

خصائص نقل الإلكترون لكيوبت مقترن بترانزستور الإلكترون المفرد: حساب أعداد إشغال النقاط الكمية والتيار في حالتي الإتزان واللاإتزان.

م. باحث آيات طاهر أبراهيم
أ.م.د. جنان مجيد المخ
قسم الفيزياء/ كلية التربية للعلوم الصرفة / جامعة البصرة

الخلاصة :

في هذا البحث تم تقديم معالجة نظرية لدراسة نقل الإلكترون لنظام مكون من جزئين أساسيين مقترنين هما مفتاح عنصر الحاسبة الكمية المتمثل بالكيوبت والكاشف المتمثل بترانزستور الإلكترون المفرد. الأنموذج الحسابي تضمن اشتقاق لمعادلات الحركة المعتمدة على الزمن للنظام قيد الدراسة. وجدنا علاقات خاصة بتغير اعداد الإشغال لنقطتي الكيوبت والنقطة الكمية التابعة لترانزستور الإلكترون المفرد مع الزمن بالإضافة الى التيار الذي يسري من القطب الايسر. فحسنا الخصائص الديناميكية لنقل الإلكترون في النظام عند الإتزان واللاإتزان. استنتجنا إن تراكم الشحنة يزداد على نقطة الكيوبت الكمية البعيدة عن ترانزستور الإلكترون المفرد كلما قلت فولتية الانحياز والعكس صحيح.

كلمات مفتاحية: الكيوبت , ترانزستور الإلكترون المفرد, نقل الإلكترون, الحوسبة الكمية.

1. المقدمة

Introduction

لبناء جهاز معالج للمعلومات الكمية (حاسبة كمية) يجب أن يكون لدينا أولاً نظام فيزيائي يمكن أن يخزن ويقدم المعلومات. النظام الأبسط الممكن هو نظام كمي بحالتين والذي نسميه عادةً " Two level system " أو الكيوبت " Qubit ". في الحوسبة الكمية يعد الكيوبت (الثنائية الكمية) وحدة المعلومات الكمية وهي نظير كمي للبت الكلاسيكي. ويكون الكيوبت عبارة عن نظام ميكانيكي كمي بحالتين مثلاً على ذلك إستقطاب فوتون مفرد، حيث تكون الحالتين أستقطاباً عمودياً وأستقطاباً أفقياً [1]. في النظام الكلاسيكي فإن البت تكون حالة محددة ولكن الميكانيكا لكمي بجمع خطي للحالتين عند نفس الزمن. بغض النظر عن الحقيقة الفيزيائية للبت فهي دائماً تُفهم على أساس أنها إما حالة 0 وحالة 1. إن الحالتين التي يقاس بها الكيوبت تسمى الحالات الأساس أو المتجهات الأساس [2].

أما حالة الكيوبت التي هي جمع خطي من الحالات الأساس فهي تكتب $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, حيث إن α, β هي سعات الاحتمالية ويمكن أن يكون كلاهما أعداد عقدية, كما إن $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. أي ان الكيوبت هو نظام مستويين كمي والتي يمكن الوصول اليها بالعديد من الطرق الممكنة. إذ إن المطلوب هو مستويين كميين متميزين يمكن التحكم بهما عملياً وبنفس الوقت يمكن عزلهما تماماً عن التفاعلات غير المرغوب بها [3]. هنالك خياران رئيسيان لقواعد الكيوبت وهي درجة الحرية البرمية في نقطة كمية مفردة ودرجة الحرية الأوربيتالية (الشحنة Charge) في نقطة كمية مزدوجة DQD. إن النقطة الكمية المزدوجة توفر نظام بمستويين للطاقة بسيط وواقعي [4,5] . يمكن تعريف كيوبت الشحنة ذو الإلكترون المفرد في نقطة كمية مزدوجة فيها يشغل إلكترون مفرد الحالة الأرضية لأحد النقطتين أو الأخرى [6]. هنالك نوعين للإقتران بين النقطتين الكميتين وهي : الإقتران الإلكتروني الذي يمنع إلكترونين ان يشغلان نفس النقطة الكمية والآخر هو النفق الكمي والذي يسمح للإلكترون أن يشغل نقطتين كميتين [7]. إن نفق الإلكترون المفرد تمت مناقشته بتوظيف طرق قياس التيار التقليدية [8]. إن لقياس التيار حساسية قليلة جداً إذ إن ملايين من الإلكترونات تكون مطلوبة لغرض إيجاد تيار له معنى علمي محدد. وبالعكس، فإن قياس كشف الشحنة في الكيوبت يوفر كشف مباشر لإشغال الإلكترون في النقاط الكمية ويوفر قياس حساس لنقل إلكترون مفرد. إن ترانزستور الإلكترون المفرد ، الذي يتأثر النقل فيه بتفاعل كولوم في النقطة الكمية يعد آلة قياس كهربائية حساسة. وهنالك أداة قياس أخرى وهي نقطة الاتصال الكمية وهي تصنع من تركيب نقطة الإتصال شبه الموصلة والتي تكون حساسة لتوزيع الشحنة حول منطقة الإتصال [9]. آلات القياس هذه توفر كشف للشحنة في النقاط الكمية المقترنة إلكتروناتياً بآلة القياس الكهربائية. إن آلة القياس الكهربائية ترانزستور الإلكترون المفرد لها حساسية أفضل من آلة القياس الكهربائية نقاط الإتصال التي تظهر تغير كبير في احتمالية النفاذية. ومن المعروف أن هناك الكثير من الدراسات درست وناقشت موضوع الكيوبت نظرياً ولا زال الموضوع بحاجة الى الكثير من الدراسات العملية. إن الهدف من دراستنا هو دراسة ديناميكية وخصائص نقل الإلكترون لنظام مكون من كيوبت مقترن بترانزستور الإلكترون المفرد. إذ تم بناء أنموذج حسابي لإشتقاق معادلات الحركة المعتمدة على الزمن الخاصة بالنظام قيد الدراسة وذلك لإيجاد علاقة خاصة بتغير أعداد الإشغال لنقطتي الكيوبت وكذلك النقطة الكمية التابعة لترانزستور الإلكترون المفرد مع الزمن. بالإضافة الى إيجاد صيغة للتيار الذي يسري من القطب الأيسر مروراً بحاجز النفق الأيسر الى النقطة الكمية الخاصة

بترانزستور الإلكترون المفرد. إذ تضمنت المعالجة كل المعاملات المؤثرة في هذه الدراسة والتي سيتم تسليط الضوء عليها من خلال الفقرة التالية.

