة للمقارنة مع بقية مركبات التباين. وهو ايضا اجراء بعض العمليات الرياضية لتقسيم مجموع المربعات الكلي لمجموعة من البيانات على مصادر التباين المختلفة والمسؤولة عن وجوده . وهو عبارة عن اسلوب رياضي لتجزئة التباين الكلي للملاحظات التجريبية الى مكوناته الاساسية التي يمكن تقديرها.

2- اختيار العوامل ومستويات العامل Selection of factors and the factor level :

التأثير للعوامل الاربعة اثناء عملية الانتاج مشاهدة ومحللة كما في الجدول التالي، إذ ان العوامل الاربعة هي نوع اللوحة كان لدينا اربع لوحات وهي لوحة ($\bar{X}_1$) ولوحة ($\bar{X}_2$)، إذ تعدد الاولى على الانحراف المعياري الذي يحسب بالطريقة الاعتيادية والثانية على الانحراف المعياري بالاعتماد على المدى كما موضح سابقا. ولوحة (Cusum) ولوحة (GMA)، والعامل الثاني هو حجم العينة ويعتمد على ثلاث مستويات n_1, n_2, n_3 ، والعامل الثالث هو تسلسل العينات ويعتمد على ثلاثة مستويات r_1, r_2, r_3 ، اما العامل الرابع فهو حجم التغير في اداء العملية الانتاجية في التجربة وله ستة مستويات وهي : $0.5\sigma, 1.5\sigma, 1\sigma, 2\sigma, 2.5\sigma, 3\sigma$

والجدول الاتي يوضح اختيار العوامل ومستويات العامل

اسم العامل	المستويات					
	1	2	3	4	5	6
1. نوع اللوحة	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$	Cusum	GMA		
2. حجم العينة (n)	3	4	5			
3. تسلسل العينات	25	50	75			
4. حجم التغير (الاختلاف)	0.5σ	1σ	1.5σ	2σ	2.5σ	3σ

2. طريقة الفرق المعنوي الاصغر (Least-significant difference) :

ويرمز لهذه الطريقة بـ (L.S.D) وتأتي تسميتها من قيمة (t) التي تستخدم في اختبار الفروق بين المتوسطات وهي أقل قيمة يجب أن يتجاوزها الفرق بين المتوسطين لكي يكون معنويا . إذ تستخدم هذه الطريقة للمقارنة بين متوسطات المعالجات وتستخرج حسب الخطوات الآتية :

1. احتساب قيمة (t) من جداول قيمة (t) وبمستوى دلالة معين وليكن بمستوى 0.05 و 0.01 وبدرجة حرية الخطأ التجريبي .

2. احتساب قيمة الانحراف المعياري وكما يأتي : في حالة عدم تساوي التكرارات .

$$Sd = \sqrt{S^2 \left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n} \right]} \quad \dots\dots\dots (16)$$

إذ أن :

$r_1, r_2, \dots, r_n$: تكرارات التجربة .

S^2 : متوسط الخطأ التجريبي .

وباستخدام الصيغة الآتية (في حالة تساوي التكرارات) :

$$Sd = \sqrt{\frac{2S^2}{r}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

إذ أن :

S^2 : متوسط الخطأ التجريبي .

r : تكرار التجربة .

3. إيجاد حاصل ضرب ناتج الخطوة (1) في ناتج الخطوة (2) فيكون هو الحد الاصغر للفرق.

$$LSD = (t) [Sd] \quad \dots\dots\dots (18)$$

4. احتساب متوسطات المعالجات وترتيبها ترتيبا تصاعديا وبحسب الفرق بين كل متوسطين ويقارن بقيمة الحد الاصغر وبذلك يمكن معرفة أي الفروق معنوية . فإذا كان الفرق بين المتوسطين أقل من الحد الاصغر للفرق فهذا يدل على أن الفرق بين المتوسطين أكبر من الحد الاصغر للفرق فإن الفرق يعد معنويا .

الفصل الثاني الجانب التجريبي

أولاً : تحليل تجربة المحاكاة (تمهيد):

سنقوم في هذا المبحث باستعراض وتحليل نتائج المحاكاة وذلك من أجل عمل مقارنة بين لوحات السيطرة والتي هي لوحة $\bar{X}$ ولوحة (Cusum)، ولوحة (GMA). من خلال استخدام معيار حساسية وفاعلية اللوحات (power) إذ حصلنا على نتائج المحاكاة بالاعتماد على برنامج كُتب بلغة (Visual Basic)، إذ تضمن هذا الفصل جانباً، الأول لاستعراض وتحليل نتائج المحاكاة وعمل المقارنة، والثاني يتضمن التحليل الاحصائي لنتائج المحاكاة من خلال تحليل التباين (ANOVA) وطريقة أقل فرق معنوي (LSD) لبيان تأثير العوامل، وقد استخدم النظام الاحصائي الجاهز (SPSS)، وقد قمنا باعداد (δ_{μ}) كمقدار للانحراف في متوسط العملية الانتاجية .

