

# التنبؤ باستخدام نموذج الانحدار الذاتي الدوري ذو المعامل العشوائي (1) RCPAR

حسين علي حسن ثامر / باحث / [husseinali\\_3131@yahoo.com](mailto:husseinali_3131@yahoo.com)

أ.د. جواد كاظم خضير / الجامعة المستنصرية/كلية الإدارة والاقتصاد/[Jkadem91@yahoo.com](mailto:Jkadem91@yahoo.com)

P: ISSN : 1813-6729

<https://doi.org/10.31272/jae.i138.1118>

E : ISSN : 2707-1359

مقبول للنشر بتاريخ: 2022/10/24

تاريخ أستلام البحث : 2022/8/7

## المستخلص :

يعد نموذج الانحدار الذاتي الدوري بمعاملات عشوائية من الرتبة الاولى (1) RCPAR من النماذج التي تبنى على فرض افضل وصف للتباين الموسمي والفروق من خلال السماح للمعاملات في الانحدار الذاتي بالتأثير على المواسم . ويعد الباحثان (Franses and Papp, 2011) هما اول من قدم هذا الانموذج . ويمكن استخدامه بسهولة للبيانات الموسمية عالية التردد التي تتكرر بانماط مختلفة وتعمل على تقليص عدد المعلمات الدورية للحصول على درجات حرية كافية , ومن ثم التوصل الى تقديرات كفوءة وتنبؤات دقيقة. وقد تم وتطبيق اسلوب (FGNLS) في تقدير معاملات الانموذج , فضلا عن مقارنة نتائج التقدير مع الانموذج الدوري (1) PAR غير المقيد , ومن ثم استخدام الانموذج المقدر للتنبؤ بكميات الغاز السائل المستهلك عالميا مقاسا (بملايين الامتار المكعبة). وقد تبين ان المعلمات المقدره باسلوب (FGNLS) للانموذج (1) RCPAR كانت قريبة من مقدرات الانموذج (1) PAR غير المقيد مع احتفاظ الانموذج المدروس باقل عدد من المعلمات.

**الكلمات المفتاحية :** الانموذج (1) RCPAR , الانموذج (1) PAR , مقدر FGNLS



مجلة الإدارة والاقتصاد

مجلد 48 العدد 138 / حزيران / 2023

الصفحات : 188 - 198

\* بحث مستل من رسالة ماجستير .

## 1. المقدمة

مما لا شك فيه ان نماذج السلاسل الزمنية وبخاصة نماذج السلاسل الزمنية الدورية للانحدار الذاتي (Periodic Autoregressive Time Series-PAR) كثيرا ما تستخدم في الوصف والتنبؤ للسلاسل الزمنية الموسمية. فقد تناول هذه النماذج العديد من الباحثين منهم (Osborn and Smith,1989)<sup>(9)</sup> (Frances and Paap , 1994)<sup>(6)</sup> و (Herwartz,1999)<sup>(7)</sup> وغيرهم . كما تم الاهتمام بهذا النوع من النماذج بشكل خاص في السلاسل الزمنية ذات التردد الموسمي المنخفض , مثل مشاهدات السلسلة الزمنية ربع السنوية خلال عام او مشاهدات يومية في غضون اسبوع.

على الرغم من ان نماذج الانحدار الذاتي الدورية (Periodic autoregressive model PAR) قد يكون لها فوائد مهمة من حيث الملائمة والتنبؤ والتفسير, الا ان المشكلة الرئيسية تكمن في ان عدد المعلمات يزداد بسرعة مع عدد الفصول , مما يجعل هذه النماذج اقل جاذبية في تطبيق البيانات الاسبوعية. وفي بعض الاحيان البيانات الشهرية ايضا, والسبب في ذلك هو ان نماذج (PAR) غير المقيدة من الدرجة (P) للبيانات الموسمية مع التردد (s) ينتج عنه (PS) من المعلمات . علاوة على ذلك, مشاكل التقدير المحتملة بسبب النقص الذي يحصل في درجات الحرية , الامر الذي يجعل تفسير هذا العدد من المعلمات ليس سهلا.

وتأسيسا على ذلك , فقد قدم الباحثان (Frances and Paap , 2011) حلاً لهذه المشاكل من خلال اقتراح نموذج انحدار ذاتي دوري جديد, الذي يمكن استخدامه بسهولة للبيانات الموسمية عالية التردد مع الحفاظ على قابلية تفسير المعلمات وذلك من خلال استخدام تقريب فوريير (Fourier Series) الذي اقترح من قبل الباحثون (Bloomfield , Hurd and Lund, 1994)<sup>(5)</sup> . ونظرا لكون المعلمات الدورية نفسها تظهر نمطا متكررا, فانه يمكن تلخيصها بمجموع دالتي الجيب والجيب تمام. وقد اقترح الباحثان ( Jones and Brelford,1967)<sup>(8)</sup> النظر في مجموعة مقيدة من هاتين الدالتين من اجل الحصول على درجات حرية كافية. وان هذا الاقتراح تم توظيفه في الانموذج (PAR) مع تعديل واحد اساسي من قبل الباحثان (Frances and Paap , 2011) , وذلك من خلال وضع خطأ اضافي في الانموذج . ومن ثم هناك انموذج من المستوى الاول يتضمن متغير السلسلة الزمنية يتم تفسيره من خلال ماضي المشاهدات , وانموذج عشوائي من المستوى الثاني للمعاملات الدورية. لذا اطلق على الانموذج المشترك تسمية انموذج الانحدار الذاتي الدوري ذو المعامل العشوائي ( Periodic Autoregressive Random Coefficient ) ويكتب اختصارا (RCPAR).

## 2. الاستعراض المرجعي :

في عام (2004) تناولت الباحثة ( Basawa et al. )<sup>(4)</sup> انموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى AR(1) مع معاملات عشوائية. و تم العثور على خصائص الانموذج والحصول على معلومات عن طبيعة التوزيع باستخدام محاكاة مونت كارلو.

