تقدير بيز الحصين لمعلمة(β) للإمكان الأعظم الثاني(ML.II.ε) لتوزيع فريچت القياسي مع توزيعين ملوثين ويبل ومعكوس فريچت

Estimate Bayes Robust of a parameter(β) for the second maximum likelihood of the standard Frechet distribution with two distributions contaminated weibull and inverse sfrechet

أ.م.د. مهدي وهاب نعمة نصر الله
Dr.Mahdi Wahab Neaama Naser Allah
Mahdi-na2002@yahoo.com

تمارا علي غني
Tamara Ali Ghany
tmaraly673@gmail.com

جامعة كربلاء *كلية الادارة والاقتصاد*

Economic and Administration college-Karbala University

بحث مستل من رسالة ماجستير/قسم الاحصاء

المستخلص:

تم في البحث التطرق الى تقدير المعلمة القياس B لتوزيع فريجيت Frechet Distribution بأستعمال أسلوب بيز الحصين بالأعتماد على صنف ملوث للامكان الاعظم الثاني (ML.II.ε) عند نوعين من توزيعين ملوثين ويبل ومعكوس فريجيت عند دالة خسارة تربيعية ومن ثم التقدير بأستعمال معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) وتوصل الباحث عن طريق نتائج المحاكاة بأن تقديرات المعلمة (β) بأإستعمال طرائق التقدير المعتمدة كافة متوسط اقرب الى القيم الافتراضية لهذه المعلمة عند كافه النماذج وكافه أحجام العينات المفترضة كما نلاحظ تفوق تقدير بيز الحصين لصنف التلوث الاولي معكوس فريجت بنسبة أفضلية كبيره على صنف ملوث ويبل .

الكلمات المفتاحية: اسلوب الامكان الاعظم الثاني (ML.II.ε) ،ويبل ،ومعكوس فريجيت .

Abstract:

The study deals with estimating the measurement parameter B of the Frechet distribution by using the hippocampal beas method based on a contaminant class for the second greatest place (ML.II.ε) at two types of two contaminated distributions, Whipple and inverse Frechet when a quadratic loss function, and then the estimation using the standard mean squares The error (MSE) and the researcher concluded through the simulation results that the estimates of parameter (β)by using all approved estimation methods are average closer to the default values for this parameter for all models and all the assumed sample sizes. Whipple contaminated item .

Keywords: Great Possibility II method (ML.II.ε), Whipple, and Frigate Inverse.

1. المقدمة:

قد تواجهنا كثيراً من المواقف تكون فيها بعض المشاهدات في العينة قيد الدراسة تبتعد أو تشذ عن النسق الاصلي للبيانات ، اما نتيجة لأخطاء القياس او نتيجة المعاينة الخاطئة، او في بعض الاحيان يكون الباحث متعمداً ان تكون تلك المشاهدات الشاذة مضمنة في البيانات لاسباب بحثية، وبالتالي يمكن معاملة تلك البيانات على انها قيم شاذة (ملوثة) لذا تفقد المتغيرات العشوائية احد اهم الافتراضات الاساسية لها وهو تماثل واستقلال توزيع مفردات العينة (iid)، وكذلك اذا تم تجاهل هذه القيم الشاذة في تقدير المعلمات فان تباين تلك المقدرات سيزداد ويؤدي الى تقديرات غير حصينة . وبالتالي فأن تطبيق الطرائق الكلاسيكية مباشرة لتقدير معلمات التوزيع الاحتمالي لايعطي تقديرات كفوءة وبالتالي عدم الدقة في التقدير. لذا أهتم الأحصائيون بمسألة فحص البيانات للتأكد من مدى نقاوتها من القيم الشاذة بوصفها مرحلة أولى تسبق مرحلة الاستدلال الإحصائي لمعلمات المجتمع. وقد أخذت تنقية البيانات اتجاهين أحدهما الأوسع انتشارا يجري بموجبه تشذيب المشاهدات الشاذة ثم التعامل مع العينة المشذبة. أما الاتجاه الآخر فيتم بموجبه تعديل المشاهدات الشاذة وذلك بإعادة تقديرها بحيث يكون التعامل مع العينة كاملة. إلا أن اتجاها

آخر مهم برز لمعالجة تلك المشكلة وذلك بأن تقدر المعلمات المطلوبة دون الحاجة إلى فحص البيانات وذلك باستخدام طرائق بيز الحصينة . ولتسليط الضوء على محتوى هذا البحث ، فقد جاءت لتقدير معلمات توزيع فريچت باستعمال التحليل البيزي الحصين وباستعمال صنف التلوث الامكان الاعظم النوع الثاني ML-II ε-contaminated class .

2. مشكلة البحث:

اذتعاني الكثير من البيانات في العالم الحقيقي من مشكلة شذوذ بعض المشاهدات او أنحرفها عن النمط الأصلي للمشاهدات الموجودة معها والتي غالبا مايطلق على تلك المشاهدات المنحرفه تسميه شواذ Outliers او ملوثات(Contaminations) والتي في حالة وجودها ضمن البيانات او ضمن توزيع البيانات او نتيجة الحصول على معلومات اولية غير كاملة او غير دقيقة فأن استعمال الطرائق الاعتيادية مثل الامكان الاعظم او طريقة العزوم.....الخ لاتعطي مقدرات كفوءة لذلك لابد من استخدام طرائق تقودنا الى تقديرات كفوءة لمعلمات ذلك المجتمع الاحصائي التي تنتمي اليه البيانات ومن تلك الطرائق هي طرائق بيز الحصينه التي تتعامل مع وجود الشواذ في البيانات وتعود الى تقديرات ذات كفاءة عالية مقارنه بالتقديرات الكلاسيكيه في حالة وجود القيم الشاذه.

3. هدف البحث:

يهدف البحث الى تقدير معلمه القياس B لتوزيع فريجيت Frechet Distribution ب اسنعمال اسلوب بيز الحصين بالاعتماد على صنف الملوث (ML.II.ε) عند التوزيع الاساس القياسي فريجيت والتوزيع الاساس الملوث ويبل ،وعندما يكون توزيع الاساس القياسي والتوزيع الاساس الملوث معكوس فريجيت ،عند دالة خساره تربيعية .

4. الجانب النظري:

*مفهوم الحصانة:

تعددت الدراسات والبحوث الاحصائية فيما يخص مجال الحصانة (Robustness) وتطورت بشكل كبير في العقود الماضية ، الا أن فكرة استعمال الحصانة تعود الى القرن الثامن عشر الميلادي الى الفترة (1885-1920م) حيث كان اهتمام الباحثين ينصب في موضوع الحصانة أي عدم الحساسية للانحرافات في الفرضيات ، حيث نشـــر الباحث (Laplace) في عام (1818 م) أول عـمل رياضي في مجال التقدير الحصين . (Stigler, 1973:P872) . وبين (Box) بأن الطريقة الاحصائية الجيدة يجب ان تكون حساسة Sensitive لأي تغيرات في المعلمات المراد تقديرها والفرضيات المراد اختبارها ، ولكن تلك الطريقة يجب ان تكون غير حساسة لأي تغيرات اخرى. (Stigler,2010 : P277).