1- مقارنة اللوحات :

دراسة فاعلية وحساسية اللوحات باستخدام (Power) بالنسبة للوحتي ($\bar{X}_1$) و ($\bar{X}_2$) فقد استخدم لوحة ($\bar{X}_1$) للبيانات المولدة للمحاكاة والتي تتبع القانون

$$S_g = \sqrt{\sum_{i=1}^r S_i^2}$$

اما بالنسبة لـ ($\bar{X}_2$) فقد استخدم S_g وحسب الصيغة الآتية :

$$S_g = \frac{\sum_{i=1}^r R_i}{r} \cdot \frac{1}{dn} = \frac{\bar{R}}{dn}$$

في حالة $\delta_{\mu}=0.5$ يظهر لنا بان قيمة ($\bar{X}_1$) و ($\bar{X}_2$) للوحتين متقاربة جداً ومتشابهة، مما يدل على انه عند استخدام الانحراف الكلي او الانحراف بطريقة المدى لا يغير شئ، اما بالنسبة لحساسية اللوحات عندما $\delta_{\mu}=0.5$ جدول (1)، فان حساسية لوحة (Cusum) تكون اكثر من لوحتي $\bar{X}$ و (GMA) وهذا ايضا يؤدي الى انه عندما يكبر حجم العينة (n) تزداد الحساسية، وكذلك عند زيادة عدد العينات (r) او تسلسل العينات. وكذلك تتغير حساسية اللوحات عند تغير

النموذج، كما نلاحظ من الجدول (1) عند النموذج الاول تكون القيم اكبر من القيم في النموذج الثاني، والقيم في النموذج الثاني اكبر من القيم في النموذج الثالث . وهذا ينطبق على الرسومات الثلاث للوحات السيطرة عندما $\delta_{II}=0.5$ اي عند الانحرافات الصغيرة الشكل (4)، فان لوحة (Cusum) فيها حالتها خروج عن السيطرة بينما لوحة $\bar{X}$ ، ولوحة (GMA) لاتجد فيها اي حالة خروج عن السيطرة . ومن ملاحظة الشكل (7) الذي يعطي منحنى (Power) حساسية اللوحة عند تغير عدد العينات وثبات حجم العينة فان لوحة (Cusum) عندما $\delta_{II}=0.5$ تعطي قيمة اكبر من لوحة $\bar{X}$ ، ولوحة (GMA) من ملاحظة الرسم في الشكل (7-a,b,c) . ومن الجدول (2) عندما $\delta_{II}=1$ نجد ان لوحة $\bar{X}$ لها القدرة على اكتشاف الانحراف بفاعلية اعلى من لوحة (Cusum) وان الاخيرة لها القدرة على اكتشاف الانحراف بفاعلية اكثر من (GMA) وتزداد حساسية اللوحات مع زيادة حجم العينة (n) وعدد العينات (r) ، وتقل القيم مع تغير النموذج اي ان قيم حساسية اللوحة من خلال (Power) في النموذج الاول اكبر منها في النموذج الثاني، والقيم في النموذج الثاني اكبر منها في الثالث . من ملاحظة الجدولين (3) و (4) .

عندما $\delta_{II}=1.5, 2$ ، نلاحظ بان حساسية لوحة (GMA) اكبر من حساسية لوحة (Cusum) وبالتالي حساسية لوحة $\bar{X}$ اكبر من لوحة (GMA). وتزداد حساسية اللوحات بزيادة حجم العينة (n) وبزيادة عدد العينات (r) ، وتتساوى حساسية اللوحات عند (r₃) في جدول (4) عندما $\delta_{II}=2$ ، وهذا ما يوضحه الشكل (7-c) .

ومن الجدولين (5) و (6) نجد في جدول (5) عندما $\delta_{II}=2.5$ بان لوحة $\bar{X}$ اكثر حساسية من لوحة (GMA) وان لوحة (GMA) اكثر حساسية من لوحة (Cusum) في كشف الانحرافات عند (r₁)، بينما تتساوى حساسية اللوحات عند r₂ , r₃ .

ومن ملاحظة جدول (6) عندما $\delta_{II}=3$ نجد ان لوحتي $\bar{X}$ و (GMA) تكونان متساويتان وسريعتان في كشف الانحرافات مقارنة مع لوحة (Cusum) عند (r₁) بينما تتساوى جميع اللوحات عند r₂ , r₃ في كشف الانحرافات وهذا ما يشير اليه الرسم للوحات السيطرة عند الانحرافات الكبيرة في الشكل (6) .

وهذا ما يوضحه منحنى حساسية اللوحات في الشكل (7-a,b,c) .

جدول (1)

قوة (حساسية اللوحة) لـ $\delta_\mu = 0.5$ بتغير قيم (n, r, μ, σ^2) وبالطرق الأربعة

Model	Methods	$r_1=25$			$r_2=50$			$r_3=75$		
		$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$	$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$	$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$
Model $\mu=20$ $\sigma^2=9$	Xb-chart 1	0.003	0.004	0.005	0.008	0.011	0.013	0.011	0.016	0.021
	Xb-chart 2	0.003	0.004	0.005	0.008	0.011	0.013	0.011	0.016	0.021
	Cusum	0.008	0.012	0.002	0.191	0.211	0.224	0.435	0.450	0.477
	GMA	0.000	0.001	0.000	0.003	0.004	0.004	0.006	0.010	0.010
Model $\mu=40$ $\sigma^2=16$	Xb-chart 1	0.002	0.003	0.003	0.004	0.007	0.007	0.008	0.008	0.010
	Xb-chart 2	0.002	0.003	0.003	0.004	0.007	0.007	0.008	0.008	0.010
	Cusum	0.006	0.008	0.010	0.171	0.185	0.188	0.401	0.415	0.248
	GMA	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.004	0.004	0.005
Model $\mu=60$ $\sigma^2=25$	Xb-chart 1	0.001	0.001	0.003	0.004	0.004	0.006	0.006	0.008	0.009
	Xb-chart 2	0.001	0.001	0.003	0.004	0.004	0.006	0.006	0.008	0.009
	Cusum	0.008	0.008	0.008	0.158	0.170	0.170	0.385	0.397	0.404
	GMA	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.004	0.006