2. الأنموذج الحسابي Model Calculation

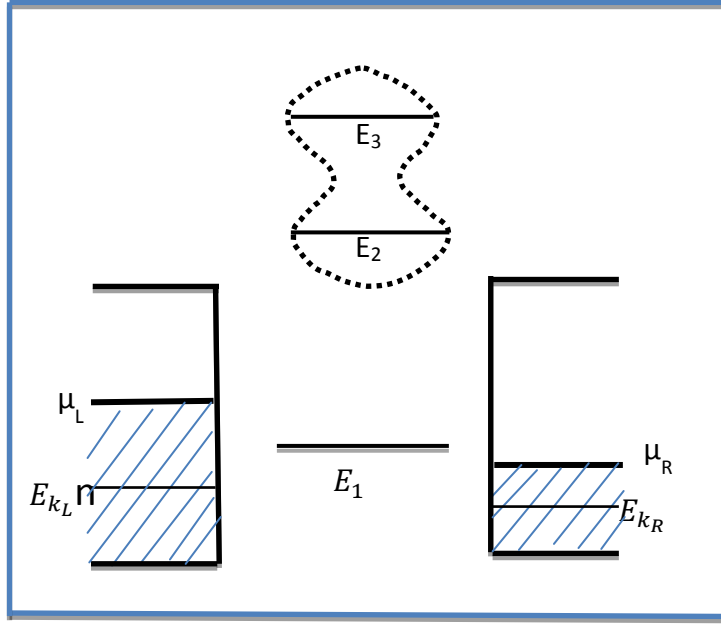
يمكن وصف النظام الذي ستنم دراسته في هذا البحث والموضح بمخطط الطاقة بالشكل (1) باستخدام الهاملتوني المعتمد على الزمن الآتي [10] :

$$H(t) = H_{SET}(t) + H_{Qubit}(t) + H'(t) \quad (1)$$

الحد الاول من العلاقة (1) يمثل الهاملتونين الذي يصف ترانزستور الإلكترون المفرد ويعطى بما يلي:

$$\begin{aligned} H_{SET}(t) = & \sum_{k_L} E_{k_L} n_{k_L} + \sum_{k_R} E_{k_R} n_{k_R} + E_1 n_1(t) + \sum_{k_L} (V_{1k_L}(t) C_1^+(t) C_{k_L}(t) \\ & + h.c.) \\ & + \sum_{k_R} (V_{1k_R}(t) C_1^+(t) C_{k_R}(t) \\ & + h.c.) \end{aligned} \quad (2)$$

يمثل الرمز n_i عدد إشغال المستوي E_i إذ أن $i = k_L, k_R, 1$. n_1 يمثل عدد إشغال النقطة الكمية 1، n_{k_L} يمثل عدد إشغال المستوي E_{k_L} في القطب الأيسر و n_{k_R} يمثل عدد إشغال المستوي E_{k_R} في القطب الأيمن (أنظر مخطط الطاقة المقابل للنظام قيد الدراسة في الشكل (1)). أما V_{1k_R} و V_{1k_L} فتتمثل حواجز النفق بين النقطة الكمية 1 التابعة لترانزستور الإلكترون المفرد والقطبين الأيمن و الأيسر على التوالي.



الشكل (1) مخطط الطاقة المقابل للنظام (الكوبت + ترانزستور الإلكترون المفرد) في حالة وجود فولتية أنحياز.

أما الحد الثاني في العلاقة (1) فيمثل الهاملتونين الخاص بالكوبت والذي يمكن أن يكتب كالآتي :

$$H_{Qubit}(t) = E_2 n_2(t) + E_3 n_3(t) + (V_{23}(t) C_2^+(t) C_3(t) + h.c.) \quad (3)$$

n_2 و n_3 تمثل أعداد إشغال النقاط الكمية 2 و 3 الخاصة بالكوبت والمقابلة لمستويات الطاقة E_2 و E_3 على التوالي. في حين تمثل V_{23} حاجز النفق بين النقاط الكمية المكونة للكوبت، بينما تمثل $h.c.$ المرافق العقدي. الحد الأخير في المعادلة (1) يمثل الهاملتونين الخاص بحد التفاعل بين ترانزستور الإلكترون المفرد والكوبت ويعطى بما يلي :

$$H'(t) = U n_1(t) n_2(t) \quad (4)$$

يمثل U الإقتران الألكتروستاتيكي بين جزئي النظام ، وهو حد مهم لأنه يحدد قيمة التيار المار بين القطبين الأيمن والأيسر في ترانزستور الإلكترون المفرد بسبب تذبذبات الإلكترونين النقاط الكمية في الكيوبت. وبشكل عام يكتب عدد أشغال المستوي الطاقة i بالصيغة التالية [11] :

$$n_i(t) = C_i^+(t)C_i(t) \quad (5)$$

حيث إن $C_i(t)C_i^+(t)$ هو مؤثر الهدم (الخلق) للإلكترونات الواقعة داخل النقطة الكمية $i=(1,2,3)$ وكذلك على القطبين الأيمن والأيسر عندما يكون k_L, k_R على التوالي. علماً بأن الرموز k_R, k_L تمثل متجهات الموجة. وأن n_i, n_{k_L} و n_{k_R} تمثل أعداد الإشغال المقابلة للنقطة الكمية i والقطبين الأيسر والأيمن على التوالي. إن الهدف من اشتقاق معادلات الحركة الخاصة بالنظام قيد الدراسة هو إيجاد العلاقة الخاصة بتغير كل من $n_1(t)$ و $n_2(t)$ و $n_3(t)$ مع الزمن، ولتحقيق ذلك ستم الاستفادة من النمو الزمني لعدد الإشغال n_i باستخدام تمثيل هايزنبرك [12]. وباستخدام الوحدات الذرية يمكن كتابة مشتقات مؤثر الهدم $C_1(t)$ والخلق $C_1^+(t)$ كالآتي :

$$\frac{dC_1(t)}{dt} = -i \left[E_1 C_1(t) + \sum_{k_L} V_{1k_L} C_{k_L}(t) + \sum_{k_R} V_{1k_R} C_{1k_R}(t) + UC_1(t)n_2(t) \right] \quad (6)$$

$$\frac{dC_1^+(t)}{dt} = i \left[E_1 C_1^+(t) + \sum_{k_L} V_{1k_L}^* C_{k_L}^+(t) + \sum_{k_R} V_{1k_R}^* C_{k_R}^+(t) + UC_1^+(t)n_2(t) \right] \quad (7)$$