وفي عام (2009) تاول الباحثان (Aknouche and Guerbyenne)<sup>(1)</sup> الاستقرارية الدورية لمعلمة الانحدار الذاتي الدوري بمعلمة عشوائية (RCPAR) الذي يعمم انموذج معامل الانحدار الذاتي العشوائي القياسي (RCAR) عندما تكون المعلمات وتباينات الاخطاء العشوائية متغيرة بشكل دوري. و تم اقتراح الشروط الكافية لوجود حل مستقر دوري لمعادلة (RCPAR). وفي التطبيق , قام الباحثان بدراسة الاستقرارية الدورية لفئة من النماذج الخطية الثنائية الدورية والانحدار الذاتي الدوري مع أخطاء ARCH الدورية.

وفي عام (2011) اقترح الباحثان (Frances and Paap)<sup>(6)</sup> انموذجاً دورياً جديداً للانحدار الذاتي في السلاسل الزمنية التي تتم ملاحظتها موسمياً عندما يمكن أن يكون عدد الفصول كبيراً جداً , وذلك من خلال جمع المعلمات الدورية في انموذج عشوائي من المستوى الثاني. وهذا يؤدي إلى انحدار ذاتي دوري ذو معامل عشوائي مع انخفاض كبير في عدد المعلمات المراد تقديرها . وبين الباحثان انه يمكن لفكرة المعاملات العشوائية بالطبع تمتد إلى معلمات المقاطع الموسمية و PAR ذات اعلى رتبة للمعاملات .

وفي عام (2020) قام الباحث (Araveeporn)<sup>(3)</sup> بمقارنة الطريقة التكرارية التي تتكون من طريقة المربعات الصغرى وطريقة الامكان الاعظم لتقدير معلمة انموذج الانحدار الذاتي بمعلمة عشوائية (RCA). ويتم النظر في كفاءة الطريقتين من خلال متوسط مربعات الخطأ لبيانات المحاكاة , ومتوسط مربعات الخطأ للبيانات الفعلية. وقد أظهرت نتائج المحاكاة أن طريقة المربعات الصغرى تؤدي أداءً أفضل من الامكان الاعظم.

## 3. مشكلة البحث:

في السلاسل الزمنية الموسمية وعندما يكون عدد المواسم فيها كبير , فان عدد معاملات الانحدار الذاتي يصبح كبيراً أيضاً , لذا فإن المشكلة الرئيسية تكمن بأن عدد المعلمات تزداد مع تزايد عدد الفصول , مما يجعل

هذه النماذج أقل جاذبية للتطبيق على البيانات الأسبوعية وأحياناً البيانات الشهرية. فضلاً عن مشاكل التقدير المحتملة بسبب نقص درجات الحرية ، كما إن تفسير مثل هذا العدد من المعلمات ليس سهلاً أيضاً.

#### 4. هدف البحث

يهدف البحث الى استعمال إنموذج الانحدار الذاتي الدوري ذات المعامل العشوائي في السلاسل الزمنية الموسمية عندما يكون عدد الفصول كبير جداً. ومن ثم تطبيق الانموذج لعينة مشاهدات السلسلة الزمنية لكمية الغاز الطبيعي المستهلك عالمياً المقاسة (بملايين الامتار المكعبة) ومقارنة طرائق التقدير المستخدمة في النمذجة.

#### 5 . انموذج الانحدار الذاتي الدوري ذو المعامل العشوائي RCPAR (3,4,6)

على فرض ان  $\{y_t\}$  لكل  $t = 0, 1, 2, \dots, SN$  تمثل سلسلة زمنية موسمية وان (S) تشير الى عدد الفصول ذات فترة طولها (N). وعادة (N) تشير الى عدد السنوات و (S) عدد الاشهر او ارباع السنة او ايام الاسبوع.

ان وصف السلسلة الزمنية الموسمية للانموذج (PAR) Periodic Autoregressive من الرتبة الاولى يكون كما يأتي:

$$y_t = \sum_{s=1}^S (\mu_s D_{s,t} + \phi_s D_{s,t} y_{t-1}) + \epsilon_t \quad \dots (1)$$

اذ ان  $D_{s,t}$  تساوي (1) اذ كانت تتوافق مع الموسم (s) وتساوي (0) خلاف ذلك ،  $\epsilon_t \sim NID(0, \sigma_\epsilon^2)$  ،  $(\mu)$  معاملات المقاطع الموسمية و  $(\phi_s)$  المعلمات الدورية العشوائية

ولضمان استقرار السلسلة الزمنية ، يفترض ان  $\prod_{s=1}^S \phi_s < 1$  . واذا كانت (s) كبيرة ، فان عدد معاملات الانحدار الذاتي يصبح كبيراً ايضاً. وطبقاً لمقترح (Jones and Brelsford, 1967) ، فان المعلمات توصف من خلال الدالة الحتمية الآتية:

$$\phi_s = \alpha_0 + \alpha_1 \cos\left(\frac{2\pi s}{S} - \alpha_2 \pi\right) \quad \dots (2)$$

اذ ان :

$(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$  معاملات غير معلومة ، وان هذه الدالة تقلل عدد المعلمات من (S) الى (3) . ويلاحظ لتحديد المعلمة يتم تقييد  $\alpha_2 \in [0, 1]$  مثل :

$$\cos(x + k\pi) = (-1)^k \cos(x) \quad , k \in 2 \quad \dots (3)$$

وفي بعض السلاسل الزمنية الاقتصادية ، خاصة عندما تكون (S) كبيرة فان المواصفات الحتمية الموضحة في المعادلة (2) قد تكون شديدة التقييد. لذلك تم اقتراح توسيع المعادلة (2) باضافة حد للخطأ العشوائي ، وينتج عن ذلك ما يأتي:

$$\phi_s = \alpha_0 + \alpha_1 \cos\left(\frac{2\pi s}{S} - \alpha_2 \pi\right) + u_s \quad \dots (4)$$

اذ ان  $u_s \sim NID(0, \sigma_u^2)$  ، وان  $E(u_s \epsilon_t) = 0$  لكل قيم (s, t). كما ان اضافة حد الخطأ من ان حد الخطأ هذا يميز المعادلة (4) عن المواصفات الحتمية (المعادلة 2). كما ان اضافة حد الخطأ من المستوى الثاني الى تحديد معامل عشوائي. ويتمثل الاختلاف في نهج المعامل العشوائي القياسي في القيام بتقليص معاملات (PAR) الى الدالة الحتمية بدلا من المتوسط البسيط. وبذلك سوف يطلق على الانموذج (1) PAR بالاشتراك مع المعادلة (4) تسمية الانموذج RCPAR من الدرجة الاولى [RCPAR(1)] .