*المقدر الحصين:

(Robust Estimator)يعرف بانه المقدر الذي يتصف باحتفاظه بالعديد من الخصائص المرغوب بها للتقديرات عند انتهاك بعض الفرضيات ، كما يتصف بانه مقاوم لحالات تلوث البيانات بقيم شاذة والخروق الاخرى ويكون ملائم لفئة واسعة من التوزيعات.

5.اسلوب بيز الحصين بالاعتماد على الصنف الملوث (الملوث ε -ML-II)

أقترح (Berger1985،) صنف من التوزيعات السابقة يعتمد على تقدير الامكان الاعظم سميَّ بالصنف الملوث (الملوث ε -ML-II) والمعرف بالدالة الآتية:

$$(\Gamma=\{q(\theta):q(\theta)=(1-\varepsilon)\ q_0\ (\theta)+\varepsilon q_1\ (\theta);q(\theta)\square G\} \quad \ldots(2\text{-}13$$

إذ أن:

$q_0(\theta)$: المعلومات المسبقة الاساسية

$q_1(\theta)$: المعلومات المسبقة الملوثة

ε: احتمال الخطأ في اختيار المعلومات الأولية (نسبة التلوث في التوزيع الاولي)

وأن $0 < \varepsilon < 1$. (Berger & Berliner, 1986, 463-466)

1-1 تقدير معلمات توزيع فريچت باستعمال صنف التلوث الامكان الاعظم النوع الثاني الملوث ε -ML-II

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

2-1 تقدير معلمة القياس β عندما يكون التوزيع الاساس القياسي والتوزيع الملوث القياسي توزيع ويبل:

باعتبار معلمة الشكل α معلومة سيتم تقدير معلمة القياس β باستعمال اسلوب بيز الحصين بالاعتماد على صنف التوزيع الأولي الملوث الامكان الاعظم النوع الثاني وكالآتي:

$$\Gamma = \{\pi(\beta): q(\beta) = (1-\varepsilon)q_0(\beta) + \varepsilon q(\beta)\} \quad \ldots(2\text{-}1)$$

أذ ان:

$q_0(\beta)$: المعلومات الأساسية المسبقة القياسية

$q(\beta)$: المعلومات الملوثة المسبقة القياسية

وتتوفر لدى الباحثة المعلومات الأتية :

$$\sim \text{Weibull}(\alpha=1, \sigma_0)\ q_0(\beta/\sigma_0)$$

$$q_{We0}(\beta/\sigma_0) = f(\beta, \sigma_0) = \sigma_0 e^{-\sigma_0\beta} \quad \ldots(2\text{-}2)$$

$$\sim \text{Weibull}(\alpha=1, \sigma)\ q(\beta/\sigma)$$

$$q_{We}(\beta/\sigma) = f(\beta, \sigma) = \sigma e^{-\sigma\beta} \quad \ldots(2\text{-}3)$$

إن التوزيع الاساسي المراد تقدير معلماته هو توزيع فريجت بدالة الكثافة الاحتمالية الآتية:

$$f(x, \alpha, \beta) = \alpha\beta\, x^{-(\alpha+1)} \exp(-\beta x^{-\alpha})$$

لذلك فأن دالة الامكان تكون بالصيغة الآتية:

$$L(x_i, \alpha, \beta) = \alpha^n \beta^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)} \exp(-\beta \sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha})$$

والآن نقوم بايجاد الدالة الحدية التي تقابل التوزيع الاحتمالي للبيانات الأصلية X بوجود المعلومات المسبقة الملوثة للمعلمة β وكالآتي:

$$M_{WeF}(X/q) = \int_0^{\infty} L(x/\beta)\, q(\beta/x) d\beta$$

$$= \int_0^{\infty} \alpha^n \beta^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\ e^{(-\beta \sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha})}\, \sigma e^{-\sigma\beta} d\beta$$

$$= \frac{\sigma\alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\, \Gamma(n+1)}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \sigma)^{n+1}} \quad \ldots(2\text{-}4)$$

والآن نقوم بتعظيم الدالة الحدية $M_{WeF}(X/q)$ للحصول على مقدر جديد للـ σ وكالآتي:

$$\frac{dM_{WeF}(X/q)}{d\sigma} = \alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\, \Gamma(n+1) \left[\frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \sigma)^{n+1} - \sigma(n+1)(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \sigma)^{n}}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \sigma)^{2(n+1)}}\right]$$

وبأستخراج عامل مشترك $(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \sigma)^n$ ومساواة $\frac{dM_{WeF}(X/q)}{d\sigma}$ بالصفر نحصل على :

$$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \hat{\sigma}\right)^n \left[\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \hat{\sigma}\right) - (n+1)\hat{\sigma}\right] = 0$$

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

اما المقدار $(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \hat{\sigma})^n = 0$ وهذا لايجوز لأن هذا المقدار اكبر من الصفر

$$\therefore ((\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \hat{\sigma}) - (n+1)\hat{\sigma}) = 0 \Longrightarrow$$

$$(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \hat{\sigma} - n\hat{\sigma} - \hat{\sigma}) = 0 \quad \Longrightarrow$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}}{n} \ldots (2\text{-}5)$$

وعليه نستبدل σ بـ $\hat{\sigma}$ في التوزيع المسبق الملوث الأساس للـ β لنحصل على :

$$q_{WeF}(\beta/\sigma) = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}}{n} e^{-\beta\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}}{n}} & if \quad \sigma_0 < \hat{\sigma} \\ q_{We0F}(\beta/\sigma_0) & if \quad \sigma_0 \geq \hat{\sigma} \end{cases}$$

وعليه يكون التوزيع المختلط السابق للمعلمة β باستعمال مقدر الامكان الأعظم النوع الثاني كما يأتي:

$$\hat{\pi}_{WeF}(\beta) = (1-\varepsilon)q_{WeF0}(\beta) + \varepsilon q_{WeF}(\hat{\sigma}) \ldots (2\text{-}6)$$

∴ التوزيع اللاحق للمعلمة β بأستعمال مقدر الامكان الأعظم النوع الثاني هو :

$$\hat{\pi}^*_{WeF}(\beta) = \hat{\lambda} q^*_{We0F}(\beta/\sigma_0) + (1-\hat{\lambda}) q^*_{WeF}(\beta/\hat{\sigma})$$

