مقارنة بين طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى الموزونة لتقدير دالة البقاء للنموذج الاحتمالي المختلط (الاسي – كاما من الرتبة الثانية)

Comparison of two methods maximum likelihood and Weighted Least Square method to estimate of Survival function (exponential - second order gamma) Mixed distribution

أيناس عبد الحافظ محمد **ادهم محمد صاحب**

enas. albasri@uokerbala.edu.iq
adhamamar85@gmail.com

كلية الادارة والاقتصاد – جامعة كربلاء / قسم الاحصاء

بحث مستل من رسالة ماجستير (للباحث)

المستخلص. الخطأ قدم هذا البحث فكرة تقدير دالة البقاء للنموذج الاحتمالي المختلط (الاسي – كاما من الرتبة الثانية) (E.G)، بأستعمال طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood) وطريقة المربعات الصغرى الموزونة (Weighted Least Square method) ، بهدف الحصول على افضل طريقة لتقدير الدالة أنفاً من خلال المقارنة بين طريقتي التقدير المشار اليهما وذلك بتوظيف البيانات التجريبية (Simulation) التي يتم توليدها بأستخدام طريقة الرفض والقبول ، ولعدة حجوم من العينات (30,60,100) ، وقد بينت مخرجات الجداول التجريبية أفضلية طريقة المربعات الصغرى الموزونة في تقدير دالة البقاء ، على طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood) ولجميع القيم الافتراضية ولكافة حجوم العينات ، وذلك بأستعمال المقياس الاحصائي المعروف (Mse) معدل متوسط مربعات.

الكلمات المفتاحية : النموذج الاحتمالي المختلط (الاسي – كاما من الرتبة الثانية) ، دالة البقاء ، تقدير دالة الامكان الاعظم ، تقدير طريقة المربعات الصغرى الموزونة .

Abstract : This paper presented the idea of estimating the survival function of the mixed probability model (exponential - gamma of the second order) (EG), using the Maximum Likelihood method and the Weighted Least Square method, in order to obtain the best method for estimating the function above from Through the comparison between the two methods of estimation referred to and thus by employing the experimental data (Simulation) that are generated using the method of rejection and acceptance, and for several sizes of samples (30,60,100), the outputs of the experimental tables showed the preference of the weighted least squares method in estimating the survival function in the estimate over the method Maximum

Likelihood, for all default values and for all sample sizes, by using the well-known statistical scale (Mse) average mean squares of error.

Keywords: mixed probability model (exponential - gamma of the second order) survival function, estimation of the Maximum Likelihood, estimation of the weighted least squares method.

١. المقدمة

النموذج الاحتمالي (الاسي – كاما من الرتبة الثانية) تم الحصول عليه عن طريق خلط توزيعين مفردين هما التوزيع الاسي (*Exponential distribution*) بمعلمة قياس $(\lambda > 0)$ وتوزيع كاما من الدرجة الثانية (*The gama distribution of the second order*) بمعلمة شكل (n=3) ومعلمة قياس $(\lambda > 0)$ ، وذلك بأستعمال معلمة تعرف بمعلمة الخلط بين التوزيعات (W) والتي تقع قيمتها بين $(0 < W < 1)$ بحيث ان $\sum_{i=1}^{n} W = 1$ ، وتم اثبات ان التوزيع احتمالي ، وتم كذلك تقدير دالة البقاء بأستعمال طريقة الامكان الاعظم ، وطريقة المربعات الصغرى الموزونة .

٢. هدف البحث

يهدف هذا البحث الى تقدير دالة البقاء للنموذج الاحتمالي (الاسي – كاما من الرتبة الثانية) (E.G)، بأستعمال طريقتي التقدير، طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood) وطريقة المربعات الصغرى الموزونة (Weighted Least Square method) .

٣. الجانب النظري

١,٣ دالة البقاء [١٢][٧] (The Survival Function)

تعرف دالة البقاء بانها احتمال عدم فشل العنصر في الفاصل الزمني (t,0) ويرمز لها بالرمز S(t) وهي دالة متناقصة مع الزمن وتستخدم دالة البقاء بشكل واسع في الدراسات الطبية والحياتية وصيغتها الرياضية الأتية :

$$S(t) = p_r(T > t) = \int_{t}^{t\,max} f(t)\,dt$$

$$S(t) = 1 - p_r(T \leq t)$$

$$S(t) = 1 - F(t) \qquad \dots (1)$$

T : متغير عشوائي يرمز إلى الفترة الزمنية اللازمة لحدوث الفشل ، أو هو ذلك المتغير العشوائي الذي يشير إلى وقت البقاء حتى حدوث الموت

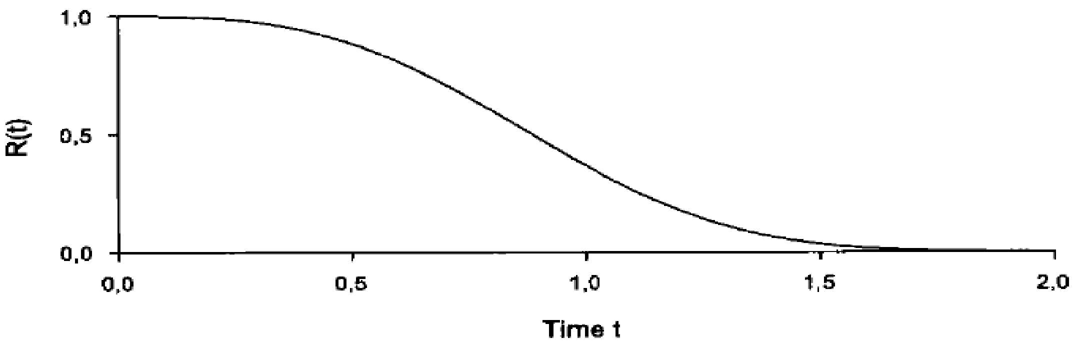
t: فيمثل زمن البقاء الذي يكون أكبر أو يساوي صفر ($t \geq 0$).

غالبا مانفترض ان $S(0) = 1$ أي أن احتمال بقاء المصاب على قيد الحياة في الزمن (0) يساوي واحد ، وكلما يزداد عمر الكائن الحي (الانسان مثلا) يقترب من الصفر ، اي عندما ($t=0$) فان دالة البقاء ستكون مساوية للواحد ويعني هذا ان احتمال بقاء الفرد على قيد الحياة عند الوقت ($t=0$) مساويا للواحد .

ومن أبرز خصائص دالة البقاء كما اسلفنا دالة متناقصة مع الزمن وكذلك مستمرة من الجانب الايمن

$$S(u) \leq s(t) \quad \text{if } u > t$$

والشكل (١) يمثل منحنى دالة البقاء (survival function)، إذ يمثل المحور الافقي الوقت t والمحور العمودي يمثل قيمة دالة البقاء S(t) إذ يتبين من الشكل التناسب العكسي بين قيمة دالة البقاء S (t) والزمن t ، وكذلك تناقص الدالة مع الزمن .