#### 6 . تقدير المعلمات : Parameters Estimation (1,6,8)

يمكن اجراء تقدير المعلمات للانموذج (PAR) من المواصفات الحتمية باستخدام اسلوب المربعات الصغرى غير الخطية (Nonlinear Least Squares (NLS).

فعندما تكون قيمة  $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$  معطاة فانه يمكن بسهولة حساب القيم المثلى للمعلمات المتبقية باستخدام المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS). ومن ثم اجراء تعظيم غير خطي بالنسبة الى المعلمات الثلاث ( $\alpha$ ). ففي حالة الانموذج (RCPAR) لا يمكن استخدام مقدر (NLS) بعد ذلك. وبدلا من ذلك ، اقترح الباحثان (Frances and Paap , 2011) مقدر (NLS) المعمم الممكن (Feasible generalized NLS) الذي يرمز له (FGNLS) .

7. مقدر المربعات الصغرى غير الخطية المعممة الممكنة Feasible Generalized nonlinear least squares (FGNLS)

في حالة مواصفات المعامل العشوائي الموضح بالمعادلة (4) فإنه يمكن كتابة النموذج RCPAR(1) على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} y_t &= \sum_{s=1}^S \left[ \mu_s D_{s,t} + \left\{ \alpha_0 + \alpha_1 \cos \left( \frac{2\pi s}{S} - \alpha_2 \pi \right) + u_s \right\} D_{s,t} y_{t-1} \right] + \epsilon_t \\ &= \sum_{s=1}^S \left[ \mu_s D_{s,t} + \left\{ \alpha_0 + \alpha_1 \cos \left( \frac{2\pi s}{S} - \alpha_2 \pi \right) \right\} D_{s,t} y_{t-1} \right] + D_{s,t} u_s y_{t-1} + \epsilon_t \\ &= \sum_{s=1}^S \left[ \mu_s D_{s,t} + \left\{ \alpha_0 + \alpha_1 \cos \left( \frac{2\pi s}{S} - \alpha_2 \pi \right) \right\} D_{s,t} y_{t-1} \right] + v_t \dots \dots (5) \end{aligned}$$

حيث ان عنصر الخطأ :

$$v_t = D_{s,t} u_s y_{t-1} + \epsilon_t$$

يكون غير متجانس , وبذلك يكون  $E(u_s y_{t-1}) \neq 0$ . وللسلسلة الزمنية المستقرة , فان القيم التطبيقية لـ  $(\phi_s)$  تكون حوالي (0.5) ومن ثم يكون حاصل الضرب تقريبا (صفر) عندما (s) تكون (12) او اعلى. وسوف يستخدم هذا التقريب لاشتقاق المقدر (FGNLS) بشكل اسهل حسابيا. وعند افتراض التقريب الصغرى فان متجه الاضطرابات (Disturbances)  $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر ومصفوفة تباين مشترك ( $\Omega$ ) ذات رتبة ( $n \times n$ ) التي يمكن تقريبها من خلال :

$$\Sigma_v = \sigma_v^2 I_n + \Sigma_u \dots (6)$$

حيث ان العنصر ( $i, j$ ) من المصفوفة ( $\Sigma$ ) بالرتبة ( $n \times n$ ) مساويا الى  $(\sigma_u^2 D_{s,i} y_{t-i} D_{s,j} y_{t-j})$ . ان الميزة لهذا التقريب كونه يؤدي الى مصفوفة التباين المشترك التي يمكن قلبها بسهولة طبقا لتركبتها الخاصة. وعند بناء مقدر (FGNLS) يقتضي ان تكون المقدرات لـ  $(\sigma_v^2)$  و  $(\sigma_u^2)$  متنسقة. وبذلك فان المقدر المتسق لـ  $(\sigma_v^2)$  يعطى على النحو الآتي:

$$\hat{\sigma}_v^2 = (N - 2S)^{-1} \sum_{t=1}^n \hat{e}_t^2 \dots (7)$$

اذ ان  $\hat{e}_t$  تمثل البواقي لطريقة (OLS) من الانموذج :

$$y_t = \sum_{s=1}^S (\mu_s D_{s,t} + \phi_s D_{s,t} y_{t-1}) + e_t \dots (8)$$

عندما  $t = 1, \dots, n$ .

وان المقدر  $(\sigma_u^2)$  يمكن الحصول عليه من خلال تقدير معاملات المعادلة:

$$\hat{\phi}_s = \alpha_0 + \alpha_1 \cos \left( \frac{2\pi s}{S} - \alpha_2 \pi \right) + w_s \dots (9)$$

لكل قيم  $s = 1, \dots, S$  باستخدام طريقة (NLS), حيث ان  $\hat{\phi}_s$  هو تقدير (OLS) الذي تم الحصول عليه من المعادلة (8). وعند الاشارة الى بواقي (NLS) بـ  $(\hat{w}_s)$ , فان المقدر لـ  $(\sigma_u^2)$  يعطى على النحو الآتي:

$$\sigma_u^2 = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \hat{w}_t^2 \dots (10)$$

ويلاحظ ان هذا المقدر يكون متنسق عندما يقترب كل من (S) و (n) الى مالانهاية. وفي التطبيق قد يكون (S) صغير نسبيا , وقد يتم تقسيمه على (S-3) بدلا من (S).