وبالاستفادة من العلاقة (5) وبأخذ المعدل الميكانيكي – الكمي لطرفي العلاقة الناتجة نحصل على :

$$\frac{d}{dt} \langle n_1(t) \rangle = 2Im \left[\sum_{k_L} V_{1k_L} \langle C_1^+(t) C_{k_L}(t) \rangle + \sum_{k_R} V_{1k_R} \langle C_1^+(t) C_{k_R}(t) \rangle \right] \quad (8)$$

يمكن أيضا تبسيط العلاقة (8) وذلك من خلال ايجاد صيغ خاصة لـ $\frac{dC_{k_R}(t)}{dt}$ و $\frac{dC_{k_L}(t)}{dt}$ وكالاتي :

$$\begin{aligned} \frac{dC_{k_L}(t)}{dt} &= -i [E_{k_L} C_{k_L}(t) + V_{1k_L}^* C_1(t)] \end{aligned} \quad (9)$$

وبحل المعادلة (9) حلاً تحليلياً نحصل على ما يلي :

$$\begin{aligned} C_{k_L}(t) &= C_{k_L}(t_0) e^{-i E_{k_L}(t-t_0)} \\ &\quad - i \int_{t_0}^t dt' V_{1k_L}^* e^{-i E_{k_L}(t-t')} C_1(t') \end{aligned} \quad (10)$$

علماً بأن t_0 يمثل الزمن الابتدائي. وبأجراء الخطوات ذاتها للمؤثر $C_{k_R}(t)$ نحصل على الآتي :

$$\begin{aligned} C_{k_R}(t) &= e^{-i E_{k_R}(t-t_0)} \\ &\quad - i \int_{t_0}^t dt' V_{1k_R}^* e^{-i E_{k_R}(t-t')} C_1(t') \end{aligned} \quad (11)$$

وبالاستفادة من العلاقات التالية [11]:

$$\begin{aligned} \Gamma_\alpha(E) &= 2\pi \sum_{k_\alpha} V_{1k_\alpha} V_{1k_\alpha}^* \delta(E - E_{k_\alpha}) \quad , \quad \alpha \\ &= L, R \end{aligned} \quad (12)$$

إذ إن $\Gamma_\alpha(E)$ يمثل معدل النفق بين النقطة الكمية الخاصة بترانزستور الإلكترون المفرد والقطب α , وباستخدام التعريفات الآتية [13]:

$$V_{1k_\alpha} = v_{k_\alpha} V_{1\alpha} \quad , \quad C_{k_\alpha}(t_0) = v_{k_\alpha} \tilde{C}_{k_\alpha}(t_0) \quad (13)$$

وللسهولة سوف لن نكتب العلامة $\sim$ و بالإستفادة من تعريف كثافة الحالات [11]:

$$\begin{aligned} \rho_L(E) &= \sum_{k_L} |v_{k_L}|^2 \delta(E - E_{k_L}) \end{aligned} \quad (14)$$

وبإستخدام تقريب الحزمة العريضة [11] فإن $\Gamma_\alpha(E)$ تصبح غير معتمدة على الزمن. وعليه يمكن أن نكتب مجموع معدل النفق للقطين بالعلاقة التالية :

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma_L + \Gamma_R \quad , \quad \rho_\alpha(E) = \rho_\alpha \\ &= \frac{1}{4\beta} \end{aligned} \quad (15)$$

إذ أن β عامل مرتبط بعرض الحزمة المساوية الى 4β . إذن المعادلة (8) تصبح :

$$\frac{d}{dt} \langle n_1(t) \rangle = 2 \text{Im} \left[I_1(t) + I_2(t) - i \frac{\Gamma}{2} \langle n_1 \rangle \right] \quad (16)$$

علماً بأن $I_2(t), I_1(t)$ تعطى بالعلاقات التالية :

$$\begin{aligned} I_1(t) &= \frac{V_{1L}}{4\beta} \int_L e^{-i E_{k_L}(t-t_0)} \langle C_1^+(t) C_{k_L}(t_0) \rangle dE_{k_L} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} I_2(t) &= \frac{V_{1R}}{4\beta} \int_R e^{-i E_{k_R}(t-t_0)} \langle C_1^+(t) C_{k_R}(t_0) \rangle dE_{k_R} \end{aligned} \quad (18)$$

وبإستخدام الخطوات ذاتها نحصل على :

$$\frac{d}{dt} \langle n_2(t) \rangle = 2 \text{Im} \{ V \langle C_2^+(t) C_3(t) \rangle \} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle n_3(t) \rangle &= -2 \text{Im} \{ V \langle C_2^+(t) C_3(t) \rangle \} \end{aligned} \quad (20)$$

ولغرض إيجاد أعداد الإشغال $n_1(t)$ و $n_2(t)$ و $n_3(t)$ لا بد من إيجاد معادلات الحركة الخاصة بدوال التبادل correlation functions. ونقصد بدوال التبادل الدالتين الواردة في العلاقة (16) وهي $\langle C_1^+(t)C_{k_L}(t_0) \rangle$ و $\langle C_1^+(t)C_{k_R}(t_0) \rangle$ وفي العلاقتين (19) و (20) وهي $\langle C_2^+(t)C_3(t) \rangle$. وبالإستفادة من العلاقة (9) وكذلك العلاقة (12) حصلنا على معادلة الحركة الخاصة بدالة التبادل $\langle C_1^+(t)C_{k'_L}(t_0) \rangle$ علماً بأن k'_L هي احدى قيم k_L . وبالإستفادة من العلاقة (5) يمكن أن نكتب علاقة التبادل بالصيغة التالية:

$$\begin{aligned} & C_{k_L}^+(t_0)C_{k'_L}(t_0) \\ & = n_{k_L}(t_0)\delta_{k_L k'_L} \end{aligned} \quad (21)$$