الشكل رقم (١) / (منحنى دالة البقاء)

2.3 دالة الكثافة التجميعية للفشل [١٤][١] (Cumulative Density Function)

هي دالة احتمالية موت الكائن قبل الوقت t ويرمز لها بالرمز F(t) وتسمى ايضا بدالة توزيع وقت الحياة وهي (مكملة دالة البقاء) والتعبير الرياضي لها هو :

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

$$F(t) = p_r(T \leq t)$$

$$F(t) = \int_0^t f(u)du \qquad \dots (2)$$

$$F(t) = 1 - S(t) \qquad \dots (3)$$

3.3 دالة الكثافة الاحتمالية للفشل(١٤) (١) (Density function Failure)

وهي احتمال فشل المفردة (موت الانسان) خلال المدة $(t, t + \Delta t)$ وبغض النظرعن صغر Δt حيث ان $t_2 = t_1 + \Delta t$ ويرمز لها بالرمز $f(t)$ والتعبير الرياضي لها هو :

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Pr[t < T < t + \Delta t]}{\Delta t}, t \geq 0 \quad \dots (4)$$

وان Δt : هو التغير في قيمة المتغير العشوائيT اي بمعنى $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$

4.3 التوزيع الاسي (٢)

(Exponential distribution)

وهو توزيع مستمر ويتم اشتقاق اسمه من الدالة الأسية ومن ابرز استعمالات هذا التوزيع هو قياس الفترات الزمنية بين الأحداث الواقعة على مدى فترة زمنية معينة ، مثل نظام الطوابير، المكالمات الهاتفية التي تصل الى خادم لوحة المفاتيح ، وكذلك تمثيل البيانات الخاصة بأوقات الفشل (مدة حياة الظاهرة).

ـ دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي :

$$f(t, \lambda) = \lambda e^{-\lambda t} \quad t > 0 \, ; \, \lambda > 0 \quad \dots (5)$$

λ : معلمة القياس (Scale Parameter).

ـ الدالة التجميعية الاحتمالية للتوزيع الاسي :

$$F(t, \lambda) = p(T < t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda u} du = \int_0^t -\lambda e^{-\lambda u} du = -\left[e^{-\lambda u}\right]_0^t$$

$$= -\left[e^{-\lambda t}\right] - [-1]$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \qquad \dots (6)$$

ـ دالة البقاء للتوزيع الاسي :

$$S(t) = 1\text{-}F(t) = e^{-\lambda t} \qquad \ldots (7)$$

5.3 توزيع كاما من الرتبة الثانية (Gamma distribution)

(5)(11)

توزيع احتمالي مستمر مشتق اسمه من اسم الدالة الرياضية كاما ويتفرغ من عدة توزيعات منها (الاسي ، ماكسويل ، رايلي) ويستعمل توزيع كاما في قياس المهل الزمنية كمأمول العمر وأوقات الانتظار لدى المطاعم أو مكاتب الخدمات ... الخ ، وعندما تكون معلمة الشكل (n=3) يصبح توزيع كاما من الرتبة الثانية .

الخصائص

ـ دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كاما من الرتبة الثانية

$$f(\lambda,t) = \frac{\lambda^n}{\Gamma_n} t^{n-1} e^{-\lambda t} \qquad 0 < t < \infty \ldots (8)$$

when (n=3) such that (n : shape parameter)

$$f(\lambda,t) = \frac{\lambda^3}{2} t^2 e^{-\lambda t} \; 0 < t < \infty \qquad \ldots (9)$$

λ: تمثل معلمة القياس (Scale Parameter)

ـ الدالة التجميعية لتوزيع كاما من الرتبة الثانية

$$F(t,\lambda) = \int_0^t \frac{\lambda^3}{2} u^2 e^{-\lambda u}\, du$$

$$f\,(t,\lambda) = \frac{\lambda^3}{2} t^2 e^{-\lambda t}$$

$$F(t,\lambda) = \frac{\lambda^3}{2}\left[\frac{u^2}{\lambda}\, e^{-\lambda u} - \frac{2u^2}{\lambda^2}\, e^{-\lambda u} - \frac{2}{\lambda^3}\, e^{-\lambda u}\right]_0^t$$

$$F(t,\lambda) = \frac{\lambda^3}{2}\left[-\frac{x^2}{\lambda}\, e^{-\lambda t} - \frac{2t}{\lambda^2}\, e^{-\lambda t} - 2\, e^{-\lambda t}\right] - \left[0 - 0 - \frac{2}{\lambda^3}\right]$$

$$F(t,\lambda) = \frac{\lambda^3}{2}\left[\left[-\frac{x^2}{\lambda} - \frac{2x}{\lambda^2} - \frac{2}{\lambda^3}\right] e^{-\lambda t}\, \frac{2}{\lambda^3}\right]$$

$$F(t,\lambda) = \left[\left[-\frac{\lambda^2 t^2}{2} - \lambda t - 1\right] e^{-\lambda t} + 1\right]$$

$$F(t,\lambda) = \left[1 - e^{-\lambda t} - \lambda t\ e^{-\lambda t} - \frac{\lambda^2 t^2}{2} e^{-\lambda t} + 1\right]$$

$$F(t,\lambda) = \left[1 - e^{-\lambda t}\left(1 + \lambda t + \frac{\lambda^2 t^2}{2}\right)\right] \quad \dots(\mathbf{10})$$

- دالة البقاء لتوزيع كاما من الرتبة الثانية:

S(t) =1-F(t)

$$S(t) = e^{-\lambda x}\left(1 + \lambda t + \frac{\lambda^2 t^2}{2}\right) \quad \dots(\mathbf{11})$$

6.3 النموذج الاحتمالي المختلط (الاسي ـكاما من الرتبة الثانية)

Mixed probability distribution (exponential - gamma of the second order)

النموذج الاحتمالي المختلط هو خليط ناتج عن دمج توزيعين او اكثر ويستخدم عندما تكون الحالة المراد دراستها تتمثل بأكثر من توزيع ويحدث هذا الشيء في مجتمعات غير منسجمة او غير المتجانسة بحيث يمثل كل جزء منها نسبة معينة من المجتمع الاصلي ، والتوزيع المختلط المعروض هنا ناتج عن متغيرين عشوائيين احدهما يتبع التوزيع الاسي بمعلمة (λ) والاخر يتوزع كاما بمعلمة شكل قيمتها تساوي (3) ومعلمة قياس (λ) .

- دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاحتمالي المختلط :

$$f_{EG}(t;\lambda,\beta) = \frac{\beta}{\beta+1}\lambda e^{-\lambda t} + \frac{1}{\beta+1}\frac{\lambda^3}{2}t^2 e^{-\lambda t} \quad \dots(\mathbf{12})$$

$$f_{EG}(t;\lambda,\beta) = \frac{\lambda}{\beta+1}e^{-\lambda t}\left[\beta + \frac{\lambda^2}{2}t^2\right] \quad \dots(\mathbf{13})$$

ولأثبات ان النموذج الاحتمالي المختلط الجديد هو توزيع احتمالي ودالة الكثافة الاحتمالية تساوي واحد نكامل دالة الكتلة الاحتمالية للمعادلة (13) للفترة من $[0,\infty]$.

$$f_{EG}(t;\lambda,\beta) = \frac{\beta}{\beta+1}f(t_1) + \frac{1}{\beta+1}f(t_2)$$

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

$$f_{EG}(t;\lambda,\beta)=\frac{\beta}{\beta+1}\int_0^{\infty}\lambda e^{-\lambda t}+\frac{1}{\beta+1}\frac{\lambda^2}{2}\int_0^{\infty}t^2e^{-\lambda t}$$

نكامل بالنسبة للطرف الاول

$$f_{EG}(t;\lambda,\beta)=\frac{\beta}{\beta+1}\int_0^{\infty}\lambda e^{-\lambda t}$$

نضرب الدالة بالسالب

$$f_{EG}(t;\lambda,\beta)=\frac{\beta}{\beta+1}(-)\int_0^{\infty}-\lambda e^{-\lambda t}$$

$$f_{EG}(t;\lambda,\beta)=\frac{\beta}{\beta+1}(-)\left[e^{-\lambda t}\right]_{\mathbf{0}}^{\infty}=\frac{\beta}{\beta+1}[1]=\frac{\beta}{\beta+1}\qquad\ldots(\mathbf{1})$$

نكامل بالنسبة للطرف الثاني

$$=\frac{\lambda^3}{(\beta+1)2}\int_0^{\infty}t^2e^{-\lambda t}=\frac{\lambda^3}{(\beta+1)2\ \ \lambda^3}\Gamma_3=\frac{1}{2(\beta+1)}2!=\frac{1}{(\beta+1)}\ldots.(\mathbf{2})$$

وبجمع (1) مع (2) ينتج لدينا **:-**

$$f_{EG}(t;\lambda,\beta)=\frac{\beta}{\beta+1}=\frac{1}{\beta+1}=\frac{\beta+1}{\beta+1}\qquad\ldots(\mathbf{14})$$

.:.النموذج الاحتمالي المختلط(الاسي – كاما من الرتبة الثانية) توزيع احتمالي.

والدالة التجميعية لهذا التوزيع يمكن كتابتها بالصورة الاتية :

$$F_{EG}(t)=F(t)+F^{*}(t)\,dx\quad;\quad x>0\quad\ldots(\mathbf{15})$$

حيث ان $F_{EG}(t)$ تمثل الدالة التجميعية للتوزيع المختلط

$\boldsymbol{\lambda}$: تمثل معلمة القياس (Scale Parameter)

β : تمثل معلمة الخلط (Mixing parameter)

$F(t)$ تمثل الدالة التجميعية للتوزيع الاسي وكما في معادلة (٦) والتي صيغتها :

$$F(t)=F(t,\lambda)=\mathbf{1}-e^{-\lambda t}$$

وان$F^{*}(t)$ تمثل دالة الكثافة التجميعية لتوزيع كاما من الرتبة الثانية وكما في معادلة (١٠) وصيغتها :

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

$$F^*(t,\lambda) = \left[1 - \ e^{-\lambda x}\left(1 + \lambda x + \frac{\lambda^2 t^2}{2}\right)\right]$$

وبتعويض المعادلتين(6) و(10) في المعادلة(15) نحصل على الدالة التجميعية لأنموذج المختلط :

$$F_{EG}(t;\lambda,\beta) = \frac{\beta}{\beta+1}\left(1 - e^{-\lambda t}\right) + \frac{1}{\beta+1}\left[1 - \ e^{-\lambda t}\left(1 + \lambda t + \frac{\lambda^2 t^2}{2}\right)\right] \dots (\mathbf{16})$$

- دالة البقاء للتوزيع الاحتمالي المختلط :

$$S_{EG}(t;\lambda,\beta) = 1 - F_{EG}(t;\lambda,\beta)$$

$$S_{EG}(t;\lambda,\beta) = \frac{\beta}{\beta+1} e^{-\lambda t} + \frac{1}{\beta+1} \ e^{-\lambda t}\left(1 + \lambda x + \frac{\lambda^2 t^2}{2}\right) \dots \ (\mathbf{17})$$

7.3 خصائص النموذج الاحتمالي المختلط :

- العزم الصفري حول نقطة الاصل Zero placement around the origin point

$$E(x^r) = \int_0^\infty x^r f(x)\, dx$$

$$E(x^r) = \frac{1}{\beta+1}\left[\frac{\beta}{\lambda^r}\Gamma_{r+1} + \frac{1}{2\ \lambda^r}\Gamma_{r+3}\right] \qquad \dots (\mathbf{18})$$

عندما تكون r=1 نحصل على العزم الاول وهو الوسط الحسابي :

$$E(x_1) = \mu'_1 = \frac{1}{\beta+1}\left[\frac{\beta}{\lambda} + \frac{3}{\lambda}\right] \qquad \dots (\mathbf{19})$$

عندما نضع r=2 نحصل على العزم الثاني :

$$E(x^2) = \mu'_2 = \frac{1}{\beta+1}\left[\frac{2\beta}{\lambda^2} + \frac{12}{\lambda^2}\right] \qquad \dots (\mathbf{20})$$

عندما نضع r=3 نحصل على العزم الثالث :

$$E(x^3) = \mu'_3 = \frac{1}{\beta+1}\left[\frac{6\beta}{\lambda^3} + \frac{60}{\lambda^3}\right] \qquad \dots (\mathbf{21})$$

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

The momentum felt about) - **العزم الرائي حول الوسط الحسابي**

(the arithmetic mean

$$E(x-\mu)^{\mathrm{r}}=\int_0^\infty (x-\mu)^{\mathrm{r}} f(x)\,dx$$

$$E(x-\mu)^{\mathrm{r}}=\frac{\beta}{\beta+1}\int_0^\infty (x-\mu)^r \lambda e^{-\lambda x}\,dx+\frac{1}{\beta+1}\int_0^\infty (x-\mu)^r \frac{\lambda^3}{2}x^2 e^{-\lambda x}\,dx$$

$$E(x-\mu)^{\mathrm{r}}$$
$$=\frac{1}{\beta+1}\sum_{j=0}^{r} C_j^r\left(\frac{1}{\lambda}\right)^j(-M)^{r-j}\int_0^\infty z^j e^{-z}\,dz+\frac{1}{2\beta+1}\sum_{j=0}^{r} C_j^r\left(\frac{1}{\lambda}\right)^j(-M)^{r-j}\int_0^\infty z^{j+2} e^{-z}\,dz$$
$$+\frac{1}{2\beta+1}\sum_{j=0}^{r} C_j^r\left(\frac{1}{\lambda}\right)^j(-M)^{r-j}\Gamma_{j+1}+\frac{1}{2}\sum_{j=0}^{r} C_j^r\left(\frac{1}{\lambda}\right)^j(-M)^{r-j}\Gamma_{j+3}\ \dots(\mathbf{22})$$