وسيتم ايجاد الوزن اللاحق باستعمال مقدر الامكان الاعظم النوع الثاني كالآتي:

$$\hat{\lambda}_{WeF} = \frac{(1-\varepsilon)M_{We0F}(X/q_0(\beta))}{(1-\varepsilon)M_{We0F}(X/q_0(\beta)) + \varepsilon M_{WeF}(X/\hat{q}(\theta))}$$

او يمكن ان يكتب بشكل آخر وكالآتي:

$$\hat{\lambda}_{WeF} = \left[1 + \frac{\varepsilon M_{WeF}(X/\hat{q}(\theta))}{(1-\varepsilon)M_{We0F}(X/q_0(\beta))}\right]^{-1} \ldots (2\text{-}7)$$

$$= \left[1 + \frac{\varepsilon \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}}{n} \alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)} \Gamma(n+1)}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \sigma\right)^{n+1}}}{(1-\varepsilon)\frac{\sigma_0 \alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)} \Gamma(n+1)}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \sigma_0\right)^{n+1}}}\right]^{-1}$$

$$\therefore \hat{\lambda}_{WeF} = \begin{cases} \left[1 + \frac{\varepsilon\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \sigma\right)^{-(n+1)}}{(1-\varepsilon)\sigma_0\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \sigma_0\right)^{-(n+1)}}\right]^{-1} & if \quad \sigma_0 < \hat{\sigma} \\ (1-\varepsilon) & if \quad \sigma_0 \geq \hat{\sigma} \end{cases} \ldots (2\text{-}8)$$

ومن ثم نجد التوزيع اللاحق الاساس $q^*_{We0F}(\beta/\sigma_0)$ للمعلمة β كالآتي:

$$q^*_{We0F}(\beta/\sigma_0) = \frac{L(x/\beta)q_0(\beta/\sigma_0)}{M(X/q_0(\beta))}$$

$$= \frac{\alpha^n \beta^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)} e^{(-\beta\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha})} \sigma_0 e^{-\sigma_0\beta}}{\frac{\sigma_0 \alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)} \Gamma(n+1)}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \sigma_0\right)^{n+1}}}$$

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

$$...(2\text{-}9)= \frac{1}{\Gamma(n+1)(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma_0})^{n+1}} \beta^{(n+1)-1} e^{-\frac{\beta}{\frac{1}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma_0)}}}$$

$$\sim Gamma\ ((n+1), \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma_0})$$

ونلاحظ ان التوزيع اللاحق للتوزيع المسبق الاساس هو دالة كاما بالمعلمتين

$\alpha(n+1)=$ و $\beta=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma_0}$ وهو دالة احتمالية مجال تكاملها يساوي الواحد الصحيح.

وبالطريقة نفسها نوجد التوزيع اللاحق *(Posterior)* للتوزيع الملوث لنحصل على :

$$q^*_{WeF}(\beta/\sigma) = \frac{L(x/\beta)q(\beta/\sigma)}{M(X/q(\beta))}$$

$$= \frac{\alpha^n \beta^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)} e^{(-\beta \sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha})} \sigma e^{-\sigma\beta}}{\frac{\sigma\alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)} \Gamma(n+1)}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma\right)^{n+1}}}$$

$$...(2\text{-}10)= \frac{1}{\Gamma(n+1)(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma})^{n+1}} \beta^{(n+1)-1} e^{-\frac{\beta}{\frac{1}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma)}}}$$

$$\sim Gamma\ ((n+1), \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma})$$

ونلاحظ ان التوزيع اللاحق للتوزيع المسبق الملوث هو دالة كامـــــا بالمعلمتين

$\alpha(n+1)=$ و $\beta=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma}$ وهو دالة احتمالية مجال تكاملها يساوي الواحد الصحيح.

ولايجاد مقدر بيز للمعلمة β في ظل دالة خسارة تربيعية يكون كالآتي:

$$Eq^*_{We0F}(\beta) = \int_0^\infty \beta\, q^*_{We0F}(\beta) d\beta$$

$$= \int_0^\infty \beta \beta^{(n+1)-1} e^{-\frac{\beta}{\frac{1}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma_0)}}} d\beta$$

$$= \frac{1}{\Gamma(n+1)(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma_0})^{n+1}} \int_0^\infty \beta^{(n+1)-1+1} e^{-\frac{\beta}{\frac{1}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma_0)}}} d\beta$$

$$= \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma_0)^{n+1}(n+1)\Gamma(n+1)}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma_0\right)^{n+2}\Gamma(n+1)}$$

$$= \frac{(n+1)(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma_0)^{n+1}}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma_0)^{n+2}}$$

$$...(2\text{-}11) = \frac{(n+1)}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}+\sigma_0)}$$

وبالطريقة نفسها نوجد مقدر بيز للمعلمة β عند دالة خسارة تربيعية للتوزيع الملوث وكالآتي:

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

$$\mathrm{Eq}^*_{WeF}(\beta) = \int_0^{\infty} \beta\, \mathrm{q}^*_{WeF}(\beta) d\beta$$

$$= \int_0^{\infty} \beta \quad \beta^{(n+1)-1}\, \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{\frac{1}{(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha}+\sigma)}}} d\beta$$

$$= \frac{1}{\Gamma(\mathrm{n}+1)(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha}+\sigma})^{n+1}} \int_0^{\infty} \beta^{(n+1)-1+1}\, \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{\frac{1}{(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha}+\sigma)}}} d\beta$$

$$= \frac{(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha}+\sigma)^{n+1}(\mathrm{n}+1)\Gamma(\mathrm{n}+1)}{\left(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha}+\sigma\right)^{n+2}\Gamma(\mathrm{n}+1)}$$

$$= \frac{(\mathrm{n}+1)(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha}+\sigma_0)^{n+1}}{(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha}+\sigma)^{n+2}}$$

$$\ldots(2\text{-}12) = \frac{(\mathrm{n}+1)}{(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha}+\sigma)}$$

وعليه يكون مقدر بيز الحصين للمعلمة β للتوزيع اللاحق المختلط في ظل دالة خسارة تربيعية كالآتي:

$$\therefore E\hat{\pi}^*_{WeF}(\beta) = \begin{cases} \hat{\lambda}\frac{(\mathrm{n}+1)}{(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha}+\sigma_0)} + (1-\hat{\lambda})\frac{(\mathrm{n}+1)}{(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha}+\sigma)} & if \quad \sigma_0 < \hat{\sigma} \\ \frac{(\mathrm{n}+1)}{(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha}+\sigma_0)} & if \quad \sigma_0 \geq \hat{\sigma} \end{cases} \ldots(2\text{-}34)$$