وبذلك تمكنا من الحصول على المعادلة التالية :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle C_1^+(t)C_{k'_L}(t_0) \rangle & = \left(iE_1 - \frac{\Gamma}{2} \right) \langle C_1^+(t)C_{k'_L}(t_0) \rangle + i V_{1k'_L}^* n_{k'_L}(t_0) e^{i E_{k'_L}(t-t_0)} \\ & + iU \langle C_1^+(t)n_2(t) C_{k'_L}(t_0) \rangle \end{aligned} \quad (22)$$

وبأتباع الخطوات نفسها حصلنا كذلك على علاقة تفاضلية خاصة بـ $\langle C_1^+(t)C_{k'_R}(t_0) \rangle$. علماً بأن $n_{K_\alpha}(t_0)$ تمثل دالة توزيع فيرمي للقطب α :

$$\begin{aligned} & n_{k_\alpha}(t_0) \\ & = f(E_{k_\alpha}, T) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_{k_\alpha} - \mu_\alpha}{k_B T}\right)} \end{aligned} \quad (23)$$

يمثل μ_α الجهد الكيميائي chemical potential للقطب α فيما يمثل T درجة الحرارة و K_B ثابت بولتزمان. علماً بأن النظام في حالة إتزان حراري. وبالإستفادة من العلاقات التفاضلية الخاصة بـ

$$\begin{aligned} & \frac{dC_2^+(t)}{dt} \text{ و } \frac{dC_3(t)}{dt} \\ & \text{يمكن أن نحصل على العلاقة التفاضلية الخاصة بدالة التبادل} \\ & \langle C_2^+(t)C_3(t)n_1 \rangle \text{ والتي يمكن أن تكتب كالآتي :} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle C_2^+(t) C_3(t) n_1 \rangle \\ = \langle C_2^+(t) C_3(t) \rangle \frac{d \langle n_1 \rangle}{dt} \\ + \frac{d \langle C_2^+(t) C_3(t) \rangle}{dt} \langle n_1 \rangle \end{aligned} \quad (24)$$

إذ أن :

$$iUC_2^+(t)C_3(t)C_1^+(t)\{1 - C_1^+(t)C_1(t)\}C_1(t) = iUC_2^+(t)C_3(t)n_1$$

وعليه يمكن أن نكتب المعادلة (29) كالآتي :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle C_2^+(t) C_3(t) n_1 \rangle = [iE_2 - iE_3 + iU - \Gamma] \langle C_2^+(t) C_3(t) n_1 \rangle \\ + iV^* [\langle n_3 n_1 \rangle - \langle n_2 n_1 \rangle] \\ - i(I_3 + I_4 + I_5 + I_6) \end{aligned} \quad (25)$$

أيضا تم اشتقاق المعادلات التفاضلية الخاصة بـ $\langle n_3 n_1 \rangle$ و $\langle n_2 n_1 \rangle$ والتي تأخذ الصيغ التالية :

$$\frac{d}{dt} \langle n_3 n_1 \rangle = -\Gamma \langle n_3 n_1 \rangle + 2Im\{I_7 + I_8 - V \langle C_2^+(t) C_3(t) n_1 \rangle\} \quad (26)$$

$$\frac{d}{dt} \langle n_2 n_1 \rangle = -\Gamma \langle n_2 n_1 \rangle + 2Im\{I_9 + I_{10} + V \langle C_2^+(t) C_3(t) n_1 \rangle\} \quad (27)$$

في حين تمثل I_i (لقيم $i=3-6$) التكاملات الآتية :

$$I_3 = \frac{V_{1L}}{4\beta} \int_L e^{-iE_{k_L}(t-t_0)} \langle C_1^+(t) C_2^+(t) C_3(t) C_{k_L}(t_0) \rangle dE_{k_L}$$

$$I_4 = \frac{V_{1L}}{4\beta} \int_L e^{+iE_{k_L}(t-t_0)} \langle C_1^+(t) C_2(t) C_3^+(t) C_{k_L}(t_0) \rangle dE_{k_L}$$

$$I_5 = \frac{V_{1R}}{4\beta} \int_R e^{-iE_{k_R}(t-t_0)} \langle C_1^+(t) C_2^+(t) C_3(t) C_{k_R}(t_0) \rangle dE_{k_R}$$

$$I_6 = \frac{V_{1R}}{4\beta} \int_R e^{+iE_{k_R}(t-t_0)} \langle C_1^+(t) C_2(t) C_3^+(t) C_{k_R}(t_0) \rangle dE_{k_R}$$

I_7

$$= \frac{V_{1L}}{4\beta} \int_L e^{-iE_{k_L}(t-t_0)} \langle C_1^+(t) n_3 C_{k_L}(t_0) \rangle dE_{k_L} \quad (28)$$

$$I_8 = \frac{V_{1R}}{4\beta} \int_R e^{-iE_{k_R}(t-t_0)} \langle C_1^+(t) n_3 C_{k_R}(t_0) \rangle dE_{k_R}$$

$$I_9 = \frac{V_{1L}}{4\beta} \int_L e^{-iE_{k_L}(t-t_0)} \langle C_1^+(t) n_2 C_{k_L}(t_0) \rangle dE_{k_L}$$

$$I_{10} = \frac{V_{1R}}{4\beta} \int_R e^{-iE_R(t-t_0)} \langle C_1^+(t) n_2 C_{k_R}(t_0) \rangle dE_{k_R}$$

ولإيجاد المعادلة التفاضلية الخاصة بـ $\langle C_1^+(t) n_2 C_{k_L}(t_0) \rangle$ يمكن أن نكتب :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} C_1^+(t) n_2 C_{k_L}(t_0) &= \frac{dC_1^+(t)}{dt} n_2 C_{k_L}(t_0) \\ &+ C_1^+(t) \frac{dn_2}{dt} C_{k_L}(t_0) \end{aligned} \quad (29)$$

وبالاستفادة من كل العلاقات السابقة وكذلك وبالإستفادة من العلاقة التالية [12] :

$$[C_i^+(t), C_j(t)] = \delta_{ij}$$

نحصل على :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle C_1^+(t) n_2 C_{k_L}(t_0) \rangle &= \left[iE + iU - \frac{\Gamma}{2} \right] \langle C_1^+(t) n_2 C_{k_L}(t_0) \rangle \\ &+ iV_{1k_L}^* e^{iE_{k_L}(t-t_0)} \langle n_2 \rangle \langle n_{k_L}(t_0) \rangle \\ &- iV \langle C_1^+(t) C_2^+(t) C_3(t) C_{k_L}(t_0) \rangle + iV^* \langle C_1^+(t) C_2(t) C_3^+(t) C_{k_L}(t_0) \rangle \end{aligned}$$