ان مقدر (FGNLS) البسيط يأتي من خلال تصغير  $(v' \hat{\Sigma}_v^{-1} v)$  بالنسبة الى متجه المعلمات ( $\alpha$ ) و  $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_1)$ . حيث تعطى قيمة  $(\hat{\Sigma}_v)$  تعطى من خلال المعادلة (6) التي تم تقييمها في  $(\hat{\sigma}_u^2)$  و

$(\hat{\sigma}_v^2)$  . وعندما تكون قيمة المعلمات  $(\alpha)$  معلومة يمكن الحصول على القيم المثلى للمعاملات المتبقية باستخدام مقدر (FGNLS) ومن ثم التصغير بالنسبة الى المعلمات الثلاث  $(\alpha)$ .

كما يمكن تقدير الاخطاء المعيارية للمعاملات باستخدام  $(\hat{G}'\hat{\Sigma}_v\hat{G})$ , حيث ان  $(\hat{G})$  تمثل متجه ذو البعد  $(n)$  لمشتقات الدرجة الاولى لمتوسط الانحدار غير الخطي المعرف بالمعادلة (2.31) بالنسبة الى  $(\alpha)$  و  $(\mu)$  الناتجة عن تقديرات (FGNLS). ولان  $E(u_s y_{t-1}) \neq 0$  وكذلك استخدام التقريب لمصفوفة التباين المشترك  $(\Omega_v)$ , فانه قد ينتج عن ذلك تحيز في مقدر (FGNLS). ونظرا الى ان حقيقة ان الارتباط بين  $(u_s)$  و  $(y_{t-1})$  يساوي صفر عندما  $(s)$  تساوي (12) او اعلى, فانه من المتوقع ان يكون التحيز صغيرا.

### 8. معيار معلومة أكيكي (Akaike Information Criterion (AIC))

اقترح هذا المعيار من قبل (Akaike) عام (1973), حيث يتم اختيار الانموذج الأفضل الذي يملك أقل قيمة لهذه المعيار ويعرف على النحو الاتي:

$$AIC(P) = n \ln(\hat{\sigma}_\epsilon^2) + 2p \quad \dots \dots (11)$$

اذ ان

$p$  تمثل عدد المعلمات في الانموذج.

$n$  عدد المشاهدات

$\hat{\sigma}_\epsilon^2$  مقدر تباين الخطأ

### 9. التنبؤ Forecasting (6)

عند استخدام نماذج (RCPAR) الموضحة بالمعادلتين (1) و (4) لايجاد القيم التنبؤية لا بد من معرفة القيم التقديرية للمعاملات  $(\phi_s)$ . هذه المعلمات عشوائية ويتم تقديرها لكل فصل من المواسم, حيث يتم استخدام القيمة المتوقعة المشروطة لـ  $(\phi_s)$  عندما تعطى قيم  $(y)$  وعلى النحو الاتي:

$$E(\phi_s | y; \mu, \alpha, \sigma_\epsilon, \sigma_u) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_s \frac{f(Y|\phi; \mu, \sigma_\epsilon) \sigma_u^{-1} \phi \left[ \left( \frac{\phi_s - \bar{\phi}_s}{\sigma_u} \right) \right]}{f(y; \mu, \alpha, \sigma_\epsilon, \sigma_u)} d\phi_s$$

$$= \bar{\phi}_s \quad \dots \dots \dots (12)$$

عندما  $s = 1, \dots, S$  وعند تقييم  $(\bar{\phi}_s)$  المعرفة في المعادلة (12) في تقدير المعلمات, يتم الحصول على تقدير المعلمات الموسمية  $(\phi_s)$ . وان التباين الشرطي لـ  $(\phi_s)$  يكون على النحو الاتي:

$$var(\phi_s | y; \mu, \alpha, \sigma_\epsilon, \sigma_u) = \sigma_{\bar{\phi}_s}^2 \quad \dots \dots (13)$$

لكل قيم  $s = 1, \dots, S$ , حيث ان  $(\sigma_{\bar{\phi}_s}^2)$  قد تعريفها في المعادلة (12).

### 10. معايير تقييم التنبؤ (2)

#### 1.10 متوسط الخطأ المطلق Mean Absolute Error

ويرمز له بالرمز (MAE), ويعرف على النحو الاتي :

$$MAE = \frac{\sum_{t=1}^h |y_t - \hat{y}_t|}{h} \quad \dots \dots (14)$$

اذ ان :

$h$  فترة التنبؤ

$\hat{y}_t$  القيمة التنبؤية لـ  $(y_t)$  عند الزمن  $(t)$ .

#### 2.10 متوسط نسبة الخطأ المطلق Mean Absolute Percentage Error

ويرمز له بالرمز (MAPE). ويعرف على النحو الاتي:

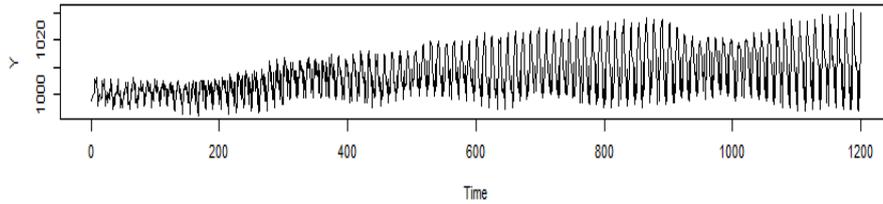
$$MAPE = \frac{1}{h} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \quad \dots \dots \dots (15)$$

3.10- جذر متوسط مربعات الخطأ Root Mean Squares Error  
ويرمز له بالرمز (RMSE). ويعرف على النحو الآتي:

$$RMSE = \left[ \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2 \right]^{0.5} \dots \dots \dots (16)$$

11. الجانب التطبيقي

ان العينة المدروسة تمثل مشاهدات السلسلة الزمنية لكمية الغاز الطبيعي المستهلك عالميا المقاسة (بملايين الامتار المكعبة) وهي بواقع (1200) مشاهدة بطول دورة (S=12) بالايام وان (N=100) تمثل عدد اشهر السنوات التي تمتد للمدة من 2011/1/1 ولغاية 2019/5/1. والشكل التالي يمثل رسم مشاهدات السلسلة الزمنية:



شكل (1) يمثل رسم مشاهدات السلسلة الزمنية لكمية الغاز الطبيعي المستهلك وفيما يلي الاحصاءات الوصفية للسلسلة الزمنية:  
الجدول رقم (1) الاحصاءات الوصفية للسلسلة الزمنية الاصلية

measurements	value
Min.	992.2
Max.	1033.1
mean	1009.4
median	1007.9
Standard Deviation	9.07054
skewness	0.45991
kurtosis	2.27574

ويلاحظ من الجدول (1) ان قيمة معامل الالتواء ( 0.45991 ) وهذا يعني وجود التواء موجب بسيط نحو جهة اليمين. وان قيمة معامل التفرطح ( 2.27574 ) وهو قريب من معامل التفرطح للتوزيع الطبيعي الذي يساوي (3).