ونلاحظ من معادلة (2-34) انه لايمكن حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية لكونها معادلة غير خطية لذلك سيتم الطرائق التكرارية وهي طريقة نيوتن رافسون في ايجاد مقدر بيز الحصين للمعلمة ($\hat{\beta}_{WeFR.Bayes}$)

3-1تقدير معلمة القياس β عندما يكون التوزيع الاساس القياسي والتوزيع الملوث القياسي توزيع معكوس فريچت:

باعتبار معلمة الشكل α معلومة سيتم تقدير معلمة الشكل β باستعمال اسلوب بيز الحصين بالاعتماد على صنف التوزيع الأولي الملوث الامكان الاعظم النوع الثاني وكالآتي:

$$\ldots(2\text{-}13)\Gamma = \{\pi(\beta): \mathrm{q}(\beta) = (1-\varepsilon)\mathrm{q}_0(\beta) + \varepsilon \mathrm{q}(\beta)\}$$

إذ أن :

$\mathrm{q}_0(\beta)$: المعلومات الأساسية المسبقة القياسية

$\mathrm{q}(\beta)$: المعلومات الملوثة المسبقة القياسية

ε : نسبة التلوث

وتتوفر لدى الباحثة المعلومات الأتية :

$$\sim \textit{Invers Frechet } (\alpha=1, \sigma_0)\ \mathrm{q}_0(\beta/\sigma_0)$$

$$\ldots(2\text{-}14)\mathrm{q}_{\mathrm{F}0}(\beta/\sigma_0) = f(\beta, \sigma_0) = \frac{\sigma_0}{\beta^2} e^{-\frac{\sigma_0}{\beta}}$$

$$\sim \textit{Invers Frechet } (\alpha=1, \sigma)\ \mathrm{q}(\beta/\sigma)$$

$$\ldots(2\text{-}15)\mathrm{q}_{\mathrm{F}}(\beta/\sigma) = f(\beta, \sigma) = \frac{\sigma}{\beta^2} e^{-\frac{\sigma}{\beta}}$$

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

إن التوزيع الاساسي المراد تقدير معلماته هو توزيع فريجت بدالة الكثافة الاحتمالية الآتية:

$$f(x,\alpha,\beta) = \alpha\beta\, x^{-(\alpha+1)} \exp(-\beta x^{-\alpha})$$

لذلك فأن دالة الامكان تكون بالصيغة الآتية:

$$L(x_i,\alpha,\beta) = \alpha^n\beta^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)} \exp(-\beta\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha})$$

والان نقوم بايجاد الدالة الحدية التي تقابل التوزيع الاحتمالي للبيانات الأصلية X بوجود المعلومات المسبقة الملوقة للمعلمة β وكالآتي:

$$M_{FF}(X/q) = \int_0^{\infty} L\,(x/\beta)\, q(\beta/x) d\beta$$

$$= \int_0^{\infty} \alpha^n\beta^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\, e^{(-\beta\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha})} \frac{\sigma}{\beta^2} e^{-\frac{\sigma}{\beta}} d\beta$$

$$= \sigma\alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)} \int_0^{\infty} \beta^{n-2}\, e^{(-\beta\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right))} d\beta$$

$$= \frac{\sigma\alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\Gamma(n-1)}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right)^{n-1}} \qquad \ldots(2\text{-}16)$$

والآن نقوم بتعظيم الدالة الحدية $M_{FF}(X/q)$ للحصول على مقدر جديد للـ σ وكالآتي:

$$\frac{dM_{FF}(X/q)}{d\sigma} = \alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\Gamma(n-1)\left[\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right)^{n-1} + (n-1)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right)^{n-2}}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right)^{2(n-1)}}\right]$$

وبأستخراج عامل مشترك $(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} + \sigma)^n$ ومساواة $\frac{dM_{WeF}(X/q)}{d\sigma}$ بالصفر نحصل على :

$$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right)^{n-1}\left[1 + (n-1)\hat{\sigma}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right)^{-1}\right] = 0$$

اما المقدار $\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right)^{n-1} = 0$ وهذا لايجوز لأن هذا المقدار اكبر من الصفر

$$\therefore 1 + (n-1)\hat{\sigma}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right)^{-1} = 0 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{\hat{\sigma}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right) + (n-1)}{\hat{\sigma}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right)} = 0 \quad 1 + \frac{(n-1)}{\hat{\sigma}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right)} = 0$$

$$\hat{\sigma}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right) + (n-1) = 0 \Longrightarrow \hat{\sigma}\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - 1 + n - 1 = 0$$

$$\hat{\sigma} = \frac{2-n}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}} \qquad \ldots(2\text{-}17)$$

وعليه نستبدل σ بـ $\hat{\sigma}$ في التوزيع المسبق الملوث الأساس للـ β لنحصل على :

$$q_{FF}(\beta/\sigma) = \begin{cases} \frac{2-n}{\beta^2\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}} e^{-\frac{2-n}{\beta\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}}} & if \quad \sigma_0 < \hat{\sigma} \\ q_{FF}(\beta/\sigma_0) & if \quad \sigma_0 \geq \hat{\sigma} \end{cases} \qquad \ldots(2\text{-}18)$$

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

وعليه يكون التوزيع المختلط السابق للمعلمة β باستعمال مقدر الامكان الأعظم النوع الثاني كما يأتي:

$$\hat{\pi}_{FF}(\beta) = (1-\varepsilon)q_{FF0}(\beta) + \varepsilon q_{FF}(\hat{\sigma}) \quad \ldots(2\text{-}19)$$

∴ التوزيع اللاحق للمعلمة β بأستعمال مقدر الامكان الأعظم النوع الثاني هو :

$$\hat{\pi}^*_{FF}(\beta) = \hat{\lambda} q^*_{F0F}(\beta/\sigma_0) + (1-\hat{\lambda}) q^*_{FF}(\beta/\hat{\sigma})$$

وسيتم ايجاد الوزن اللاحق باستعمال مقدر الامكان الاعظم النوع الثاني كالآتي:

$$\hat{\lambda}_{FF} = \frac{(1-\varepsilon)M_{F0F}(X/q_0(\beta))}{(1-\varepsilon)M_{F0F}(X/q_0(\beta)) + \varepsilon M_{FF}(X/\hat{q}(\theta))}$$