جدول (2)

قوة (حساسية اللوحة) لـ $\delta_\mu = 1$ بتغير قيم (n, r, μ, σ^2) وبالطرق الأربعة

Model	Methods	$r_1=25$			$r_2=50$			$r_3=75$		
		$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$	$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$	$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$
Model $\mu=20$ $\sigma^2=9$	Xb-chart 1	0.673	0.687	0.697	0.908	0.915	0.921	0.975	0.975	0.987
	Xb-chart 2	0.673	0.687	0.697	0.908	0.915	0.921	0.975	0.975	0.978
	Cusum	0.369	0.373	0.382	0.837	0.839	0.846	0.967	0.963	0.967
	GMA	0.361	0.366	0.374	0.682	0.697	0.703	0.845	0.850	0.861
Model $\mu=40$ $\sigma^2=16$	Xb-chart 1	0.658	0.664	0.676	0.904	0.901	0.908	0.971	0.971	0.972
	Xb-chart 2	0.658	0.664	0.676	0.904	0.901	0.908	0.971	0.971	0.972
	Cusum	0.355	0.364	0.357	0.829	0.836	0.836	0.961	0.963	0.958
	GMA	0.346	0.350	0.357	0.672	0.681	0.681	0.838	0.842	0.845
Model $\mu=60$ $\sigma^2=25$	Xb-chart 1	0.653	0.663	0.663	0.897	0.899	0.901	0.964	0.967	0.973
	Xb-chart 2	0.653	0.663	0.663	0.897	0.899	0.901	0.963	0.967	0.973
	Cusum	0.357	0.362	0.361	0.832	0.831	0.834	0.985	0.960	0.961
	GMA	0.347	0.344	0.349	0.668	0.671	0.671	0.828	0.837	0.839

جدول (3)

قوة (حساسية اللوحة) لـ $\delta_\mu = 1.5$ بتغير قيم (n, r, μ, σ^2) وبالطرق الأربعة

Model	Methods	$r_1=25$			$r_2=50$			$r_3=75$		
		$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$	$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$	$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$
Model $\mu=20$ $\sigma^2=9$	Xb-chart 1	0.990	0.993	0.992	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Xb-chart 2	0.990	0.993	0.992	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Cusum	0.780	0.789	0.787	0.986	0.986	0.988	0.999	0.999	0.999
	GMA	0.889	0.886	0.890	0.994	0.994	0.994	1.000	1.000	1.000
Model $\mu=40$ $\sigma^2=16$	Xb-chart 1	0.991	0.992	0.991	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Xb-chart 2	0.991	0.992	0.991	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Cusum	0.779	0.770	0.773	0.987	0.985	0.987	0.999	0.999	0.999
	GMA	0.889	0.887	0.889	0.993	0.992	0.993	1.000	1.000	1.000
Model $\mu=60$ $\sigma^2=25$	Xb-chart 1	0.992	0.991	0.991	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Xb-chart 2	0.992	0.991	0.991	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Cusum	0.769	0.772	0.788	0.986	0.988	0.988	1.000	0.999	0.999
	GMA	0.889	0.880	0.883	0.922	0.993	0.991	1.000	0.999	1.000

جدول (4)

قوة (حساسية اللوحة) لـ $\delta_\mu = 2$ بتغير قيم (n, r, μ, σ^2) وبالطرق الأربعة

Model	Methods	$r_1=25$			$r_2=50$			$r_3=75$		
		$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$	$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$	$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$
Model $\mu=20$ $\sigma^2=9$	Xb-chart 1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Xb-chart 2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Cusum	0.943	0.942	0.939	1.000	0.999	0.999	1.000	1.000	1.000
	GMA	0.989	0.990	0.989	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Model $\mu=40$ $\sigma^2=16$	Xb-chart 1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Xb-chart 2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Cusum	0.953	0.973	0.941	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
	GMA	0.991	0.989	0.991	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Model $\mu=60$ $\sigma^2=25$	Xb-chart 1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Xb-chart 2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Cusum	0.941	0.940	0.940	0.999	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
	GMA	0.989	0.989	0.990	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

جدول (5)

قوة (حساسية اللوحة) لـ $\delta_\mu = 2.5$ بتغير قيم (n, r, μ, σ^2) وبالطرق الأربعة

Model	Methods	$r_1=25$			$r_2=50$			$r_3=75$		
		$N1=3$	$n2=4$	$n3=5$	$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$	$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$
Model $\mu=20$ $\sigma^2=9$	Xb-chart 1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Xb-chart 2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Cusum	0.987	0.988	0.986	1.000	0.999	0.999	1.000	1.000	1.000
	GMA	0.999	0.999	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Model $\mu=40$ $\sigma^2=16$	Xb-chart 1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Xb-chart 2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Cusum	0.989	0.986	0.958	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
	GMA	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Model $\mu=60$ $\sigma^2=25$	Xb-chart 1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Xb-chart 2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Cusum	0.986	0.988	0.987	0.999	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
	GMA	0.999	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