1.11 اختبار الاستقرار:

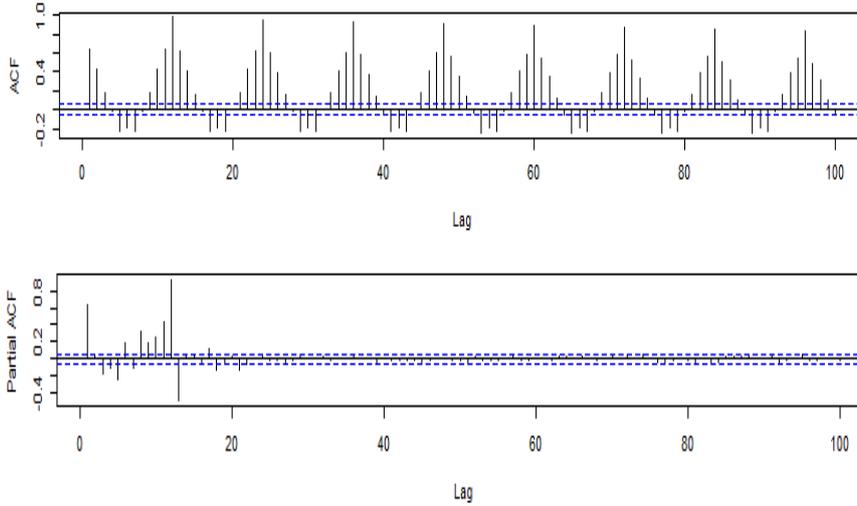
للتحري عن استقرار السلسلة تم تطبيق اختبار جذر الوحدة باستخدام باختبار ( Augmented Dickey-Fuller ). ويتبين من خلال قيم الجدول (2) ان قيمة (P-value) للاختبار تساوي (0.000) وهي اقل مستوى المعنوية (α = 0.05) , وعليه يتم رفض فرضية العدم (H<sub>0</sub>) ومن ثم لا وجود لجذر الوحدة وهذا يؤكد استقرار السلسلة الزمنية.

الجدول (2) يبين نتائج اختبار ديكي – فولر الموسع

H<sub>0</sub>: The series has a unit root

H<sub>1</sub>: The series hasn't a unit root

		t-Statistic
Prob.		
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-11.17589
0.0000		
Test critical values	1% level	-3.435696
	5% level	-2.863789
	10% level	-2.568018



الشكل رقم (2) يمثل رسم دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة الزمنية الجدول رقم (3) يبين توافيق مجموعة من النماذج المقترحة للعملية ARIMA

models	AIC
ARIMA(1, 0, 0)(0, 1, 1) <sub>12</sub>	3353.662
ARIMA(1, 0, 0)(0, 1, 0) <sub>12</sub>	3353.515
ARIMA(1, 0, 0)(1, 1, 1) <sub>12</sub>	3358.212
ARIMA(1, 0, 1)(0, 1, 0) <sub>12</sub>	3355.498
ARIMA(1, 0, 0)(0, 1, 0) <sub>12</sub>	3528.623
ARIMA(2, 0, 0)(0, 1, 0) <sub>12</sub>	3357.889
ARIMA(0, 0, 0)(0, 1, 0) <sub>12</sub>	3959.073

### 2.11 اختبار ملائمة الانموذج PAR(1) :

مبدئياً يتم مطابقة الانموذج PAR(1) الاعتيادي للمعادلة (1) لمشاهدات السلسلة الزمنية بمعلمات غير مقيدة. حيث ان تقديرات المعلمة كانت على النحو الاتي:

الجدول (4) يبين القيم التقديرية للانموذج PAR(1) الاعتيادي غير المقيد

Par.	estimate	Par.	estimate
$\phi_1$	0.1285	$\phi_7$	0.8700
$\phi_2$	0.9111	$\phi_8$	0.0258
$\phi_3$	0.5681	$\phi_9$	-0.4464
$\phi_4$	-0.3202	$\phi_{10}$	0.2521
$\phi_5$	-0.2513	$\phi_{11}$	0.9398
$\phi_6$	0.6583	$\phi_{12}$	0.4534

ومن خلال الجدول (5) يتبين ان اختبار (LM-test) للارتباط المتسلسل من الدرجة الاولى في بواقي الانموذج PAR(1) يساوي (4.2378) بقيمة احتمالية (P-value=0.3659). وان الاختبار نفسه للارتباط المتسلسل من الدرجة الاولى الى الرابعة يساوي (1.1843) بقيمة احتمالية (P-value=0.1394), ومن ثم يبدو ان هذا الانموذج يناسب البيانات جيدا.

الجدول (5) يبين قيم اختبار LM للانموذج PAR(1) مع القيم الاحتمالية

lag	LM -test	P-value
[1]	4.2378	0.3659
[2]	1.8584	0.1728
[3]	1.3789	0.1493
[4]	1.1843	0.1394

### 3.11 اختبار الدورية:

لأختبار الدورية يتم اختبار مساواة المعلمات ( $\phi_s$ ) للانموذج PAR في المعادلة (1) باستخدام اختبار (F). وتبين ان قيمة الاحصاء (F) تساوي (20.36) معنوية عند مستوى دلالة (0.05), ومن ثم هناك دليل واضح على الدورية في معلمات الانموذج (AR).