عندما تكون قيمة (r=1): $E(x-\mu)^{\mathrm{r}}=zero$

عندما تكون قيمة (r=2) نحصل على:

$$E(x-\mu)^2=\frac{1}{\beta+1}\left[\beta M^2+\frac{3}{\lambda^2}\right]\quad\dots(\mathbf{23})$$

عندما تكون قيمة (r=3)

$$E(x-\mu)^3=\frac{1}{\beta+1}\left[2\beta M^3+\frac{6}{\lambda^3}\right]\quad\dots(\mathbf{24})$$

عندما تكون قيمة (r=4)

$$E(x-\mu)^4=\frac{1}{\beta+1}\left[9\beta M^4+\frac{45}{\lambda^4}\right]\quad\dots(\mathbf{25})$$

(The Coefficient of Variation) - **معامل الاختلاف** [16]

$$C.V=\frac{\sigma}{\mu'_1}=\frac{\sqrt{\frac{1}{\beta+1}\left[\beta M^2+\frac{3}{\lambda^2}\right]}}{\frac{1}{\beta+1}\left[\frac{\beta}{\lambda}+\frac{3}{\lambda}\right]}*100\quad\dots(\mathbf{26})$$

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

- معامل الالتواء (The Coefficient of Skewness) [16]

$$s.k = \frac{\left[2\beta\, M^3 + \frac{6}{\lambda^3}\right]}{\left[\beta M^2 + \frac{3}{\lambda^2}\right]^{\frac{3}{2}}} \qquad \dots(\mathbf{27})$$

- معامل التفلطح (Kurtosis The Coefficient) [16]

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} = \frac{\left[9\beta M^4 + \frac{45}{\lambda^4}\right]}{\left[\beta M^2 + \frac{3}{\lambda^2}\right]^2} - 3 \ \dots(\mathbf{28})$$

8.3 طرائق تقدير دالة البقاء للتوزيع الاحتمالي المختلط (EG)

- طريقة الامكان الاعظم[8,13] MLE (Maximum Likelihood Method)

هي إحدى الطرق التقليدية للتقدير على أساس أن المعلمة المراد قياسها ثابتة وليست متغيرة ، وتعتبر طريقة الامكان الاعظم منالطرق المهمة والمستخدمة على نطاق واسع لأنها تحتوي على خصائص مميزة وجيدة مثل الاستقرارinversion والاتساقconsistency غالباً وليس دائماً وعدم التحيز unbiased، بما أن مفهوم هذه الطريقة يكمن في إيجاد تقدير للمعلمات التي تجعل لوغارتم الامكان في نهايتها القصوى ، وكذلك مطابقة جميع العينات لأن مقدرات الامكان الاعظم له خاصية الاستقراراي اذا كانت $T=g(\lambda)$ هي دالة بدلالة المتغير λ نفتـرض ان $\hat{\lambda}_n$ هي مقدر الامكان الاعظم ل λ فان $\hat{T}_n = g(\hat{\lambda}_n)$وهي مقدر الامكان الاعظم لدالة T.

وان دالة الامكان للنموذج الاحتمالي المختلط (الاسي –كاما من الرتبة الثانية) للمشاهدات $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ يعبر عنه بالمعادلة التالية:

$$L(t_1, t_2, \dots\dots t_n; \beta, \lambda) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i; \beta, \lambda) \qquad \dots\ (\mathbf{29})$$

$$L(\lambda, \beta) = \lambda^n e^{-\lambda \sum_{i=1}^{n} t_i} (\beta + 1)^{-n} \prod_{i=1}^{n} \left(\beta + \frac{\lambda^2}{2} t^2\right) \ \dots(\mathbf{30})$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي لدالة الامكان الاعظم لغرض تحويلها الى الشكل الخطي

$$LnL(\lambda,\beta)=nLn\lambda-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i-nLn(B+1)+\sum_{i=1}^{n}Ln(\beta+\frac{\lambda^2}{2}t^2)$$

$$\frac{\partial \ln L(\underline{\lambda})}{\partial\lambda_i}=0 \qquad\qquad i=1,2,\dots k$$

$$\frac{dLnL(\lambda,\beta)}{d\lambda}=\frac{\mathrm{n}}{\lambda}-\sum_{i=1}^{n}t_i+\frac{{t_i}^2}{(2\beta+\lambda^2{t_i}^2)}$$

$$\frac{dLnL(\lambda,\beta)}{d\lambda}=\frac{\mathrm{n}}{\hat{\lambda}}-\sum_{i=1}^{n}x_i+\frac{{t_i}^2}{(2\hat{\beta}+\hat{\lambda}^2{t_i}^2)}=0 \quad \dots(\mathbf{31})$$

$$\frac{dLnL(\lambda,\beta)}{d\beta}=\frac{-n}{(\beta+1)}+\sum\nolimits_{i=1}^{n}\frac{1}{\left[\beta+\frac{\lambda^2}{2}{t_i}^2\right]}$$

$$0=\frac{-n}{(\hat{\beta}+1)}+\sum\nolimits_{i=1}^{n}\frac{2}{[2\hat{\beta}+\hat{\lambda}^2{t_i}^2]} \quad \dots(\mathbf{32})$$

وبأستعمال احدى الطرق التكرارية وبواسطة برنامج كتب بلغة (Matlab) نجد مقدري الامكان الاعظم للمعلمتين (β,λ) ، حيث يكون مقدر الامكان الاعظم لدالة البقاء $s(\mathrm{t})$ كالأتي :

$$\hat{\mathrm{s}}(\mathrm{t})=\frac{e^{-\hat{\lambda}t}}{\hat{\beta}+1}\left(1+\hat{\beta}+\hat{\lambda}t+\frac{\hat{\lambda}^2t}{2}\right) \quad \dots(\mathbf{33})$$

-طريقة المربعات الصغرى الموزونة (Weighted Least Squares)
(6,10)

وهي طريقة أساسية للتقدير وفكرتها تتلخص بتضمنين عامل الوزن (W_i) وهذا مايميز هذه الطريقة عن طريقة المربعات الصغرى العادية بالاستناد على فكرة تقليل مجموع مربعات الأخطاء وشكلها قدر الإمكان ، وبافتراض ان$(x_{(i)},\ i=1,2\dots,n)$ تمثل الاحصاءات المرتبة لقيم العينة ، فان الطريقة المقترحة هي استخدام توزيع $G(x_{(i)})$ وان التوقع والتباين لهذا التوزيع هما على التوالي:

$$\mathrm{E}\left(\mathrm{G}(\mathrm{x}_{(\mathrm{i})})\right)=\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{n}+1}$$

$$V\left(G\left(x_{(i)}\right)\right)=\frac{i(n-i+1)}{(n+1)^2(n+2)}$$

وباستخدام التوقع والتباين يمكن الحصول على المقدرات بطريقة المربعات الصغرى الموزونة ، تطبيق بهذه الطريقة والتي صيغتها:

$$K=\sum_{i=1}^{n}W_i\left(F(x_i)-\frac{i}{n+1}\right)^2 \quad \dots(\mathbf{34})$$