او يمكن ان يكتب بشكل آخر وكالآتي:

$$\hat{\lambda}_{FF} = \left[1 + \frac{\varepsilon M_{FF}(X/\hat{q}(\beta))}{(1-\varepsilon)M_{F0F}(X/q_0(\beta))}\right]^{-1}$$

$$= \left[1 + \frac{\varepsilon \frac{\overline{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}}^{2-n} \alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)} \Gamma(n-1)}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\overline{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}}^{2-n}}\right)^{n-1}}}{(1-\varepsilon)\frac{\sigma_0 \alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\Gamma(n-1)}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0}\right)^{n-1}}}\right]^{-1}$$

$$= \left[1 + \frac{\varepsilon(2-n)\alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\Gamma(n-1)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}}{(2-n)}\right)^{-(n-1)}}{(1-\varepsilon)\sigma_0 \alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\Gamma(n-1)\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0}\right)^{-(n-1)}}\right]^{-1}$$

$$\therefore \hat{\lambda}_{WeF} = \begin{cases} \left[1 + \frac{\varepsilon(2-n)\alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\Gamma(n-1)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}}{(2-n)}\right)^{-(n-1)}}{(1-\varepsilon)\sigma_0 \alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\Gamma(n-1)\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0}\right)^{-(n-1)}}\right]^{-1} & if \quad \sigma_0 < \hat{\sigma} \\ (1-\varepsilon) & if \quad \sigma_0 \geq \hat{\sigma} \end{cases} \quad \ldots(2\text{-}20)$$

ومن ثم نجد التوزيع اللاحق الاساس $q^*_{F0F}(\beta/\sigma_0)$ للمعلمة β كالآتي:

$$q^*_{F0F}(\beta/\sigma_0) = \frac{L(x/\beta)q_0(\beta/\sigma_0)}{M(X/q_0(\beta))}$$

$$= \frac{\alpha^n \beta^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)} e^{(-\beta\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha})} \frac{\sigma_0}{\beta^2} e^{-\frac{\sigma_0}{\beta}}}{\frac{\sigma_0 \alpha^n \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\Gamma(n-1)}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0}\right)^{n-1}}}$$

$$= \frac{1}{\Gamma(n-1)\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0}}\right)^{n-1}} \beta^{(n-1)-1} e^{-\frac{\beta}{\frac{1}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0})}}} \quad \ldots(2\text{-}21)$$

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

$$\sim Gamma\ ((\mathrm{n}-1), \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0}})$$

ونلاحظ ان التوزيع اللاحق للتوزيع المسبق الاساس هو دالة معكوس كاما بالمعلمتين

$\alpha = (\mathrm{n}-1))$ و $\beta = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0}}$ وهو دالة احتمالية مجال تكاملها يساوي الواحد الصحيح

وبالطريقة نفسها نوجد التوزيع اللاحق للتوزيع الملوث لنحصل على :

$$\mathrm{q}^*{}_{FF}(\beta/\sigma) = \frac{L\,(x/\beta) q(\beta/\sigma)}{M(X/q(\beta))}$$

$$= \frac{\alpha^n \beta^n \prod_{i=1}^{n} \mathrm{x}^{-(\alpha+1)}\ \mathrm{e}^{(-\beta \sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha})} \frac{\sigma}{\beta^2} e^{-\frac{\sigma}{\beta}}}{\frac{\sigma \alpha^n \prod_{i=1}^{n} \mathrm{x}^{-(\alpha+1)} \Gamma(\mathrm{n}-1)}{\left(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}\right)^{n-1}}}$$

$$= \frac{1}{\Gamma(\mathrm{n}-1)(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}})^{n-1}} \beta^{(n-1)-1}\ \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{\frac{1}{(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma})}}} \quad \ldots(2\text{-}22)$$

$$\sim Gamma\ (\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}}, (\mathrm{n}-1))$$

ونلاحظ ان التوزيع اللاحق للتوزيع المسبق الاساس هو دالة كاما بالمعلمتين

$\alpha = (\mathrm{n}-1))$ و $\beta = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma}}$ وهو دالة احتمالية مجال تكاملها يساوي الواحد الصحيح.

ولايجاد مقدر بيز للمعلمة β في ظل دالة خسارة تربيعية يكون كالآتي:

$$\mathrm{Eq}^*{}_{F0F}(\beta) = \int_0^{\infty} \beta\ \mathrm{q}^*{}_{F0F}(\beta) d\beta$$

$$= \int_0^{\infty} \beta \frac{1}{\Gamma(\mathrm{n}-1)(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0}})^{n-1}} \beta^{(n-1)-1}\ \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{\frac{1}{(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0})}}} d\beta$$

$$= \frac{\Gamma(\mathrm{n}-2)(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0}})^{n-2}}{\Gamma(\mathrm{n}-1)(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0}})^{n-1}}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0} \Gamma(\mathrm{n}-2)}{(n-2)\Gamma(\mathrm{n}-2)}$$

$$\therefore\ \mathrm{Eq}^*{}_{F0F}(\beta) = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_i{}^{-\alpha} - \frac{1}{\sigma_0}\right)}{(n-2)} \quad \ldots(2\text{-}29)$$

وبالطريقة نفسها نوجد مقدر بيز للمعلمة β عند دالة خسارة تربيعية للتوزيع الملوث وكالآتي:

$$\mathrm{Eq}^*{}_{FF}(\beta) = \int_0^{\infty} \beta\ \mathrm{q}^*{}_{FF}(\beta) d\beta$$

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

$$= \int_0^{\infty} \beta \frac{1}{\Gamma(n-1)(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}-\frac{1}{\sigma}})^{n-1}} \beta^{(n-1)-1} e^{-\frac{\beta}{\frac{1}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}-\frac{1}{\sigma})}}} d\beta$$

$$= \frac{\Gamma(n-2)(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}-\frac{1}{\sigma}})^{n-2}}{\Gamma(n-1)(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}-\frac{1}{\sigma}})^{n-1}}$$

$$= \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}-\frac{1}{\sigma})\Gamma(n-2)}{(n-2)\Gamma(n-2)}$$

$$\therefore \mathrm{Eq}^*_{FF}(\beta) = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}-\frac{1}{\sigma_0}\right)}{(n-2)} \quad \ldots(2\text{-}30)$$

وعليه يكون مقدر بيز الحصين للمعلمة β للتوزيع اللاحق المختلط في ظل دالة خسارة تربيعية كالآتي:

$$\therefore E\hat{\pi}^*_{FF}(\beta) = \begin{cases} \hat{\lambda}\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}-\frac{1}{\sigma_0}\right)}{(n-2)} + (1-\hat{\lambda})\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}-\frac{1}{\sigma}\right)}{(n-2)} & if \quad \sigma_0 < \hat{\sigma} \\ \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{-\alpha}-\frac{1}{\sigma_0}\right)}{(n-2)} & if \quad \sigma_0 \geq \hat{\sigma} \end{cases} \quad \ldots(2\text{-}31)$$

ونلاحظ من معادلة (2-31) انه لايمكن حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية لكونها معادلة غير خطية لذلك سيتم الطرائق التكرارية وهي طريقة نيوتن رافسون في ايجاد مقدر بيز الحصين للمعلمة ($\hat{\beta}_{FFR.Bayes}$)