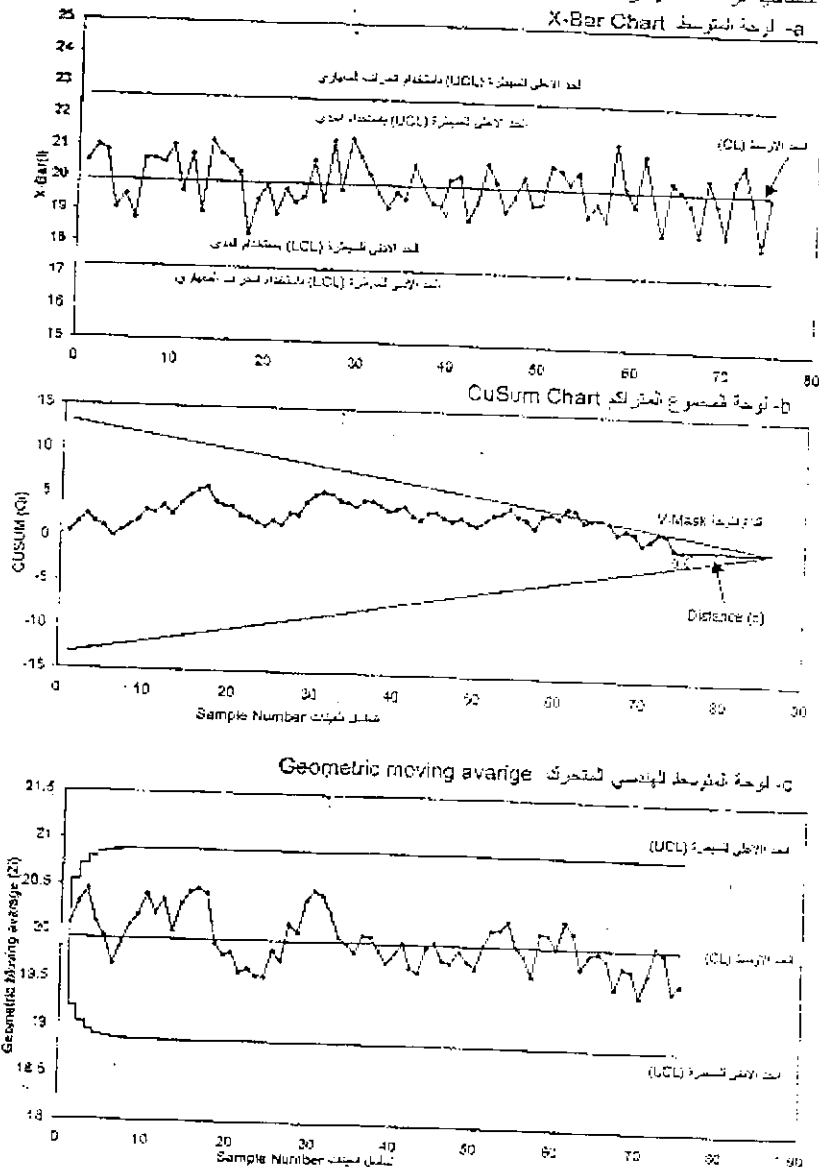
جدول (6)

قوة (حساسية اللوحة) لـ $\delta_\mu = 3$ بتغير قيم (n, r, μ, σ^2) وبالطرق الأربعة

Model	Methods	$r_1=25$			$r_2=50$			$r_3=75$		
		$N1=3$	$n2=4$	$n3=5$	$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$	$n1=3$	$n2=4$	$n3=5$
Model $\mu=20$ $\sigma^2=9$	Xb-chart 1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Xb-chart 2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Cusum	0.988	0.998	0.997	1.000	0.999	0.999	1.000	1.000	1.000
	GMA	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Model $\mu=40$ $\sigma^2=16$	Xb-chart 1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Xb-chart 2	1.000	1.000	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Cusum	0.997	0.997	1.000	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
	GMA	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Model $\mu=60$ $\sigma^2=25$	Xb-chart 1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Xb-chart 2	1.000	1.000	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Cusum	0.997	0.997	1.000	0.999	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
	GMA	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

