التصادفية في شبكات الأعمال

Stochasticin Network

علي خليل الزبيدي *

المستخلص :

تعنى الشبكات بتحديد العلاقة التي تربط ما بين الفعاليات المختلفة لتحديد أقل كلفة،أقل وقت،أقل مسافة أو تعظيم العائد للمشروع، الفعاليات تترابط فيما بينها بسلسلة بحيث أن بعض الفعاليات لا يمكن أن تبدأ قبل أكتمال الفعاليات الأخرى ،كل فعالية في المشروع تمثل عمل هذا العمل يتطلب وقت وموارد لأكماله.

هنالك عدة طرائق لتحليل شبكات الأعمال واغلب هذه الطرائق تقوم على أساس افتراض إن الوقت اللازم لإنجاز أي فعالية هو ثابت ، ولكن عمليا" فأن وقت أنجاز أي فعالية غالبا" ما يكون غير ثابت (عشوائي) وعلى هذا الأساس سوف نوضح تحليل شبكات الأعمال التي تقوم على أساس إن وقت أنجاز الفعاليات هو متغير عشوائي وكيفية التوصل إلى حل هذا النوع من الشبكات.

أولا : هدف البحث

يهدف البحث إلى تقديم الأسلوب التصادفي في تحليل شبكات الأعمال ومن ثم كيفية التوصل إلى حل هكذا نوع من الشبكات.

ثانياً : شبكات الأعمال(Network)

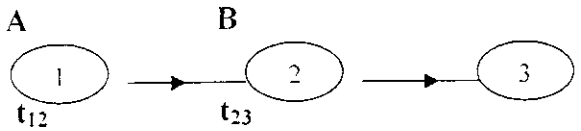
إن تنفيذ أي عمل أو مشروع خصوصاً الأعمال والمشاريع المهمة والكبيرة يتطلب برمجة وجدوله وذلك بهدف تحقيق تنفيذ العمل ضمن الوقت المحدد وتلافي نقاط الاختناق في التنفيذ وكذلك تلافي التبذير في الموارد ولغرض إجراء مثل هذه البرمجة للعمل أو المشروع فانه ينظر إلى المشروع

* وزارة التعليم العالي والبحث العلمي / جهاز الاشراف والتقويم العلمي

مقبول للنشر بتاريخ 2005/11/21

باعتباره مجموعة من المكونات أو الأنشطة التي يتم تنفيذها بشكل متتابع ويطلق عليها تعبير الفعاليات (activities) ، ويعتمد عدد الأنشطة المكونة للعمل الكلي على طبيعة المشروع وحجمه وهنا تجدر الاشاره إلى إن تقسيم العمل إلى مجموعة أنشطة تتطلب خبرة ودراية تفصيلية بخصائص المشاريع [1].

شبكة أعمال أي مشروع تعتمد على عدد الفعاليات المكونة للمشروع فمثلاً مشروع يتكون من فعاليتين فان الشبكة ممكن أن تكون بالشكل الآتي :



حيث إن:

1. الأسهم تمثل فعاليات المشروع .
2. العقد تمثل النقاط المحددة للوقت الذي تكتمل فيه فعالية أو أكثر من فعاليات المشروع وتعرف بالحوادث .
3. الاتجاه على السهم يمثل تسلسل العمل .
4. t_{12} يمثل الوقت اللازم لأنجاز الفعالية A, t_{23} يمثل الوقت اللازم لأنجاز الفعالية B
5. t_i ($i=1,2,3$) يمثل وقت حدوث الحادثة i.

ثالثاً: طرائق تحليل شبكات الأعمال (Method of Network Analysis)

إن الإدارة الناجحة للمشاريع الكبيرة تتطلب تخطيطاً وجدولة مبرمجة وتنسيقاً دقيقاً للفعاليات العديدة ذات العلاقات المتداخلة ، للمساعدة في هذه المهمات أنشئت طرائق منهجيه مبنية على استعمال المخططات الشبكية وأساليب المخططات الشبكية طورت في أواخر الخمسينات، كان من أكثر هذه الأساليب بروزاً هو PERT (أسلوب تقويم البرامج وأعادة النظر فيها) و CPM (طريقة المسار الحرج) على الرغم من وجود أنواع كثيرة تحت أسماء كثيرة [3] .