(30)

وبنفس الطريقة نحصل على علاقة مماثلة تخص القطب الأيمن. وبإتباع الخطوات ذاتها وبالإستفادة من العلاقة التالية :

$$iUC_1^+(t)C_2^+(t)C_2(t)C_3^+(t)C_3(t)C_{k_L'}(t_0) = \\ - iUC_1^+(t)C_2^+(t)C_3^+(t)C_2(t)C_3(t)C_{k_L'}(t_0) = 0$$

حصلنا على ما يلي :

$$\frac{d}{dt} \langle C_1^+(t)n_3C_{k_L'}(t_0) \rangle = \left(iE_1 - \frac{\Gamma}{2} \right) \langle C_1^+(t)n_3C_{k_L'}(t_0) \rangle \\ + iV_{1k_L'}^* e^{iE_{k_L'}(t-t_0)} \langle n_3 \rangle \langle n_{k_L'}(t_0) \rangle \\ + iV \langle C_1^+(t)C_2^+(t)C_3(t)C_{k_L'}(t_0) \rangle \\ + iV^* \langle C_1^+(t)C_2(t)C_3^+(t)C_{k_L'}(t_0) \rangle$$

(31)

وكذلك حصلنا على علاقة مماثلة للقطب الأيمن.

ولإيجاد العلاقة التفاضلية الخاصة بـ $\langle C_1^+(t)C_2^+(t)C_3(t)C_{k_L'}(t_0) \rangle$ تم إتباع الخطوات ذاتها

وبالإستفادة من صيغ $C_1^+(t)$ و $C_2^+(t)$ و $C_3(t)$ وكذلك بالتعويض عن $\frac{dC_1^+(t)}{dt}$ و $\frac{dC_2^+(t)}{dt}$ و $\frac{dC_3(t)}{dt}$

وبإتباع الأسلوب نفسه حصلنا على ما يلي :

$$\frac{d}{dt} \langle C_1^+(t)C_2^+(t)C_3(t)C_{k_L'}(t_0) \rangle = iV_{1k_L'}^* e^{iE_{k_L'}(t-t_0)} \langle C_2^+(t)C_3(t) \rangle \langle n_{k_L'}(t_0) \rangle \\ + i \left(E_1 + E_2 - E_3 + U + i\frac{\Gamma}{2} \right) \langle C_1^+(t)C_2^+(t)C_3(t)C_{k_L'}(t_0) \rangle \\ + iV^* \langle C_1^+(t)n_3C_{k_L'}(t_0) \rangle \\ - iV^* \langle C_1^+(t)n_2C_{k_L'}(t_0) \rangle \quad (32)$$

إذ إن:

$$UC_1^+(t)C_2^+(t)C_2(t)C_2^+(t)C_3(t)C_{k_L'}(t_0) \\ = UC_1^+(t)C_2^+(t)C_3(t)C_{k_L'}(t_0)$$

وبنفس الطريقة نحصل على علاقة تخص القطب الأيمن.

وبنفس الطريقة وجدنا العلاقات التي تخص دوال التبادل $\langle C_1^+(t)C_2(t)C_3^+(t)C_{k_L'}(t_0) \rangle$ وكانت

كالآتي :

$$\frac{d}{dt} \langle C_1^+(t)C_2(t)C_3^+(t)C_{k_L'}(t_0) \rangle = -iV_{1k_L'}^* e^{iE_{k_L'}(t-t_0)} \langle C_2(t)C_3^+(t) \rangle^* \langle n_{k_L'}(t_0) \rangle \\ + i \left(E_1 + E_2 + E_3 + i \frac{\Gamma}{2} \right) \langle C_1^+(t)C_2(t)C_3^+(t)C_{k_L'}(t_0) \rangle \\ + iV \langle C_1^+(t)n_3 C_{k_L'}(t_0) \rangle - iV \langle C_1^+(t)n_2 C_{k_L'}(t_0) \rangle \quad (33)$$

وبنفس الطريقة حصلنا على علاقة مماثلة تخص $\langle C_1^+(t)C_2(t)C_3^+(t)C_{k_R'}(t_0) \rangle$.

وأخيراً، لا بد أن نحدد دوال التبادل التي تم اشتقاق معادلات الحركة لها (والتي نحتاجها لأيجاد أعداد الأشغال على النقاط الكمية الثلاثة) وهي $\langle C_1^+(t)C_{k_\alpha'}(t_0) \rangle$ و $\langle C_2^+(t)C_3(t) \rangle$ و

$\langle C_2^+(t)C_3(t)n_1 \rangle$ و $\langle n_3 n_1 \rangle$ و $\langle n_2 n_1 \rangle$ و $\langle C_1^+(t)n_2 C_{k_\alpha'}(t_0) \rangle$ و

و $\langle C_1^+(t)C_2^+(t)C_3(t)C_{k_\alpha'}(t_0) \rangle$ و $\langle C_1^+(t)n_3 C_{k_\alpha'}(t_0) \rangle$

و $\langle C_1^+(t)C_2(t)C_3^+(t)C_{k_\alpha'}(t_0) \rangle$ ولقيم $\alpha = R, L$ علماً بأن عدد دوال التبادل المطلوبة قد

يزداد اعتماداً على الطريق الذي يسلكه الباحث في المعالجة.

وأعتماداً على العلاقات التفاضلية التي حصلنا عليها يمكن أن نكتب التيار الذي يسري من

القطب الأيسر مروراً بحاجز النفق الأيسر إلى النقطة الكمية الخاصة بترانزستور

الإلكترون المفرد كالآتي:

$$\begin{aligned}
 I_L(t) &= 2Im \left[\sum_{k_L} V_{1k_L}(t) \langle C_1^+(t) C_{k_L}(t_0) \rangle^* e^{-iE_{k_L}(t-t_0)} \right. \\
 &\quad \left. - i \sum_{k_L} V_{1k_L} \int_{t_0}^t V_{1k_L}^* \langle C_1^+(t) C_1(t') \rangle e^{-iE_{k_L}(t-t')} dt' \right] \quad (34)
 \end{aligned}$$

وبالاستفادة من التعريفات (12) و(13) و(14) و(15) نحصل على :

$$\begin{aligned}
 I_L(t) &= 2Im \left[I_1(t) \right. \\
 &\quad \left. - i \frac{\Gamma}{2} \langle n_1(t) \rangle \right] \quad (35)
 \end{aligned}$$

إذ $\langle n_1(t) \rangle$ يمكن إيجادها من حل المعادلة (16) وأن $I_1(t)$ يعطى بالعلاقة (17).