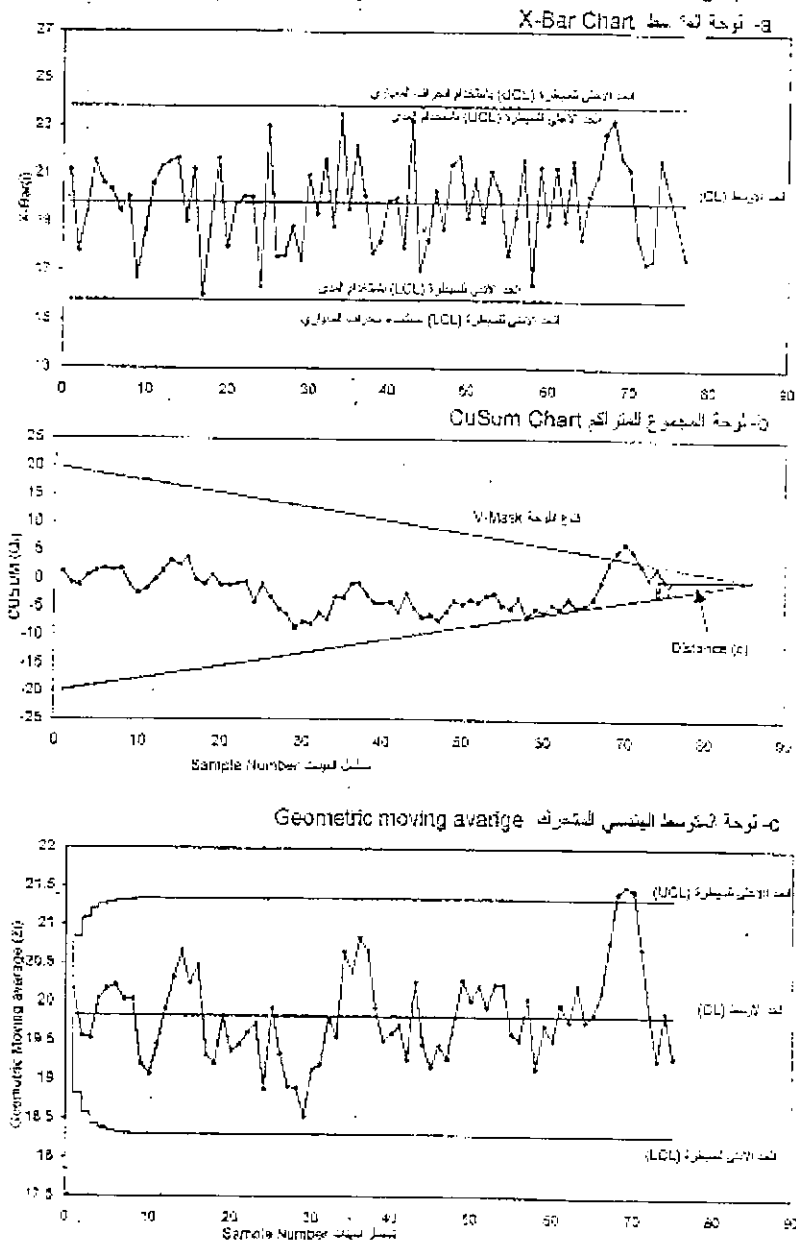
شكل (4)

حسابية ترميزات السيارة ثلاث اوقات الصغيرة ($\mu=20, \sigma^2=9, \delta_k=0.5, r=75, n=5$)



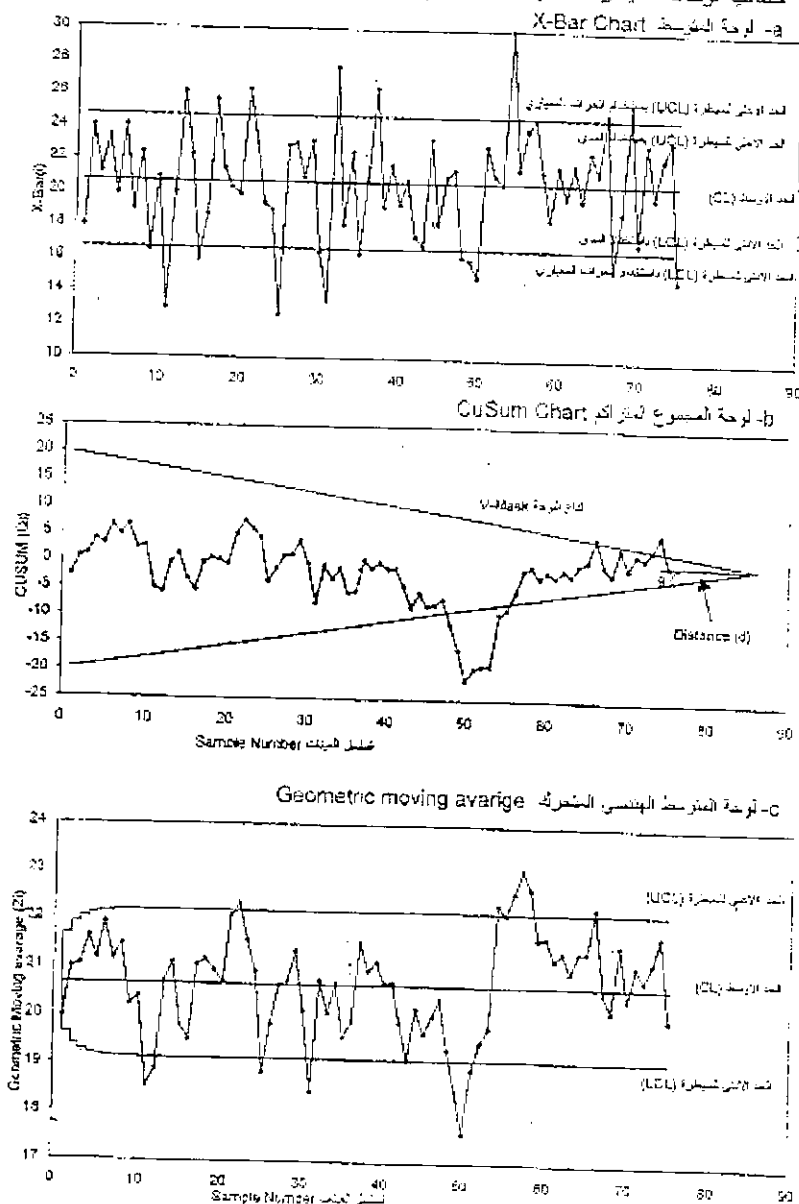
شكل (د)