4.11 تقدير النموذج (RCPAR(1)) :

بعد ان تم التحقق من رتبة الانموذج وخاصية الدورية ولجعل مواصفات الانموذج (AR) اكثر مرونة سوف يتم النظر للانموذج (PAR(1) غير المقيد (Unrestricted) باستخدام الصيغة رقم (1) حيث سيتم تقدير الانموذج للمعلمت كافة , وتقدير معلمت الانموذج (RCPAR(1) باستخدام الصيغة (1) مع (4) , ومن ثم تطبيق اسلوب (FGNLS) في مرحلة التقدير طبقاً للصيغة (5) . وكانت نتائج التقدير كما في الجدول الاتي :

الجدول (6) تقدير المعلمت والاختفاء المعيارية المقدرة للانموذجين (RCPAR(1) و (PAR(1)

Par.	PAR(1)			RCPAR(1)		
	Estimate	Std	P-value	Estimate	Std	P-value
$\hat{\mu}_1$	1.4507	0.1580	0.0153	2.09275	0.12242	0.00538
$\hat{\mu}_2$	-0.7940	0.1655	0.0232	-0.90367	0.12019	0.01224
$\hat{\mu}_3$	0.4731	0.1878	0.0512	0.38029	0.12687	0.03069
$\hat{\mu}_4$	0.7931	0.1675	0.0170	0.85656	0.12162	0.01306
$\hat{\mu}_5$	1.6071	0.1669	0.0100	1.61101	0.12909	0.00737
$\hat{\mu}_6$	1.2614	0.1713	0.0220	1.63807	0.12583	0.00707
$\hat{\mu}_7$	-0.0689	0.0547	0.0700	-0.07143	0.03429	0.04417
$\hat{\mu}_8$	0.1345	0.1559	0.0988	0.23040	0.12041	0.04808
$\hat{\mu}_9$	0.9164	0.1631	0.0159	0.94229	0.12448	0.01215
$\hat{\mu}_{10}$	1.6835	0.1694	0.0144	3.25417	0.12162	0.00344
$\hat{\mu}_{11}$	1.1479	0.1785	0.0140	1.16832	0.12909	0.01017
$\hat{\mu}_{12}$	0.2979	0.1769	0.0564	0.38465	0.12583	0.03009
$\hat{\theta}_1$	0.2431	0.0534	0.0217	0.2544	-	-
$\hat{\theta}_2$	0.1099	0.0307	0.0321	0.1149	-	-
$\hat{\theta}_3$	-0.0061	0.0023	0.0453	-0.0052	-	-
$\hat{\theta}_4$	0.0934	0.0305	0.0319	0.0974	-	-
$\hat{\theta}_5$	0.2507	0.0615	0.0207	0.2490	-	-
$\hat{\theta}_6$	0.2001	0.0141	0.0017	0.1933	-	-
$\hat{\theta}_7$	0.0253	0.0038	0.0138	0.0244	-	-
$\hat{\theta}_8$	0.0264	0.0089	0.0424	0.0281	-	-
$\hat{\theta}_9$	0.1899	0.0574	0.0303	0.1981	-	-
$\hat{\theta}_{10}$	0.2277	0.0450	0.0118	0.2469	-	-
$\hat{\theta}_{11}$	0.0808	0.0101	0.0200	0.0919	-	-
$\hat{\theta}_{12}$	-0.0051	0.0437	0.0105	-0.0047	-	-
$\hat{\sigma}_e$	0.2015	0.1932	0.1775	1.60416	0.12675	0.00790
$\hat{\alpha}_0$	-	-	-	0.21510	0.01310	0.01620
$\hat{\alpha}_1$	-	-	-	0.20746	0.01288	0.01279
$\hat{\alpha}_2$	-	-	-	0.11498	0.014439	0.01256
$\hat{\sigma}_u$	-	-	-	0.16903	0.01717	0.01016

ومن خلال الجدول (6) يلاحظ ان قيم الخطأ المعياري للمعلمت المقدرة (Std) وقيمها الاحتمالية (P-value) للانموذج (RCPAR(1) كانت على الدوام الاقل بالمقارنة مع القيم نفسها للانموذج (PAR(1) .

وان ذلك يعطي الافضلية في التقدير لاسلوب (RCPAR(1) .

ولأجل التأكد من تفوق الانموذج (RCPAR(1) , فقد تم حساب معايير المقارنة بين الاسلوبين اضافة الى مطابقة انموذج الانحدار الذاتي الدوري من الرتبة الاولى بمعلمت غير عشوائية (PAR(1) للعيينة المدروسة والموضحة في الجدول الاتي:

الجدول رقم (7) يبين معايير المقارنة بين الانموذج (PAR(1) والانموذج (RCPAR(1)

	RMSE	AIC	MAE	MAPE
PAR(1)	2.7052	5005.84	2.3826	0.4738
RCPAR(1) FGNLS	1.0905	3359.02	0.8864	0.1222

## التنبؤ باستخدام نموذج الانحدار الذاتي الدوري ذو المعامل العشوائي (RCPAR(1))

وطبقا لنتائج الجدول المذكور يلاحظ ان كل المعايير تشير الى افضلية الانموذج (RCPAR(1)) لكونه طرح اقل القيم للمعايير المشار اليها في الجدول.