3. الحسابات والنتائج

لدراسة ديناميكية نقل الإلكترون في نظام كيوبت مقترن مع ترانزستور الإلكترون المفرد تم حل معادلات الحركة المترابطة لدوال التبادل correlation function عددياً باستخدام طريقة رانج كوتا من الدرجة السادسة، إذ كانت نسبة الخطأ في حسابات النتائج الذي تم أنجازه بحدود 10^{-9} - 10^{-8} وكان مقدار الزيادة في الزمن هو $\Delta t = 10^{-2} a.u.$ يحسب البرنامج قيم أعداد الإشغال $n_1(t)$ و $n_2(t)$ و $n_3(t)$ وكذلك تيار النفق المار من القطب الأيسر الى النقطة الكمية 1 الخاصة بترانزستور الإلكترون المفرد كدالة لفولتية الأنحياز المسلطة على النظام ولكل المعاملات أنفة الذكر. ولغرض تسليط الضوء على ديناميكية نقل الإلكترون في النظام كان لابد من فحص كل تفاعلات الإقتران التي تدخل في معالجتنا وهي:

1. تفاعل إقتران النقطة الكمية 1 الخاصة بترانزستور الإلكترون المفرد مع القطبين الأيمن والأيسر ($V_{1\alpha}$).
 2. التفاعل المباشر بين نقطتي الكيوبت V_{23} .
 3. الإقتران الألكتروستاتيكي U بين الكيوبت وترانزستور الإلكترون المفرد.
- كذلك تم فحص تأثير تغير درجة حرارة الأقطاب وتسلط فولتية أنحياز وفولتية بوابة على الحسابات الخاصة بأعداد الإشغال والتيار.

وأخيراً أن أنجاز الحسابات كانت لابد أن تتم عند قيم ابتدائية للأعداد الإشغال وكانت مساوية الى

$$n_1(t_0) = 1$$

, $n_2(t_0) = 0$, $n_3(t_0) = 1$ إذ إن $t_0 (= 0)$ يمثل الزمن الابتدائي. أما مواقع مستويات

الطاقة المؤثرة للنقاط الكمية فكانت عند $E_1 = E_2 = E_3 = 0$.

تم حساب أعداد أشغال النقاط الكمية الخاصة بالكيوبت ونقطة ترانزستور الإلكترون المفرد كدالة

للزمن عند حالة اللاتزان ولقيم فولتية انحياز مسلطة على الأقطاب مساوية الى eV_{bias}

2 eV , 1.5 , 1 , 0.5 وكذلك في حالة الإيزان ($eV_{bias} = 0$) وذلك لغرض المقارنة بين الحالتين.

هذه النتائج سيتم استعراضها في الشكل (2) لحالة الإيزان وفي الأشكال (3,4,5,6) لقيم فولتيات

الإنحياز المذكورة أعلاه وعلى التوالي. هذه النتائج حسبت عندما يكون اقتران النقطة الكمية 1 مع

الأقطاب ($V_{1\alpha}$) مساوياً الى 0.3eV والاقتران بين نقطتي الكيوبت مساوياً الى 0.1 في حين الاقتران

الإلكتروستاتيكي بين جزئي الجهاز كان مساوياً الى 0.25eV . يتضح من الشكل (2)، الخاص بحالة

الإيزان، تذبذب المنحنيات الخاصة بأعداد الإشغال والتيار مع الزمن وبسعة كبيرة نسبياً بحيث

يتلاشى التيار الى الصفر بعد زمن طويل نسبياً. وعندما تكون فولتية الإنحياز مساوية الى 0.5eV فإن

ساعات التذبذب تقل مع الزمن بحيث تكون قيم (عندما $n_1(t > 10^3 a.u.)$ مساوية الى 0.5 تقريباً

وتكون قيم (عندما $n_2(t > 10^3 a.u.)$ أقل من 0.5 وتكون قيم (عندما $n_3(t > 10^3 a.u.)$ أكبر من

0.5 . بمعنى أن الشحنة الإلكترونية تتموقع على النقطة الكمية البعيدة من الكيوبت (أنظر الشكل

(3)). هذه الملاحظات تصح أيضاً لكل قيم فولتية الأنحياز وكما يتضح من الأشكال (4,5,6).

ولغرض التأكد من هذا المظهر الفيزيائي تم استعراض قيم $n_i(\infty)$ لقيم $i = 1, 2, 3$ كدالة لفولتية