6_الجانب التجريبي:

تم استعمال اسلوب المحاكاة مونت- كارلو لغرض اختبار افضلية طرائق التقدير المستعملة في تقدير معلمات توزيع فريجت باستعمال اسلوب بيز الحصين في ظل صنف التلويث الامكان الأعظم النوع الثاني (ML.II.ε)، حيث تتضمن تجارب المحاكاة المراحل الآتية:

المرحلة الأولى: تعد هذه المرحلة من اهم المراحل التي تعتمد عليها المراحل اللاحقة حيث يتم فيها اختيار القيم الافتراضية وكما يأتي:

1- تعيين حجوم العينات المفترضة وكما يأتي:

(n = 10, 20, 30, 50, 100)

2- اختيار قيم المعلمات الافتراضية (التجريبية) كما مبينة بالجدول الاتي:

جدول رقم (1-3) قيم المعلمات الافتراضية

Model	β
1	1
2	1.5
3	2
4	2.5
5	4
6	10

3-تكرار تجارب المحاكاة مساوياً لـ (r = 1000) لكل تجربة.

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

1- المرحلة الثانية: توليد االبيانات . توليد بيانات توزيع فريچت:

باستعمال معكوس الدالة التوزيعية للتوزيع حسب الصيغة الآتية:

$$t_i = \left(-\frac{\ln(u)}{\beta}\right)^{\left(-\frac{1}{\alpha}\right)} \quad \ldots(3\text{-}1)$$

إذ إن u: متغير عشوائي مستمر يتبع التوزيع المنتظم ويتم توليده بالحاسبة الالكترونية من خلال الدالة:

$$u = \text{rand}\ (1) \quad \ldots(3\text{-}2)$$

2- المرحلة الثالثة :

افتراض نسب تلوث في التوزيعات الأولية $0 < \varepsilon < 1$ وهي $\varepsilon = 0.1, 0.5, 0.9$

المرحلة الرابعة: وهي المرحلة الأخيرة حيث يتم فيها المقارنة بين طرائق تقديع توزيع فريچت لغرض الوصول للمقدر الأكفأ من خلال المفاضلة بين طرائق التقدير المدروسة. وتم المقارنة بين الطرائق حسب مقياس متوسط مربعات الخطأ الآتي:

$$MSE\ (\hat{\theta}) = \frac{\sum_{i=1}^{R} (\hat{\theta}_i - \theta)^2}{R} \quad \ldots(3\text{-}1)$$

جدول رقم (3-2) تقديرات بيز الحصينة للمعلمة β ومتوسط مربعات الخطأ عند اصناف التوزيعات الأولية الأربعة عند نسبة تلوث في التوزيع الأولي($\varepsilon = 0.1$)

β	n	$\hat{\beta}_{Feweibull}$	MSE	$\hat{\beta}_{FeIF}$	MSE	$Best$
1	10	1.09920	0.12867	1.68582	0.16699	$Feweibull$
	20	1.02377	0.09144	1.60524	0.10458	$Feweibull$
	30	1.02460	0.01111	1.60111	0.06937	$Feweibull$
	50	1.03039	0.0382	1.47224	0.1042	$FeIF$
	100	0.99959	0.0085	1.39894	0.10202	$Feweibull$
1.5	10	1.68939	0.2053	1.86353	0.0633	$FeIF$
	20	1.58020	0.07821	1.74962	0.06055	FeIF
	30	1.55221	0.05675	1.73201	0.05802	$FeIF$
	50	1.53557	0.01591	1.62371	0.05361	$FeIF$
	100	1.51292	0.01047	1.61102	0.02381	$FeIF$
	10	2.26374	0.14139	2.97300	0.09844	$FeIF$

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

2	20	2.14327	0.09487	2.99410	0.05849	$FeIF$
	30	2.07531	0.09487	2.99540	0.06977	$FeIF$
	50	2.06360	0.06469	2.14038	0.00495	$FeIF$
	100	2.02850	0.01491	2.11559	0.00121	$FeIF$
2.5	10	2.56654	0.94341	2. 62374	1.4646	$Feweibull$
	20	2.58061	0.92485	2.86190	0.69828	$FeIF$
	30	2.58300	0.87107	2.81540	0.40295	$FeIF$
	50	2.58443	0.85932	2.48368	0.13749	$FeIF$
	100	25622.5	0.84079	2.61899	0.0772	$FeIF$
4	10	4.51881	0.89544	4.11467	0.14533	$FeIF$
	20	4.54999	0.87432	4.16222	0.13897	$FeIF$
	30	4.63448	0.77432	4.609855	0.40134	$FeIF$
	50	4.62185	0.84321	4.63343	0.20255	$FeIF$
	100	4.51754	0.57044	4.55460	0.13342	$FeIF$
10	10	10.86331	0.89544	10.42443	1.36531	$Fewiebull$
	20	10.78776	0.85428	10.43521	0.66873	$FeIF$
	30	10.66655	0.76532	10.43442	0.44317	$FeIF$
	50	10.33254	0.83327	10.16432	0.14433	$FeIF$
	100	10.50554	0.57133	10.13491	0.06544	$FeIF$

الجدول (3-3)افضلية تقدير بيز الحصين للمعلمة (β) من خلال المفاضلة بمعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) عند نسبة تلوث في التوزيع الأولي$(\varepsilon = 0.1)$

الطريقة	حجم العينة					عدد مرات الأفضلية	نسبة الأفضلية
	10	20	30	50	100		
$Feweibull$	2	1	1	0	2	6	15
$FeIF$	3	4	5	6	6	24	85

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

يتضح من تجارب المحاكاة (التجريبي)عند نسبة تلوث (ε=0.1) أن أفضل طريق هي بأستعمال الصنف التوزيع الاساس القياسي والتوزيع الملوث معكوس فريجيت عند حجم العينة,(n=50,100).