إن طريقة CPM تقوم على أساس إن أوقات الفعاليات تكون محددة أي يمكن التنبا بها وهي تعتمد في تحديد المسار الحرج على حساب الوقت المبكر (earliest time) والوقت المتأخر (latest time) وتحديد الأنشطة الحرجة (critical activities) (وهي تلك الأنشطة التي يجب أن تنجز

في أوقاتها المقررة وان أي تأخير في تلك الفعاليات أو الأنشطة سيؤدي حتماً إلى تأخير إنجاز المشروع بكامله في الوقت المحدد) التي ممكن أن تمثل المسار الحرج[1] .

إن الفرضية الأساسية لطريقة CPM لا تأخذ الاعتبارات الاحتمالية بنظر الاعتبار وهذا هو الاختلاف بين هذه الطريقة وبين أسلوب PERT الذي يحلل التغير في أوقات الفعاليات حيث إن هذا الأسلوب يأخذ بنظر الاعتبار الحسابات غير المؤكدة لأوقات الاكتمال للفعاليات المختلفة وذلك من خلال فرض ثلاثة تقديرات لوقت الاكتمال للفعاليات ، وهي الوقت الاحتمالي الأفضل (m) والوقت التفاؤلي (a) والوقت التشاؤمي (b) ، التقدير التفاؤلي هو تخمين جيد لتقليل الوقت المتطلب والتقدير التشاؤمي هو تخمين لتعظيم الوقت المتطلب ، أكثر تحليلات PERT تفرض إن أوقات الفعاليات تتبع توزيع Beta بوسط حسابي مقداره $M = \frac{a+4m-b}{\sigma}$ وتباين مقداره $\sigma^2 = \left(\frac{b-a}{\sigma}\right)^2$.

ولذلك فان أسلوب PERT يستند على حساب معدل وتباين الوقت لأي فعالية من فعاليات المشروع حيث إن معدل الأوقات تعتبر أوقات العمل الفعالية وعلى أساسها يحدد المسار الحرج ومن ثم تحسب الفترة الزمنية للمشروع التي تمثل مجموع أوقات العمل في المسار الحرج [4].

ان طريقتي PERT, CPM تستعملان في حالة المشاريع الصغيرة أما في حالة المشاريع الكبيرة التي تحتوي عدد كبير من الفعاليات فان استخدام هاتين الطريقتين يكون مكلف جداً ولذلك يصار إلى استخدام أسلوب البرمجة الخطية (L.P) .

رابعاً : البرمجة التصادفية (Stochastic Programming)[2]

للتوصل إلى حل شبكات الأعمال ذات الفعاليات التي تكون أوقات أنجازها عبارة عن متغير عشوائي نستخدم البرمجة التصادفية.

إن الصيغة العامة لمسألة البرمجة الخطية (L.P) هي كالآتي :

$$Max(or\,Min)\,Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$s.t$$

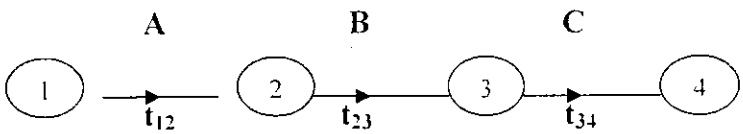
$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq (or \geq) b_i \qquad i = 1,2,\ldots,m$$

$$x_j \geq o$$

ان , bi , cj , aij تمثل معاملات النموذج وفي حالة كون احد هذه المعاملات أو جميعها عبارة عن متغيرات عشوائية تتبع توزيعات رياضية معينة ففي هذه الحالة يطلق على نموذج البرمجة الخطية في أعلاه بنموذج البرمجة التصادفية (S.P) وهناك عدة طرائق لتحليل نماذج البرمجة التصادفية (S.P) وهي تقوم على أساس تحويل نموذج البرمجة التصادفية (S.P) إلى نموذج برمجة محدد (غير تصادفي) خطي أو غير خطي ومن ثم التوصل إلى حل النموذج .