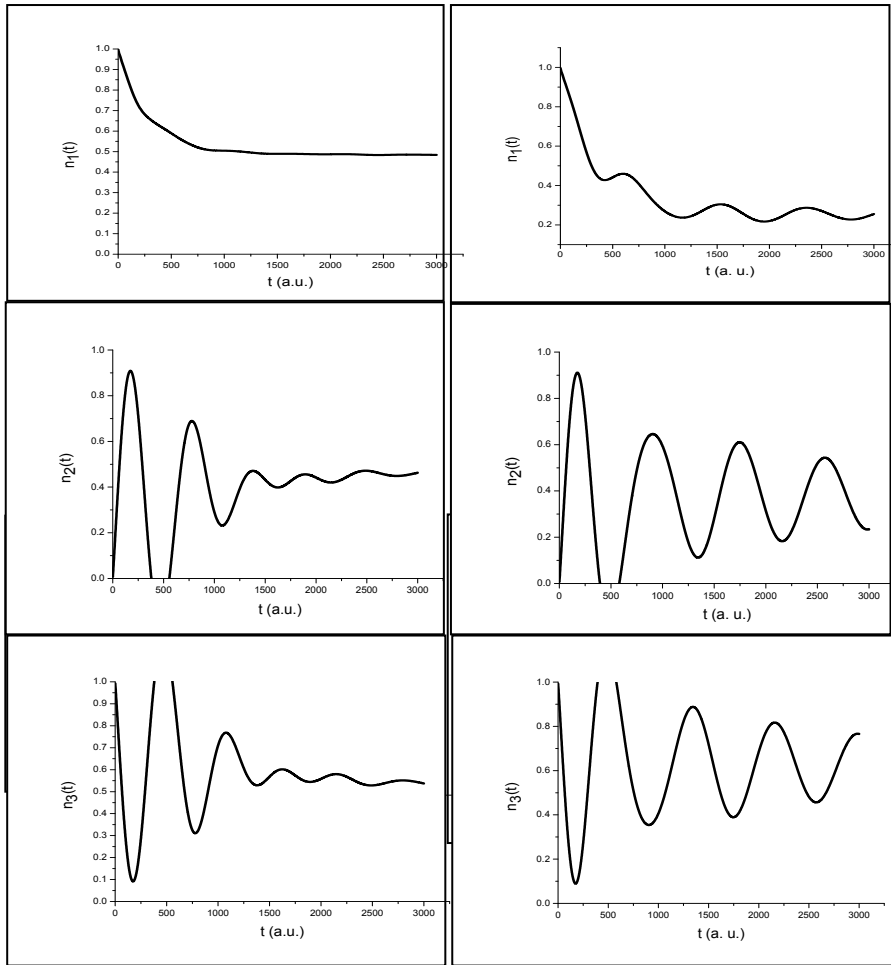
الإنحياز في الجدول (1). إذ يتضح من الجدول أنه مع زيادة فولتية الإنحياز تقل قيم $n_3(\infty)$ وتزداد

قيم $n_1(\infty)$ و $n_2(\infty)$ ولكن تبقى قيم $n_3(\infty)$ أكبر لكل قيمة من قيم فولتية الإنحياز. بمعنى أن

تموضع الشحنة الإلكترونية يزداد أكثر على النقطة الكمية 3 البعيدة عن ترانزستور الإلكترون المفرد

كلما قلت فولتية الإنحياز في حين يزداد تموضع الشحنة الإلكترونية أكثر على النقطة الكمية 2 القريبة

الى ترانزستور الإلكترون المفرد كلما زادت فولتية الإنحياز.



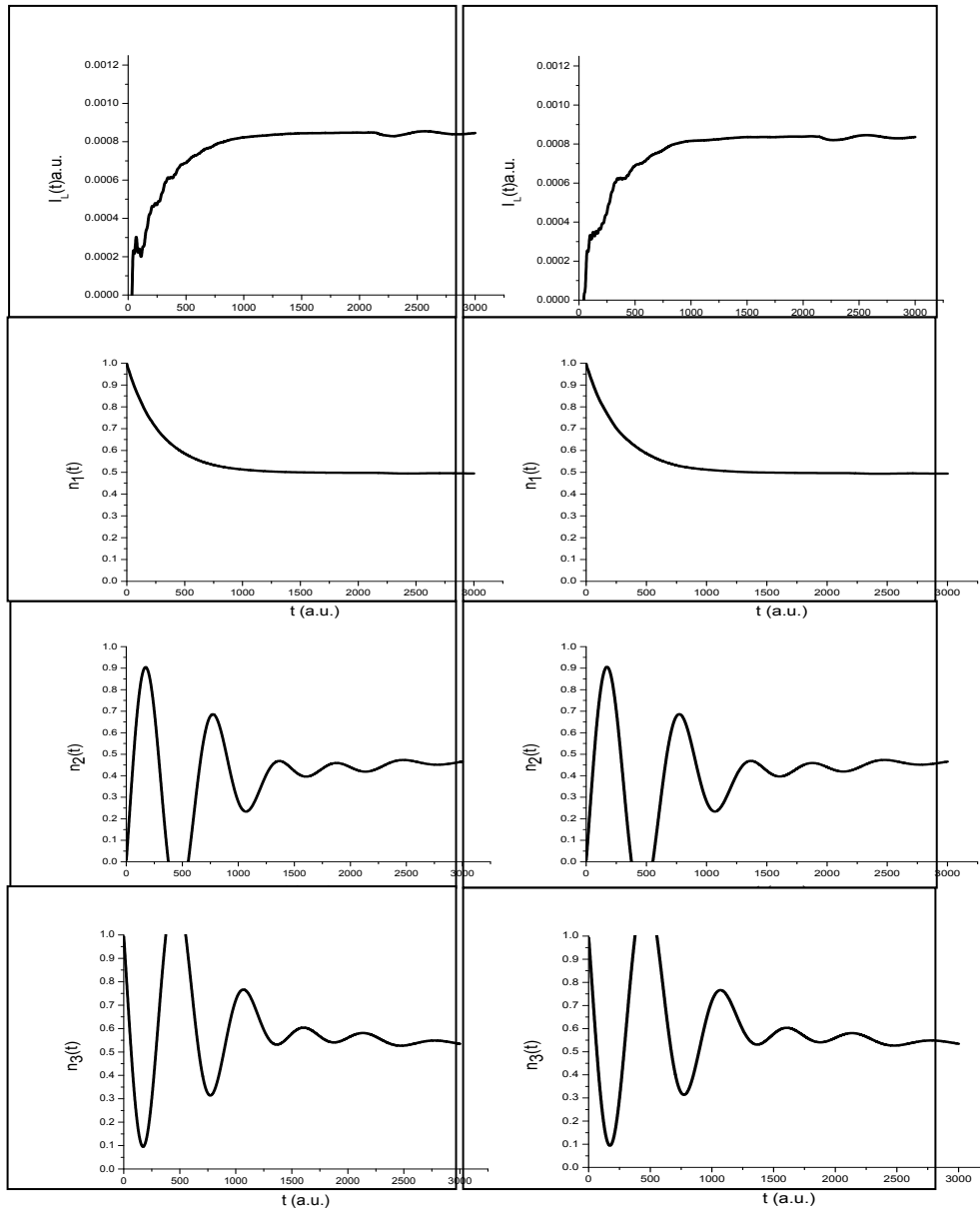
الشكل (2)

الشكل (3): كما في الشكل (2) لكن
للمعاملات :

(a) : التيار المار من القطب الأيسر الى

النقطة الخاصة بترانزستور الإلكترون المفرد كدالة
للزمن. $U = 0.25 \text{ eV}$, $V_{23} = 0.1 \text{ eV}$