جدول رقم (4-3) تقديرات بيز الحصينة للمعلمة β ومتوسط مربعات الخطأ عند اصناف التوزيعات الأولية عند نسبة تلوث في التوزيع الأولي($\varepsilon = 0.5$)

β	n	$\hat{\beta}_{Feweibull}$	MSE	$\hat{\beta}_{FeIF}$	MSE	$Best$
1	10	1.84332	0.28973	1.75543	0.27864	$FeIF$
	20	1.68311	0.24555	1.67684	0.25443	$Feweibull$
	30	1.19786	0.17665	1.57689	0.17664	$FeIF$
	50	1.19989	0.12420	1.13228	0.01021	$FeIF$
	100	1.14987	0.01001	1.18974	0.11202	$Feweibull$
1.5	10	1.65701	0.30433	90369.1	0.05644	$FeWeibull$
	20	1.64456	0.20122	1.67892	0.04543	$FeIF$
	30	1.63092	0.20111	1.59118	0.05088	$FeIF$
	50	1.68755	0.20011	1.53116	0.01101	$FeIF$
	100	1.69111	0.17887	1.73378	0.02234	$FeIF$
2	10	2.63328	0.14655	2.55437	0.02113	$FeIF$
	20	2.614109	0.14211	2.64444	0.02302	$FeIF$
	30	2.41130	0.08998	2.73221	0.01088	$FeIF$
	50	2.36756	0.06476	2.15882	0.01391	$FeIF$
	100	2.87621	0.05321	2.59443	0.01619	$FeIF$
2.5	10	2.85562	0.99341	2.54444	1.65532	$FeIF$
	20	2.85374	0.98732	2.52311	0.98753	$FeWeibull$
	30	2.72544	0.84534	2.56132	0.78232	$FeIF$
	50	2.71433	0.81115	2.76437	0.76139	$FeIF$
	100	2.70621	0.80091	2.55443	0.33435	$FeIF$
4	10	4.53323	0.89762	509624.	0.16754	$FeIF$
	20	4.64222	0.87398	444214.	0.13435	$FeIF$

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

	30	4.52453	0.77637	4.55227	0.18777	$FeIF$
	50	4.76543	0.64356	4.55142	0.17251	$FeIF$
	100	4.73217	0.55644	4.61001	0.15643	$FeIF$
10	10	10.59888	0.88765	10.87643	1.32111	$FeWeibull$
	20	10.67654	0.85342	10.15313	0.13298	$FeIF$
	30	10.55643	0.77658	10.54351	0.45647	$Feif$
	50	10.65409	0.73432	10.55643	0.35675	$Feweibull$
	100	10.50098	0.65444	10.54325	0.18221	$FeIF$

الجدول (3-5)افضلية تقدير بيز الحصين للمعلمة (β) من خلال المفاضلة بمعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) عند نسبة تلوث التوزيع الأولي $\varepsilon = 0.5$

الطريقة	حجم العينة					عدد مرات الأفضلية	نسبة الأفضلية
	10	20	30	50	100		
$Feweibull$	2	3	0	0	1	6	15
$FeIF$	4	4	6	5	5	24	85

يتضح من تجارب المحاكاة (التجريبي) عند نسبة تلوث التوزيع الاولي (ε=0.5) أن أفضل طريقة هي طريقة بأستعمال الصنف التوزيع الاساسي القياسي والملوث توزيع معكوس فريجيت عند حجم عينة (20,50,) مقارنة مع توزيع ويبل.

جدول رقم (3-6) بيز الحصينة للمعلمة β ومتوسط مربعات الخطأعند اصناف التوزيعات الأولية الأربعة عند نسبة تلوث في التوزيع الأولي$(\varepsilon = 0.9)$

β	n	$\hat{\beta}_{Feweibull}$		MSE	$\hat{\beta}_{FeIF}$	MSE	$Best$
1	10	1.59776		0.27189	1.68002	0.26984	$FeIF$
	20	1.57887		0.23897	1.69454	0.24783	$FeWeibull$
	30	1.58798		0.16754	1.56677	0.17643	$Feweibull$
	50	1.18895		0.01412	1.53119	0.13421	$Feweibull$
	100	1.98967		0.10776	1.11997	0.01007	$FeIF$

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

1.5	10	1.65701	0.30454	1.68091	0.05674	*FeIF*
	20	1.64456	0.21245	1.67569	0.13553	*FeIF*
	30	1.63092	0.20008	1.73118	0.04785	*FeIF*
	50	1.68755	0.20438	1.53116	0.01004	*FeIF*
	100	1.69111	0.17856	1.50231	0.00171	*FeIF*
2	10	2.69186	0.13578	2.85678	0.02032	*FeIF*
	20	2.67843	0.14322	2.84653	0.02358	*FeIF*
	30	2.48753	0.07989	2.82255	0.01177	*FeIF*
	50	2.35733	0.06333	2.73022	0.02340	*FeIF*
	100	2.58354	0.03444	2.01154	0.01367	*FeIF*
2.5	10	2.54444	0.97866	2.55562	1.66097	*Feweibll*
	20	2.85374	0.96789	2.12311	0.95466	*Feweibull*
	30	2.72544	0.84455	2.56132	0.79267	*FeIF*
	50	2.71433	0.81436	2.52198	0.26679	*FeIF*
	100	2.70621	0.82245	2.51033	0.14986	*FeIF*
4	10	4.65321	0.78964	4.53332	0.76754	*FeIF*
	20	4.35337	0.86898	4.53456	0.64897	*FeIF*
	30	4.53275	0.77637	4.55235	0.66544	*FeIF*
	50	4.66554	0.65378	4.55221	0.16964	*FeIF*
	100	4.83211	0.37787	4.10134	0.12457	*FeIF*
10	10	10.77543	0.84566	10.59324	1.12143	*Fewebull*
	20	10.64586	0.84333	10.55322	0.79435	*FeIF*
	30	10.34662	0.76988	10.64324	0.44589	*FeIF*
	50	10.65545	0.73346	10.55656	0.34776	*FeIF*

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

	100	10.50224		0.64493	10.14445	0.07342	$FeIF$

افضلية تقدير بيز الحصين للمعلمة (β) من خلال المفاضلة بمعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) عند نسبة التلوث التوزيع الاولي (ε=0.9)

نسبة الأفضلية	عدد مرات الأفضلية	حجم العينة					الطريقة
		100	50	30	20	10	
15	6		1	1	2	2	$Feweibull$
85	24	6	6	4	4	4	$FeIF$

يتضح من تجارب المحاكاة (التجريبي) عند نسبة تلوث (ε=0.9) أن أفضل طريقة هي بأستعمال التوزيع الاساسي القياسي للتوزيع الملوث معكوس فريجت عند حجم عينة (n=50,100) والتوزيع ويبل يحقق افضلية بنسب قليلة ولم يحقق اي افضليه عند حجم العينة n=100.