حسابية لوحات ا-: خطة للتحركات المتوسطة ($\mu=20, \sigma^2=9, \delta\mu=1.5, r=75, n=5$)



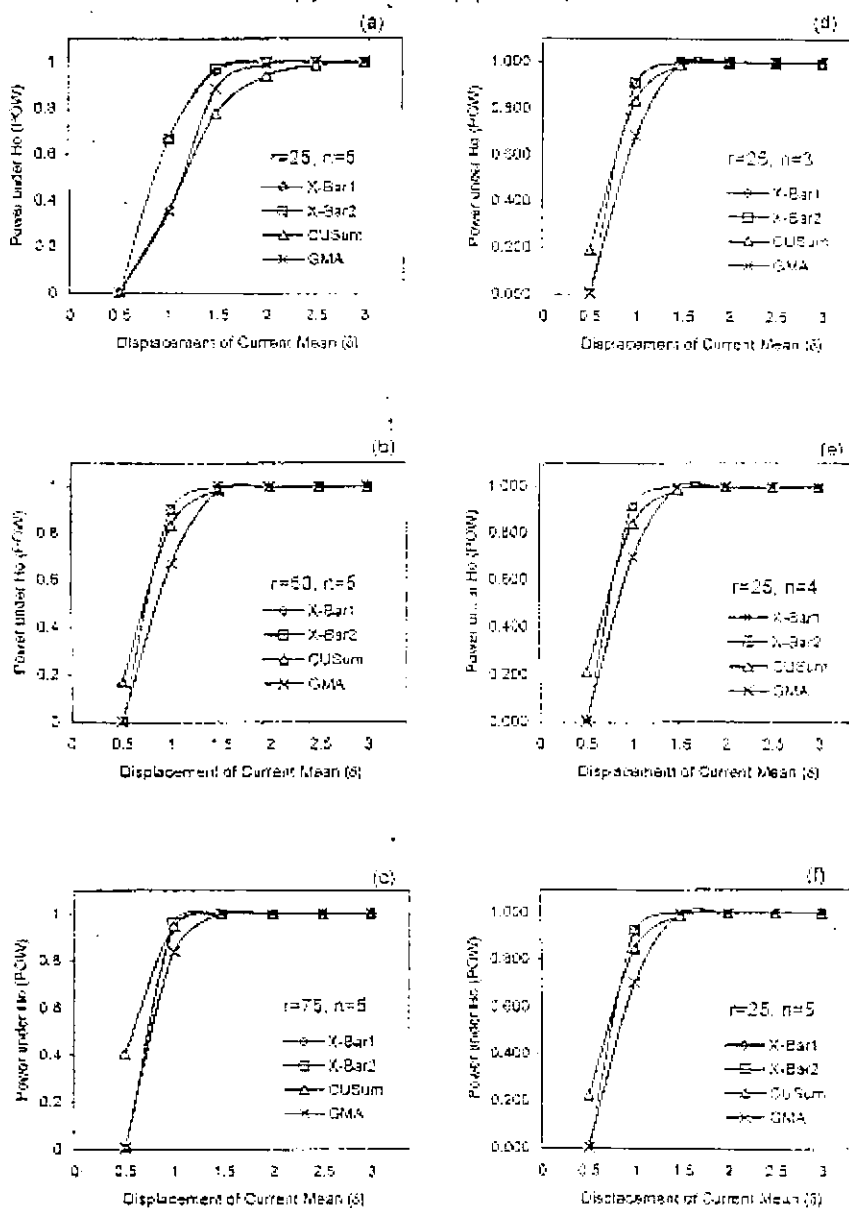
شكل (6)

حسابية لوحات شيطرة للانحرافات الكبيرة ($\mu=20, \sigma^2=9, \delta_\mu=2.5, r=75, n=5$)



شكل (7)

العلاقة بين منحنى قوة الاختبار (Power) (حساسية الوحدات) والابتعاد عن الوسط (δ_μ) باختلاف أحجام العينات (n) وعدد العينات (r)



2. التحليل الاحصائي لنتائج تجربة المحاكاة :

تمهيد :

بعد استعراض النتائج وتحليلها، لابد من معرفة اي من العوامل التي لها تأثير معنوي واي منها غير معنوي، وذلك من خلال جدول تحليل التباين وطريقة اقل فرق معنوي (LSD) وذلك باستخدام البرنامج الاحصائي الجاهز (SPSS) .

جدول (7)

جدول تحليل التباين لحساسية اللوحات

Source	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
METHOD	0.227	3	7.563E-02	2078.669	0.000
DELTA	75.742	5	15.148	416328.653	0.000
N	6.952E-04	2	3.476E-04	9.554	0.000
r	1.007	2	0.659	18098.960	0.000
METHOD*DELTA	1.652	15	0.110	3026.061	0.000
METHOD*n	7.465E-05	6	1.244E-05	0.342	0.914
DELTA*n	1.383E03	10	1.383E-04	3.800	0.000
METHOD*r	-0.51	6	8.559E-02	2352.418	0.000
DELTA*r	2.551	10	0.255	7009.988	0.000
n*r	2.756E-06	4	6.890E-07	0.019	0.999
METHOD*DELTA*n	8.062E-04	30	2.687E-05	0.739	0.843
METHOD*DELTA*r	0.560	30	1.867E-02	513.189	0.000
METHOD*n*r	8.800E-05	12	7.333E-06	0.202	0.988
DELTA*n*r	4.766E-04	20	2.383E-02	0655	0.870
METHOD*DELTA*n*r	5.246E-04	60	8.743E-06	0.240	1.000
Error	1.572E-02	432	3.639E-05		
Total	493.579	647			