خامسا : بناء النموذج

في التطبيقات العملية لشبكات الأعمال فان أوقات الفعاليات غالبا ما تكون متغيرة أو إن المعلومات المتوفرة لمتخذ القرار تكون غير كافية لمعرفة وقت محدد لإنجاز الفعالية وعلى هذا الأساس فان أسلوب cpm لا يمكن استخدامه كما إن بعض المشاريع تكون كبيرة جدا وتحتوي على العديد من الفعاليات ولذلك فان تطبيق أسلوب PERT يكون مكلف جدا لذلك فان الأسلوب الموضح في هذا البحث قادر على تجاوز الصعوبات في أعلاه , إن النموذج يهدف إلى الحصول على اقل وقت ممكن لإنجاز المشروع بمعزل عن تأثير تنفيذ المشروع على حسابات كلف التنفيذ . على اعتبار إن تنفيذ أي مشروع ضمن الجدول الزمني المحدد له لابد وان ينسحب على كلفة المشروع وهذه القيود تكون تصادفية فعلى سبيل المثال نفرض مخطط بسيط لإدارة المشروع كالآتي :



لذلك فان النموذج التصادفي للمشروع في أعلاه يكون :

$$MinZ = t_4 - t_1$$

$$s.t$$

$$p_r(t_2 - t_1 \geq t_{12}) \geq (or \leq) u_1$$

$$p_r(t_3 - t_2 \geq t_{23}) \geq (or \leq) u_2$$

$$p_r(t_4 - t_3 \geq t_{34}) \geq (or \leq) u_3$$

$$t_i \geq 0 \qquad i = 1,2,3,4$$

حيث ان :

ui :القيمة الاحتمالية لتحقق القيد التصادفي .

وهذه القيمة ممكن أن تكون واحدة لكل القيود وممكن أن تكون مختلفة حسب طبيعة الفعالية و المعلومات المتوفرة عنها وتحديد قيمتها تعتمد على متخذ القرار.

إن قيود النموذج التصادفي في أعلاه ممكن أن تكون بعضها تصادفية والبعض الأخر غير تصادفي وذلك حسب طبيعة المشروع .

سادساً : حل النموذج[2]

حل النموذج التصادفي (الفقرة خامسا) يتم من خلال تحويل القيود التصادفية إلى قيود محددة (غير تصادفية) خطية ومن ثم التوصل إلى حل النموذج . ان عملية تحويل القيد التصادفي إلى قيد محدد (غير تصادفي) تكون كالآتي :

$$p_r(t_j - t_i \geq t_{ij}) \geq u$$

نفرض إن المتغير **tij** يتوزع توزيع طبيعي بوسط حسابي M وانحراف معياري σ . كما وان الجانب الأيسر للقيد يمثل دالة توزيع تراكمية وعلى هذا الأساس يكون :

$$\phi\left\{\frac{(t_j - t_i) - M}{\sigma}\right\} \geq u$$

$$t_j - t_i \geq M + \tau_u \sigma$$

حيث إن :

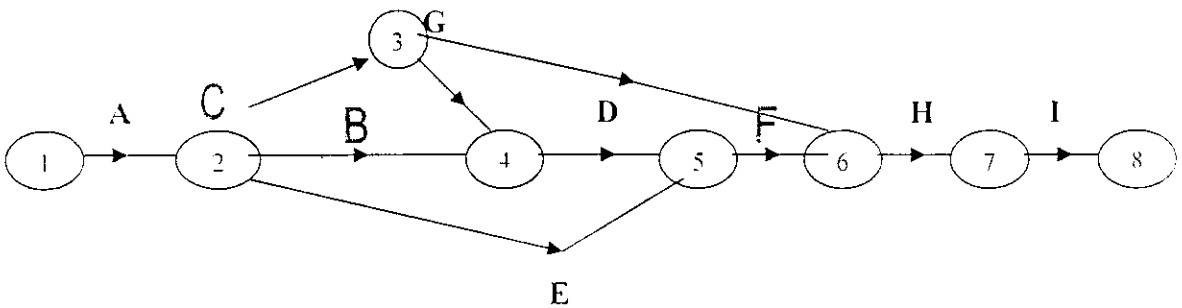
$\tau_u = \phi^{-1}(u)$: معكوس دالة التوزيع التراكمية وتوجد مباشرة من جداول التوزيع الطبيعي القياسي .

سابعا : تطبيق افتراضي[4] .