8-الاستنتاجات:

1. اظهرت طرائق التقدير المعتمدة كافة متوسط اقرب الى القيم الافتراضية لمعلمة القياس لتوزيع فريچت (β) عند النماذج واحجام العينات المفترضة كافة عند كل نســـــــــــــــــــب التلوث ($\varepsilon = 0.1, 0.5, 0.9$).
2. عند تجارب المحاكاة كافة عند نسبة التلوث في صنف التوزيع الأولي $\varepsilon = 0.1$ تقارب افضلية الطرائق المستعملة بالاعتماد على معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) وكذلك من حيث اقتراب قيم المعلمة (β) المقدرة من القيم الافتراضية للمعلمة وهذا يدل على دقة وموثوقية نتائج تجارب المحاكاة فيما يخص تقديرات المعلمة (β) بالاعتماد على اصناف التوزيعات الأولية الاساسية القياسية والملوثة.
3. افضل تقدير بيزي حصين عند صنف التوزيع الأولي الامكان الاعظم النوع الثاني كان عند التوزيع الأولي القياسي الاساسي والتوزيع الاولي الملوث توزيع معكوس فريجت مقارنة مع توزيع ويبل الملوث.

9-التوصيات:

1. استعمال دوال خسارة اخرى غير دالة الخسارة التربيعية مثل دالة خسارة Linex ودالة اخسارة Entropy لمعرفة سلوك تقدير بيز الحصين في ظل وجود تلك الدوال.
2. عدم أستخدام توزيع الفشل ويبل لعدم أفضليتة لقياس متوسط مربعات الخطأ MSE مقارنة مع بقية الاصناف الاولية وكذلك عدم أفضلية في تقدير بيز الحصين عند زيادة في نسب التلوث.
3. امكانية استعمال المنطق الضبابي في التوزيع الاولي الملوث للحصول على دقة اكثر في تقديرات بيز الحصينة .

ISSN:2618-0278 Vol. 3 No. 7 September 2021

10-المصادر:

أولا-مصادر عربية:

1- العاني، بان غانم عمر ، حسن ، ضوية سلمان ، الرسام , ريا سالم ، (2019) ، تقدير بيز الحصين لدالة الموثوقية لتوزيع ويبل المبتور مع التطبيق على مرضى قرحة المعدة" ، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (29) عدد خاص بالمؤتمر الطلابي الأول ، صص[1-10]

2- العاني، بان غانم عمر - حسن ، ضوية سلمان، (2019) ، ايجاد مقدر بيز الحصين لمعلمة القياس (θ) ولدالة المعولية R(t) لتوزيع ويبل المبتور من طرف اليسار عندما تكون معلمة الشكل معلومة" ، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية المجلد (13) العدد (55)

3- الياسري ، تهاني مهدي عباس ، (2007) ، " مقارنة مقدرات بيز الحصين مع مقدرات أخرى لتقدير دالة المعولية التقريبية لتوزيع ويبل" ، اطروحة دكتوراه غير منشورة ، كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد

4- هبة الله، و ماجد علي شريم، (2005) ، " دراسة مقارنة لطرق التقدير الحصينة لدالة البقاء مع تطبيق عملي على مرضى سرطان الدم في اليمن " ، اطروحة دكتوراه غير منشورة- كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد

5-مناع ، احمد سعدون ، (2019) ، " بعض طرائق معولية بيز الحصينة في حالة بيانات سابقة متناقضة ((prior data conflict) " ، رسالة ماجستير غير منشورة ، جامعة بغداد كلية الادارة والاقتصاد.

6-بشار خالد علي (2018) ، "اختيار افضل تقدير للمعولية الضبابية لتوزيع فريچت " ، رسالة غير منشورة، جامعة كربلاء ، كلية الادارة والاقتصاد

مصادر انكليزية:

1-A.LOGANATHAN ; M.UMA, (2017), " COMPARISON OF ESTIMATION METHODS FOR INVERSE WEIBULL PARAMETERS" , Global and Stochastic Analysis Vol. 4 No. 1, , 83-93 .

2-Baltagia, Badi H.; Bresson, Georges;Anoop Chaturvedi; Guy

of Labor Economics, ISSN: 2365-9793 Lacroix Août , (2017), Robust linear static panel data models using ε-contamination" , Centre de recherche sur les risques les enjeux économiques et les politiques publiques www.crrep.ca

3-Baltagia, Badi H.; Bresson, Georges;Anoop Chaturvedi; Guy Lacroix Août , (2020), Robust Dynamic Panel Data Models Using ε-Contamination" , IZA – Institute

4-Berger, James; Berlliner , L. Mark, (1986). "Robust Bayes and Emperical Bayes analysis with ε-contaminated Priors" , the annals of statistics Vol.14 No.2.

5-Kersey, Jing Xiong, (2010), " Weighted Inverse Weibull and Beta-Inverse Weibull Distribution", https://digitalcommons.georgiasouthern.edu/etd Part of theMathematics Commons .

6-Kundua, Debasis; Howlader, Hatem, (2010) , " Bayesian inference and prediction of the inverse Weibull distribution for Type-II censored data , Computational Statistics and Data Analysis 54 (2010) 1547_1558 .

7- M. M. Mohie El-Din; M. Nagy, (2017) , " Estimation for Inverse Weibull distribution under Generalized Progressive Hybrid Censoring Scheme" , Journal of Statistics Applications & Probability Letters An International Journal , J. Stat. Appl. Pro. Lett. 4, No. 3, 97-107.

8- Pankaj Sinha* and J. Prabha(2010)" Bayes Reliability Measures of Lognormal and Inverse Gaussian Distributions under ML-II e-contaminated Class of Prior Distributions" Defence Science Journal, Vol. 60, No. 4, July 2010, pp. 442-450

9-Shanker, Rama; Fesshay, Hagos; Sharma, Shambula, (2016) , " On Two - Parameter Lindley Distribution and its Applications to Model Lifetime Data" , Biometrics & Biostatistics International Journal, October 28, 2015 Published: January 02, 2016.

10- Silva, Pedro Sa ; Trigo, António, Varajão, João ; Pinto, Tiago , (2010) , " Simulation – Concepts and Applications" , M.D. Lytras et al. (Eds.): WSKS 2010, Part II, CCIS 112, pp. 429–434. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010.

11-Sinha, Pankaj and Jayaraman, Prabha , (2009), " Bayes reliability measures of Lognormal and inverse Gaussian distributions under ML-II -contaminated class of prior distributions , Munich Personal RePEc Archive, Online at https://mpra.ub.uni-muenchen.de/16528/ MPRA Paper No. 16528, posted 02 Aug 2009 02:12 UTC.

12-Sinha, Pankaj and K. Bansal, Ashok ."2008" Hierarchical Bayes Prediction for the 2008 US Presidential Election' , Research gate, https://www.researchgate.net/publication/24112177.

13-Sivaganesan, S and Berger, J. O. (1989). "Ranges of Posterior Measures for Priors with Unimodal contaminations". Annal of statistics. Vol. 17, No. 2, 868-889.

14-Stigler, Stephen M. (2010) , " The Changing History of obustness", Taylor & Francis Informa Ltd Registered in England and Wales Registered Number: 1072954 Registered office: Mortimer House, 37-41 Mortimer Street, London W1T 3JH, UK.