حيث ان W_i تساوي :

$$W_i=\frac{1}{V\left(F\left(x_{(i)}\right)\right)}=\frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)}$$

وبالنسبة للنموذج الاحتمالي المختلط (EG) فان مقدرات المربعات الصغرى الموزونة وهمـــا $\hat{\beta}_{WLS}$, $\hat{\lambda}_{WLS}$ يمكن الحصول عليهما عن طريق تقليل المقدار K وباستخدام الدالة التراكمية :

$$K=\sum_{i=1}^{n}W_i\left(\frac{1-e^{-\lambda X}}{\beta+1}\left[\beta+(1+\lambda x+\frac{\lambda^2x^2}{2})\right]-\frac{i}{n+1}\right)^2 \dots(35)$$

وبأشتقاق المعادلة (٣٤) للمعلمة (β) والقسمة على ٢ نحصل على :

$$\frac{dK}{d\beta}=\sum_{i=1}^{n}W_i\left(\frac{1-e^{-\lambda X}}{\beta+1}\left[\beta+(1+\lambda x+\frac{\lambda^2x^2}{2}\right]-\frac{i}{n+1}\right)\left(\frac{1-e^{-\lambda X}}{\beta+1}+\left(\beta+(1+\lambda x+\frac{\lambda^2x^2}{2})\right)\frac{-(1-e^{-\lambda X})}{(\beta+1)^2}\right)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}W_i\left(\frac{1-e^{-\lambda X}}{\beta+1}\left[\beta+(1+\lambda x+\frac{\lambda^2x^2}{2}\right]-\frac{i}{n+1}\right)\frac{1-e^{-\lambda X}}{\beta+1}-\frac{(1-e^{-\lambda X})\left(\beta+(1+\lambda x+\frac{\lambda^2x^2}{2}\right)}{(\beta+1)^2}$$

وبالمساواة للصفر نحصل على

$$0=\sum_{i=1}^{n}W_i\left(\frac{(1-e^{-\hat{\lambda}X})}{\hat{\beta}+1}\left[\hat{\beta}+(1+\hat{\lambda}x+\frac{\hat{\lambda}^2x^2}{2})\right]-\frac{i}{n+1}\right)\frac{(\hat{\beta}+1)(1-e^{-\hat{\lambda}X})-(1-e^{-\hat{\lambda}X})\left(\hat{\beta}+(1+\hat{\lambda}x+\frac{\hat{\lambda}^2x^2}{2}\right)}{(\hat{\beta}+1)^2}$$

$$0=\sum_{i=1}^{n} W_i\left(\frac{1-e^{-\lambda X}}{\hat{\beta}+1}\left[\hat{\beta}+(1+\lambda x+\frac{\lambda^2 x^2}{2}\right]-\frac{i}{n+1}\right)\frac{(1-e^{-\hat{\lambda}X})\left((\hat{\beta}+1)-\widehat{(\beta}+(1+\hat{\lambda}x+\frac{\hat{\lambda}^2x^2}{2}))\right)}{(\hat{\beta}+1)^2}$$

$$let\ u_1=\frac{(1-e^{-\hat{\lambda}X})\left((\hat{\beta}+1)-\widehat{(\beta}+(1+\hat{\lambda}x+\frac{\hat{\lambda}^2x^2}{2}))\right)}{(\hat{\beta}+1)^2}$$

$$0=\sum_{i=1}^{n} W_i\frac{\hat{\beta}(1-e^{-\hat{\lambda}X})}{\beta+1}u_1+\sum_{i=1}^{n} W_i\frac{(1-e^{-\hat{\lambda}X})\left(1+\hat{\lambda}x+\frac{\hat{\lambda}^2x^2}{2}\right)}{\hat{\beta}+1}u_1-\sum_{i=1}^{n} W_i\frac{i}{n+1}u_1 \quad \dots\ (\mathbf{36})$$

وبالاشتقاق للمعلمة λ وبالقسمة على ٢ نحصل على :

$$\frac{d\,K}{d\lambda}=\sum_{i=1}^{n} W_i\left(\frac{1-e^{-\lambda X}}{\beta+1}\left[\beta+(1+x\lambda+\frac{\lambda^2x^2}{2}\right]-\frac{i}{n+1}\right)^2$$

$$\frac{1-e^{-\lambda X}}{\beta+1}(0+0+x+\lambda x^2))\left(\beta+(1+\lambda x+\frac{\lambda^2x^2}{2}\right)\frac{1}{\beta+1}(xe^{-\lambda X})$$

وبالمساواة للصفر

$$0=\sum_{i=1}^{n} W_i\left(\frac{(1-e^{-\hat{\lambda}X})}{\hat{\beta}+1}\left[\hat{\beta}+(1+\hat{\lambda}x+\frac{\hat{\lambda}^2x^2}{2}\right]-\frac{i}{n+1}\right)^2$$

$$\frac{1-e^{-\hat{\lambda}X}}{\hat{\beta}+1}(0+0+x+\hat{\lambda}x^2))\left(\hat{\beta}+(1+\hat{\lambda}x+\frac{\hat{\lambda}^2x^2}{2}\right)\frac{1}{\hat{\beta}+1}(xe^{-\hat{\lambda}X})$$

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

$$let\ u_2=\frac{(1-e^{-\hat{\lambda}x})\ (x+\hat{\lambda}x^2)}{\hat{\beta}+1}+\frac{(xe^{-\hat{\lambda}x})\left(\hat{\beta}+(1+\hat{\lambda}x+\frac{\hat{\lambda}^2x^2}{2}\right)}{\hat{\beta}+1}$$

$$0=\sum_{i=1}^{n}W_i\frac{\hat{\beta}(1-e^{-\hat{\lambda}x})}{\hat{\beta}+1}u_2+\sum_{i=1}^{n}W_i\frac{(1-e^{-\hat{\lambda}x})(1+\hat{\lambda}x+\frac{\hat{\lambda}^2x^2}{2})}{\hat{\beta}+1}u_2$$
$$-\sum_{i=1}^{n}W_i\frac{i}{n+1}u_2\ \ ...(\mathbf{37})$$

المعادلات (36)(37) تمثل صيغ خطية غير مغلقة والتي لا يمكن حلها الا باستخدام الطريقة احدى الطرائق التكرارية العددية لتقدير المعلمات $(\beta_{wls},\lambda_{wls,})$ ومقدر المربعات الصغرى الموزونة لدالة البقاء كالأتي :

$$\hat{s}(t)=\frac{e^{-\widehat{\lambda_{wls}}t}}{\hat{\beta}_{wls}+1}\left(1+\hat{\beta}+\widehat{\lambda_{wls}}t+\frac{\hat{\lambda}^2{}_{wls}t}{2}\right)\ \ ...(\mathbf{38})$$