نفترض مشروع يحتوي على اعمال وكالاتي :

العمل	العمل السابق	الفترة الزمنية(اسبوع)
A	-	2,3,.....,8
B	A	6,7,.....,12
C	A	6,7,8
D	B,C	1,2,.....,7
E	A	8
F	D,E	5,6,.....,17
G	C	3,4,.....,21
H	F,G	3,4,.....,9
I	H	5,6,7,.....,11

المخطط الشبكي للمشروع يكون بالصورة الآتية :



تم استخدام اختبار كولمكروف-سمير نوف لمعرفة نوع توزيع وقت الأعمال فظهر بأنها تتوزع توزيع طبيعي بالأوساط والانحرافات آلاتية :

المعامل	M	S	احصاءة K.S.
t_{12}	5		2.2
t_{23}	7		1
t_{24}	9	2.2	0.108
t_{45}	4	2.2	0.108
t_{36}	12	5.6	0.077
t_{56}	11	3.9	0.087
t_{67}	6	2.2	0.108
t_{78}	8	2.2	0.108

وعليه فان نموذج البرمجة الخطية المحول من نموذج برمجة تصادفية (انظر الفقرة خامساً وسادساً) للمشروع يكون بالصورة الآتية مع اخذ u_i=0.95

$$Min \quad Z = t_8 - t_1$$

$$s.t$$

$$t_2 - t_1 \geq 8.6$$

$$t_3 - t_2 \geq 8.7$$

$$t_4 - t_2 \geq 1.26$$

$$t_4 - t_3 \geq 0$$

$$t_5 - t_4 \geq 7.6$$

$$t_5 - t_2 \geq 8$$

$$t_6 - t_5 \geq 1.74$$

$$t_6 - t_3 \geq 2.13$$

$$t_7 - t_6 \geq 9.6$$

$$t_8 - t_7 \geq 1.16$$

$$t_i \geq 0 \qquad i = 1,2,3,\ldots,8$$

وبأخذ $t_1=0$ فان الحل الامثل للنموذج في أعلاه يكون بالصورة الآتية لعدة قيم احتمالية للقيود التصادفية :

المتغير	الحل $u_i=0.50$	الحل $u_i=0.60$	الحل $u_i=0.95$	الحل $u_i=0.60$ & 0.95
t_1	0	0	0	0
t_2	5	5.6	8.6	8.6
t_3	12	12.9	17.3	17.3
t_4	14	15.2	21.2	21.2
t_5	18	19.8	28.8	28.8
t_6	29	31.8	40.2	40.8
t_7	35	38.4	55.8	47.4
t_8	43	47	67.4	56
Z	43	47	67.4	56

العمود الأخير في الجدول أعلاه ناتج من اخذ القيم الاحتمالية للقيود كالآتي :

$(u_i=0.60, i=7,8,9,10)$, $(u_i=0.95, i=1,2,3,5)$

ولمعرفة أي من الفعاليات هي حرجة فان ذلك يتم من خلال احتساب أسعار الظل (Shadow prices) للنموذج فالقيد الذي يكون سعر الظل له يساوي صفر تكون الفعالية الممثلة بهذا القيد هي فعالية حرجة وعلى هذا الأساس فان الفعاليات الحرجة هي A,C,B,D,F,H,I أما المسار الحرج فانه يتكون من الفعاليات A,C,B,D,F,H,I.

ثامناً : الاستنتاجات

يمتاز الأسلوب موضوع البحث بالاتي :

1- الأخذ بنظر الاعتبار أن أوقات الفعاليات للمشاريع هي متغيرة أي غير ثابتة .

2- استخدام التوزيع الرياضي الحقيقي للبيانات موضوعة البحث .

3- المرونة التي يكتسبها متخذ القرار من حيث إمكانية استخدام عدة قيم احتمالية وبالتالي اتخاذ عدة قرارات حول الوقت المتوقع لإنجاز المشروع ، وكذلك ممكن استخدام عدة قيم احتمالية للقرار الواحد حسب طبيعة فعاليات المشروع .

4- كلما كانت القيمة الاحتمالية لتحقيق القيد التصادفي عالية (أي إن مستوى الخطأ في القرار المتخذ يكون قليل جداً) كلما زادت الفترة الزمنية لإنجاز المشروع .

5- إمكانية استخدام الأسلوب للمشاريع الكبيرة .

المصادر :

1. احمد ،خالد حسين -2000 -بحوث العمليات .
2. نور ، حامد سعد وذيبان ، علي خليل -2001-(طرق تحليل البرمجة التصادفية المقيدة) . مجلة كلية الإدارة والاقتصاد – الجامعة المستنصرية – العدد 33

3- Liebrman.& Hillier-1990-Introduction the operational Research – Holden-Day,Inc

4- phillips.-1976-operations Research, priaciples and practice –John wiley& Sons(New york)

.....

.....

.....