### 5.11 التنبؤات المستقبلية:

تم حساب القيم التنبؤية للانموذج (RCPAR(1)) المقدر بأسلوب (FGNLS) لمدة 120 قيمة يومية، والجدول التالي يوضح القيم التنبؤية مع حدي الثقة :

الجدول (8) يبين القيم التنبؤية المستقبلية للمدة (120) يوم قادم للسلسلة الزمنية

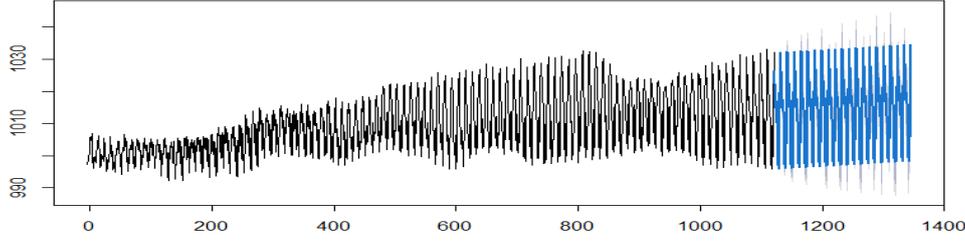
Forecast	Lower	Upper	Forecast	Lower	Upper	Forecast	Lower	Upper			
[1,]	1024.4	1026.3	1028.3	[41,]	1009.2	1014.2	1019.3	[81,]	989.90	996.60	1003.3
[2,]	1020.3	1022.6	1025.0	[42,]	1005.7	1010.7	1015.8	[82,]	997.40	1004.1	1010.7
[3,]	1012.4	1014.8	1017.2	[43,]	992.50	997.50	1002.5	[83,]	1013.6	1020.3	1027.0
[4,]	1014.9	1017.3	1019.8	[44,]	1004.8	1009.8	1014.8	[84,]	1026.3	1033.0	1039.6
[5,]	1011.4	1013.9	1016.4	[45,]	991.20	996.30	1001.3	[85,]	1020.2	1027.2	1034.2
[6,]	1007.9	1010.4	1012.9	[46,]	998.60	1003.7	1008.7	[86,]	1016.4	1023.5	1030.6
[7,]	994.60	997.10	999.60	[47,]	1014.9	1019.9	1025.0	[87,]	1008.6	1015.7	1022.8
[8,]	1006.9	1009.4	1011.9	[48,]	1027.5	1032.6	1037.6	[88,]	1011.1	1018.2	1025.3
[9,]	993.40	995.90	998.40	[49,]	1021.4	1026.8	1032.2	[89,]	1007.6	1014.7	1021.9
[10,]	1000.8	1003.3	1005.8	[50,]	1017.6	1023.1	1028.7	[90,]	1004.1	1011.2	1018.4
[11,]	1017.0	1019.5	1022.1	[51,]	1009.7	1015.3	1020.9	[91,]	990.90	998.00	1005.1
[12,]	1029.7	1032.2	1034.7	[52,]	1012.2	1017.8	1023.5	[92,]	1003.2	1010.3	1017.4
[13,]	1023.3	1026.4	1029.6	[53,]	1008.7	1014.4	1020.0	[93,]	989.60	996.80	1003.9
[14,]	1019.3	1022.8	1026.2	[54,]	1005.2	1010.9	1016.5	[94,]	997.00	1004.2	1011.3
[15,]	1011.4	1014.9	1018.4	[55,]	992.00	997.60	1003.3	[95,]	1013.3	1020.4	1027.6
[16,]	1013.9	1017.5	1021.0	[56,]	1004.3	1009.9	1015.6	[96,]	1025.9	1033.1	1040.2
[17,]	1010.4	1014.0	1017.5	[57,]	990.70	996.40	1002.0	[97,]	1019.9	1027.3	1034.7
[18,]	1006.9	1010.5	1014.1	[58,]	998.20	1003.8	1009.4	[98,]	1016.1	1023.6	1031.2
[19,]	993.70	997.20	1000.8	[59,]	1014.4	1020.1	1025.7	[99,]	1008.2	1015.8	1023.3
[20,]	1006.0	1009.6	1013.1	[60,]	1027.1	1032.7	1038.3	[100,]	1010.8	1018.3	1025.9
[21,]	992.40	996.00	999.60	[61,]	1021.0	1027.0	1032.9	[101,]	1007.3	1014.9	1022.4
[22,]	999.90	1003.4	1007.0	[62,]	1017.2	1023.3	1029.4	[102,]	1003.8	1011.4	1018.9
[23,]	1016.1	1019.7	1023.2	[63,]	1009.3	1015.4	1021.6	[103,]	990.60	998.10	1005.7
[24,]	1028.8	1032.3	1035.9	[64,]	1011.8	1018.0	1024.1	[104,]	1002.9	1010.4	1018.0
[25,]	1022.5	1026.6	1030.6	[65,]	1008.3	1014.5	1020.7	[105,]	989.30	996.90	1004.5
[26,]	1018.6	1022.9	1027.1	[66,]	1004.8	1011.0	1017.2	[106,]	996.70	1004.3	1011.9
[27,]	1010.7	1015.0	1019.4	[67,]	991.60	997.70	1003.9	[107,]	1013.0	1020.6	1028.1
[28,]	1013.2	1017.6	1021.9	[68,]	1003.9	1010.1	1016.2	[108,]	1025.6	1033.2	1040.8
[29,]	1009.7	1014.1	1018.5	[69,]	990.30	996.50	1002.7	[109,]	1019.6	1027.5	1035.3
[30,]	1006.2	1010.6	1015.0	[70,]	997.70	1003.9	1010.1	[110,]	1015.8	1023.8	1031.7
[31,]	993.00	997.40	1001.7	[71,]	1014.0	1020.2	1026.4	[111,]	1008.0	1015.9	1023.9
[32,]	1005.3	1009.7	1014.0	[72,]	1026.6	1032.8	1039.0	[112,]	1010.5	1018.5	1026.4
[33,]	991.80	996.10	1000.5	[73,]	1020.6	1027.1	1033.6	[113,]	1007.0	1015.0	1023.0
[34,]	999.20	1003.6	1007.9	[74,]	1016.8	1023.4	1030.0	[114,]	1003.5	1011.5	1019.5
[35,]	1015.4	1019.8	1024.2	[75,]	1008.9	1015.5	1022.2	[115,]	990.30	998.20	1006.2
[36,]	1028.1	1032.5	1036.8	[76,]	1011.4	1018.1	1024.8	[116,]	1002.6	1010.6	1018.5
[37,]	1021.9	1026.7	1031.5	[77,]	1007.9	1014.6	1021.3	[117,]	989.00	997.00	1005.0
[38,]	1018.1	1023.0	1028.0	[78,]	1004.4	1011.1	1017.8	[118,]	996.40	1004.4	1012.4
[39,]	1010.2	1015.2	1020.2	[79,]	991.20	997.90	1004.6	[119,]	1012.7	1020.7	1028.7
[40,]	1012.7	1017.7	1022.7	[80,]	1003.5	1010.2	1016.9	[120,]	1025.3	1033.3	1041.3