يبين لنا الجدول بان الفروق غير معنوية للعوامل كالآتي :

1. حجم العينة (n) مع اللوحات (الطرق) .
2. حجم العينة (n) مع مقدار الانحراف (δ_{μ}) .
3. حجم العينة (n) مع تسلسل العينات (r) .
4. حجم العينة (n) مع تسلسل العينات (r) واللوحات (الطرق) .
5. حجم العينة (n) مع تسلسل العينات (r) مع مقدار الانحراف (δ_{μ}) .
6. (n) مع (r) مع (δ_{μ}) مع اللوحات (الطرق) .

اما بقية الفروق فهي معنوية .

جدول (8)

المقارنات المتعددة (δ_{μ})

(i) delta	(j) delta	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
1.00	2.00	-0.7060	8.209E-04	0.000	Lower Bound	Upper Bound
	3.00	-0.9133	8.209E-04	0.000	-0.7076	-0.7044
	4.00	-0.9386	8.209E-04	0.000	-0.9149	-0.9117
	5.00	-0.9434	8.029E-04	0.000	-0.9402	-0.9370
	6.00	-0.9443	8.209E-04	0.000	-0.9450	-0.9418
					-0.9459	-0.9427
2.00	1.00	0.7060	8.209E-04	0.000	0.7044	0.7076
	3.00	-0.2073	8.209E-04	0.000	-0.2089	-0.2507
	4.00	-0.2326	8.209E-04	0.000	-0.2342	-0.2310
	5.00	-0.2374	8.209E-04	0.000	-0.2390	-0.2357
	6.00	-0.2383	8.209E-04	0.000	-0.2399	-0.2367
3.00	1.00	0.9133	8.209E-04	0.000	0.9117	0.9149
	2.00	0.2073	8.209E-04	0.000	0.2057	0.2089
	4.00	-2.5306E-02	8.209E-04	0.000	-2.6919E-02	-2.3692E-02
	5.00	-3.0093E-02	8.209E-04	0.000	-3.1706E-02	-2.8479E-02
	6.00	-3.1009E-02	8.209E-04	0.000	-3.2623E-02	-2.9369E-02
4.00	1.00	0.9386	8.209E-04	0.000	0.9370	0.9402
	2.00	0.2326	8.209E-04	0.000	0.2310	0.2342
	3.00	2.531E-02	8.209E-04	0.000	2.369E-02	2.692E-02
	5.00	-4.7870E-03	8.209E-04	0.000	-6.4004E-03	-3.1737E-03
	6.00	-5.7037E-03	8.209E-04	0.000	-7.3171E-03	-4.0903E-03
5.00	1.00	0.9434	8.209E-04	0.000	0.9418	0.9450
	2.00	0.2374	8.209E-04	0.000	0.2357	0.2390
	3.00	3.009E-02	8.209E-04	0.000	2.848E-02	3.171E-02
	4.00	4.787E-03	8.209E-04	0.000	3.174E-03	6.400E-03
	6.00	-9.1667E-04	8.209E-04	0.265	-2.5300E-03	6.697E-04
6.00	1.00	0.9443	8.209E-04	0.000	0.9427	0.9459
	2.00	0.2383	8.209E-04	0.000	0.2367	0.2399
	3.00	3.101E-02	8.209E-04	0.000	2.940E-02	3.262E-02
	4.00	5.704E-03	8.209E-04	0.000	4.090E-03	7.317E-03
	5.00	9.167E-04	8.209E-04	0.265	-6.9671E-04	2.530E-03

يبين لنا الجدول أعلاه بأن الفروق بين المتوسطات كلها معنوية عدا الفرق بين السادس والخامس تحت مستوى دلالة (0.05) .

جدول (9)

المقارنات المتعددة لحجم العينة (n)

(i) n	(j) n	Mean Difference (I-J)	Std. Erroe	Sig.	95% Confidence Interval	
1.00	2.00	-1.2917E-03	5.804E-04	0.027	Lower Bound	Upper Bound
	3.00	-2.5370E-03	5.804E-04	0.000	-2.4325E-03	-1.5084E-04
					-3.6779E-03	-1.3962E-03
2.00	1.00	1.292E-03	5.804E-04	0.027	1.508E-04	2.432E-03
	3.00	-1.2454E-03	5.804E-04	0.032	-2.3862E-03	-1.0454E-04
3.00	1.00	2.537E-03	5.804E-04	0.000	1.369E-03	3.678E-03
	2.00	1.245E-03	5.804E-04	0.032	1.045E-04	2.386E-03

يظهر لنا الجدول اعلاه بان الفروق بين المتوسطات كلها معنوية تحت مستوى دلالة (0.05) لحجم العينة .