4. المحاكاة [١١]

يتم تعريف المحاكاة بأنها عملية تستخدم نماذج معينة لتمثيل أو تقليد واقع حقيقي غالبًا ما نعتبر الأنظمة في الحقيقة الفعلية صعبة الفهم والتفسير لذلك فمن الأفضل أن يتم ايضاح العمليات بطريقة مقاربة للصورة الحقيقية وفق نماذج معينة، حيث معرفة النموذج بتفاصيله يحقق لنا نظرة واضحة بالقدر الكافي للعملية الأصلية أو الواقع الحقيقي عن طريق محاكاة ، يعتمد مدى ملائمة نموذج المحاكاة أو النموذج للنظام الفعلي على الدرجة التي سيتم استخدامها بين أي تجربة محاكاة والحياة الواقعية ويعتبر إنشاء نظام يمثل أو يقلد أفعال العملية الحقيقية بطريقة تشبه الواقع الحقيقي هو المبدئ الرئيسي لعملية المحاكاة .

1.4 وصف مراحل تجربة المحاكاة :

المرحلة الاولى: مرحلة اختيار القيم الافتراضية وهي مرحلة مهمة تعتمد عليها بقية المراحل وكما يلي :

- اختيار القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع وهي قيم قريبة من تقديري المعلمتين للبيانات الحقيقية في هذا البحث ، وقد تم هذا الاختيار للتجارب المختلفة وكما في الجدول الآتي :

جدول رقم (1) / القيم الافتراضية للمعلمات

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

Experiment	λ	β
1	3	3
2	٤.5	2
3	٥	1

ـ أختيار حجوم العينات :

n= 30,60,100

باستخدام حجوم العينات في الفقرة ٢ وكذلك القيم الافتراضية في الفقرة ١ ينتج لدينا الجدول ادناه والذي يمثل الموديلات والنماذج التي سيتم اعتمادها لاستخراج قيم دالة البقاء .

الانموذج الاول / المبينة فيه قيم معلمتي القياس والخلط الافتراضية وحجم العينة

Model	n	λ	β
1	30	3	3
2	30	3	2
3	30	3	1
4	30	4.5	3
5	30	4.5	2
6	30	4.5	1
7	30	5	3
8	30	5	2

النموذج الثاني / المبينة فيه قيم معلمتي القياس والخلط الافتراضية وحجم العينة

Model	n	λ	β
1	60	3	3
2	60	3	2
3	60	3	1

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

4	60	4.5	3
5	60	4.5	2
6	60	4.5	1
7	60	5	3
8	60	5	2

النموذج الثالث / المبينة فيه قيم معلمتي القياس والخلط الافتراضية وحجم العينة

Model	n	λ	β
1	100	3	3
2	100	3	2
3	100	3	1
4	100	4.5	3
5	100	4.5	2
6	100	4.5	1
7	100	5	3
8	100	5	2

- وكذلك تم اختيار قيم المتغير (t_i) ضمن مجال المتغير العشوائي لمعرفة سلوك الدالة .

- تم تكرار التجربة لـ(1000) تكرارلضمان الحصول على افضل تجانس .

المرحلة الثانية:

توليد المتغير العشوائي الذي يتوزع وفق النموذج الاحتمالي المختلط **(الاسي –كاما من الرتبة الثانية)** بالمعلمتين (λ, β) باستعمال طريقة التحويل القبول والرفض وكما يلي :

- توليد متغير العشوائي يتوزع توزيعاً منتظماً μ_i بالفترة $(0,1)$.
- توليد المتغيرين العشوائيين V_i الذي يتوزع توزيعا اسياً بالمعلمة λ و WW_i الذي يتبع توزيع كاما من الرتبة الثانية .

فإذا كان $\mu_i \le p = \frac{\beta}{\beta+1}$ ، فإن $x_i = V_i$ واذا كان غير ذلك فإن $x_i = WW_i$

المرحلة الثالثة :

تقدير دالة البقاء للنموذج الاحتمالي المختلط (الاسي –كاما من الرتبة الثانية) بالمعلمتين (λ,β) بطريقتي التقدير :

- طريقة الامكان الاعظم .

- طريقة المربعات الصغرى الموزونة.

المرحلة الرابعة :

مرحلة المقارنة بين طرائق التقدير بأستعمال المؤشر الاحصائي متوسط مربعات الخطأ والذي يحسب لكل قيمة من قيم المتغير (t_{i}).

$$\mathrm{MSE}\big(\hat{\mathrm{s}}_{\mathrm{i}}(\mathrm{t})\big)=\frac{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{q}}\big(\hat{\mathrm{s}}_{i}(\mathrm{t})-s(\mathrm{t})\big)^{2}}{\mathrm{q}} \qquad \dots (39)$$

إذ ان : $i\,=\,1,2\,\dots\,\dots.\,q$ ، q: عدد التكرارات (Replication) لكل تجربة (1000) مرة .

$\hat{\mathrm{s}}(\mathrm{t})$: مقدر دالة البقاء .

$\mathrm{s}(\mathrm{t})$: دالة البقاء وفق القيم الابتدائية .

2.4 مناقشة تجارب المحاكاة :

تم الحصول على نتائج المحاكاة بأستعمال برنامج كتب بواسطة لغة (Matlab) وفيما يلي النتائج الموضحة بالجداول

جدول (2)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الاول)

n = 30, λ = 3, β = ٣						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**best**
0.01	0.97783	0.97974	0.97742	0.0000172	0.0000002	wls
0.11	0.78802	0.79927	0.78454	0.0011881	0.0000122	
0.21	0.6429	0.65328	0.63766	0.0026250	0.0000276	
0.31	0.52894	0.53494	0.52275	0.0036242	0.0000386	
0.81	0.2065	0.202	0.20049	0.0031819	0.0000364	

جدول (3)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الاول)

n = 30, λ = 3, β = 2						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.9803	0.9816	0.9799	0.0000126	0.0000002	wls
0.11	0.8111	0.8155	0.8072	0.0009143	0.0000146	
0.21	0.6797	0.6786	0.6738	0.0021978	0.0000346	

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

0.31	0.5737	0.5654	0.5666	0.0033095	0.0000508	
0.81	0.246	0.2318	0.2384	0.0035532	0.0000573	

جدول (4)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الاول)

n = 30 λ = 3 β = 1						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.9852	0.9848	0.9847	0.0000061	0.0000003	Wls
0.11	0.8571	0.8457	0.8522	0.0006532	0.0000247	
0.21	0.7532	0.7268	0.7453	0.0020827	0.0000629	
0.31	0.6633	0.625	0.6535	0.0036616	0.0000982	
0.81	0.325	0.2973	0.3135	0.0039281	0.0001314	