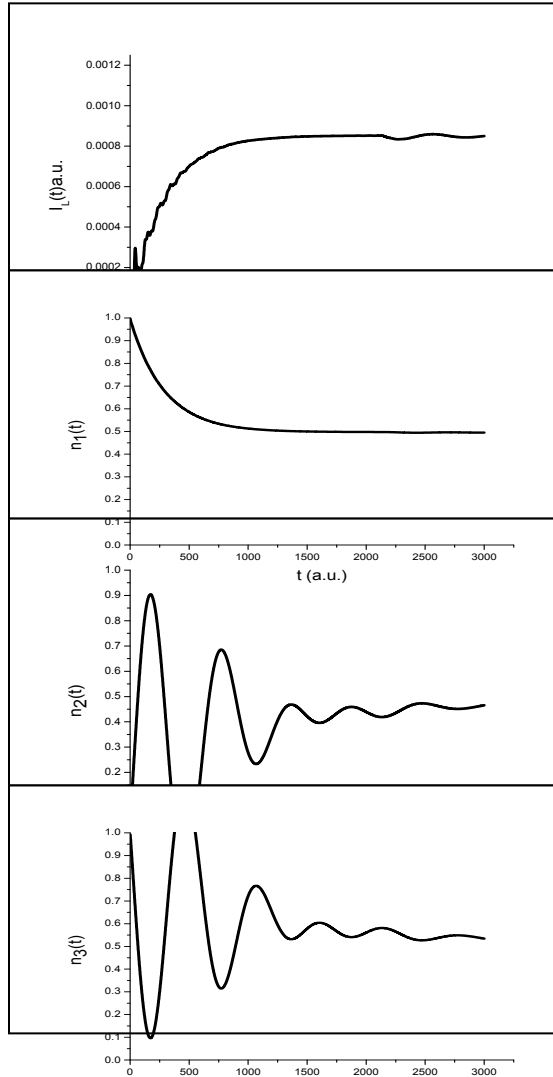
(b) عدد أشغال النقطة الكمية التابعة
لترانزستور الإلكترون



الشكل (4): (a) التيار المار من القطب الأيسر الى الشكل (5) كما في الشكل (4) لكن للمعاملات:

النقطة الخاصة بترانزستور الإلكترون المفرد كدالة للزمن.

(b) عدد أشغال النقطة الكمية التابعة لترانزستور الإلكترون



الشكل (6): (a) التيار المار من القطب الأيسر إلى النقطة الخاصة بترانزستور الإلكترون المفرد كدالة للزمن. (b) عدد أشغال النقطة الكمية التابعة لترانزستور الإلكترون المفرد كدالة للزمن. (c) عدد أشغال النقطة الكمية في الكيوبت القريبة من ترانزستور الإلكترون المفرد كدالة للزمن.

الجدول (1) يستعرض قيم $n_i(\infty)$ لقيم $i=1,2,3$ كدالة لفولتية الإنحياز.

$eV_{bias}(eV)$	$n_1(\infty)$	$n_2(\infty)$	$n_3(\infty)$	$I_L(\infty)a. u.$
0.1	0.36633	0.27905	0.72095	0.47415×10^{-3}
0.2	0.41720	0.34943	0.65057	0.61095×10^{-3}
0.3	0.44344	0.39425	0.60575	0.69581×10^{-3}
0.5	0.48406	0.46964	0.53736	0.79680×10^{-3}
1.0	0.49359	0.46569	0.53431	0.83607×10^{-3}
1.5	0.49467	0.46560	0.53440	0.84553×10^{-3}
2	0.49502	0.46556	0.53444	0.85005×10^{-3}

References

- [1] Benjamin Leuschel , 22.07. "Charge Qubits", (2014).
- [2] O. E. Dial, M. D. Shulman, S. P. Harvey, H. Bluhm, V. Umansky, and A. Yacoby , Phys. Rev. Lett. 110. 146804, (2013).
- [3] M.D. Shulman, S.P. Harvey, J.M. Nichol, S.D. Bartlett, A.C. ,
Doherty, V. Umansky, and A. Yacoby, nature comms.(2014).
- [4] A. Barenco, D. Deutsch, A. Ekert, and R. Jozsa, Phys. Rev. Lett. 74, 4083 (1995).
- [5] Sebastian Mehl, Peter Grunberg, Forschungszentrum Jülich, (2015).
- [6] T. Hayashi, T. Fujisawa, H. D. Cheong, Y. H. Jeong, and Y. Hirayama, Phys. Rev. Lett. 91, 226804 (2003).
- [7] T. H. Oosterkamp, T. Fujisawa, W. G. Van der Wiel, K. Ishibashi, R. V. Hijman, S. Tarucha, and L. P. Kouwenhoven, Nature (London) 395, 873 (1998).
- [8] Toshimasa Fujisawa, Toshiaki Hayashi, and Satoshi Sasaki, Rep. Prog. Phys. 69 759, (2006).
- [9] JunYanLuo, HuJun Jiao, Xiao-Li Lang, BiTaoXiong, and Xiao-Ling He, (2013).
- [10] R. Taranko, P. Parafiniuk, Physica E 40 2765 (2008).
- [11] Jenan M. Al- Mukh, "Charge Transfer Between Atom (Ion) and Metal Surfaces", Thesis, University of Basrah, (1997).
- [12] Mustapha A. Setar A. Jebar, "The Charge Exchange Process in the Scattering of Atom-Adatom/Surface in the Presence of Electron-Photon Coupling", Thesis, University of Basrah, (2009).
- [13] Thikra S. Dh. Al-Naser, "Charge Exchange Process in the Scattering of Ions off Adsorbate-Covered Surface", Thesis, University of Basrah, (2005).

Abstract

In this study, theoretical treatment is presented to study the electron transport for a system consists of two principle coupled parts, these are the key element of quantum computer which is represented by the qubit and the detector which is represented by the single electron transistor. Model calculation that includes the derivatives of the time dependent equations of motion for the system under consideration is presented. We find particular relations for the time variation for of the occupation numbers of the qubit quantum dots and the single electron transistor dot as well as the current that flows from the left lead. We investigated the electron transport dynamical properties in the system at equilibrium and nonequilibrium. We conclude that the charge accumulation increases on the far-removed qubit quantum dot from the single electron transistor as the bias voltage decreases and vice versa.