ومن ثم تم حساب المعايير التنبؤية ( RMSE , MAPE , MAE ) وفق الصيغ (14), (15), (16) على التوالي وكانت النتائج كما في الجدول الاتي:

الجدول (9) يبين معايير التنبؤ للانموذج (RCPAR(1)) لاسلوب (FGNLS)

RMSE	MAE	MAPE
0.998475	0.6301545	0.094521

كما تم رسم القيم التنبؤية للانموذج (RCPAR(1)) مع القيم الاصلية للسلسلة الزمنية الناتجة عن تطبيق اسلوب (FGNLS) كما في الشكل الاتي:



الشكل رقم (3.4) يبين رسم القيم التنبؤية مع القيم الاصلية للسلسلة الزمنية للانموذج RCPAR(1)

## 12. الاستنتاجات:

1. تبين من خلال الجانب التطبيقي ان السلسلة الزمنية تمتاز بالاستقرارية والدورية طبقا لاختباري (Augmented Dickey-Fuller) و (F) على التوالي.
2. في الانموذج غير المقيد تبين ان المعلمات المقدرة ( $\hat{\mu}_3, \hat{\mu}_7, \hat{\mu}_8, \hat{\mu}_{12}$ ) كانت غير معنوية , في حين كانت هذه المعلمات معنوية في الانموذج RCPAR(1) بسبب ان شرط التقييد كان له تأثير واضح على تحسين قيم معلمات المقاطع الموسمية ( $\mu_s$ ) وعنصر الخطأ ( $\sigma_\varepsilon$ ).
3. عند تطبيق اسلوب التقدير (FGNLS) تبين ان القيم التقديرية للمعلمات تتقارب بشكل طفيف للانموذجين المذكورين.
4. ان قيم سلسلة التنبؤات المستقبلية كانت تتناغم مع سلوك ونمط مسار السلسلة الزمنية الاصلية.
5. تبين من خلال الجدول رقم (11.4) ان المعلمات المقدرة باسلوب (FGNLS) للانموذج RCPAR(1) كانت قريبة من مقدرات الانموذج PAR(1) غير المقيد , ولكن عدد مقدرات الانموذج RCPAR(1) كانت اقل بكثير من عدد مقدرات الانموذج غير المقيد.

## 13. التوصيات:

1. نوصي بأستخدام الانموذج RCPAR(1) في حالة السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات.
2. نوصي بأجراء تطبيق موسع للسلاسل الزمنية الدورية بمعلمات عشوائية ذات الرتبة الاعلى.
3. نوصي باستخدام طرائق لا معلمية في تقدير للانموذج RCPAR(1) ومقارنتها مع التقديرات المعلمية.

## المصادر:

1. Abdelhakim Aknouche,A and Guerbyenne,H.(2009).” Periodic stationarity of random coefficient periodic autoregressions.”, **Statistics and Probability Letters** 79, pp. 990-996.
2. Abdullah, N.A., Mohamed ,I. , Peiris, S. & Azizan ,A.A.(2011). ” A New Iterative Procedure for Estimation of RCA Parameters Based on Estimating Functions.”, *Applied Mathematical Sciences*, Vol. 5, No. 4, pp. 193 - 202
3. Araveeporn,A.(2020).” Comparing Parameter Estimation of Random Coefficient Autoregressive Model by Frequentist, Method.”, **Mathematics** 8(1),62.
4. Basawa ,I.R, Lund ,R. and Shao, Q.(2004).” First - order Seasonal Autoregressive Processes with Periodically Varying Parameters.”, **Statistics and Probability Letters**, 67, pp. 299-306.
5. Bloomfield, P., H. L. Hurd and R. B. Lund (1994), Periodic correlation in stratospheric ozone data, *Journal of Time Series Analysis* 15, 127–150.
6. Franses,P.H. and Paap,R.(2011).” Random-coefficient periodic autoregressions.”, **Statistica Neerlandica** , Vol. 65, No.1, pp. 101–115.
7. Herwartz, H. (1999), Performance of periodic time series models in forecasting, *Empirical Economics* 24, 471–301.
8. Jones, R. H. and W. M. Brelsford (1967), Time series with periodic structure, *Biometrika* 54, 403–407.
9. Osborn, D. R. and J. P. Smith (1989), The performance of periodic autoregressive models in forecasting seasonal U.K. consumption, *Journal of Business and Economic Statistics* 7, 117–127.

## Prediction using RCPAR cyclic autoregressive model

Hussein Ali Hassan Thamer / researcher /husseinali\_3131@yahoo.com  
P. Dr. Jawad Kazem Khudair / Al-Mustansiriya University /  
College of Administration and Economics /Jkadem91@yahoo.com

### Abstract:

The periodic autoregressive model with first-order random coefficients RCPAR (1) is one of the models that is based on imposing the best description of seasonal variation and variances by allowing the parameters in the autoregressive to influence the seasons. The researchers (Franses and Papp, 2011) are the first to present this model. It can be easily used for high-frequency seasonal data that repeats in different patterns and works to reduce the number of periodic parameters to obtain sufficient degrees of freedom, and then to reach efficient estimates and accurate predictions. The FGNLS method was applied in estimating the model parameters, as well as comparing the estimation results with the unconstrained PAR (1) cyclic model and then using the estimated model to predict the quantities of liquid gas consumed globally measured (in millions of cubic meters). It was found that the parameters estimated by the (FGNLS) method of the RCPAR (1) model were close to the estimates of the unrestricted PAR (1) model, with the studied model keeping the least number of parameters.

**Keywords:** RCPAR (1) model , PAR (1) model , FGNLS estimator .

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*