جدول (5)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الاول)

n = 30 λ = 4.5 β = 3						
Ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.967	0.9695	0.9665	0.0000398	0.0000002	Wls
0.11	0.7037	0.713	0.7003	0.0021753	0.0000117	
0.21	0.5239	0.5268	0.5192	0.0039771	0.0000220	
0.31	0.3946	0.3908	0.3895	0.0045877	0.0000257	
0.81	0.0933	0.0928	0.0903	0.0015378	0.0000091	

جدول (6)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الاول)

n = 30 , λ = 4.5 β = 2						
Ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.9707	0.9728	0.9702	0.0000283	0.0000003	Wls
0.11	0.735	0.7398	0.7311	0.0016072	0.0000160	
0.21	0.569	0.5643	0.5633	0.0032505	0.0000320	
0.31	0.4435	0.4317	0.4372	0.0041100	0.0000397	
0.81	0.1157	0.1176	0.1117	0.0017671	0.0000161	

جدول (7)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الاول)

n = 30 λ = 4.5 β = 1						
Ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.978	0.9771	0.9773	0.0000150	0.0000005	
0.11	0.7978	0.7762	0.7919	0.0015237	0.0000347	

0.21	0.6591	0.6177	0.6505	0.0040990	0.0000751	Wls
0.31	0.5413	0.4923	0.5314	0.0056145	0.0000981	
0.81	0.1605	0.1622	0.154	0.0021725	0.0000425	

جدول (8)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الاول)

n = 30 λ = 5 β = 3						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.9641	0.9672	0.9637	0.0000450	0.0000002	Wls
0.11	0.6831	0.6949	0.6797	0.0022599	0.0000115	
0.21	0.4966	0.5016	0.4921	0.0038979	0.0000206	
0.31	0.3652	0.3637	0.3604	0.0042877	0.0000230	
0.81	0.0748	0.0774	0.0724	0.0011868	0.0000061	

n = 30 λ = 5 β = 2						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.9681	0.9701	0.9676	0.0000332	0.0000003	Wls
0.11	0.7164	0.7178	0.7123	0.0018568	0.0000164	
0.21	0.543	0.5331	0.5374	0.0036974	0.0000315	
0.31	0.414	0.3974	0.4079	0.0045000	0.0000373	
0.81	0.0935	0.096	0.0902	0.0015189	0.0000111	

جدول (9)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الاول)

جدول (10)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثاني)

n = 60 λ = 3 β = 3						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.978	0.98	0.978	0.0000110	0.0000001	Wls
0.11	0.788	0.801	0.785	0.0006735	0.0000074	
0.21	0.643	0.656	0.639	0.0013619	0.0000169	
0.31	0.529	0.538	0.524	0.0017904	0.0000236	
0.81	0.207	0.202	0.202	0.0015793	0.0000223	

جدول (11)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثاني)

n = 60 λ = 3 β = 2						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**best**
0.01	0.98	0.982	0.98	0.0000077	0.0000001	

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

0.11	0.811	0.819	0.808	0.0004713	0.0000088	Wls
0.21	0.68	0.683	0.675	0.0010397	0.0000209	
0.31	0.574	0.571	0.568	0.0015448	0.0000306	
0.81	0.246	0.235	0.24	0.0017927	0.0000348	

جدول (12)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثاني)

$n = 60$ $\lambda = 3$ $\beta = 1$						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**best**
0.01	0.985	0.985	0.985	0.0000029	0.0000002	Wls
0.11	0.857	0.846	0.853	0.0003657	0.0000149	
0.21	0.753	0.728	0.747	0.0013218	0.0000381	
0.31	0.663	0.626	0.656	0.0024729	0.0000596	
0.81	0.325	0.296	0.316	0.0023610	0.0000803	

جدول (13)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثاني)

$n = 60$ $\lambda = 4.5$ $\beta = 3$						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**best**
0.01	0.967	0.97	0.967	0.0000227	0.0000001	Wls
0.11	0.704	0.716	0.701	0.0010441	0.0000071	
0.21	0.524	0.53	0.52	0.0017766	0.0000133	
0.31	0.395	0.393	0.391	0.0020480	0.0000156	
0.81	0.093	0.091	0.091	0.0006953	0.0000055	

جدول (14)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثاني)

$n = 60$ $\lambda = 4.5$ $\beta = 2$						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**best**
0.01	0.971	0.973	0.97	0.0000171	0.0000002	Wls
0.11	0.735	0.742	0.732	0.0007952	0.0000097	
0.21	0.569	0.566	0.565	0.0015603	0.0000195	
0.31	0.443	0.433	0.439	0.0020416	0.0000242	
0.81	0.116	0.116	0.113	0.0008691	0.0000098	

جدول (15)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثاني)

$n = 60$ $\lambda = 4.5$ $\beta = 1$

ti	S_real	S_mle	S_ wls	mse_mle	mse_ wls	best
0.01	0.978	0.978	0.977	0.0000058	0.0000003	Wls
0.11	0.798	0.78	0.793	0.0007456	0.0000210	
0.21	0.659	0.623	0.652	0.0023008	0.0000454	
0.31	0.541	0.498	0.534	0.0032516	0.0000594	
0.81	0.16	0.164	0.155	0.0009901	0.0000259	

جدول (16)/ القيم الحقيقية و التقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثاني)

n = 60 λ = 5 β = 3						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**best**
0.01	0.964	0.968	0.964	0.0000285	0.0000001	Wls
0.11	0.683	0.697	0.68	0.0012048	0.0000070	
0.21	0.497	0.503	0.493	0.0019233	0.0000124	
0.31	0.365	0.365	0.361	0.0020950	0.0000139	
0.81	0.075	0.075	0.073	0.0005607	0.0000037	

جدول (17)/ القيم الحقيقية و التقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثاني)

n = 60 λ = 5 β = 2						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**best**
0.01	0.968	0.971	0.968	0.0000194	0.0000002	Wls
0.11	0.716	0.723	0.713	0.0008292	0.0000099	
0.21	0.543	0.539	0.539	0.0015827	0.0000189	
0.31	0.414	0.403	0.409	0.0019983	0.0000224	
0.81	0.093	0.096	0.091	0.0006922	0.0000067	

جدول (18)/ القيم الحقيقية و التقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثالث)

n = 100 λ = 3 β = 3						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.978	0.98	0.978	0.0000093	0.0000001	Wls
0.11	0.788	0.803	0.786	0.0005190	0.0000038	
0.21	0.643	0.658	0.64	0.0009586	0.0000086	
0.31	0.529	0.54	0.525	0.0011777	0.0000120	
0.81	0.207	0.203	0.203	0.0009890	0.0000114	

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

جدول (19)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثالث)

n = 100 λ = 3 β = 2						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.98	0.982	0.98	0.0000062	0.0000001	Wls
0.11	0.811	0.82	0.809	0.0003283	0.0000045	
0.21	0.68	0.685	0.676	0.0006516	0.0000108	
0.31	0.574	0.573	0.57	0.0009375	0.0000158	
0.81	0.246	0.236	0.242	0.0011432	0.0000180	