جدول (10)

المقارنات المتعددة لتسلسل العينات (r)

(i) r	(j) r	Mean Difference (I-J)	Std. Erroe	Sig.	95% Confidence Interval	
1.00	2.00	-7.8069E-02	5.804E-04	0.000	Lower Bound	Upper Bound
	3.00	-0.1067	5.804E-04	0.000	-7.9210E-02	-7.6929E-02
					-0.1078	-0.1055
2.00	1.00	7.807E-02	5.804E-04	0.000	7.693E-02	7.921E-02
	3.00	-2.8606E-02	5.804E-04	0.000	-2.9747E-02	-2.7466E-02
3.00	1.00	0.1067	5.804E-04	0.000	0.1055	0.1078
	2.00	2.861E-02	5.804E-04	0.000	2.747E-02	2.975E-02

يظهر لنا الجدول اعلاه بان الفروق بين المتوسطات كلها معنوية تحت مستوى دلالة (0.05) لتسلسل العينات .

جدول (11)

المقارنات المتعددة للوحات

(i) n	(j) n	Mean Difference (I-J)	Std. Erroe	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	2.00	0.0000	6.702E-04	1.000	-1.3173E-03	1.317E-03
	3.00	5.327E-03	6.702E-04	0.000	4.010E-03	6.644E-03
	4.00	4.470E-02	6.702E-04	0.000	0.338E-02	4.601E-02
2.00	1.00	0.0000	6.702E-04	1.000	-1.3173E-03	1.317E-03
	3.00	5.327E-03	6.702E-04	0.000	4.010E-03	6.644E-03
	4.00	4.470E-02	6.702E-02	0.000	0.338E-02	4.601E-02
3.00	1.00	-5.3272E-03	6.702E-04	0.000	-6.6445E-03	-4.0098E-03
	2.00	-5.3272E-03	6.702E-04	0.000	-6.6445E-03	-4.0098E-03
	4.00	3.937E-02	6.702E-02	0.000	3.805E-02	4.069E-02
4.00	1.00	-4.4698E-02	6.702E-04	0.000	-4.6015E-02	-4.3380E-02
	2.00	-4.4698E-02	6.702E-04	0.000	-4.6015E-02	-4.3380E-02
	3.00	-3.9370E-02	6.702E-02	0.000	-4.0688E-02	-3.8053E-02

يظهر لنا الجدول اعلاه بان الفروق بين المتوسطات بين اللوحة (1) و (2) غير معنوية اما بقية المتوسطات فهي معنوية تحت مستوى دلالة (0.05) لحساسية اللوحات .

الاستنتاجات :

- بعد تنفيذ التجربة باستخدام المحاكاة ومن خلال ما تم تحليله من النتائج التي حصلنا عليها توصلنا الى جملة من الاستنتاجات اهمها :
1. ان لوحة (Cusum) لها القدرة على كشف الانحرافات الصغيرة بسرعة عند $\delta_\mu = 0.5$ كما في الرسوم المشار اليها انفا .
2. ان لوحة (GMA) لها القدرة على اكتشاف التغير في العملية الانتاجية بفاعلية اكثر مقارنة مع لوحة (Cusum) عند الانحرافات المتوسطة عندما $\delta_\mu = 1.5, 2$.
3. ان لوحة $\bar{X}$ و (GMA) لها القدرة على اكتشاف التغير في العملية وتعطي نتائج مرتبة افضل من لوحة (Cusum) عند r_1 والانحرافات الكبيرة عندما $\delta_\mu = 2.5, 3$.
4. اللوحات الثلاث تعطي تقريبا النتائج نفسها عند الانحرافات الكبيرة $\delta_\mu = 2.5, 3$ عند r_2, r_3

5. لوحة $\bar{X}$ لها القدرة على كشف وتشخيص الانحرافات المتوسطة والكبيرة اي عندما $\delta_{//} = 1.5 \rightarrow 3$.
6. زيادة فاعلية وحساسية اللوحات لاكتشاف الانحرافات في متوسط العملية الانتاجية مع زيادة حجم العينة (n) وعدد العينات (r) .
7. تغيير حساسية اللوحات مع تغير النموذج من الاول الى الثالث .

المصادر :

1. الحارثي، د. عبد الرحيم خلف والكناني، د. ايدن حسن حسين، (1992)، "مقارنة بين فاعلية السيطرة المعيارية ولوحة السيطرة التجميعية"، بحث مقدم للمؤتمر العلمي لجمعية العلوم الاحصائية .
2. هديف، منى هاشن ، (1999)، "مقارنة احصائية بين اسلوب FIR واسلوب اتخاذ القرار لطريقة الرسم البياني للوحة المجموع التراكمي (Cusum, v-mask)، بحث مقبول النشر .
3. Emmanuel Yashchin, (1989), "Weighted Cumulative Sum Technique", Technometrics, Augest, Vol. 31, No. 3, pp.321-338 .
4. Lucase and Crosier, (1982), "Fast Initial Response for Cusum Quality-Control Schemes: Give your Cusum A Head Start", Technometrics, August, Vol. 24, No. 3, pp.199-205 .
5. Molnau, W.E., (2001), "A Program for ARL Calculation for Multivariate EWMA Chart", Journal of Quality Technology, October, Vol. 33, No. 4, pp. 515-521 .
6. Roberts, (1966), "A Comparison of Control Chart procedures", Technometrics, Augest, Vol. 8, No. 3, pp.411-430 >
- Taylor, (1986) "The Economic Design of Cumulative Sum Control Chart", Technometrics, August, Vol. 10, No.3, pp. 481-488 .