جدول (20)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثالث)

n = 100 λ = 3 β = 1						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.985	0.985	0.985	0.0000016	0.0000001	Wls
0.11	0.857	0.847	0.854	0.0002412	0.0000077	
0.21	0.753	0.729	0.749	0.0009768	0.0000197	
0.31	0.663	0.627	0.658	0.0019189	0.0000307	
0.81	0.325	0.297	0.319	0.0016547	0.0000415	

جدول (21)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثالث)

n = 100 λ = 4.5 β = 3						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.967	0.97	0.967	0.0000192	0.0000001	Wls
0.11	0.704	0.718	0.702	0.0007651	0.0000036	
0.21	0.524	0.532	0.521	0.0011715	0.0000068	
0.31	0.395	0.395	0.392	0.0013027	0.0000080	
0.81	0.093	0.091	0.092	0.0004484	0.0000028	

جدول (22)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثالث)

n = 100 λ = 4.5 β = 2						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.971	0.973	0.97	0.0000135	0.0000001	Wls
0.11	0.735	0.744	0.733	0.0005016	0.0000050	
0.21	0.569	0.569	0.566	0.0009027	0.0000100	
0.31	0.443	0.435	0.44	0.0012061	0.0000124	
0.81	0.116	0.116	0.113	0.0005337	0.0000051	

جدول (23)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثالث)

n = 100 λ = 4.5 β = 1						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

0.01	0.978	0.978	0.978	0.0000034	0.0000002	Wls
0.11	0.798	0.781	0.794	0.0005452	0.0000109	
0.21	0.659	0.624	0.654	0.0018346	0.0000236	
0.31	0.541	0.499	0.536	0.0026257	0.0000309	
0.81	0.16	0.164	0.157	0.0005920	0.0000135	

جدول (24)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثالث)

n = 100 λ = 5 β = 3						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.964	0.968	0.964	0.0000235	0.0000001	Wls
0.11	0.683	0.699	0.681	0.0008330	0.0000035	
0.21	0.497	0.506	0.494	0.0011654	0.0000063	
0.31	0.365	0.367	0.363	0.0012153	0.0000071	
0.81	0.075	0.075	0.073	0.0003296	0.0000019	

جدول (25)/ القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء وقيم (MSE) لمقدر دالة البقاء (النموذج الثالث)

n = 100 λ = 5 β = 2						
ti	**S_real**	**S_mle**	**S_ wls**	**mse_mle**	**mse_ wls**	**Best**
0.01	0.968	0.971	0.968	0.0000161	0.0000001	Wls
0.11	0.716	0.724	0.714	0.0005690	0.0000051	
0.21	0.543	0.541	0.54	0.0010259	0.0000098	
0.31	0.414	0.404	0.411	0.0013222	0.0000116	
0.81	0.093	0.096	0.092	0.0004604	0.0000035	

5. الاستنتاجات

- افضلية طريقة WLS في تقدير دالة البقاء على طريقة الامكان الاعظم ولكافة حجوم العينات .
- تقارب قيم الافتراضية لدالة البقاء من القيم الحقيقية بصورة كبيرة ولكافة حجوم العينات .
- تناقض قيم دالة البقاء مع الزمن وهذا ما يتطابق مع خصائص هذه الدالة .
- تناقص قيم المؤشر الاحصائي MSE كلما زاد حجم العينة .

6. التوصيات

- أستعمال طريقة المربعات الصغرى الموزونة عند تقدير دالة البقاء للتوزيع المختلط ولكافة حجوم العينات
- استعمال طرائق تقدير اخرى كـ (وايت ، المختلطة ، المقدرات التجزيئية ..الخ) .

7. المصادر

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

أولا : المصادر العربية

جليل ، طالب شريف ، واخرون (2013) ، (ايجاد معولية نظام التوالي بطريقة جديدة (المجلة العراقية للعلوم الاحصائية) ،العدد (23) ،ص98 – 75 .

خضير ،عبد الجبار ، واخرون) 2009 (محاكاة خمس طرائق لتقدير دالة ومعولية التوزيع الاسي) المجلات الاكاديمية العلمية العراقية المجلد 15 - العدد.53 .

ثانياً : المصادر الاجنبية

Ahmed, A.; Mir, K.A.; and Reshi, J.A;(2014);"SOME IMPORTANT STATISTICAL PROPERTIES, INFORMATION MEASURES AND ESTIMATIONS OF SIZE BIASED GENERALIZED GAMMA DISTRIBUTION"; Journal of Reliability and Statistical Studies, Vol. 7,No. Issue 2, pp.161-179.

Chen ,D.G.; Lio ,Y.; (2009) ;" A Note on the Maximum Likelihood Estimation for the Generalized Gamma Distribution Parameters under Progressive Type-II Censoring"; International Journal of Intelligent Technology and Applied Statistics,Vol.2, No.2, pp.57-64.

Diciccio, T.J. (1987), “Approximate Inference for the Generalized Gamma Distribution”, Technometrics, Vol. 29, No. 1, PP. 33- 40.

Gupta, R.K., and Kundu, D., (2000), Generalized Exponential Distribution: different method of estimations, Journal of statistical computation and simulation, vol.00, pp 1-22.

Hasting ,N and Evans ,M and Peacock ,B.(2000)" statistical Distribution ,3rd ed",New York Wiley , p.13.

Hooge , R .B. and craig , A . T. (1966) , "Introduction to mathematical statistics", 3rded, the Macmillan company , New York.

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 6 June 2021

Kalbfleisch, J. D., and Prentice, R. L. (1980), “The Statistical Analysis of Failure Time Data”, John Wiley & Sons, Inc.

Merovci, F., & Elbatal, I. (2014). Transmuted Lindley-geometric distribution and its applications. Journal of Statistics Applications. Pro. 3,No. 1, 77-9140- Swain, J., Venkatraman, S. and Wilson, J. (1988), “Least Squares Estimation of Distribution Function in Johnson’s Translation System”,Journal of Statistical Computation and Simulation, 29, 271-297.

Pandey,M. and Upadhyay,S.K.(1988),"Bayes Shrinkage Estimator of Weibull Parameters" ,IEEE , Transaction on Reliability,vol.R-34,No,5 .

Qamruz, Z.; and Karl, P.;(2011);"Survival Analysis Medical Research ";http://interstat.statjournals.net/YEAR/2011/abstracts/1105005.php

Reuven, Y. R.,(1981)"Simulation and theMonte Carlo Method " John Wiley & Sons New York Chichester Brisbane Toronto Singapore.

Rinne.H,(2014),The Hazard Rate Theory and Inference http://geb.uni-giessen.de /geb/volltexte/2014/ 10793/p .d.f/RinneHorst_hazardrate_2014.pdf.

Shanker R., and Mishra A. (2013) "A quasi Lindley distribution" ,African Journal of Mathematics and Computer Science Research,Vol. 6(4), pp. 64-71, April 201